

Werk

Titel: Ueber die Nachtheile der Stimmung in ganz reinen Quinten und Quarten, nebst noch ...

Autor: Chladni, E. F. F.

Ort: Mainz Jahr: 1826

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?472885294_0005|log77

Kontakt/Contact

<u>Digizeitschriften e.V.</u> SUB Göttingen Platz der Göttinger Sieben 1 37073 Göttingen

Ueber die Nachtheile der Stimmung in ganz reinen Quinten und Quarten, nebst noch einigen, ältere und neuere Musik betreffenden, Bemerkungen.

V o n

E. F. F. Chladni.

(Veranlasst durch einen Aufsatz des Hrn. von Drieberg über die Stimmung der altgriechischen Instru-mente, in der Cäcilia, B. II. S. 113.)

Schon längst wird allgemein angenommen, 1) dass unaer Tonsystem aus den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, oder, welches dasselbe ist, 2, 3, 4, 5, herzuleiten sey, und dass die consonirenden Intervalle in diesen Zahlen und deren Verdoppelungen unmittelbar enthalten sind, die dissonirenden aber auf schicklichen Combinationen dieser Zahlen beruhen, 2) dass eine Stimmung in lauter reinen Quinten und Quarten ganz unbrauchbare Resultate giebt, dass also eine Temperatur, d. i. eine schicklich angebrachte, äusserst geringe Abweichung von der vollkommneren Reinheit der Verhältnisse nothwendig ist, um alle Verhältnisse in allen Tonarten brauchbar zu machen. Diese Sätze sind als die Hauptgrundlage unseres gegenwärtigen Tonsystems anzusehen, welches bey allen kleinen Unvollkommenheiten, die es etwa noch haben könnte, einfacher, in sich zusammenhängender und der Natur gemässer ist, als irgend ein anderes, das sich möglicherweise würde erdenken lassen, so dass es, so wie es jetzt. ist, gewiss unter diejenigen Gegenstände der menschlichen Kenntniss, und der Anwendung derselben gehört, deren allmählige Ausbildung dem menschlichen Verstande am meisten Ehre macht. Es waren auch die Musiker, Physiker und Mathematiker, bey aller Verschiedenheit der Ansichten in einzelnen Dingen, im Allgemeinen hierin so einverstanden, dass man wohl nicht vermuthen

konnte, es werde in unsern Zeiten noch irgend jemand sich dagegen erklären, eben so wenig, wie gegen die kopernikanische Weltordnung, oder gegen die Newtonsche Lehre von der allgemeinen Anziehung.

Indessen ist Herr Freiherr von Drieberg als ein eifriger Gegner dieser Sätze und unseres darauf gegründeten Tonsystems aufgetreten, und zwar nicht nur gegen den zweyten dieser Sätze, in dem angeführten Aufsatze in der Cäcilia B. H. S. 113, sondern auch gegen beyde in seinem Buche: Aufschlüsse über die Musik der Griechen, wo er gegen das Ende desselben alle dem, was ich darüber in meiner Akustik gesagt habe, förmlich den Krieg erklärt, und unser Tonsystem gern zu dem Zustande, wie es bey den alten Griechen war, zurückführen möchte. So achtungswerth nun seine Untersuchungen in Hinsicht auf die Geschichte der Musik sind, so möge uns doch ja der gute Genius unserer neueren Musik vor einer solchen Zurückführung *) bewahren, und er wird uns auch bewahren.

Die so grosse Verschiedenheit der Ansichten des Hrn. v. Drieberg von den gewöhnlichen, welchem auch ich beystimme, betrift hauptsächlich folgende zwey Punkte.

1) Er verwirft die Zahl 5 bey Entwickelung der Tonverhältnisse, so wie alle durch diese entstehenden Intervalle, nämlich die grosse Terz 4:5, die kleine Terz 5:6, den kleinen ganzen Ton 9:10, den grossen halben Ton 15:16, den kleinen halben Ton 24:25, u. s. w. Er lässt blos die Quinte 2:3 und die Quarte 3:4 als Consonanzen gelten, nicht aber die Terzen, (welches man ihm in Ansehung seiner Terzen zugeben kann). Er nimmt keine andern Terzen an, als die altgriechische grosse Terz 64:81 (welche zu hoch ist, als dass man sie gut finden könnte, wie sie denn auch von Rousseau in seinem

^{*)} Da Viele jetzt auch in so manchen andern Hinsichten uns gern in die ältern Zeiten, oder in die Zeiten des Mittelalters zurückbringen möchten, so kann man gegen ein solches Bestreben sich nie zu sehr regen.

d. Vf.

Dictionnaire de Musique, article Tempérament, mit Recht une tierce majeure discordante et de beaucoup trop forte genennt wird), die kleine Terz 27:32 (welche zu niedrig ist) so wie auch nur den ganzen Ton 8:9, und den halben Ton 243:256, ganz so, wie sie in dem ältesten diatonischen Urgeschlecht der Griechen (nach S. 142 seiner Aufschlüsse etc.) gewesen sind. Nach ihm (S. 12) beruht das Consoniren (von den Griechen Symphonie, so wie das Dissoniren Diaphonie genannt) auf der vollkommenen Vermischung zweyer Klänge, die zusammen einen dritten Klang bilden, der von den wirklich angegebenen Klängen verschieden ist, und er behauptet, dass eine solche Klangvermischung nur bey der Octave, Quarte und Quinte Statt finde. Eine solche Vermischung zweyer Klänge, wodurch ein dritter Klang (nach meiner Benennung Ton) entsteht, kann doch wohl keine andere seyn, als die, über welche ich in meiner Akustik, § 186-188, in den Neuen Beyträgen zur Akustik, S. 72 und im Traite d'A. coustique, § 177 - 179 mehres gesagt habe, und als deren Entdecker Tartini sonst ist angesehen worden, wiewohl sie in Deutschland längst vorher bekannt gewesen ist. Der Grund dieser Bildung eines dritten Tones durch Klangvermischung ist der, weil das Ohr die Zeitmomente des Zusammentreffens der Schwingungen zweyer Töne als einen dritten Ton empfindet, dessen Schwingungen in diesen langsamern Zeiträumen geschehen, so dass also dieser bey gehöriger Aufmerksamkeit mitzuhörende dritte Ton allemal mit der Einheit übereinstimmt, wenn man die wirklich angegebenen Töne durch die kleinsten ganzen Zahlen ausdrückt. Tartini hat sein sehr dunkel vorgetragenes Musiksystem darauf gegründet, und Vogler hat es zu seiner (nicht zu empfehlenden) sogenannten Orgelsimplification angewendet. Dieser tiefere mitklingende Ton hat einen etwas andern Charakter, als die wirklich angegebenen Töne, wie es denn auch nicht anders seyn kann, wegen der verschiedenen Art seiner Bildung. Nun kann ich Herrn von Drieberg nicht beystimmen, wenn er behauptet, dass eine solche Vermischung zweyer Klänge (ausser bey dem Zusammenschmelzen der Tone bey der Octave, we bey jeder Schwingung des tiefern Tones und bey jeder zweyten des höhern die Schwingungen in einen Moment zusammentreffen, wodurch aber kein dritter Ton entsteht, sondern nur der tiefere verstärkt wird) nur bey der Quinte und Quarte Statt finde. Es zeigt sich vielmehr auch bey Tonverhältnissen, wo die Zahl 5 mit in das Spiel kommt, man wird nähmlich bey der großen Sexte 3:5, bey der großen Terz 4:5 und bey der kleinen Terz 5:6, wenn sie rein, stark, und anhaltend genug angegeben werden, und wenn Alles still genug ist, ebenfalls den tiefern mit der Einheit übereinstimmenden Ton mithören können, z. B. bey der grossen Sexte g und ē, bey c und ē, wie auch bey e g das grosse C. Schon Georg Andreas Sorge hat in seinem Vorgemach der musikalischen Composition, (1740) Cap. 5, § 4 und in seiner Anleitung zur Stimmung der Orgeln und des Claviers (Hamburg 1744) S. 40, bemerkt, dass auch die Terzen dasselbe thun, *) Tartini ebenfalls, und Vogler hat bey seiner sogenannten Orgelsimplification auch gewöhnlich zwey Pfeifen, die eine grosse Sexte 3:5, oder eine grosse Terz 4:5 geben, als Surrogat einer grossen Pfeife angewendet welche den mit der Einheit übereinkommenden Ton giebt,

^{*)} Für diejenigen, welche meine Neuen Beyträge zur Akustik nicht bey der Hand haben, setze ich die Stelle von Sorge hieher, wo er sagt: "Wie "kommt es denn, dass sich bey Stimmung einer "Quinte 2:3 auch noch der dritte Klang in einer "subtilen Mittönung meldet, und mithören lässt, und "zwar allemahl eine Octave zu dem tiefern Klange "der Quinte? Die Natur hat darin ihr liebliches Spiel, "und weiset, dass zu 2:3 die 1 noch fehle, und sie "solchen Klang gern dabey haben wolle, damit "die Ordnung von 1, 2, 3, z. B. c, c, g voll-"kommen sey. Daher kommt es auch, dass eine "Quinte 3 Fuss den Ton so vollkommen macht, wie "ein gelindes Gedakt. Und das thun nicht nur "die Quinten, sondern auch die Tertien, "üu, s. W."

E. B. g und E, oder E und E, um das grosse C zu erhalten. In meiner Akustik habe ich, § 186, dieses Mitklingen eines tiefern Tones an der grossen Terz 4:5 durch Punkte erläutert, weil ich es bey dieser just am deutlichsten gehört habe. Einmal habe ich es sogar bey stark und anhaltend angegebenen Tönen gehört, die in den Verhältnissen 6:7 standen. (Bey den Aristoxenisch-Driebergischen Terzen 64:81 und 27:32 wird ein solches Mitklingen eines tiefern Tones freylich nicht Statt sinden, wohl aber bey den in der natürlichen Zahlenreihe von der Einheit weniger entfernten Terzen 4:5 und 5:6, wo die Schwingungen öfter in einen Moment zusammentreffen).

Die Zahl 5 ist nun nicht etwas willkürlich Angenommenes, sondern sie ist etwas von der Natur selbst, ebensowohl, wie die Zahlen 2, 3, 4, Gegebenes, sowohl in der mit der natürlichen Zahlenfolge übereinstimmenden Klangreihe der Blasinstrumente, wo z. B. auf einen oder zwey Waldhörnern eine grosse Terz 4:5 oder kleine Terz 5:6 dem Ohre sehr wohl thut, wie auch bey den Eintheilungen der Saite in aliquote Theile, wo sie auf der Aeolsharfe und bey den Flageolettönen auf der Geige und auf dem Violoncell sehr angenehm ist, und ausserdem giebt sie durch Verschmelzung mit den Tönen 3, 4 und 6 ebenfalls den mit der Einheit übereinkommenden Ton deutlich genug. Da sie nun auch in neuerer Zeit*) nebst andern daraus herzuleitenden Intervallen, in der Tonkunst aller gesitteten Völker angewendet wird, und von Tonkünstlern, Physikern und Mathematikern allgemein angenommen ist, so wollen wir doch ferner die Zahl 5, eben-

^{*)} Schon in älterer Zeit haben Didymus und der ihm viel nachschreibende Ptolem äus die Zahl 5 mit aufgenommen; ihre Lehre hat aber eben so wenig Eingang gefunden, wie die Lehre des Aristarchus aus Samos, welcher damals schon gesagt hat, dass die Erde sich nebst den übrigen Planeten um die Sonne bewege, wo man aber damals so wenig empfänglich für das Neue war, dass selbst der sonst so einsichtvolle Archimedes, welcher es in seinem Psammites oder Archarius berichtet, es nicht zugeben wollte.

sowohl wie die Zahlen 2, 3 und 4, als eine unmittelbare Gabe der wohlthätigen Natur ansehen und beybehalten. Wenn sie uns jemand wieder nehmen will, werden wir am besten thun, wenn wir so antworten, wie Delambre, als ihm jemand von dem Bestreben des General Alix, die Newtonsche Anziehungslehre und die darauf gegründeten Gesetze der Bewegungen im Weltraume zu widerlegen, Nachricht gab. Er sagte nämlich nichts weiter, als: Nous sommes en possession.

2) Herr Freiherr von Drieberg zeigt sich ferner als Gegner aller Temperatur, und will, dass die Stimmung in lauter ganz reinen Quinten und Quarten geschehen solle (nach seinem Ausdrucke: durch Consonanz, weil er die Quinten und Quarten allein als Consonanzen will gelten lassen).

Nun kann es wohl seyn, dass die Griechen so mögen gestimmt haben; dass aber eine solche Stimmung gut oder auch nur erträglich sey, kann man schlechterdings nicht zugeben. Ehe ich die in dem angeführten Aufsatze in der Cäcilia B. II. S. 113 angegebene Stimmungsart und deren Resultate genauer beleuchte, finde ich für nöthig, hier einige Bemerkungen vorauszuschicken.

Vormals ward von Orgelbauern und Orgelstimmern, die keine Kenntniss von der Nothwendigkeit und von guter Einrichtung einer Temperatur hatten, und gern, der Natur zuwider, so viele Quinten, als möglich, gan: rein stimmten, die dadurch am Ende erhaltene beträchtliche Unreinigkeit der letzten Quinten und einiger andern Intervalle der Wolf*) oder Quinten wolf genannt, vermuthlich wegen des Heulens solcher Töne auf der Orgel. Manche sind sogar so weit gegangen, dass sie einen grossen Wolf und einen kleinen Wolf für unvermeidlich gehalten, und sie in solche Tonarten zu verstecken gesucht haben, von welchen man damals am wenigsten Gebrauch mechte. (Marpurg hat mir im Jahre 1792

^{*)} Adelung erwähnt in seinem Wörterbuche auch einer solch Bedeutung des Wortes Wolf, wiewohl mit einer nicht ganz richtigen Erklärung. d. Vf.

gesagt, dass es in manchen alten Orgeln in gis oder in e geschehen sey.) Man kann also, dieser schon vormals üblichen und sehr bekannten Benennung gemäss, ein durch zu reine Stimmung gewisser Intervalle am Ende erscheinendes gar zu unrichtiges Intervall recht füglich ein Wolfintervall nennen; es werden also die Ausdrücke: Wolfquinte, Wolfquarte, grosse Wolfterz und kleine Wolfterz sowohl der Sache als dem Sprachgebrauche angemessen seyn.

Da es nun zuvörderst auf die Richtigkeit oder Unrichtigkeit der durch Stimmung in ganz reinen Quinten und Quarten zuletzt erscheinenden Quinte b:f ankommt, und hernach erst von andern Intervallen die Rede seyn kann, so schicke ich hier eine Berechnung von dem voraus, was sich ergiebt, wenn man in einer Reihe von b nach f, oder von f nach b, in ganz reinen Quinten oder Quarten fortgeht.

	Von	b bis	f,
mit fal	lend	en Quin	ten 3: 1
und ste	igen	denQuai	rten 3:4
b; dis	=	3:	4
dis : gis	=	3:	2
b:gis	=	9:	8
gis: cis	=	3:	4
b : cis		27:	32
cis: fis	=	8 :	2
b: fis	=	81:	64
fis: h	=	3:	4
b : h	=	243:	256
h : e	=	3:	4
$\mathbf{b} : \mathbf{e}$	=	729:	1024
e:a	=	3:	2
b:a	=	2187:	2048
$\mathbf{a} : \mathbf{d}$	=	3:	4
$\mathbf{b} : \mathbf{d}$	=	6561:	8192
$\mathbf{d} : \mathbf{g}$	=	3:	2
$\mathbf{b} : \mathbf{g}$	=	19683:	16384
g: c	=	3:	4
$\mathbf{b} : \mathbf{c}$	=	59049:	65536
$\mathbf{c}:\mathbf{f}$	=		4
$\mathbf{b}:\mathbf{f}$	=	177147:	262144

	4	vi
$\mathbf{v}_{\mathbf{c}}$	n f bis 1	ο,
mit steige	enden Oui	nten 2:3
und falle	nden Qua	rten 4:3
f: c =	= 3:	3
c: g =		
f: g = g: d =	= 8:	3
•		
f: d= d: a=		2 7
f: a =		81
a: e=		3
f: e =		243
e: h=		3
f: h =		729
h:fis =		3
f: fis =	2048:	2187
fis : cis =		3
f : cis =		6561
cis: gis =	2:	3
f: gis =	= 16384:	19683
gis : dis =	<u> 4:</u>	3
f: dis :	= 65536:	59049
dis: b=	= 4:	3
f: b =	= 262144:	177147

Man erhält also durch Stimmung in ganz reinen Quinten und Quarten bey der einen Art des Verfahrens, wie hey der andern, das Verhältnis von b zu f nicht als reine Quinte 2:3, sondern als Wolfquinte 177147:262144, und also das Verhältnis von f zu b nicht als reine Quarte 3:4, sondern als Wolfquarte 131072:177147. Beyde Wolfsintervalle sind von den reinen Intervallen um das ganze sogenannte pythagorische Comma 524288:531441 verschieden, und zwar ist das eine um ebensoviel zu klein, als das andere zu gross ist. Dieser Übelstand, nebst noch andern, die damit verbunden sind, kann nun nicht anders weggeschafft werden, als durch irgend eine Art von Temperatur.

Nach Voraussetzung dieser Bemerkungen kann nun die unmittelbare Untersuchung dessen erfolgen, was sich aus der von Aristoxenus und diesem zu Folge von Herrn von Drieberg angegebenen Stimmungsweise ergiebt. Sie sind der Meynung, und möchten uns auch gern glauben machen, dass, wenn mitten zwischen begern glauben machen, dass, wenn mitten zwischen begern glauben machen, dass, wenn mitten zwischen begetzung einer reinen Quarte h:e, also 3:4, nun in der einen Hälfte der Töne mit steigenden Quarten 3:4 und fallenden Quinten 3:2 bis zu dem f, und in der andern Hälfte mit fallenden Quarten 4:3 und steigenden Quinten 2:3 bis zu dem b gestimmt werde, Alles sich ausgleichen, und man also am Ende das Verhältnis von b zu f als reine Quinte 2:3 erhalten werde. Sie haben sich aber hierin sehr getäuscht, und es gleicht sich nichts aus; es summirt sich vielmehr die Unrichtigkeit in beyden Hälften, so, dass man am Ende anstatt der reinen Quinte 2:3 ehendieselbe Wolfquinte 177147: 262144 erhält, wie durch die hier unter I und II berechnete Stimmung aller Töne in einer Reihe von b bis f, oder von f bis b, und der Selbsttäuschung liegt darin, weil Aristoxenus nicht bedacht hat, dass, wenn man in der einen Hälfte bey dem Rückwärtsgehen die Zahl 3 und in der andern Hälfte bey dem Rückwärtsgehen die Zahl 2 oder 4 voran gehen lässt, es im Wesentlichen ebendasselbe ist, als ob man in einer Reihe stimmte, und immer, wie vorher in I, die Zahl 3, oder immer, wie in II, die Zahl 2 oder 4 vorangehen liesse, wie er denn auch eben so wenig bedacht hat, dass überhaupt 12 reine Quinten oder Quarten unmoglich zugleich vorhanden seyn können, weil sie mit der Octave 1:2 incommensurabel sind, und in deren Hlangraum nicht passen.)

In der Abhandlung des Herrn von Drieberg ist die Stimmung der Töne erst nach der ältern Art so geordnet, dass, nach Voraussetzung einer reinen Quarte h:e, durch eine Quarte aufwärts, und durch eine abwärts gestimmt, und sowohl oben, als unten, noch ein halber Ton hinzugefügt wird, und sodann nach neuerer Art, wo man bey manchen Tönen die Octave mit anwendet. Da beyde Arten des Verfahrens ganz einerlei Resultate geben, so wird es hinreichend seyn, wenn ich hier nur die erste Art des Verfahrens durchgehe. Bey jeder Operation füge ich die Buchstaben in Klammern eingeschlossen bey, durch welche sie in Fig., der Kupfertafel des angeführten Cäcilienheftes angedeutet ist. Die Verhältnisse sind also folgende:

Mit steigenden Quarten 3:4 und fallenden Quinten 3:2 h:e = 3: 4 (AB) c:a = 3: 4 (BC) h:a = 9: 16 a:d = 3: 2 (CD) h:d = 27: 32 d:g = 3: 4 (DE) h:g = 81: 128 g:c = 3: 2 (EF) h:c =
$$\frac{3}{243}$$
: $\frac{256}{256}$ c:f = $\frac{3}{3}$: 4 (FM) h:f = $\frac{729:1024}{729:1024}$

Um nun zu sehen, wie sich das durch lauter reine Quarten und Quinten gefundene b zu dem auf dieselbe Weise gefundenen f verhält, wird es am besten seyn, wenn man in beyden Verhältnissen das h auf einerley Zahl reducirt, und also (wie bey der Reduction der Brüche gewöhnlich), in dem Verhältnisse: h:f = 729:1024 beyde Zahlen durch 256, und in dem Verhältnisse h:b = 256:243 beyde Zahlen durch 729 multiplicirt, (wodurch in den Verhältnissen nichts geändert wird). Es wird also seyn h:b = 186624:177147 und h:f = 186624:262144; es verhält sich also hier b zu f, wie 177147 zu 262144; es ist also dieselbe Wolfquinte, welche vorher durch die Stimmung in einer Reihe von b bis f, und von f bis b unter I und II ist gefunden worden, und ist von der reinen Quinte um das ganze pythagorische Comma 531441:524288 verschieden. (Dieses Comma ist doch ein recht boshaftes Ding, dass es immer in die Quere kommt, wo die Gegner einer Temperatur es nicht gerne haben möchten, und dass es ohne Temperatur gar nicht weichen will. — In allen anderen Intervallen wird es sich eben so zeigen, wie hier.)

Eben so sehr hat sich Aristoxenus getäuscht, wenn er glaubt, dass die durch eine solche Stimmung zu erhaltenden halben Töne von gleicher Grösse seyn müssten, da vielmehr manche = 243:256 und andere = 2048:2187, und also um das Comma 524288:531441 grösser sind. Es liegen nähmlich in dieser Anordnung der 12 Töne folgende Verhöltnisse der 12 halben Töne grift andere der 12 dere gende Verhältnisse der 12 halben Töne, wie man durch beliebige Additionen und Subtraktionen der Intervalle (Multiplicationen oder Divisionen der Brüche) leicht wird finden können:

```
c: cis = 2048 : 2187

cis: d = 243 : 256

d: dis = 2048 : 2187

dis: e = 243 : 256

e: f = 243 : 256

f: fis = 2048 : 2187
```

Die Verhältnisse der grossen Terzen, der kleinen Terzen, und der ganzen Töne, sind auch sehr ungleich, und in allen kommen Wolfintervalle vor, die von den übrigen um 524288:531441 verschieden sind.

Die grossen Terzen sind folgende:

$$\begin{array}{c}
c: e = 64: 81 \\
e: gis = 64: 81 \\
gis: c = 6561: 8192
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
f: a = 64: 81 \\
a: cis = 64: 81 \\
cis: f = 6561: 8192
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
g: b = 64: 81 \\
h: dis = 64: 81 \\
dis: g = 6561: 8192
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
d: fis = 64: 81 \\
dis: g = 6561: 8192
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
f: a = 64: 81 \\
cis: f = 6561: 8192
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
f: a = 64: 81 \\
cis: b = 64: 81 \\
cis: b = 64: 81
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
f: a = 64: 81 \\
fis: b = 64: 81
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
f: a = 64: 81 \\
fis: b = 64: 81
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
f: a = 64: 81 \\
fis: b = 64: 81
\end{array}$$

Also befinden sich in jedem Zirkel von 3 grossen Terzen, deren Summe der Octave gleich ist, zwey altgriechische Terzen 64:81 und eine die = 6561:8192 und also gegen die Terz 64:81 um das ganze Comma 524288:531441 zu klein ist. *) Eine so niedrige grosse Terz, wie hier in gis:c, cis:f, dis:g und b:d vorkommt, ist doch etwas

^{*)} Auch gegen die gewöhnliche grosse Terz 4:5, welche doch um 80:81 kleiner ist, als die ältere grosse Terz 64:81, schwebt diese so unnatürliche grosse Terz um 32768:32805 unter sich. um 32768:32805 unter sich.

Unerhörtes und Unnatürliches, und kann süglich als grosse Wolfterz angeschen werden. Indessen würde ohne dieses Noth - und Hülfsintervall drey grosse Terzen, wie 64:81, die Octave um das Comma 531441:524288 übersteigen.

Die kleinen Terzen, welche in dieser Anordnung der Töne liegen, sind folgende:

Die kleinen Terzen sind hier also auch sehr ungleich, denn, wenn die meisten derselben (welche den halben Ton 243:256 zweymal, und den, welcher = 2048:2187 ist, einmal enthalten) = 27:32 sind, so sind die kleinen Terzen, (welche den grössern halben Ton 2048:2187 zweymal, und den kleinern 243:256 einmal enthalten) = 16384:19683, also um das Comma 53:1441:5:24288 grösser, als die Terz 27:32.*) Eine solche über sich schwebende kleine Terz ist doch wohl etwas eben so Unnatürliches, wie vorher eine beträchtlich unter sich schwebende grosse Terz, und die, welche hier in g:b, c:dis, und f:gis vorkommen, sind so übermässig gross, und von den andern so verschieden, dass man sie als kleine Wolfterzen ansehen muss. Indessen füllen sie doch hier, als Noth- und Hülfsintervalle, in Verbindung mit 3 kleinen Terzen, wie 27:32, den Klangraum einer Octave aus.

Auch die ganzer Töne sind sehr ungleich. Da 6 ganze Töne eine Octave ausmachen, so setze ich hier die zwey Reihen derselben unter einander:

^{*)} Selbst gegen die gewöhnliche kleine Terz 5:6, welche doch grösser ist, als die in dem Verhältnisse 27:32, ist diese Terz 16384:19683 um 32805:32768 zu gross.

```
c: d = 8: 9
d: e = 8: 9
e: fis = 8: 9
fis: gis = 8: 9
b: c = 59c49: 65536

f: g = 8: 9
b: c = 8: 9
h: cis = 8: 9
dis: f = 59c49: 65536

= 1:2
```

Die durch die Stimmung in lauter reinen Quinten und Quarten erhaltenen ganzen Töne b:c und dis:f, welche 59049:65536 sind, und durch die Zusammensetzung von 2 halben Tönen, wie 243:256, entstehen, sind um das Comma 524288:531441 kleiner, als die übrigen, welche 8:9 sind, und durch Zusammensetzung zweyer halben Töne entstehen, deren einer = 243:256, der andere = 2048:2187 ist. Indessen würde ohne dieses Noth- und Hülfsintervall 6 ganze Töne keine Octave 1:2 ausmachen. (Möge doch einer, der blos ganze Töne, wie 8:9, dulden will, zeigen, wie es zu machen sey, dass 6 derselben in dem Umfange einer Octave Platz finden).

Die Theilung einer jeden Octave in zwey Hälften, z. B. c: fis und fis: c ist allemal so, dass die eine Hälfte = 512:729 und die andere = 729:1024 ist, deren Unterschied auch dem Comma 524288:531441 gleich ist.

Bey jeder Art von Intervallen, wenn sie zusammengestellt werden, und anfangs gleichartig erscheinen, kommt also hier am Ende der hinkende Bote nach, nämlich ein um das Comma 524288: 531441 von den übrigen abweichendes Intervall. Dass übrigens die Verhältnisse wirklich so sind, wie sie hier angegeben worden, wird jeder leicht finden können, der nur einigermasen zu rechnen versteht, wenn er auch nichts weiter, als Brüche zu multitipliren, zu dividiren, und auf einerley Nenner oder Zähler zu reduciren weiss.

Um nun die ganze Idee von Brauchbarkeit einer Stimmung in lauter reinen Quinten und Quarten (2:3 und 3:4) zu vernichten, und sogar die gänzliche Unmöglichkeit, dass 12 solche Quinten und Quarten könnten zugleich vorhanden seyn, zu zeigen, stelle ich das Wesentliche von dem hier gesuchten und gefundenen in einen einzigen (durch Marpurg und Andere längst bekannten) Satz susammen:

Wenn die Verhältnisse von 11 Quinten oder Quarten ganz rein angenommen werden, z. B. von ficigidaieihißicisigisidisib, oder von bidisigisicisißihieiaidigicif, (wobey es einerley ist, ob man bey der Stimmung und Berechnung vorwärts oder rückwärts geht, und ob man die Stimmung und Berechnung in einer Reihe verrichtet, oder ob man irgendwo in der Mitte anfängt und nach beyden Extremen auf die entgegengesetzte Art fortgeht) so ist das Verhältnis der beyden äussersten Quinten (hier b und f) nicht 2:3, sondern 177147; 262144. Die Ursache ist, weil, wenn man durch 11malige Multiplication der Zahl 3 mit sich selbst, nicht 2:3, sondern 177147: 262144, als Product erhält, welches von der reinen Quinte 2:3 um das Comma 524288; 531441 verschieden ist.

Es ist also auch unmöglich, dass man 12 Quinten 2:3 in einer Octave haben könnte, da deren Summe, wenn man von b ausgeht, hierzu zu gross, und wenn man von f ausgeht, zu klein seyn würde.

Da nun bey einer solchen Stimmung allemal die letzte Quinte im höchsten Grade unrein ist, da auch in andern Intervallen äusserst unrichtige Verhältnisse zum Vorschein kommen, so bleibt nun den Gegnern aller Temperatur nichts anders übrig, als unter folgenden zwey Alternativen zu wählen;

Entweder 1) da ein jeder, der etwas will, sich auch dessen Folgen muss gefallen lassen, so müssen sie bey jeder Art von Intervallen eine Abweichung, die den sogenannten pythagorischen Comma 524288:531441 gleich ist, nicht achten, und die Intervalle

```
277147 : 262144 ebensowohl, wie 2: 3, als Quinte, 131072 : 177147 ebensowohl, wie 3: 4, als Quinte, 6561 : 8192 ebensowohl, wie 64: 81, als grosse Terz, 16384 : 19683 ebensowohl, wie 27: 32, als kleine Terz, 59049 : 65536 ebensowohl, wie 8: 9, als ganzen Ton, 2048 : 2187 ebensowohl, wie 243:256 als halben Ton
```

und die erstern Intervalle als Noth- und Hülfsintervalle anerkennen wollen, weil sie bey dieser Art zu stimmen, und überhaupt bey der Annahme von 11 reinen Quinten oder Quarten, un vermeidlich sind, wodurch aber alle Begriffe von Reinheit und Beschränktheit der Intervalle würden aufgehoben werden,

oder 2) sie müssen - temperiren. Ein drittes giebt

Sollte nun für irgend Jemanden das, was hier über die Unvermeidlichkeit einer Temperatur bey der Stimmung der Quinten oder Quarten gesagt ist, noch nicht überzeugend genug seyn, so wird es noch leichter seyn, auch an grossen und kleinen Terzen unwidersprechlich zu zeigen, dass man temperiren muss, wenn man auch nicht will. Ist nun ein Ton als Terz temperirt, (es sey nun auf eine gute oder schlechte Art), so ist er es auch in der Reihe der Quinten, weil kein Ton erhöht oder erniedrigt werden kann, ohne Veränderung seiner Verhältnisse gegen alle übrigen.

Drey grosse Terzen, z. B. c:e, e:gis und gis: c, so wie auch vier kleine Terzen, z. B. c:dis, dis: fis, fis:a, und a:c, müssen zusammen eine Octave ausmachen. Dieser Satz ist unwidersprechlich gewiss, und selbst ein Aristoxen us wird ihn zugeben müssen, weil alle Musik aufhören würde, wenn ein zum Grunde gelegter Ton nicht seine richtige Octave 1:2 haben sollte.

Dieses nun angenommen, so ist hier für die Anwendung der in der Theorie als rein vorauszusetzenden Verhältnisse der Terzen die Octave 1:2 als das Normalmas anzusehen, oder als das Bette des Prokrustes, welcher von denen, die zu lang waren, etwas abhauen, und wenn einer zu kurz war, ihn soweit ausstrecken liess, bis sie hineinpassten, welches freylich den Reisenden noch weniger behagen mochte, als den Gegnern der Temperatur die Nothwendigkeit, von dem, was in den Verhältnissen zuviel ist, etwas wegzunehmen, und das, was zu klein ist, ein wenig zu vergrössern. Ob nun die neuen Verhältnisse der Terzen 4:5 und 5:6, oder ob die älteren 64:81 und 27:32 zum Grunde gelegt werden, ist hier im Wesentlichen dasselbe, ich lasse es also hier, um nichts fremdartiges einzumengen, bey den ältern Terzen bewenden. (Über die Nothwendigkeit der Temperatur bey den neueren Terzen habe ich schon das nöthige in meiner Akustik §. 34 und 35 gesagt, und bemerke, um nicht misverstanden zu werden, nur, dass, wenn ich hier von Verkleinerung rede, bey den neueren Verhältnissen eine Vergrösserung nothwendig ist, und so umgekehrt.)

Nun geben drey grosse Terzen in dem Verhältnisse 64:81 keine Octave, 1:2, sondern ein Intervall, das um das Comma 531441:524288 zu hoch ist, und vier kleine Terzen in dem Verhältnisse 27:32 geben ein Intervall, das gegen die Octave um das Comma 524288:531441 zu niedrig ist, nach folgender sehr einfachen Berechnung:

zen:	Terz	eine	Kl	en:	se Tera	Gros
32 32	27: 27:		c:dis dis:fis	81 81	64 : 64 :	c:e = e:gis =
1024	729: 27:	=	c:fis fis:a	6561 81		c:gis=
32768	9683 : 27 :	= 1	c:a a:c	31441	262144:5	c:ē =
048576	1441:1	$= \overline{53}$	c:c			

hier geben also 3 grosse Terzen zuviel, und 4 kleine Terzen geben zu wenig, und sind mit einer Octave 1:2 eben so incommensurabel, wie 12 Quinten 2:3 es sind, wie auch 6 ganze Töne in dem Verhältnisse 8:9, und 12 halbe Töne in dem Verhältnisse 243:256, welches alles kein Aristoxenus bedacht hat.

Jetzt sey zuerst die Rede von grossen Terzen.

Da nun bey drey grossen Terzen in dem Verhältnisse 64:81 das anstatt der Octave erhaltene Intervall 262144:531441 um das Comma 531441:524288 grösser als die Octave, und nicht 1:2, sondern = 1:2,01364...ist, sofolgt, dass drey grosse Terzen, wie 64:81, nicht in dem Umfange (oder Klangraume) einer Octave 1:2 Platz haben, dass also unmöglich alle 3 grosse Terzen dieses Verhältnis behalten können. Es können also 3 solche Terzen nicht anders in den Umfang einer Octave (in dieses Bette des Prokrustes) hineingebracht werden, als wenn das, was zuviel ist, weggeschnitten wird; es ist also eine Erniedrigung schlechterdings nothwendig. (Wer es anders machen, und bewirken kann, dass 1:2,01364 = 1:2 werde, der zeige an, wie es zu machen sey, et erit mihi magnus Apollo). Es kann also nicht mehr gefragt werden, ob man eine solche Erniedrigung der Verhältnisse sich wolle gefallen lassen, sondern nur, ob man nur eine dieser Terzen erniedrigen, oder ob man diese nothwendige Verkleinerung auf 2 oder 3 Terzen vertheilen wolle. Wenn man, um doch wenigstens bey 2 Terzen das Verhältnis 64:81 zu retten, nur Eine dieser Terzen erniedrigen will, so erhält man für die erniedrigte Terz das schon vorber erwähnte abscheuliche Intervall 6561:8192, welches viel zu klein, und von den übrigen Terzen zu sehr verschieden ist, als dass es jemand für eine brauchbare grosse Terz werde anerkennen wollen. Wenn man also dieses nicht will, so bleibt nichts anders übrig, als, die ein für allemal unvermeidliche Erniedrigung auf 2 oder noch besser auf alle 3 Terzen zu vertheilen, mit

andern Worten, zu — temperiren, *) wo man denn, bey einer möglichst gleichförmigen Vertheilung, nirgend einen Übelstand bemerken wird.

Eben so ist es mit den kleinen Terzen 27:32, welche für die Bildung einer Octave zu klein sind, indem das Resultat von vieren derselben, 531441:1048576, gegen die Octave um das Comma 524288;531441 zu klein und nicht = 1:2, sondern = 1:1,9734... ist. Da sie nun, der ersten Voraussetzung nach, in den Umfang (oder Klangraum) einer Octave (in dieses Bette des Prokrustes) passen müssen, so ist eine Ausdehnung oder Erhöhung derselben schlechterdings nothwendig. Da nämlich vier solche Terzen nicht zugleich Statt finden, weil sie die Gränzen des Umfanges einer Octave nicht erreichen würden, so kann gar nicht weiter gefragt werden, ob wir überhaupt eine Erhöhung anbringen wollen, sondern nur, ob uur Eine, oder ob 2, oder 3, oder alle vier Terzen sollen erhöht werden, wo denn die drey letztern Fälle eine Temperatur seyn würden. Wenn man, um so viele Terzen als möglich, in dem Verhältnisse 27:32 zu lassen, nur Eine derselben erhöhen will, so erhält man das vorber schon vorgekommene Intervall 16384:19683, welches viel zu gross und von den übrigen Terzen verschieden ist, als dass es jemand für eine brauchbare kleine Terz werde anerkennen wollen. Wenn man also dieses nicht will, so bleibt nichts anders übrig, als, die ein für allemal nicht zu vermeidende Erhöhung auf 2, besser auf 3, und am besten auf alle 4 Terzen zu verthellen, wo die Abweichung desto unmerklicher seyn wird, je gleicher die Vertheilung geschicht, d. i. je besser man — temperirt. **)

^{*)} Dieses würde zugleich eine Friedensstiftung seyn zwischen der neuern grossen Terz 4:5 und der von dieser um 80:81 verschiedenen älteren Terz 64:81. Wenn nämlich die eine für die Bildung einer Octave etwas zu niedrig ist, so ist die andere hierzu etwas zu hoch, und die temperirte steht ziemlich mitten inne.

d. Vf.

^{**)} Dieses würde Frieden geben zwischen der ältern kleinen Terz 27:32 und der neuern 5:6. So wie nämlich die ältern kleinen Terzen für die Bildung einer Octave zu klein sind, so sind die neuern bekanntermasen hierzu zu gross, so dass 4 derselben die Octave übersteigen würden; eine gut temperirte kleine Terz steht aber zwischen beyden ungefähr in der Mitte. Sollten also die Anhänger der alten Terz 27:32 eben so nachgeben wollen, wie es die Anhänger der neuen Terz 5:6 thun, und ihre Terzen ein wenig erhöhen, so wie die neuern ein wenig er-

Wenn nur das böse pythagorische Comma 524288: \$31441, und der den Gegnern der Temperatur eben so sehr, wie der vormalige den Reisenden schädliche Prokrustes, der das wegschneidet, was zuviel ist, und das ausdehnt, was zu klein ist, (das Normalmas einer Octave) nicht wären, so hätten wir keine Temperatur nöthig; da sie aber nun einmal vorhanden sind, so müssen wir der Nothwendigkeit nachgeben, und uns gefallen lassen, dass das, was zu gross ist, ein wenig verkleinert, und das, was zu klein ist, ein wenig vergrössert werde, mit andern Worten: wir müssen — te mp eriren, am besten so, dass durch gleichförmige Vertheilung die Abweichung in allen Verhältnissen so gering, als möglich wird. Levius sit patientia, quicquid corrigere est nefas. Ich glaube nun genug gezeigt zu haben, was für Inconsequenzen herauskommen, wenn man nicht temperireu, sondern in lauter ganz reimen Intervallen stimmen will.

Die Lehre von der Nothwendigkeit und der bessern Anordnung einer Temperatur ist sehr gut vorgetragen in Marpurgs Versuch über die musikalische Temperatur, (Bresslau 1776), mit Benutzung der Remarques sur le temperament en Musique par Lambert, in den Mém. de l'Ac. de Berlin 1776. Dieses Buch, welches in keiner guten musikalischen Bibliothek fehlen sollte, habe ich bey dem, was in meiner Akustik über die Tonverhältnisse zu sagen war, hauptsächlich als Führer angesehen, weil ich Marpurgs Ansichten sehr richtig finde, wiewohl Manches etwas zu weitschweifig gesagt ist, und manche nicht zur Sache gehörende Dinge eingemengt sind. Als sehr lehrreich ist auch zu empfehlen Türk and Anleitung zu Temperaturberechnungen. Der erste, der von der Anordnung der Tonverhältnisse und von der Nothwendigkeit und zweckmässigern Einrichtung einer Temperatur bessere Ansichten gegeben hat, als man vorher hatte, war meines Wissens Nei dhardt in seinem Buche: Mathematische Abtheilung des Monochords, 1732.

Da Herr von Drieberg gegen das Ende seines Buches: Aufschlüsse über die Musik der Griechen, dem, was ich über die Tonverhältnisse in meiner Akustik gesagt habe, förmlich den Krieg erklärt und es unter der für mich sehr schmeichelhaften Rubrik: Fehler der Neuern, aufgeführt hat, *) so würde Mancher

niedrigt werden, so würde über die Anwendung derselben kein Streit weiter seyn können, sondern nur allenfalls über deren Herleitung und ursprüngliche Beschaffenheit.

^{*)} Vgl. Gfr. Weber's Theor. 4. Bd. S. 148. Greilie, 6. Pand. (Heft ab.) 22

vielleicht noch über Nebendinge einen weitläuftigen Streit anfangen; ich habe aber gar keine Lust dazu, 1) weil ich überhaupt Streitigkeiten nicht liebe, 2) weil ich das, was ich über zwey Hauptgegenstände zu sagen für nöthig hielt, hier schon gesagt habe und für hinreichend halte, 3) weil es unnütz seyn würde, da es schwerlich dem Einen gelingen würde, bey dem Andern eine Radikalform mancher Ansichten zu bewirken, indem Herr von Drieberg eine entschiedene Vorliebe für die Musik der Griechen hat und unser ganzes neueres Musiksystem für fehlerhaft hält, ich aber mich zwar gern in geschichtlicher Hinsicht über den vormaligen Zustand der Musik belehren lasse, aber doch mehr Vorliebe für die neuere Musik habe, weil ich finde, dass sie zufolge einer einfachern und zusammenhängendern Anordnung der Tonverhältnisse und einer allgemeinern Anwendbarkeit derselben mehr leistet, 4) weil Herr von Drieberg sehr viele Worte in ganz anderem Sinne nimmt, als ich, und also schwerlich Einer dem Andern immer ganz verständlich seyn würde. Ich begnüge mich also damit, hier nur ganz friedlich einige Missverständnisse zu beseitigen, und genauer zu erklären, was ich bey manchem Ausdrucke eigentlich habe sagen wollen.

Zuvörderst muss ich bemerken, dass ich die Worte Klang und Ton in ganz anderem Sinne nehme, als Herr von Driebeg. Klang ist bey mir ein in Hinsicht auf Raum und Zeit bestimmbarer Schall (d. i. bei dem man die Art der Bewegung wissen, und einen bestimmbaren Ton hören kann). Ton ist bey mir nichts anders, als (absolute oder relative) Zahl der Schwingungen in einer gewissen Zeit, (welches ich auch bisweilen durch: Geschwindigkeit der Schwingungen ausgehrückt habe). Die Tonlehre ist bey mir blos ein Gegenstand der Arithmetik (es kann nähmlich hiebey von der Beschaffenheit des klingenden Körpers und von den Gesetzen, nach welchen sich seine Schwingungen richten, gar nicht die Rede seyn); die Klanglehre ist aber ein Gegenstand der Mechanik.

Wenn also S. 165 getadelt wird, dass ich gesagt habe, der Unterschied eines Tones von dem andern nennt, man ein Intervall" so habe ich damit nichts anders gesagt, als dass man den Unterschied der Zahlen von Schwingungen, welche in derselben Zeit bey dem tiefern und höhern Tone geschehen, so nennt und ich glaube also, mich ganz richtig ausgedrückt zu haben. Wenn nun auch S. 169 getadelt und missverstanden wird, dass ich gesagt habe, in der Octave sey der eine Ton das doppelte des andern, so habe ich damit sagen wollen, in der Octave 1: 2 mache der höhere Ton die doppelte Zahl der Schwin-

gungen von der, welche der tiefere Ton in derselben Zeit macht, und ich begreife nicht, wie mein so deutlicher Ausdruck kat können missverstanden werden.

S. 166 hat Herr von Drieberg das sehr missverstanden, was ich über das Consoniren und Dissoniren gesagt habe, und hat meinen Ausdrücken consoniren dund dissoniren diemmer die Worte: wohlkling end und übelkling end untergeschoben, welchesich ganz und gar nicht habe sagen wollen, wie es denn auch ganz unrichtig seyn würde. Eine Consonanz unterscheidet sich bey mir von einer Dissonanz, in Hinsicht auf die Wirkung, nur dadurch, dass eine Consonanz für sich das Gehör befriedigt, eine Dissonanz aber noch etwas Anderes erwarten lässt, und erst durch Auflösung, d. i. durch eine schickliche Fortschreitung zu einem andern Intervall, das Gehör be friedigt. Eine schicklich angebrachte, und schicklich fortschreitende Dissonanz kann also auch wohlklingend seyn. (Die Benennung: Dissonanz finde ich übrigens gar nicht recht der Sache angemessen, weil man sich gar zu leicht einen Übelklang dabey denken kann. Ich weiss aber kein anderes Wort, das man dafür brauchen könnte, und es würde auch schwer halten, es dem gewöhnlichen Sprachgebrauch zuwider einzuführen. Indessen kommt auf die Bennennung selbst nicht viel an, wenn man nur weiss, was für einen Begriff man damit verbinden soll). Eine unschickliche und übelklingende Verbindung zweier Töne ist bey mir weder eine Consonanz, noch eine Dissonanz, sondern eine Dissonanz, wenn sie recht arg ist, könnte man sie auch eine Dissorepanz nennen.

S. 169 wird getadelt, dass ich den Einklang mit unter die Tonverhältnisse gerechnethabe. Das ist aber von Mehren geschehen, und geschieht auch öfters in der Mathematik, dass man eine Grösse mit einer eben so grossen vergleicht, und sagt: a = a, b = b, oder bey dem Multipliciren: einmal Eins ist Eins.

Wenn ich gesagt habe, eine Quarte sey an sich als Consonanz anzusehen, sie müsse äher doch meistens in der Ausübung als Dissonanz behandelt werden, (wo Herr von Drieberg mir wieder die Worte: wo hlklingend und übelklingend untergeschoben hat) so habe ich damit nichts weiter sagen wollen, als, dass eine Quarte zwar an sich eine Consonanz sey, dass aber in vielen Fällen eine Andeutung zu einer bestimmten Fortschrei-

tung Statt finde, wie z. B. wenn man ghört, und gder tiefste Ton ist, man geneigt ist, g als den Grundton eines Dreyklanges anzusehen, und eine Fortschreitung zu dessen Terz erwartet. Zu S. 182. Dass ganz kleine Abweichungen von der vollkommnen Reinheit der Intervalle nicht wahrnehmbar sind, darüber habe ich schon Mehres in meiner Akustik in §. 38 und in der 2ten Anmerkung zu §. 40 gesagt. Chladni.

Späterer Nachtrag.

Die in zwey Hälften getheilte Stimmung, wo von einem gewissen Tone ausgegangen werden, und in der einen Hälfte durch Quinten und Unterquarten, und in der andern durch Quarten und Unterquinten fortgegangen werden soll, wird noch mehr, als die in einer Reihe fortgehende, dazu geeignet seyn, um sich und Andern einen recht deutlichen Begriff von der Wirkung der Wolfintervalle zu geben. Man stimme auf zwey Registern einer Orgel, die sich in verschiedenen Manualen befinden, und einander möglichst äbnlich sind, einen gewissen Ton, welcher hier das h seyn mag, vollkommen in Einklang, hernach stimme man auf dem einen Register durch lauter Quinten und Unterquarten bis zum f in der Ordnung: h, fis, eis, gis, dis, b, f, und sodann auf dem andern Register durch ganz reine Quarten und Unterquinten ebenfalls bis zum f, in der Ordnung: h, e, a, d, g, c, f. Es versteht sich von selbst, dass man, um sich und Andere nicht willkürlich oder unwillkürlich zu täuschen, nicht im mindesten temperiren, und auch nicht eher, als bis die Stimmung gemedt ist, irgend einen durch Stimmung erhaltenen Ton mit andern Tönen desselben oder eines andern Registers vergleichen dürfe, sondern sich blos darauf beschränken müsse, die Quinten und Quarten vollkommen rein zu stimmen. Wenn die Stimmung geendet ist, wird das durch Quinten und Unterquarten gefundene f um das pythagorische Comma höher seyn, als das andere, sie werden also mit einander den Wolfeinklang 524288: 53141 machen, das durch Quinten und Unterquarten gefundene c wird mit dem auf die andere Art gefundenen f die Wolfquarte 131072:177147 geben, und das durch Quarten und Unterquinten gefundenene b mit dem auf die andere Art gefundenen f die Wolfquarte 131072:177147 geben, und das durch Quarten und Unterquinten gefundenenen b mit dem auf die andere Art gefundenen f die Wolfquarte 131072:177147 geben, und das durch Quarten und Unterquinten gefundenenen b mit dem auf die andere Art gefundenen f die Wolfquarte 177147: 262144. Ausserdem wird in Terzen u. s. w. sich noch ein Rudel von andern Wölf