

Werk

Titel: Mittagslinie und Qibla

Autor: Schoy, C.

Ort: Berlin

Jahr: 1915

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?391365657_1915 | LOG_0224

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

letzten Entwicklungsperiode einfach unentbehrlich ist. Eine große Unterstützung gewährte mir das von verschiedenen Behörden (Landesmeliorationsbauamt, Forstabteilung der Kgl. Regierung, Provinzialforstdirektion etc.) und Privaten bereitwilligst zur Verfügung gestellte Material an Karten und Plänen, ohne die ich die Arbeit vielleicht nicht hätte bewältigen können.

Da die kartographische Darstellung mit der schriftlichen Schilderung Hand in Hand gehen soll, war es auch nötig, für diese letztere Material zu sammeln, und zwar mußte ich es mir in der schleswig-holsteinischen Literatur, in den Registraturen der in Betracht kommenden Behörden und in den Archiven zusammensuchen. Die gedruckte Literatur, die durchsichtet werden mußte, erwies sich als sehr umfangreich, doch wäre der hier gesammelte Stoff für meine Untersuchungen bei weitem nicht ausreichend gewesen. Ich wußte, daß ich das wichtigste Material in den Archiven finden würde. Da kamen hauptsächlich das Staats- und das Regierungsarchiv in Frage. Besonders in dem ersteren gelang es mir, eine ansehnliche und wertvolle Ausbeute zu gewinnen. Die Funde aus dem Staatsarchiv beziehen sich hauptsächlich auf das 17. und 18. Jahrhundert, reichen aber auch zum Teil bis in das 16. Jahrhundert hinein. Für die neuere Zeit waren die Akten der in Frage kommenden Behörden heranzuziehen, insbesondere fand ich gutes Material in der Forstabteilung der Kgl. Regierung und in dem Landesmeliorationsbauamt zu Schleswig. Ich muß hier überhaupt dankbarst anerkennen, daß mich alle Behörden ausnahmslos in der entgegenkommendsten Weise bei der Durchführung meiner Nachforschungen unterstützt haben.

Mittagslinie und Qibla

Notiz zur Geschichte der mathematischen Geographie

von Oberlehrer **Dr. Dr. C. Schoy**, Essen a. d. R.

Unsere Lehrbücher der mathematischen Geographie behandeln in dem Kapitel „Orientierung“ oder „Bestimmung der 4 Kardinalrichtungen“, (Weltgegenden) gewöhnlich nur das Verfahren zur Auffindung der Mittagslinie mittels der sog. indischen Kreise. Selten erfährt man dabei den Grund dieser Benennung; von einem anderen Orientierungsverfahren oder gar von der Festsetzung der Qibla (Gesichtswendung gegen die Ka'ba zu Mekka) ist überhaupt nicht die Rede. Es wäre aber durchaus wünschenswert, daß auch bei diesen zwei eng zusammenhängenden Kapiteln der astrono-

mischen Erdkunde der bewährte Grundsatz befolgt würde, dem Lernenden auf historischem Wege die Einsicht in das Wissensgebiet zu vermitteln. Aber mehr als anderswo scheint es hier unseren Autoren an geschichtlichen Kenntnissen zu mangeln. Diese Vermutung veranlaßt mich, einmal kurz darzulegen, wie mannigfaltig die Lösung der vorstehenden Orientierungsaufgaben in früheren Zeiten war.

I. Das Ziehen der Mittagslinie.

1. Das angeblich ägyptische Verfahren. Nach H. Nissen (*Orientation*, Berlin 1906—10, S. 43) weichen die Seitenflächen der großen Pyramiden von Memphis von den 4 Kardinalrichtungen nur um wenige Bogenminuten ab. Eine derartige Genauigkeit der Orientierung erforderte ein äußerst zuverlässiges Verfahren zur Auffindung der Mittagslinie. Zweifellos haben die alten Ägypter ein solches angewandt. J. B. Biot (1774—1862) denkt sich dasselbe also¹⁾: „Man beobachte an einem beliebigen Tage die Stelle des Sonnenaufgangs am östlichen Horizont und bringe beim Hervorblitzen des oberen Sonnenrandes ein Lineal (Meßlatte) in die Richtung des ersten Sonnenstrahls. Dies ist auf einer zuvor geebneten, erhöht liegenden Fläche ein Leichtes, da sich der Horizont bei der ungewöhnlichen Reinheit der ägyptischen Luft ringsum scharf abzeichnet. Dieselbe Operation vollführe man des Abends bei Sonnenuntergang, nur visiere man diesmal mit der Meßlatte nach dem zuletzt verschwindenden Sonnenrand. Markiert man nachträglich durch gerade Linien die zwei erhaltenen Richtungen auf der oberen Unterlage und halbiert ihren Zwischenwinkel, so wird man zur Zeit der Solstitien die Meridianrichtung auf diese Art sehr genau, zu anderen Zeiten mit einem Fehler von wenigen Minuten erhalten“. Eine Quelle, aus der Biot schöpfte, teilt er uns nicht mit; er fügt seiner Darlegung den Schlußsatz hinzu: „C'est le procédé qui indique Proclus“. Ich habe jedoch in der Schrift des Proclus, die hierfür nur in Frage kommen könnte, nämlich in „*Procli Diadochii Hypotyposis Astron. Positionum*“²⁾, nichts dergleichen gefunden. Zur Korrektur des geringfügigen Fehlers, der dem Verfahren bei Anwendung außerhalb der Solstitalzeit anhaftet, bemerkt Biot: „Man könnte diesen Fehler korrigieren, indem man die Beobachtung am folgenden Morgen wiederholt und eine Mittagslinie zwischen den beiden Aufgangsrichtungen zieht, die man mit der Abendbeobachtung vergleichen könnte.“ (a. a. O. S. 47)

Soll aber das Resultat auf die hier angedeutete Weise wirklich so genau

¹⁾ Biot: *Mémoire sur divers points d'astronomie ancienne*, Paris, 1846. S. 47.

²⁾ Griechisch und deutsch von K. Manitius, Leipzig 1909.

werden, so müssen Anforderungen an die Reinheit der Luft gestellt werden, wie sie nur ein ägyptischer Himmel zu erfüllen vermag.

2. Die Methode der indischen Kreise. Ist dies ein Verfahren gewesen, das man auf vorher geebener horizontaler Fläche mit senkrechtem Schattenwerfer je nach Bedarf anwandte, oder war der indische Kreis ein fertiges Instrument? Der Astronom und Orientalist L. Amélie Sédillot (1808—1875) spricht sich an mehreren Stellen für die letztere Annahme aus, so in seinen „Matériaux pour servir à l'histoire comparée des sciences mathématiques chez les Grecs et les Orientaux“ (Paris 1845—1849. I. S. 297), wo es heißt: „Der indische Kreis war ein regelrechtes Instrument und nicht bloß ein Verfahren wie M. Biot gedacht hat.“ Desgleichen finden sich in seinem „Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes“ (Paris 1841, S. 17) ganz dieselben Worte mit dem Zusatz „... die arabischen Texte gestatten, wie man weiterhin sehen wird, in dieser Hinsicht keinen Zweifel“.

Und ist der indische Kreis wirklich eine Erfindung der indischen Astronomen? Er begegnet uns bei den Chinesen sowohl als den Indern und Griechen, und es läuft die Frage darauf hinaus zu entscheiden, ob die indische Astronomie hier nicht eine Anleihe bei der griechischen Wissenschaft machte, und wenn ja, darzutun, daß die chinesische wiederum unter indischen Einflüssen stand. Wenn wir den chinesischen und indischen astronomischen Werken nicht das hohe Alter beimessen, das sie nach orientalischen Traditionen haben sollen, so läge obige Vermutung nahe.

Wir führen im folgenden die Originalstellen an, die sich auf die sog. indischen Kreise bei den Indern, Chinesen und Griechen beziehen:

Die älteste indische Quelle in dieser Hinsicht ist wohl der Surya — Siddhânta (sichere Wahrheit enthüllt durch die Sonne), ein astronomisches Lehrbuch, das Lâta zum Verfasser hat. Seine Entstehungszeit dürfte etwa in das 3. oder 4. Jahrhundert n. Chr. zu verlegen sein. Dieser Siddhânta ist ins Englische übertragen und von E. Burgess mit einem ausführlichen Kommentar veröffentlicht worden¹⁾.

Die Regeln und Vorschriften der indischen Astronomie sind alle in Verse gefaßt. Für uns sind Vers 1—4 S. 239 des Surya-Siddhânta von Wichtigkeit; wir führen sie wörtlich an:

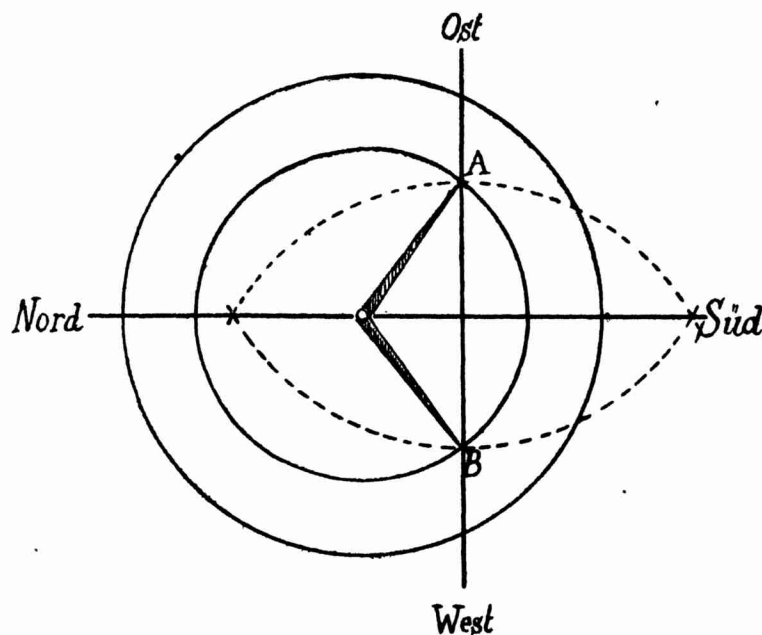
1. Vers: „Auf einer (steinartigen) harten wagerechten Fläche oder auf einem harten Pflaster schlage einen genauen Kreis mit einem Radius gleich der verlangten Zahl Finger (angula) des Gnomons (çanku).

¹⁾ Journ. of the American oriental Soc., New-Haven 1860.

2. Vers: In seinen Mittelpunkt stelle den Gnomon von 12 Fingern Länge, und wo die Enden seines Schattens am Vor- und Nachmittage auf die
3. Vers: Kreisperipherie fallen, dort fixiere 2 Punkte und nenne sie Vor- und Nachmittagspunkte. Mitten zwischen ihnen durch ziehe mittels einer Fischfigur (timi) die Nordsüdlinie.
4. Vers: Mitten zwischen der Nordsüdrichtung ziehe mittels Fischfiguren (matsya) die Ostwestlinie und auf dieselbe Art mit Hilfe von Fischfiguren zwischen den 4 Kardinalrichtungen noch andere Direktionen.“

Dies die Methode der indischen Kreise in ihrer ursprünglichen Fassung. Gewöhnlich waren mehrere solcher Kreise um den Fußpunkt des Gnomons gezeichnet. Die sog. Fischfigur entstand dadurch, daß die Inder durch A und B (Fig. 20) Bogen mit AB als Radius beschrieben. Diese Bogen schnitten

Abbild. 20.



eine linsen- oder fischähnliche Fläche aus, an der man Kopf und Schwanz unterschied.

Die ältesten Quellen über chinesische Astronomie sind der Tschëu-Pei (Gnomon im Kreise) und der Tschëu-Li (Riten der Tschëu) beide von Edouard Biot (1803—1850) ins Französische übertragen. Die Übersetzung des ersteren findet sich im *Journal asiatique*, 1841; die Riten

der Tschëu sind in 2 selbständigen Bänden 1851 in Paris erschienen. Über die Zeit der Entstehung dieser Schriften ist man sehr geteilter Ansicht. Während J. B. Biot durch exakte astronomische Berechnungen glaubt einwandfrei feststellen zu können, daß die ersten chinesischen Schattenmessungen am Gnomon um das Jahr 1100 v. Chr. erfolgt sein müssen¹⁾, neigen andere Historiker, wie Delambre (1749—1822) und L. Am. Sédillot dazu, die Kenntnisse ehemaliger chinesischer Astronomen für sehr gering zu halten, ja Sédillot geht sogar so weit, der chinesischen Astronomie jede Selbständigkeit und Originalität und damit auch ein hohes Alter abzusprechen²⁾. An den in der Fußnote genannten Stellen ist auch darauf hingewiesen, daß chinesische Astronomen sich von indischen Bonzen und arabischen Gelehrten Kenntnisse aneigneten.

Im Tschëu-pei steht (S. 624): „Wenn die Sonne zu erscheinen beginnt, errichte eine Beobachtungsstange und beobachte deren Schatten. Bei untergehender Sonne beobachte den Schatten wiederum. Die 2 sich entsprechenden Hauptschattenpunkte bestimmen Ost und West. Ziehe durch die Mitte ihres Abstandes und den Fußpunkt des Gnomons eine Gerade, so wirst du Nord und Süd bestimmt haben.“ Die Hauptschattenpunkte sind die Durchschnittspunkte der zwei Schatten beim Auf- und Untergang der Sonne mit mehreren Kreisen, die man um den Fußpunkt des Gnomons als Zentrum schlug. (Der Tschëu-Pei führt in der Abbildung S. 615 sieben solcher konzentrischer Kreise auf; der innerste entspricht dem kürzesten Schatten im Sommersolstiz, der äußerste dem Mittagsschatten zur Wintersonnenwende). Ganz ähnlich spricht sich der Tschëu-Li aus (II. Bd. S. 555). Nur dadurch, daß die Schatten bei auf- und untergehender Sonne die Kreisumfänge schnitten, war eine Halbierung der Strecke, die zwischen den Durchschnittspunkten lag, möglich, und damit die hier angegebene Bestimmung der Nordsüdlinie.

Daß auch den Griechen die Methode der sog. indischen Kreise geläufig war, ergibt sich aus der schon erwähnten Schrift des Proklus (410 bis 485 n. Chr.). Er sagt wörtlich (S. 51): „Die Mittagslinie wird gewonnen, indem man senkrecht auf die erwähnte ebene Fläche einen Gnomon stellt und um den Fußpunkt desselben als Zentrum einen Kreis beschreibt. Als dann beobachtet man, wann vor Mittag das Schattenende des Gnomon auf den Kreis fällt und legt den Punkt genau fest, und dann wieder, wann dies nach Mittag geschieht und legt auch diesen Punkt in gleicher Weise fest. Nun zieht man mittels Anlegens eines genauen Lineals eine Gerade

¹⁾ Journal des Savants, 1861, S. 618—622.

²⁾ Delambre: Histoire de l'astronomie ancienne, Paris, 1817, tome I, S. XVII und 372; Sédillot: Matériaux pour servir ect. tome II, S. 644—45 und Prolégomènes des Tables astronomiques d'Oloug—Beg, Paris, 1853, XIX.

von dem vor Mittag gewonnenen Punkt bis zu dem nach Mittag gewonnenen und halbiert diese Linie, worauf man mittels Anlegens desselben Lineals von dem Halbierungspunkte bis zum Mittelpunkt des Kreises eine Gerade zieht und bis zur Peripherie verlängert. Mit dieser Geraden wirst du die Mittagslinie ermittelt haben, welche an allen Orten diese Bezeichnung führt, weil im Moment des Mittags die von den Gnomonen geworfenen Schatten auf sie fallen“.

Natürlich ist auch bei arabischen Astronomen des öfteren die Rede von diesem noch heute geübten Verfahren, so bei Ibn Jûnus,¹⁾ der aber ausdrücklich bemerkt, daß der Gnomon den Schatten des oberen Sonnenrandes gibt, ferner bei Abu'l Hassan Ali von Marokko²⁾ und endlich bei Olug-Beg (vgl. *Prolégomènes des Tables ect.* S. III.)

Für ein viel höheres Alter der indischen Kreise in Europa haben wir noch zwei römische Zeugnisse, und es ist fast sicher, daß sie noch einer weit früheren griechischen oder babylonischen Periode ihren Ursprung verdanken. Vermutlich knüpft sich ihre Entstehung an die Erfindung der Sonnenuhr überhaupt. Das erste Zeugnis stammt von Vitruvius, der diese Methode in *de architectura* I, Cap. 6 um das Jahr 15 vor Chr. beschreibt. Das zweite verdanken wir dem römischen Gromatiker (Feldmesser) Hyginus, der etwa um 100 n. Chr. lebte³⁾.

3. Aus drei beobachteten ungleichen Schattenlängen die Mittagslinie zu finden. Mit diesem merkwürdigen Verfahren macht uns Hyginus bekannt⁴⁾; dessen Ausführung setzt aber mathematische Kenntnisse voraus, wie wir sie bei Römern nicht suchen dürfen; auch diese Methode dürfte ihren Heimatschein aus Griechenland haben. Sie ist zwar nicht populär geworden, hat aber im Laufe der Zeiten eine oftmalige Behandlung in verschiedenen Varianten erfahren. Wir nennen: Christini⁵⁾ und Muzio Oddi, der ebenfalls eine Lösung unserer Aufgabe gab⁶⁾, als ältere Autoren, sodann vor allem die höchst bemerkenswerte Behandlung

¹⁾ Cap. XXV der hakimitischen Tafeln, s. Delambre: *Histoire de l'astronomie du moyen âge*, Paris, 1819, S. 129.

²⁾ *Traité des instruments astronomiques des Arabes*, aus dem arabischen übersetzt von J. J. Sédillot (1777—1832), 2 vol., Paris 1834—35, t. II. S. 417.

³⁾ Vgl. *Gromatici veteres ex recensione Caroli Lachmanni*, oder die Schriften der römischen Feldmesser, lateinisch herausgeg. v. F. Blume, K. Lachmann und A. Rudorff, Berlin 1848, I. Bd., S. 188.

⁴⁾ Die Schriften d. röm. Feldm. I. Bd. S. 189 ff.

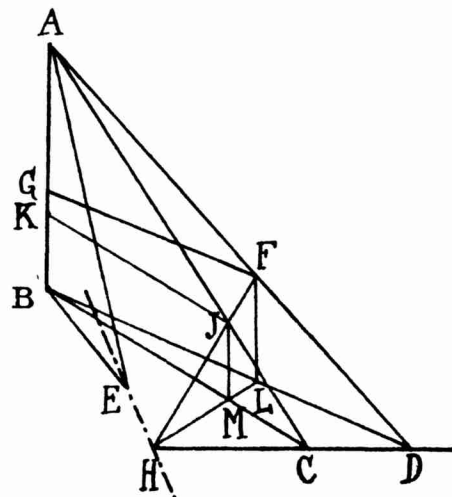
⁵⁾ *Methodus inveniendae meridianae lineae ex tribus umbris, simul cum paraphrasi in similem methodum conscriptum ab Hygino Augusto Liberto*, Turin 1605 (Hygin soll ein Freigelassener unter Kaiser Augustus gewesen sein.)

⁶⁾ *Gli Orologi solari delle superficie piane*, Mailand 1611.

auf BD den Perpendikel BA von der Höhe des Zeigers, und ziehe AE, AC, AD. Mit der kleinsten derselben AE beschreibe man aus A einen Kreisbogen, welcher AD in F und AC in J schneide, und ziehe durch F und J Parallelen mit der BD, die der AB in G und K begegnen. Die dadurch erhaltenen Linien FG, JK trage man in der horizontalen Ebene (Fig. 21) von B aus auf die zustimmenden Schattenlinien BD, BC, d. h. man nehme $BL=FG$, $BM=JK$, ziehe LM und durch die Endpunkte der Schattenlinien DC, verlängere LM und DC bis zu ihrem Durchschnitte H; so ist, wenn der Endpunkt E der kleinsten Schattenlinie mit H verbunden wird, EH der Ostwest-Linie parallel, folglich eine durch B darauf geführte senkrechte die Mittagslinie.

Um den Grund dieses Verfahrens einzusehen, denke man sich die rechtwinkligen Dreiecke ABD, ABC, ABE der dritten Zeichnung über den Linien BD, BC, BE der ersten senkrecht auf die Ebene dieser Linien aufgerichtet, wie es Fig. 23 dar-

Abbild. 23.



stellt, so fällt A in die Spitze des Zeigers; ABD, ABC, ABE sind die Vertikalflächen, in denen sich die Sonne befand, als der Stift AB die Schatten BD, BC, BE warf, und DA, CA, EA gehen nach dem Mittelpunkte der Sonne, liegen also in der Oberfläche eines geraden Kegels, dessen Spitze A, Grundfläche aber der Tagekreis der Sonne ist. Da nach der Konstruktion $AF=AE=AJ$, so sind die Punkte F, J, E im Umfange eines Kreises, der dem Tagekreise der Sonne, folglich auch dem Äquator parallel ist, und FJ ist eine Sehne dieses Kreises. Weil ferner FG der BL gleich und parallel ist, so ist auch, wenn man FL verbindet, solche der BG gleich und parallel. Ebenso ist JM der BK parallel und gleich. Da also FL und JM der AB folglich auch einander parallel sind, so liegen sie in einer Ebene, in welcher auch FJ, so wie LM, ist. FJ ist aber auch in der Ebene ADC, und LM in der horizontalen Ebene BCD, folglich ist FJ der Durchschnitt der Ebene FJML mit der Ebene ADC, und LM der Durchschnitt derselben Ebene mit der horizontalen BCD. Nun schneidet die Ebene ADC die horizontale Ebene in der DC, welche verlängert der gleichfalls verlängerten LM in H begegnet, folglich ist H in der Ebene ADC und auch in der Ebene

FJML, folglich ein Punkt des gemeinschaftlichen Durchschnittes beider Ebenen, d. h. der verlängerten FJ. Diese aber liegt ganz in der Ebene des Kreises durch F, J, E, also ist H in dieser Ebene, aber auch in der horizontalen Ebene BDC, folglich ein Punkt des gemeinschaftlichen Durchschnittes beyder Ebenen. Nun ist auch E ein solcher, folglich die verbundene EH der Durchschnitt einer der Äquators-Ebene parallelen Ebene mit der horizontalen Ebene, mithin der Ostwestlinie parallel.

Es ist nicht gerade notwendig, zum Halbmesser des aus A beschriebenen Kreisbogens (Fig. 22) die kleinste der drey Linien AE, AC, AD zu nehmen, man kann auch jede der beyden andern dazu wählen. Der kleinsten ist hier der Vorzug gegeben, weil dadurch die Konstruktion einfacher wird, indem man alsdann nicht nötig hat, AB und AE oder AE und AC, so wie auch BE, oder BE und BC (Fig. 22) zu verlängern, wie es der Fall ist, wenn man AC oder AD zum Halbmesser nimmt.“

4. Zur Zeit der Tag- und Nachtgleiche (Frühlings- und Herbst-äquinoktium) ist der vom Endpunkt eines Gnomons beschriebene Schatten bekanntlich eine gerade Linie (Abbild des Himmelsäquators), die in die Ostwestrichtung fällt. Senkrecht auf dieser Schattenspur steht die Nord-südrichtung. Auch dieser Möglichkeit, die 4 Kardinalrichtungen zu finden, wird einige Male gedacht, so im Surya-Siddhânta, wo es a. a. O. in Vers 7 heißt: „Ziehe auf gleiche Weise eine Ostwestrichtung durch die Enden des Äquinoktialschattens“, und bei Abu'l Hassan (a. a. O. S. 418) wo man liest: „Errichte einen Gnomon senkrecht auf dem Horizont und markiere zu irgend einem Zeitpunkt das Ende seines Schattens, darauf nach einiger Zeit ein anderes Ende in einiger Entfernung; alsdann ziehe eine Gerade durch diese beiden Punkte: sie wird die Ostwestlinie sein; errichte auf dieser Linie eine Senkrechte, so wird sie die Nordsüdrichtung darstellen.

Aber diese Methode ist nur annähernd richtig, weil die Sonne während eines Tages nicht genau den Äquator beschreibt.“

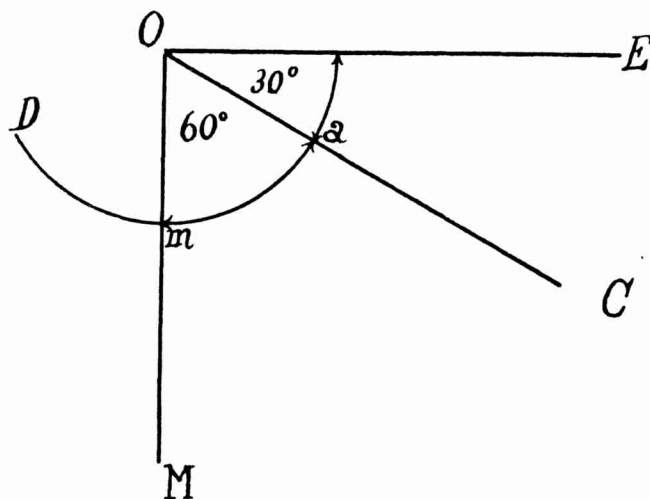
5. Wir handeln jetzt von jener speziell arabischen Methode zur Auffindung der Meridianlinie, bei der sich mit der Konstruktion bereits die Rechnung verbindet. Zuerst begegnet man ihr α) bei Ibn Jûnus ¹⁾. Dort heißt es: Die Meridianlinie zu finden nach der Höhe der Sonne, falls deren Azimut $= 30^\circ$ ist. Die Lösung ist die folgende: OE sei die Ostwestlinie, an der die Araber — im Gegensatz zu uns — das Azimut immer beginnen ließen. Es sei also (Fig. 24) Winkel EOC $= 30^\circ$ und OC der in jenem Augenblick beobachtete Schatten, wo man durch Rechnung und eine gute Uhr genau weiß, daß das Azimut desselben $= 30^\circ$ ist (also 60° von der Nordsüddlinie). Um O beschreibt man mit beliebigen Radius einen Kreisbogen (a m D) und trägt von a aus den Strahl Oa gen D. Dadurch

¹⁾ Hakimitische Tafeln, Cap. XXIV; Delambre a. a. O. S. 129.

erhält man auf Bogen a m D den Punkt m , und OmM wird die gesuchte Meridianlinie sein. Der Autor fügt dieser Lösung hinzu, daß man die Mittagslinie auch noch durch andere Höhen, deren Azimute bestimmt werden können, finden kann. Er nennt im Ganzen 10 solcher Höhen. Delambre meint, die in Frage kommenden Azimute könnten (sowohl am Vormittag als Nachmittag jeweils) 36° , 45° , 60° , 72° und 90° betragen haben; wahrscheinlich sind diese Winkel gewählt, um jedesmal die Mittagslinie OmM mittels einer rein planimetrischen Konstruktion finden zu können.

Was den rechnerischen Teil der Aufgabe anbetrifft, so ist zunächst bekannt das Azimut α ($= 60^\circ$ von Süden), die Sonnendeklination δ und die

Abbild. 24.



geographische Breite des Beobachtungsortes φ . Mit diesen Daten findet man aus dem Zenit — Pol — Sonnendreieck mittels des Kosinussatzes die zugehörige Sonnenhöhe h . Es ist nämlich

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \sin h - \cos \varphi \cdot \cos h \cos \alpha.$$

Kennt man h , so gibt der Sinussatz den Stundenwinkel s :

$$\sin s = \frac{\sin \alpha \cdot \cos h}{\cos \delta}.$$

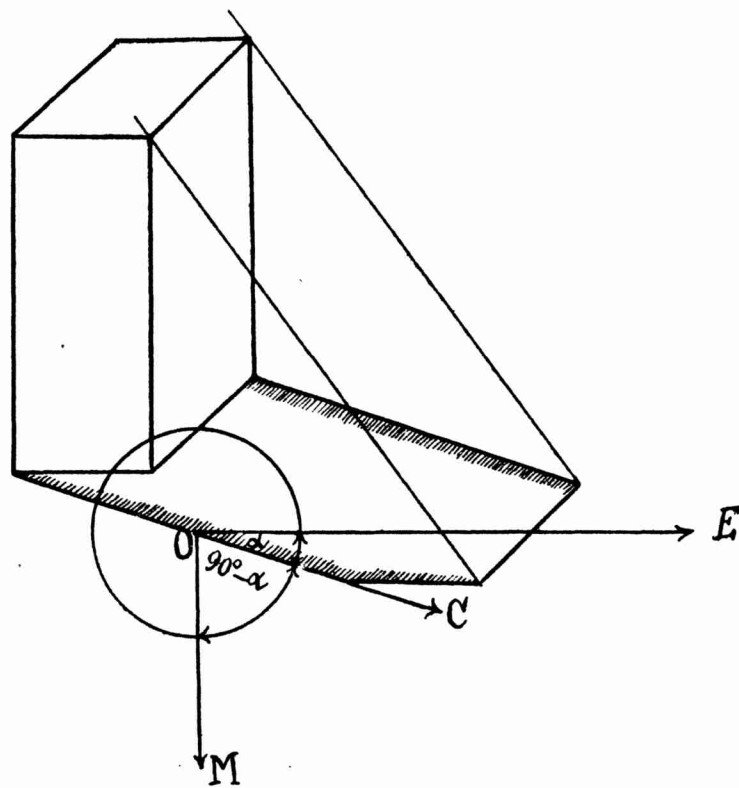
Es war also abzuwarten, bis eine gut gehende Wasseruhr die errechnete Zeit zeigte, dann war α von selbst genau 60° usw.

Wie Ibn Jûnus die Rechnung ausführte, wissen wir nicht; er kannte zwar den Sinussatz, nicht aber den Kosinussatz in obiger Gestalt. Gewöhnlich zerlegten die Araber in solchen Fällen ein allgemeines sphärisches Dreieck in 2 rechtwinklige.

β) Allgemeiner ist die Frage bei Abu'l Hassan gelöst (a. a. O. S. 418). Es heißt dort: „Kennt man den Ort der Sonne in der Ekliptik, so stelle

man auf einer Ebene, die dem Horizont parallel ist, ein rechtwinkliges Parallelepiped auf und ziehe durch den gemeinsamen Schnitt seines Schattens und der Sonnenstrahlen eine gerade Linie. Nunmehr ermittle man das Azimut der Sonne für den Augenblick, wo man die Gerade zog und beschreibe einen Kreis, dessen Mittelpunkt auf dieser Geraden liegt und dessen Peripherie von ihr geschnitten wird. Vom Schnittpunkt, der gegen die Meridianseite liegt, trage man auf der Peripherie einen Bogen ab, der dem Kom-

Abbild. 25.



plementwinkel des Azimuts gleichkommt. Durch den Endpunkt dieses Bogens und das Zentrum des Kreises lasse man eine Gerade gehen; sie wird die gesuchte Mittagslinie sein (Fig. 25). Aber die erste Konstruktion ist vorzuziehen, (indischer Kreis) besonders, wenn die Sonne nahe beim Solstitium ²⁾ ist und wenn man die Schattenenden mit einem der Kreise bei einer Sonnenhöhe von etwa 6° zum Schnitt bringt.“

²⁾ In der französischen Übersetzung der astronom. Tafeln des Olug-Beg durch L. Am. Sédillot steht irrtümlicherweise, daß die geeignetste Zeit diejenige der Äquinoktien sei.

Unter gemeinsamem Schnitt des Schattens und der Sonnenstrahlen kann nur die Schattenkontur einer Seitenkante des Paralleleppipeds verstanden sein. Abu'l Hassan benützte stets kegelförmige Gnomone; ein solcher wäre aber in diesem Fall gänzlich ungeeignet. Mit Kenntnis der Zeit s , der Sonnendeklination δ und Polhöhe φ findet man die Sonnenhöhe h aus dem Kosinussatz:

$$\sin h = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos s$$

und damit nach dem Sinussatz das zugehörige Azimut.

γ) Auf einen möglichst geradlinigen und scharf abgegrenzten Schattenwurf in diesem Falle nimmt Olug-Beg Bedacht. Er lehrt (a. a. O. S. 112):

„Wenn die Sonne nahe am Horizonte ist, hänge man ein Bleilot auf und verzeichne seinen Schatten. Im gleichen Momente messe man mit einem guten Instrumente die Höhe der Sonne und berechne daraus ihr Azimut. Dieses trage man, entsprechend seinem Zeichen, vom Fußpunkte des Lotes an die gezogene Schattenlinie an; der nicht mit letzterer zusammenfallende Schenkel ist die Ostwestlinie, eine Senkrechte zu derselben die Mittagslinie, und man erkennt ihren nördlichen und südlichen Abschnitt aus der Schattenlinie; denn das Bleilot vertritt hier den Gnomon usw.“

6. Weitere Möglichkeiten zur Bestimmung der Nordsüdlinie finden sich bei Abu'l Hassan kurz angedeutet (S. 419 und 608—11). Die eine beruht darauf, aus der von der Stabspitze an einem beliebigen Tag des Jahres beschriebenen hyperbolischen Schattenlinie deren Axen zu ermitteln, die bekanntlich mit den 4 Kardinalrichtungen zusammenfallen. Abu'l Hassan sagt, daß er die Konstruktion dieses Kegelschnittes mittels eines eigenen Instrumentes, genannt al-burkar-al-tämme, in seinem Buche über Kegelschnittskurven (nicht mehr vorhanden) gelehrt habe. (Wie man in dem Fall, wo 3 Stundenlinien einer Sonnenuhr bekannt sind, aus der Schattenkurve deren Hauptaxen rein zeichnerisch finden kann, habe ich in meinen Beiträgen zur konstruktiven Lösung usw. S. 25 ff. gezeigt.)

Abu'l Hassan sagt ferner, daß er im 4. Teile des Werkes¹⁾, aus dem wir schöpfen, noch eine ganz andere Methode zur Bestimmung der Mittagslinie lehren werde; allein die ganze französische Ausgabe besteht nur aus 2 Teilen; in L. A. Sédillots: *Mémoire sur les instruments ect.*, welcher als eine Fortsetzung und Ergänzung des *Traité ect.* angesehen wird, habe ich nichts Neues in dieser Hinsicht finden können.

7. Endlich lehrt Abu'l Hassan bei Besprechung einiger höchst merkwürdiger Sonnenuhren noch mehrere Methoden zur Auffindung der Meridianlinie. Allein ihre Theorie erfordert eingehende Studien über arabische Sonnenuhren, wie sie zu geben hier nicht der Ort ist. Auch ist mir bei den

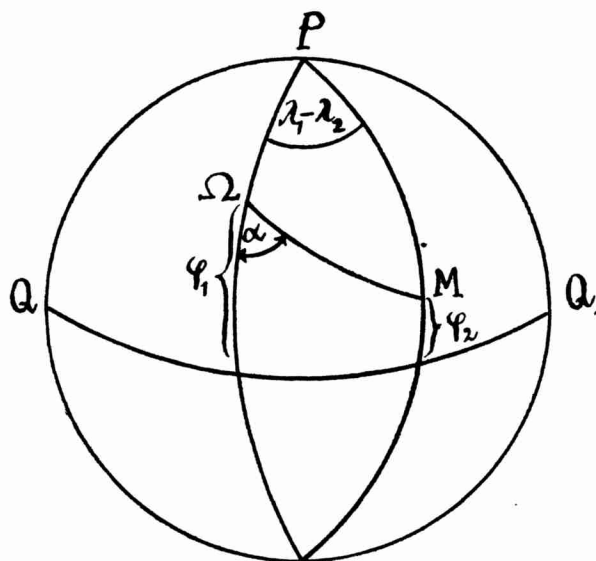
¹⁾ *Traité des instruments ect.*

knappen Textangaben des Marokkanischen Meisters, denen jede Figur fehlt, einiges noch nicht ganz klar, so daß ich mich für jetzt auf diese wenigen Andeutungen beschränken möchte.

II. Die Festsetzung der Qibla.

Die Gesichtswendung nach dem Heiligtum während des Gebetes findet sich zuerst im Judentum. Für den betenden Israeliten besteht folgende Vorschrift: Außerhalb Palästinas wendet sich der Gläubige diesem Lande zu, innerhalb Palästinas nach Jerusalem, in Jerusalem nach dem Tempel, im Tempel nach dem Heiligtum selbst. Nachdem Mohammed längere Zeit dem jüdischen Gebrauch gehuldigt hatte, änderte er i. J. 624 die Qibla dahin ab, daß er den Gläubigen die Gesichtswendung zur Ka'ba in Mekka zur Pflicht machte. Heute noch weicht selbst ein religiös gleichgültiger

Abbild. 26.



Mohammedaner von dieser Vorschrift nicht ab. Kaum hatte die Pflege der exakten Wissenschaft bei dem Volke Allahs Wurzel geschlagen, als sich auch schon die ersten arabischen Astronomen um die Festsetzung der Qibla eines Ortes bemühten. Dazu bedarf man der Kenntnis der beiden geographischen Koordinaten des in Frage kommenden Ortes und Mekkas. Verfügt man über diese Daten, so läßt sich der Winkel α ermitteln, den der Großkreis, der den Ort Q mit Mekka M verbindet, mit dem Meridian von Q bildet, und dieser Winkel ist identisch mit der Qiblarichtung in Q (Fig 26),

Im sphärischen Dreieck ΩMP schließen die Meridiane durch Ω und M am Pol P den Winkel des Längenunterschieds der 2 Orte $(\lambda_1 - \lambda_2)$ ein; die einschließenden Seiten ΩP und MP sind den Komplementwinkeln der Ortsbreiten gleich ($\Omega P = 90^\circ - \varphi_1$; $MP = 90^\circ - \varphi_2$). Aus Dreieck ΩMP findet man mittels des Kotangentensatzes

$$\sin \varphi_1 \cdot \cos (\lambda_1 - \lambda_2) = \cos \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2 + \sin (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \cotg \alpha,$$

woraus folgt:

$$\cotg \alpha = \frac{\sin \varphi_1 \cdot \cos (\lambda_1 - \lambda_2) - \cos \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2}{\sin (\lambda_1 - \lambda_2)} \dots \dots \dots \text{I)}$$

Oft drückt man das Azimut der Qibla auch durch den Sinussatz im selben Dreieck aus, wobei man dann die Distanz der 2 Orte als bekannt voraussetzt. Man hat dann

$$\sin \alpha = \frac{\cos \varphi_2}{\sin (\text{dist.})} \cdot \sin (\lambda_1 - \lambda_2) \dots \dots \dots \text{II)}$$

Noch sei hier bemerkt, daß Montucla (1725—1799) eine rein zeichnerische Bestimmung der Qibla lehrt¹⁾ die er gelegentlich eines Schiffbruches, der ihn nötigte, längere Zeit auf der Insel Sokotra zu verweilen, für einen dortigen frommen Muselman ersann. Diese Konstruktion habe ich samt Beweis vor einiger Zeit gegeben²⁾. Das erste derartige Kartogramm, aus dem das Azimut der Qibla für jeden durch Länge und Breite gegebenen Ort sofort abgelesen werden kann, stammt von I. L. Craig (Cairo), das er in seinen „Map Projections“³⁾ und dann wiederum in seinem größeren theoretischen Werke entwickelte⁴⁾. Man kann an ein solches Kartogramm auch noch die Forderung der Mittabstandstreue stellen, wie dies E. Hammer tat⁵⁾. Dies Kartogramm habe ich einer mathematischen Behandlung unterzogen⁶⁾. Endlich erwähne ich für unser Thema noch die Arbeit des persischen Obersten A. Kržiž: „Beschreibung, wissenschaftliche Zergliederung und Gebrauchsweise des persisch-arabischen Astrolabiums“⁷⁾.

Im Folgenden seien einige der bemerkenswertesten Methoden zur Ziehung der Qibla angeführt, so wie sie uns arabische und persische Astro-

¹⁾ Récréations mathématiques et physiques“ (frühere Auflagen von Ozanam), Tome III, S. 63 ff.

²⁾ „Azimutale und gegenazimutale Karten mit gleichabständigen parallelen Meridianen“ (Annalen d. Hydrographie und maritimen Meteorologie, 1913, S. 35 ff.)

³⁾ Kairo 1909.

⁴⁾ „The Theory of Map Projections with special reference to the projections used in the (Egyptian) Survey Department“, Kairo 1911.

⁵⁾ Gegenazimutale Projektionen, Peterm. Mitt. 1910. S. 153.

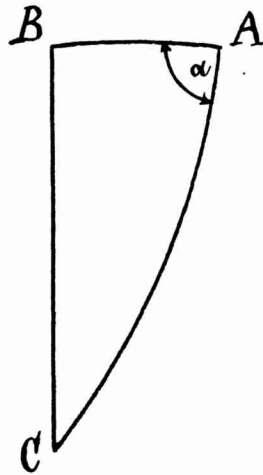
⁶⁾ Die gegenazimutale mittabstandstreue Karte in konstruktiver und theoretischer Behandlung, Ann. d. Hydrogr. u. marit. Meteorol., 1913. S. 466 ff.

⁷⁾ Archiv d. Mathem. u. Phys., 45. Bd., S. 312 ff.

nomen lehrten. Es sind fast lauter Approximationsverfahren, die der Wahrheit umso näher kamen, je geringer die Entfernung des fraglichen Ortes von Mekka war.

1. Die Methode Al-Battânis, eines der ältesten arabischen Astronomen, († 929) dessen astronomische Tafeln C. A. Nallino unter dem Titel *Opus astronomicum* (Mailand 1899—1907), neu herausgab, besteht in Folgendem¹⁾. Es sei A (Fig. 27) die gegebene Stadt, deren Länge λ_1 und deren Breite φ_1 ist. C bedeute Mekka mit der Länge λ_2 , und der Breite φ_2 . BC sei

Abbild. 27.



ein Meridianbogen durch Mekka und AB ein Stück eines größten Kreises, der rechtwinklig zum Meridian BC gezogen ist. Es ist unter BAC das Azimut der Qibla zu verstehen. Al-Battâni setzt nun

$$\sin(\text{Azimut}) = \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sin(\text{distant.})},$$

was nur annähernd richtig ist, denn BC kann nicht genau gleich dem Breitenunterschied von A und C sein.

„Es ist kaum anzunehmen“, fügt Nallino dieser Battânischen Formel im Kommentar hinzu, „daß der berühmte Astronom Falsches gelehrt habe, da er in ganz ähnlichen früheren Problemen richtige Formeln anwandte. Die Kenntnis des Azimuts der Qibla war aber für die Architekten, die die islamischen Tempel zu bauen hatten, unerläßlich. Da indessen ein Fehler von wenigen

Graden kaum von Bedeutung ist, und die meisten der damaligen Architekten den trigonometrischen Kalkül nicht beherrschten, so wollte ihnen Al-Battâni eine bequeme, der Wahrheit nahe kommende Regel für die Konstruktion der Qibla geben“.

2. Auch Ibn-Jûnus handelt in seinen Hakimitischen Tafeln (Kap. XXVIII.) von der Auffindung der Qibla. Leider besitzen wir keine Ausgabe dieses astronomischen Werkes in irgend einer europäischen Sprache. Nur wenige Kapitel (III, IV und V) hat Caussin ins Französische übertragen, doch konnte er die Überschriften aller 81 Kapitel desselben angeben.²⁾ Das 28. Kapitel fehlt in den Handschriften. Von der Berechnung der Qibla für Fostat (neben Kairo, dem Wohnort des berühmten Astronomen) durch Ibn-Jûnus handelt G. W. S. Beigel³⁾.

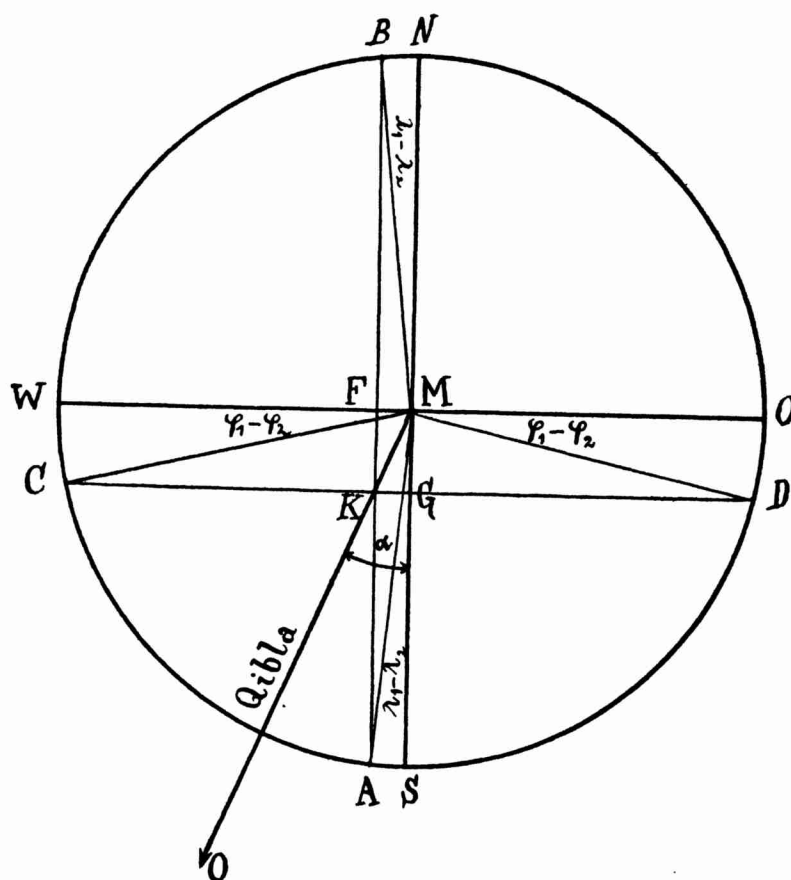
¹⁾ Vgl. Caput. LVI, Azimut qiblae supputare, I. tomus p. 137.

²⁾ Notices et extraits des manuscrits de la bibl. nat, Tome VII, S. 16 ff.

³⁾ „Fundgruben des Orients“ (I. Bd., S. 409: „Bemerkungen über die Gnomonik der Araber“.)

3. Eine andere Näherungsmethode lehrt uns der Astronom Al-Ġagminî, dessen Schrift über Astronomie G. Rudloff und A. Hochheim ins Deutsche übersetzt haben¹⁾. Leider weiß man weder Wohnort noch Lebenszeit dieses Astronomen anzugeben. Vermutlich hat er um die Mitte des 13. Jahrhunderts gelebt. Der Autor sagt (a. a. O. S. 61 ff): „Man zähle auf dem indischen Kreise vom Südpunkt aus die Differenz zwischen der

A bbild. 28.



Länge Mekkas und des gegebenen Ortes nach Westen zu ab, ebenso vom Nordpunkt aus und verbinde die beiden Schlußpunkte dieser abgegrenzten Kreisteile durch die Gerade AB (Fig. 28). Desgleichen trägt man vom Westpunkt aus nach Süden zu den Gradunterschied der beiden Breiten ab, ebenso vom Ostpunkt aus und verbindet die beiden so fixierten Punkte

¹⁾ Zeitschr. d. deutsch. Morgenländ. Gesellsch., Leipzig 1893.

durch eine Gerade CD, welche AB in K schneiden wird. Zieht man jetzt vom Mittelpunkt des Kreises aus nach K eine Gerade, so hat man in ihr die gewünschte Qiblarichtung.“

L. Am. Sédillot macht uns mit dem Verfahren des persischen Astronomen Ali-Schah-Olaï-al-Munedjem zur Ziehung der Qibla bekannt, das im persischen Ms. Nr. 173 der Kgl. Biblioth. zu Paris beschrieben wird¹⁾. Daraus erkennt man, daß es sich mit demjenigen Al-Ğagimîns vollständig deckt. In der letzteren Schrift führt Sédillot die zeichnerische Lösung der Aufgaben an Fig. 13 aus für das Beispiel

Hamadan — Mekka (das sich im persischen Ms. findet).

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 83^\circ & \lambda_2 &= 77^\circ 10' \text{ (von den glückseligen Inseln gerechnet)} \\ \varphi_1 &= 35^\circ 10' & \varphi_2 &= 21^\circ 40'.\end{aligned}$$

Aus diesen Daten folgt:

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 5^\circ 50'; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = 13^\circ 30'.$$

Die genaue Berechnung nach dem Kotangentensatz liefert

$$\alpha = 22^\circ 15'$$

die Ğagimînsche Konstruktion ergibt rund

$$\alpha = 23^\circ$$

und die Berechnung nach dieser Konstruktion $\left(\tan \alpha = \frac{\sin (\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin (\varphi_1 - \varphi_2)} \right)$

$$\alpha = 23^\circ 3',$$

so daß die Konstruktion eine sehr brauchbare zu sein scheint. Nach der Sédillotschen Zeichnung wird

$$\alpha = 30^\circ.$$

Das ist ein von der Wahrheit sehr abweichendes Ergebnis, woran aber nicht das hier vorgetragene Verfahren, sondern Sédillots ungenaue Konstruktion schuld ist. (Fig. 28 ist mit den richtigen Winkelwerten gezeichnet.)

4. Am ausführlichsten ist die Bestimmung der Qibla bei Olug-Beg erörtert (a. a. O. S. 120 ff.). Er sagt: „Inbezug auf die Lage eines Ortes zu Mekka kann man 5 Fälle unterscheiden. Der 1. ist derjenige, wo die Länge beider Orte dieselbe ist, der 2. jener, wo die Längendifferenz kleiner als 90° , der 3., wo sie genau 90° ist, der 4., wo sie mehr als 90° , jedoch weniger als 180° beträgt, endlich im 5. Fall ist der Längenunterschied gerade 180° .

Im 1. Fall ist die Qibla nach dem Nordpunkt des Horizontes gerichtet, wenn der Ort eine nördliche Breite hat, die kleiner ist als jene Mekkas, im anderen Fall ist der Südpunkt die Qibla.

Im 5. Fall ist es der Nordpunkt, wenn die Breite des fraglichen Ortes eine nördliche und geringer als die von Mekka ist; es ist der Südpunkt,

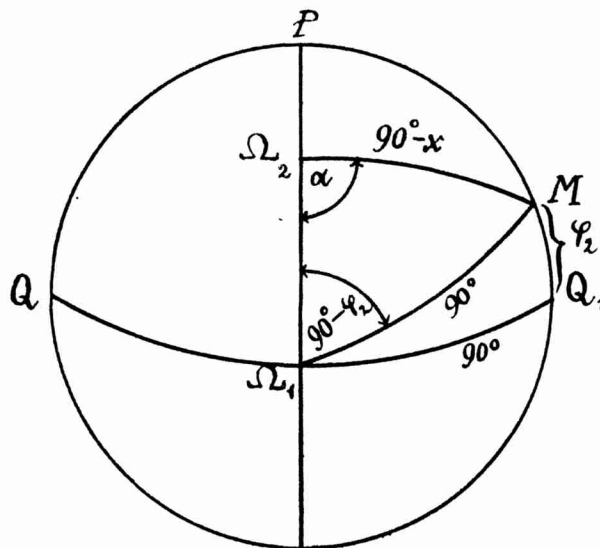
¹⁾ Vgl. Matériaux pour servir ect. S. 323 und Mémoire sur les instruments ect. S. 99.

wenn die Ortsbreite südlich und größer als jene von Mekka ist; ist endlich die Breite jener von Mekka gleich, so ist das Azimut der Qibla dort unbestimmt; denn nach welcher Seite auch immer der ‚Muselli‘ sich wendet, stets blickt er nach Mekka.

Im 3. Fall ist für einen Ort des Äquators das Komplement der Breite Mekkas gleich der Abweichung der Sehlinie nach Norden von derjenigen nach Mekka. (Oder besser: die Abweichung der Qibla vom Äquator ist gleich der Breite Mekkas, weil die Entfernung Mekkas von diesem Orte $= 90^\circ$ ist.)

Für einen Ort mit der beliebigen Breite φ_1 multipliziere man in diesem Fall den Sinus dieser Breite mit dem Sinus der Breite Mekkas; das

Abbild. 29.



Produkt wird einem Sinus gleich sein, dessen zugehöriger Bogen sich aus den Tafeln ermitteln läßt; alsdann dividiere man den Kosinus der Breite von Mekka durch den Kosinus dieses Bogens, so hat man den Sinus des Azimuts der Qibla.“

Während Fall 1 und 5 durch Anblick eines Erdglobus sofort als richtig erkannt werden, bedarf der 3. Fall einer zeichnerischen und rechnerischen Erläuterung (vgl. Fig. 29). Ein Ort des Äquators ist Pol zum Meridian von Mekka, falls der Längenunterschied $= 90^\circ$ ist. Die Entfernungen des Ortes von Mekka und vom Durchschnitt des Äquators mit dem Meridian von Mekka sind daher gleich $= 90^\circ$, mithin mißt der Bogen zwischen Mekka und dem Äquator, also φ_2 auch den Winkel $M Q_1 Q_2$.