

## Werk

**Titel:** Berichte aus den naturwissenschaftlichen Abteilungen der 78. Versammlung deutsche...

**Ort:** Braunschweig

**Jahr:** 1906

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?385489110\\_0021](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?385489110_0021) | LOG\_0447

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

lieferte. Im ganzen wird jetzt an 113 Orten regelmäßig beobachtet. Die Gewitterabteilung brachte die Bearbeitung aller Vorkommnisse des Jahres 1903 zu Ende und nahm auch bereits das nächstfolgende in Angriff.

Eingehend wird über die mit den modernsten Hilfsmitteln ausgestattete Warte von Ógyalla berichtet, welcher Herr v. Konkoly jun. vorsteht, und welche sich auch der regelmäßigen Beobachtung der Sonnenoberfläche, dem Erdmagnetismus und den seismischen Erscheinungen zu widmen hat. Für letzteren Zweck ist ein Apparat aufgestellt, der mit einigen Abänderungen dem Vicentini'schen Prinzip angepaßt ist; zumal die Temperaturkompensation hat v. Konkoly hinzugefügt. Abgesehen von den Observatorien größeren Stiles in Ógyalla und Temesvár umfaßt das ganze Netz, von den bloß ombrometrischen Beobachtungsplätzen abgesehen, je 5, 98 und 52 Stationen I., II. und III. Ordnung. Die geographische Verteilung derselben läßt erkennen, daß die orographische Beschaffenheit des Landes dabei sehr vollständig zu ihrem Rechte gelangt ist, und so darf der geophysikalischen Erkundung Ungarns ein sehr günstiges Prognostikon gestellt werden. Das erhellt auch aus der umfassenden literarischen Tätigkeit der Beamten des Instituts, worüber der Anhang ausführlich referiert. S. Günther.

### Berichte aus den naturwissenschaftlichen Abteilungen der 78. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Stuttgart 1906.

#### Abteilung 1a: Mathematik.

Der erste Einführende Prof. Dr. Reuschle (Stuttgart) eröffnete die Sektion am Montag, den 17. September 1906, nachmittags 3 Uhr, indem er zunächst mit begeisterten Worten an die vorjährige Schillerfeier erinnerte und unter Berufung auf zahlreiche Aussprüche des Dichterstürmen die Mathematiker auf die selbst geschaffenen Schmerzen ihres Faches hinwies und zur Ästhetisierung der Mathematik im Geiste Schillers aufforderte. Alle streben nach Wahrheit, Zweckmäßigkeit und Vollkommenheit; aber sind diese ideale Forderungen etwa erfüllt? Ist denn der strenge Grenzbegriff durchaus zweckmäßig? Sind Begriffe wie der moderne Funktionsbegriff, das eigentliche und uneigentliche Unendliche, die transfiniten Zahlen durchaus notwendig? Willkürlichkeiten und Ausnahmen sollte es nicht geben in der Mathematik, sondern nur spezielle Grenz- und Übergangsfälle. Der Redner tadelt die komplizierte Form mancher moderner mathematischer Theorien, bei denen man immer das Gefühl habe, als ob noch etwas fehle, und empfahl zum Schlusse an Stelle der gebräuchlichen unstimmligen Bezeichnungsweise der Gammafunktion auf die Gauss'sche oder noch besser auf die Fakultät zurückzugehen. Je mehr die Mathematik danach strebe, möglichst einfach, natürlich und schön zu sein, um so mehr werden ihre selbstgeschaffenen Schmerzen verschwinden. — Nachdem sodann Prof. Dr. Pringsheim (München) als Vorsitzender der Deutschen Mathematiker-Vereinigung die Sektion begrüßt und die erforderlichen geschäftlichen Mitteilungen gemacht hatte, erteilte der Vorsitzende Herr Reuschle Herrn Prof. Dr. Blumenthal (Aachen) das Wort zu seinem Referat über die ganzen transzendenten Funktionen und den Picard'schen Satz. Zuerst für regelmäßige, dann für allgemein wachsende Funktionen zeigte der Redner die Übereinstimmung zwischen Ordnung der Funktion und Konvergenzexponent für alle Verteilungsdichten je mit einem durch den Picard'schen Satz geregelten Ausnahmefall. — Den nächsten Vortrag hielt Herr Prof. Dr. Pringsheim (München) über das Fouriersche Integraltheorem. Die Gültigkeitsbeschränkungen dieses Lehrsatzes werden in den Lehrbüchern allgemein zu eng gezogen, doch ist es noch nicht gelungen, allgemein gerade hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit aufzustellen. — Herr Privatdozent Dr. Faber (Karlsruhe) sprach über Reihen nach Legendreschen Polynomen und zeigte, wie die singulären Stellen derselben von den Singularitäten gewisser Potenzreihen abhängen. — Im letzten

Vortrag: „Über die singulären Punkte auf dem Konvergenzkreis“ verallgemeinerte Herr Dr. Perron (München) Sätze von Lecornu und Hadamard, welche die Existenz eines Poles auf dem Konvergenzkreis von höherer Ordnung als die übrigen voraussetzen, für den Fall, daß mehrere Pole gleicher Ordnung, die aber höher ist als die der übrigen, vorhanden sind.

In der zweiten Sitzung am Dienstag, den 18. September 1906, vormittags 9 Uhr, führte Herr Prof. Dr. Pringsheim (München) den Vorsitz. — Zunächst erstattete Herr Privatdozent Dr. Hartogs (München) sein Referat über neuere Untersuchungen auf dem Gebiete der analytischen Funktionen mehrerer Variablen. Der Redner erwähnte zunächst, daß es Herrn Hahn gelungen sei, den Weierstrass'schen Vorbereitungssatz betreffend die Produktzerlegung einer Potenzreihe mit mehreren Veränderlichen in einer Nullstelle umzukehren, woraus sich für die Zerlegbarkeit einer ganzen Funktion von mehreren Veränderlichen in Primfaktoren Folgerungen ziehen lassen. Eine weitere Frage betraf die Beschränkungen in der Verteilung der Nullstellen dieser Potenzreihen, wobei isolierte Nullstellen nicht vorkommen können. Der Redner hat zusammen mit Herrn G. Faber die Frage der Beschränkungen erledigt. Auch aus der Gestalt des absoluten Konvergenzbereiches lassen sich Schlüsse auf die Verteilung der Singularitäten ziehen. Während das Vorstehende für reguläre Funktionen gilt, stehen die Resultate, zu welchen Herr Kistler bei einer Prüfung der Singularitätenverteilung für meromorphe Funktionen gekommen ist, in Widerspruch mit einem freilich auch unbewiesenen Weierstrass'schen Satze. — In seiner Mitteilung über Potenzreihen mehrerer Veränderlichen führte Herr Prof. Dr. Stäckel (Hannover) zunächst aus, daß sich bei der Untersuchung des Restes einer Potenzreihe von einer Veränderlichen der Übergang in das komplexe Gebiet vermeiden lasse. Zu den Potenzreihen mit mehreren Veränderlichen übergehend, betonte der Redner, daß diese bedingt konvergieren können, auch ohne daß der absolute Betrag der Glieder eine endliche obere Grenze besitzt. Es läßt sich aber, indem man Ausschritte aus der Doppelreihe bildet, eine Summe von rationalganzen Funktionen von  $x$  und  $y$  angeben, welche gleichmäßig konvergieren muß, damit die Potenzreihe selbst unbedingt konvergiert. — Der folgende Vortrag des Herrn Geheimrat Dr. Hilbert (Göttingen) bildete unzweifelhaft den Höhepunkt der diesjährigen Tagung. Das Thema lautete: „Über Wesen und Ziele der Theorie der Integralgleichungen.“ Schon die Lehre von den Maxima und Minima bestimmter Integrale hat eine besondere Wissenschaft nötig gemacht: die Variationsrechnung. Um so mehr erfordern aber die Integralgleichungen, d. h. Gleichungen, in welchen unbekannte Funktionen unter bestimmten Integralen vorkommen, zu ihrer Lösung die Beziehung außerordentlicher Hilfsmittel. Als solche bieten sich an die Systeme von unendlich vielen Gleichungen mit unendlich vielen Unbekannten, deren Theorie der Redner in ihren Grundzügen vorführte. Insbesondere wird die Stetigkeit solcher Funktionen definiert, wobei sich die linearen Funktionen immer stetig, die quadratischen aber nur als beschränkt stetig erweisen; ist aber eine solche an einer Stelle stetig, so ist sie es überall. Eine stetige Funktion von unendlich vielen stetigen Funktionen ist dann wieder stetig; eine stetige Funktion von unendlich vielen Veränderlichen besitzt immer ein Maximum; dieser Satz kann als Ersatz des Dirichlet'schen Prinzips dienen. Als Anwendungen dieser Theorie ergeben sich alsdann: die Bestimmung einer Funktion durch lineare transzendente Funktionen; die Lösung der linearen Integralgleichungen, welche mittels zweier verschiedener Methoden vorgeführt wird, und endlich die Erledigung von Variationsproblemen, welche auf Grund dieser Theorie als einfache Minimalaufgaben erscheinen. Die Theorie selbst bezeichnete der geniale Forscher am Schlusse seines Vortrages, der weite Ausblicke in kaum in den Umrissen vorhandene Gebiete der Mathematik eröffnete, als eine Differentialrechnung mit unendlich vielen Veränderlichen. Andererseits aber schließt die neue Theorie als Formentheorie unendlich vieler Veränderlichen ihrer transzendenten Resultate wegen eine neue Brücke zwischen Algebra und Analysis. — Eine direkte Anwendung dieses Vortrages war der folgende des Herrn Dr. Hilb (Augsburg): „Über eine Erweiterung des Kleinschen Oszillationstheorems.“ In der Gleichung

$\frac{d^2 f}{dx^2} + A \cdot S(x) \cdot f = 0$  soll  $A$  so bestimmt werden, daß eine Lösung existiert, welche in den Endpunkten 0 und 1 eines Segments auf der  $x$ -Achse verschwindet und zwischen eine Zahl  $a$  (Oszillationszahl) von Nullstellen hat. Für den Fall, daß  $S(x)$  zwischen 0 und 1 sein Vorzeichen nicht ändert, hatte Sturm zu jeder Oszillationszahl einen und nur einen Wert von  $A$  gefunden. Der Redner behandelte nun den Fall, daß  $S(x)$  sein Zeichen wechselt, und gab noch eine Verallgemeinerung betreffend den Hinzutritt eines weiteren Gliedes  $Bf$  auf der linken Seite der oben stehenden Gleichung.

In der dritten Sitzung am Dienstag, den 18. September, nachmittags 3 $\frac{1}{2}$  Uhr unter dem Vorsitz des Herrn Professor Dr. Noether (Erlangen) hielt den ersten Vortrag Herr Geheimrat Dr. Krause (Dresden): „Zur Theorie der Funktionen reeller Veränderlichen.“ Der Redner zeigte, wie jede allgemeine stetige Funktion in eine gleichmäßig konvergente Reihe fortschreitend nach rationalen Funktionen entwickelt werden kann. Herr Prof. Dr. Pringsheim bemerkte hierzu, daß es von Wichtigkeit wäre, ausgerechnete Beispiele für solche Entwicklungen zu besitzen. — Im nächsten Vortrag: „Über konforme Abbildung mehrfach zusammenhängender ebener Bereiche“, zeigte Herr Dr. Koebe (Göttingen), daß es möglich ist, 1. einen beliebigen symmetrischen Bereich konform auf einen symmetrischen Kreisbereich, 2. einen beliebigen dreifach zusammenhängenden Bereich konform auf einen Kreisbereich abzubilden. — Der nächste Redner, Prof. Dr. Meyer (Königsberg), sprach über Anwendung des erweiterten Euklidischen Algorithmus auf Resultantenbildungen. Es handelt sich um die Anwendung einer vom Redner früher angegebenen Erweiterung der sog. Staffelrechnung, um gemeinsame Teiler mehrerer Zahlen zu finden, auf ein System von Formen, von welchen die Resultante bestimmt werden soll. — Den letzten Vortrag hielt Herr Oberlehrer Dr. Schafheitlin (Berlin): „Zur Theorie der Besselschen Funktionen.“ Der Redner bewies, daß die erste Nullstelle der Zylinderfunktion zweiter Art größer als  $n + \frac{1}{2}$ , aber kleiner als die erste Nullstelle der entsprechenden Funktion erster Art ist.

Am längsten und anstrengendsten war die vierte Sitzung am Mittwoch, den 19. September, vormittags 9 Uhr, welche unter dem Vorsitz des Herrn Prof. Dr. v. Brill (Tübingen) mit einem großen Referat von Herrn Prof. Schoenflies (Königsberg) über die Entwicklung der Lehre von den Punktmanigfaltigkeiten, II. Teil (Geometrie und Funktionentheorie), begann. Um die noch so neue und an Paradoxen reiche Mengenlehre weiter auszubilden, erwies sich die Heranziehung geometrischer Vorstellungen als notwendig. Die Analysis situs führt dann zum Begriff der geschlossenen Kurve, die Zusammenhangszahl des von der Kurve umschlossenen Gebietes kann unendlich groß sein. Eine Punktmenge ist eindeutige stetige Abbildung des Kreises im Sinne der Analysis situs, wenn sie die Ebene in ein äußeres und ein inneres Gebiet teilt und alle Grenzpunkte von beiden aus erreichbar sind. Eine solche Kurve heißt einfach geschlossen, kann aber, wie der Redner zeigt, noch eine sehr paradoxe Gestalt haben. Bei der Abbildung braucht nicht einmal die Dimension erhalten zu bleiben, ebensowenig die Eigenschaft der Menge einen Inhalt zu haben. Der Vortragende definiert bei dieser Gelegenheit den „Inhalt einer Raumkurve im Sinne von Lebesgue“. Dann wird die Meßbarkeit der Mengen erörtert, eine Eigenschaft, die wahrscheinlich bei der Abbildung erhalten bleibt. Weierstrass machte darauf aufmerksam, daß das Existenzbereich einer analytischen Funktion und der Konvergenzbereich eines analytischen Ausdruckes nicht ein und dasselbe sind. Die singulären Punkte einer analytischen Funktion bilden eine abgeschlossene Menge, die Divergenzstellen eines analytischen Ausdruckes im allgemeinen nicht. Unter den Taylorschen Reihen haben sowohl die analytisch fortsetzbaren als auch die nicht fortsetzbaren die Mächtigkeit des Kontinuums. Zum Schluß bemerkte der Redner, daß durch die Mengenlehre der Übergang vom Endlichen zum Unendlichen (die sog. transfiniten Induktion) zu einer elementaren Operation umgeschaffen wird, wobei auch die Lehre von den Formen unendlich vieler Veränderlichen (Hilbert) hereinspielt. — Im nächsten

Vortrag über Potenzierung von Ordnungszahlen zeigte Herr Prof. G. Hessenberg (Charlottenburg), wie sich die Potenzierung von Mengen durch Belegung verallgemeinern läßt. — Herr Prof. Landsberg (Breslau) sprach über Totalkrümmung und gab, von einem Variationsproblem ausgehend, eine Begründung der Gaußschen Krümmungstheorie der Flächen nicht nur für den gewöhnlichen Fall, sondern auch für den Fall, daß die Minimalkurven reell sind. Die Totalkrümmung eines Gebietes ist im ersten Falle der Unterschied des sphärischen Exzesses gegenüber dem Integral der geodätischen Krümmung längs der Begrenzungskurve, im letzteren dagegen der sphärische Exzeß selbst. — Herr Geheimrat Dr. Rohn (Leipzig) gab alsdann eine lineale Konstruktion der Kurve dritter Ordnung, und zwar vermittelt der Geradenpaare zweier Kegelschnittbüschel. Die beiden eben erwähnten Vorträge geometrischen Inhalts stellten die erste Abweichung dar von dem für die Stuttgarter Versammlung ausgegebenen Programm. Dieses lautete: Funktionentheorie oder, besser gesagt, allgemeine reelle Funktionentheorie, und war geeignet, der diesjährigen Tagung einen besonders abstrakten Charakter zu geben. Als eine wahre Erholungspause wirkten die nun folgenden elementaren und lichtvollen Erläuterungen des Herrn Prof. Dr. H. Wiener (Darmstadt) zu zwei Modellen. Das eine stellte eine Raumkurve dritter Ordnung dar, erzeugt durch ihre Tangenten, welche sich als Verbindungslinie der Berührungspunkte der Tangenten von den Punkten einer Geraden an zwei Kegelschnitte ergaben, welche, in verschiedenen Ebenen gelegen, beide die Gerade zur Tangente hatten. Das andere bezog sich auf den dualistischen Fall. — Alsdann sprach Herr Dr. C. Juel (Kopenhagen) über nichtanalytische Raumkurven. Er stellte zunächst die Existenz von Kurven  $n$ -ter Ordnung auf dem Hyperboloid fest, welche jede Erzeugende der einen Art nur in einem Punkte schneiden, und gelangte schließlich zu nichtanalytischen Raumkurven vierter Ordnung, welche dieselben charakteristischen Zahlen haben wie die algebraischen Raumkurven vierter Ordnung erster Spezies. — Im folgenden Vortrag: „Zur konstruktiven Behandlung des Achsenkomplexes“, betrachtete Herr Prof. Dr. T. Schmidt (Wien) den Komplex, welcher durch Fällen der Normalen auf jedem Punkt auf seine Polarebene in bezug auf eine  $F_2$  entsteht, und stellte als Komplexkegelschnitte Steinersche Parabeln fest. — Im letzten Vortrag gab Herr Prof. Dr. Reinhold Müller (Braunschweig) die Polbestimmung für Verzweigungslagen bei der Bewegung eines ebenen ähnlich veränderlichen Systems in seiner Ebene und zeigte, wie man sich zu helfen hat, wenn, wie in dem vorliegenden Falle, die allgemeine Burmestersche Konstruktion versagt.

In der fünften Sitzung am Mittwoch, den 19. September, nachmittags 3 $\frac{1}{2}$  Uhr, unter dem Vorsitz des Herrn Geheimrat Dr. Klein (Göttingen) kam noch die angewandte Mathematik zum Wort. Herr Prof. Dr. Runge (Göttingen) sprach über graphische Lösung von Differentialgleichungen und erklärte insbesondere das Picardsche Annäherungsverfahren für besonders geeignet, als Grundlage graphischer Methoden zu dienen. — Herr Prof. Dr. Mehmkke (Stuttgart) hielt sodann einen Vortrag: „Über neue Mechanismen zur Lösung von Aufgaben der Dynamik mit Anwendung auf die mechanische Integration von Differentialgleichungen, zumal höherer Ordnung, und von Systemen solcher.“ Den Apparaten, welche allerdings schwierig auszuführen sind, liegen die Methoden des Redners, die Bahn aus der Beschleunigung vermittelt der Velocide zu konstruieren, zugrunde. Von solchen Hilfsmitteln wird auch eine Förderung des Dreikörperproblems auf dem Wege der Anschauung erhofft. — Der zweite Vortrag des Herrn Mehmkke: Über neue Anwendungen der Rolle auf das Zeichnen verschiedener Klassen von Kurven und auf die Ausführung von Berührungstransformationen konnte der vorgerückten Zeit wegen nur noch auszugsweise gegeben werden. — Noch weniger konnten die beiden folgenden Redner, Herr Ingenieur A. Wagenmann (Stuttgart) und Herr Schriftsteller E. Hackh (Neckarsulm) mit ihren philosophischen Themata: „Mathematische Theorie des Entwicklungsgedankens“ und „Die Mathematik der Begriffe“, zum Wort kommen, da die in Gegenwart des Herrn Kultusministers von Fleischhauer stattfindende Sitzung der Unterrichtskommission es notwendig machte,