

Werk

Titel: Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik und der Satz von der Entropie im Lichte de...

Autor: Nabl, Josef

Ort: Braunschweig

Jahr: 1906

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?385489110_0021 | LOG_0268

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Naturwissenschaftliche Rundschau.

Wöchentliche Berichte

über die

Fortschritte auf dem Gesamtgebiete der Naturwissenschaften.

XXI. Jahrg.

5. Juli 1906.

Nr. 27.

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik und der Satz von der Entropie im Lichte des Boltzmannschen H -Theorems der Gastheorie.

Von Dr. Josef Nabl (Wien).

(Originalmitteilung.)

Die folgenden Zeilen stellen einen Versuch dar, eine der schönsten Früchte — wenn nicht die schönste Frucht überhaupt —, die die theoretische Physik gezeitigt hat, allgemein verständlich darzustellen. Es wird sich hierbei darum handeln, Sätze darzulegen, die uns einen tiefen Einblick in den Ablauf der physikalischen und chemischen Naturvorgänge gewähren und denen, wie Chwolson in einer später ausführlich zitierten Schrift sagt, der „Schönheitsstempel der absoluten Wahrheit“ aufgedrückt ist.

Versuche einer populären Darstellung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik und des Entropiesatzes liegen, wenn auch nicht allzu zahlreich, aus den verschiedensten Zeiten seit Aufstellung dieser Prinzipie vor. Ich will hier von einer Aufzählung solcher zum Teil von den Klassikern der Thermodynamik selbst herrührenden Darstellungen absehen und nenne nur aus der allerjüngsten Zeit die bereits erwähnte Schrift Chwolson's: „Hegel, Haeckel, Kossuth und das zwölfte Gebot“, die, was Klarheit und Präzision des Ausdruckes anlangt, muster-gültig ist.

Ausführlichere Besprechungen des H -Theorems aber und seines Zusammenhanges mit dem Entropiesatz in allgemein verständlicher Form sind dem Verf. keine bekannt. Da nun das H -Theorem die schärfste Beleuchtung des zweiten Hauptsatzes und das tiefste Eindringen in das Wesen desselben gestattet, wird eine Darlegung speziell dieser Seite des Problems vielleicht für manchen von Interesse sein. Sollte der vorliegende Versuch einer solchen Darlegung des genannten Problems nicht auf der ganzen Linie glücken, so möge der notgedrungene Verzicht auf die mathematischen Methoden bei Lehren, die zur vollständigen Klarstellung der mathematischen Formulierung eben nicht entraten können, einen teilweisen Entschuldigungsgrund bieten.

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gibt uns, um seine Bedeutung möglichst kurz zu charakterisieren, Aufschluß über die Richtung, in welcher die Naturvorgänge tatsächlich verlaufen. Betrachten wir nämlich die uns umgebenden physikalischen Vor-

gänge, so finden wir, daß man sie allesamt in zwei Gruppen einteilen kann. In die erste Gruppe gehören alle jene Vorgänge, die in der Natur tatsächlich von selbst stattfinden: z. B. Wärmeübergang von einem heißeren auf einen kälteren Körper, Verwandlung von Arbeit (mechanischer Energie) in Wärme, etwa beim Vorgang der Reibung, Vermischung zweier Gase, die durch eine Scheidewand getrennt gehalten wurden, nach Entfernung dieser Wand (Diffusion der Gase) usw. Alle diese Vorgänge wollen wir die natürlichen Vorgänge nennen. Dieser Gruppe steht nun eine zweite gegenüber, welche die Vorgänge enthält, die sozusagen die Umkehrung der natürlichen Vorgänge bilden; hierher gehören also: Wärmeübergang von einem kälteren zu einem wärmeren Körper, Verwandlung von Wärme in Arbeit, Entmischung zweier in einander diffundierter Gase usw. Alle diese Vorgänge sind natürlich ausführbar — ich erinnere nur an die Dampfmaschine als Beispiel für die Realisierung des zweiten Falles —, allein sie geschehen nicht von selbst im Sinne eines Naturvorganges, wir wollen sie daher erzwungene Vorgänge nennen.

Der zweite Hauptsatz besagt nun im wesentlichen folgendes: Während die Vorgänge der ersten Gruppe, die natürlichen Vorgänge, ohne weiteres von selbst stattfinden, sind die Vorgänge der zweiten Art, die erzwungenen, stets nur so ausführbar, daß gleichzeitig — gewissermaßen als Kompensation — ein natürlicher Vorgang mit stattfindet. Hierbei ist natürlich der kompensierende Vorgang quantitativ genau bestimmt.

Dies ist im großen und ganzen die Formulierung, die Chwolson dem zweiten Hauptsatz gibt. Sie schließt die zahlreichen Fassungen, in denen dieser Satz meist ausgesprochen zu werden pflegt, in sich: z. B., auf den speziellen Fall der Umwandlung von Arbeit in Wärme angewandt, lautet der Satz:

Arbeit läßt sich stets bedingungslos oder, wie man auch sagt, vollständig in Wärme umwandeln, Wärme in Arbeit hingegen nur unvollständig oder bedingt, d. h. nur so, daß gleichzeitig ein kompensierender natürlicher Vorgang mit stattfindet, z. B. etwa gleichzeitig ein bestimmtes Quantum Wärme von einem heißeren Körper auf einen kälteren übergeht.

Oder auf den Fall des Wärmeüberganges von einem heißeren auf einen kälteren Körper angewandt, lautet der Satz:

Wärme kann nur von einem heißeren auf einen kälteren Körper von selbst übergehen; der umgekehrte Vorgang ist nur so ausführbar, daß gleichzeitig ein natürlicher Vorgang mit stattfindet, etwa Verwandlung einer bestimmten Arbeitsmenge in Wärme.

Von diesen Spezialfällen ausgehend wird es vielleicht nicht allzuschwer sein, in das Wesen gewisser sehr allgemein gehaltener Fassungen des zweiten Hauptsatzes einzudringen, wie sie tief sinnige Forscher aufgestellt haben, um die weltbeherrschende Tendenz des zweiten Hauptsatzes zu beleuchten. In diesem Sinne spricht Lord Kelvin von der Zerstreung der Energie (dissipation of energy), und Pfaundler sagt analog: „Die Energie strebt nach Entartung.“ Versteht man unter Energie die Fähigkeit, Arbeit zu leisten, so zeigen uns unsere beiden Spezialfälle tatsächlich, daß mechanische Energie die natürliche Tendenz besitzt, in Wärme überzugehen; im ersten Falle verwandelt sich ja Arbeit (mechanische Energie) ohne weiteres in Wärme, im zweiten Falle tritt der gleiche Vorgang als eine natürliche Kompensation des erzwungenen Vorganges ein und in beiden Fällen geht überdies Wärme von einem heißeren auf einen kälteren Körper über, tritt also ein Wärmeausgleich ein. Nun, was hier von mechanischer Energie gilt, gilt aber ebenso von elektrischer, magnetischer, chemischer Energie, kurz von jeder anderen Energieart. Jede Art von Energie hat das Bestreben, in Wärme überzugehen, und diese, sich in ihren Niveauunterschieden (Temperaturunterschieden) auszugleichen. Das schließliche Resultat dieser Tendenz besteht nun offenbar darin, daß es endlich keinerlei Energieformen in unserer Welt geben wird, mit Ausnahme der Wärme, und auch dieser wird mangels eines jeden Niveauunterschiedes jede Arbeitsmöglichkeit fehlen. Die Welt geht, wie das betreffende Schlagwort lautet, dem Wärmetode entgegen.

Wir wollen nunmehr daran gehen, den zweiten Hauptsatz noch in einer anderen Formulierung kennen zu lernen, in der er vom rein wissenschaftlichen Standpunkte aus besonders fruchtbar gewirkt hat. Gemeint ist diejenige Fassung, die man dem Satze mittelst des Begriffes der Entropie geben kann.

Zunächst sei der genannte Begriff erläutert. Ein Körper ist thermodynamisch charakterisiert durch seinen Wärmeinhalt, d. h. die Wärmemenge, die ihm, von einem gewissen Zeitpunkte — dem Nullpunkt unserer Zählung — angefangen, zugeführt wurde, und durch seine gegenwärtige Temperatur. Die mathematische Fassung dieser Charakterisierung des Wärmezustandes durch die beiden genannten Größen nennen wir nun die Entropie. Wir gelangen zum Begriff derselben vielleicht am leichtesten auf folgende Art: Der vorliegende Körper habe den Wärmeinhalt Q bei einer Temperatur T , und nun wollen wir ihm eine bestimmte Wärmemenge zuführen bzw. entziehen, die jedoch so klein sein soll, daß die Temperatur des Körpers im ersten Falle nicht merklich steigen, im zweiten Falle nicht merklich sinken soll. Diese Wärmemenge sei ΔQ ; dann nennen wir den Quo-

tienten $\pm \frac{\Delta Q}{T}$ den Zuwachs bzw. die Abnahme, die die Entropie des Körpers bei dem Prozesse der Wärmezufuhr bzw. Wärmeentziehung erfahren hat. Stammgröße und Zuwachs sind natürlich so wie der Teil und das Ganze gleicher Art; somit stellt sich die Entropie selbst als eine Summe lauter solcher Quotienten dar. Und wenn wir diese lange Reihe von Summanden überblicken, so offenbart sich uns gewissermaßen die thermodynamische Vorgeschichte des Körpers; wir sehen, wie ihm nach und nach die verschiedensten Wärmemengen zugeführt oder entzogen wurden, jede bei einer bestimmten Temperatur, bis er endlich seinen jetzigen Wärmeinhalt und seine gegenwärtige Temperatur erreichte.

Auf den ersten Blick scheint nun die Definition der Entropie vorderhand noch eine Schöpfung reiner mathematischer Willkür zu sein, und der Nutzen, den sie für den Ausdruck des zweiten Hauptsatzes haben soll, ist noch nicht abzusehen. So viel steht indessen fest, daß wir die Entropie als eine mathematisch genau definierte, physikalisch meßbare Größe zu betrachten haben, die ganz ebenso wie Druck, Volumen, Temperatur usw. den gegenwärtigen Zustand des Körpers, und zwar nach der thermodynamischen Seite hin, charakterisiert.

Und nun denken wir uns ein System zweier Körper; der eine habe gegenwärtig den Wärmeinhalt Q_1 bei der Temperatur T_1 , der zweite den Wärmeinhalt Q_2 bei der Temperatur T_2 . Für jeden dieser Körper wird nun die Entropie einen bestimmten Wert haben, der den gegenwärtigen thermodynamischen Zustand der beiden Körper charakterisiert, und die Summe dieser beiden Entropiewerte E_1 und E_2 wird uns die Entropie des ganzen Systems darstellen, die wir E nennen wollen. Die beiden Körper mögen nun in thermodynamische Wechselwirkung treten und hierbei die Wärmemenge ΔQ vom ersten Körper auf den zweiten Körper übergehen (bezüglich der Größe dieser Wärmemenge gelten die gleichen Einschränkungen wie oben); dann nimmt die Entropie des ersten Körpers ab um $\frac{\Delta Q}{T_1}$, die des zweiten Körpers aber zu um $\frac{\Delta Q}{T_2}$. Die Gesamtänderung der Entropie

des Systems ist demnach, wenn wir die Abnahme negativ, die Zunahme aber positiv rechnen:

$$\Delta E = -\frac{\Delta Q}{T_1} + \frac{\Delta Q}{T_2} = \Delta Q \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}.$$

Nun lautet aber, wie wir wissen, ein dem zweiten Hauptsatz zugrunde liegendes Prinzip: „Wärme kann nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen.“ Demnach muß, wenn der betrachtete Vorgang zu der Klasse der natürlichen gehören soll, $T_1 > T_2$ gewesen sein; somit ist ΔE eine positive Größe, d. h. die Entropie des Systems ist bei dem Prozeß gewachsen, und wir kommen so zu dem Resultate: Alle natürlichen Vorgänge spielen sich so ab, daß hierbei die Entropie beständig zunimmt.

Wie sieht nun die Sache bei den erzwungenen Vorgängen aus? Nehmen wir, um bei unserem früheren Beispiel zu bleiben, an, ich wollte dem kälteren Körper die Wärmemenge ΔQ entziehen und sie dem wärmeren Körper zuführen; hierbei würde, wie eine der früheren Rechnung analoge Überlegung zeigt, die Entropie des Systems um $\Delta Q \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}$ abnehmen. Vermöge des zweiten Hauptsatzes aber muß dieser erzwungene Vorgang von einem ihn kompensierenden natürlichen Vorgange begleitet sein; letzterer hat aber wie wir wissen, stets wieder eine Entropiezunahme im Gefolge. Wollten wir uns also die Aufgabe stellen, jeden natürlichen Vorgang in der uns umgebenden Welt rückgängig zu machen, so bliebe vermöge des zweiten Hauptsatzes dennoch stets ein Zuwachs an Entropie das Resultat. Wir können demnach den zweiten Hauptsatz auch in die Worte kleiden: „Die Entropie der uns umgebenden Welt wächst beständig, sie strebt einem Maximum zu.“

Wir haben in der Entropie eine Größe kennen gelernt, deren Änderungssinn den Ablauf des Weltgeschehens kennzeichnet, und wollen uns nun bemühen, einen Blick in das Wesen dieser „Weltherrin“ zu tun. Zu diesem Zwecke wollen wir aber nicht mehr wie bislang von den uns umgebenden Körpern im allgemeinen sprechen, sondern unsere Betrachtungen auf eine ganz bestimmte Klasse von Körpern beschränken, auf die Gase. Es ist der theoretischen Forschung gelungen, die Gesetze, welche für das Verhalten der Gase experimentell gefunden wurden, ziemlich vollständig auf Grund einer Hypothese herzuleiten, die auf folgender Grundidee fußt: Die kleinsten Teilchen eines Gases, das wir uns in einem Gefäße eingeschlossen denken, die Moleküle, sind in beständiger Bewegung begriffen, und zwar fliegen sie in geradlinigen Bahnen nach allen nur möglichen Richtungen des Raumes mit allen nur möglichen Geschwindigkeiten umher. Der Druck, den das Gas auf die Gefäßwände ausübt, ergibt sich dann als Folge der Stöße der Moleküle auf die Wände und die jeweilige Temperatur des Gases als proportional der lebendigen Kraft der Moleküle, d. h. der Arbeitsfähigkeit, welche den Molekülen vermöge ihrer Geschwindigkeit und Masse zukommt. Es gelang nun den Bemühungen Maxwells und seiner Nachfolger, das Gesetz aufzufinden, nach welchem an jeder Stelle unseres Gefäßes die Geschwindigkeiten sowohl ihrer Größe als auch ihrer Richtung nach unter den Molekülen verteilt sind, vorausgesetzt, daß sich das Gas bereits in dem stationären Zustande des Wärmegleichgewichtes befindet, d. h. daß die lebendige Kraft der Moleküle an allen Stellen des Gefäßes im Durchschnitt die gleiche ist. Anders ausgedrückt: Maxwell gibt eine Größe f an, die in eigentümlicher Weise von der Geschwindigkeit c der Gasmoleküle abhängt, also, wie man sagt, eine Funktion dieser Geschwindigkeit ist, so zwar, daß, wenn wir den Wert irgend einer bestimmten Geschwindigkeit in diese Größe f eintragen, der Wert, den sie hierdurch er-

langt, uns die Anzahl der Moleküle pro Volumeneinheit angibt, denen diese bestimmte Geschwindigkeit zukommt. Es gelang des weiteren, hauptsächlich den Bemühungen Boltzmanns, zu zeigen, daß wie immer und mit welcher Geschwindigkeit immer sich anfangs die Moleküle eines Gases durch einander bewegen, vorausgesetzt, daß dies nicht etwa in der Art geschieht, daß alle Moleküle parallele Bahnen verfolgen, stets im Laufe der Zeit sich ein Zustand in dem Gase einstellen muß, welcher durch das Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilungsgesetz beherrscht wird, das nun hinfort in Kraft bleibt. D. h., jedes Gas nähert sich mit der Zeit dem Zustande des Wärmegleichgewichtes, der sich dann stationär erhält. Der Beweis dieses Satzes nun bildet einen Teil des Inhaltes des sog. H -Theorems. Er wird in der Weise geführt, daß man von einer gewissen Größe, die selbst wieder von der Verteilungsfunktion f in ganz bestimmter gesetzmäßiger Weise abhängt und die man jetzt allgemein mit H bezeichnet, zeigt, daß sie im Laufe der Zeit ständig abnimmt, bis sie endlich ein Minimum erreicht; und dies tritt dann ein, wenn eben die Verteilungsfunktion f die Form erlangt, die ihr von Maxwell gegeben wurde, d. h. wenn der stationäre Zustand des Wärmegleichgewichtes im Gase erreicht ist.

Wir besitzen demnach in der Funktion H eine Größe, die analog wie die Entropie imstande ist, den natürlichen Ablauf der molekularen Ereignisse in dem Spezialfalle eines Gases durch ihr Verhalten bzw. durch den Richtungssinn ihrer Änderung zu charakterisieren; nur ist der Unterschied der, daß die H -Funktion im natürlichen Verlauf der Dinge ständig abnehmen muß, bis sie ein Minimum erreicht, womit der Eintritt des Wärmegleichgewichteszustandes verbunden ist, während die Entropie stets wächst, bis sie im gleichen Falle ein Maximum wird. Es lag nahe, zu vermuten, daß sich die beiden Größen etwa wie Gegenstand und Spiegelbild zu einander verhalten, und tatsächlich findet man, wenn man die Entropie des Gases berechnet, daß dieselbe, abgesehen von einem konstanten Faktor und Addenden, gleich, aber entgegengesetzt bezeichnet der H -Funktion ist.

Damit wäre jedoch vorläufig zum Zwecke eines Einblickes in das Wesen der Entropie noch nichts erreicht; wir haben einfach an Stelle der Entropie die Größe H eingeführt, die gleichfalls imstande ist, durch ihre Änderung den Sinn des natürlichen Ablaufes der Naturvorgänge zu kennzeichnen.

Allein die Größe H läßt noch eine ganz eigentümliche Deutung zu, und diese ist es eben, die uns den letzten und zugleich tiefsten Einblick in den Ablauf der Naturprozesse, wenn auch zunächst nur in dem Spezialfall eines Gases, gewährt.

Zu diesem Zwecke greifen wir wieder auf die Geschwindigkeitsverteilung unter den Gasmolekülen zurück und denken uns zunächst eine ganz bestimmte Geschwindigkeitsverteilung unter den Molekülen festgesetzt. Es sollen etwa n_1 Moleküle die Geschwindigkeit c_1 , n_2 Moleküle die Geschwindigkeit c_2 , usw.

besitzen. Die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung gestatten nun einen Ausdruck aufzustellen, welcher die relative Wahrscheinlichkeit dieser speziellen Zustandsverteilung gegenüber der durch das Maxwell'sche Verteilungsgesetz bestimmten angibt, d. h. die Häufigkeit des Vorkommens dieser speziellen Zustandsverteilung, bezogen auf die Häufigkeit des Vorkommens der Maxwell'schen Verteilung als Einheit. Diese Wahrscheinlichkeitsgröße läßt sich nun in Form eines Bruches darstellen, und es ergibt sich nun nach Vornahme geeigneter mathematischer Transformationen, daß der Nenner dieser Wahrscheinlichkeitsgröße im Wesen identisch ist mit dem Werte der Funktion H für diese Zustandsverteilung. Hierdurch erhält aber die Abnahme von H einen tieferen Sinn. Indem nämlich H , also der Nenner der Größe, die uns die Zustandswahrscheinlichkeit angibt, im Verlaufe der Zeit ständig abnimmt, nimmt diese Größe selbst beständig zu. Der Satz, daß die H -Funktion im naturgemäßen Ablauf der molekularen Bewegungszustände stetig abnimmt, besagt also nichts anderes, als daß sich diese Zustände immer wahrscheinlicheren und wahrscheinlicheren Zuständen nähern. Nun haben wir aber gesehen, daß die Abnahme von H gas-theoretisch identisch ist mit der Zunahme der Entropie. Nachdem nun die Abnahme von H selbst wieder identisch ist mit der Zunahme der Zustandswahrscheinlichkeit unter den Gasmolekülen, so bietet sich uns schließlich die Interpretation der Entropie als Größe der Wahrscheinlichkeit der herrschenden Zustandsverteilung dar und das Wachsen der Entropie als ein Streben nach immer wahrscheinlicheren Zustandsverteilungen.

Damit ist im wesentlichen das eingangs gestellte Thema erledigt, und es erübrigt nur noch, einige Bemerkungen zur Illustration des Gesagten anzufügen, welche zum Teil aus Einwänden entspringen, die gegen das H -Theorem und seine Konsequenzen erhoben wurden. Es wurde aus gewissen Lehrsätzen der Dynamik gefolgert, daß ein System von Gasmolekülen, die in einem starren, unveränderlichen Gefäße eingeschlossen sind und unter denen anfangs eine bestimmte, unwahrscheinliche Zustandsverteilung herrscht, überhaupt nicht einen stationären Endzustand wahrscheinlichster Zustandsverteilung erreichen könne, sondern — wenn nur hinreichend große Zeiträume verfließen — stets wieder periodisch dem unwahrscheinlichen Anfangszustand nahe kommen müsse. Allein solche Folgerungen bilden keine Widerlegung der vorgebrachten Sätze, sondern lassen sich ganz wohl in Einklang mit denselben bringen. Denn die erörterten gas-theoretischen Theoreme sind ihrer Natur nach bloße Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung; wenn also gesagt wird, im Verlaufe der Zeit wächst die Wahrscheinlichkeit, daß das Gas schließlich den Zustand des Wärmegleichgewichtes annimmt und beibehält, ins Enorme, so ist damit keineswegs behauptet, daß es überhaupt ausgeschlossen sei, daß das Gas irgend einmal im Laufe der Zeit wieder einen vom Wärmegleichgewicht abweichenden

Zustand annimmt. Es ist dies letztere nur als ganz enorm unwahrscheinlich hingestellt, allein mathematisch gleich Null ist die Wahrscheinlichkeit hierfür trotzdem nie. Man kann sich von diesen Verhältnissen eine Anschauung verschaffen, wenn man die Größe H in ihrer Abhängigkeit von der Zeit graphisch darstellt. Zu diesem Zwecke trägt man auf einer Horizontalen die Werte der ablaufenden Zeit (als Abszissen) auf und senkrecht hierzu die zugehörigen Werte der H -Funktion (als Ordinaten). Es werden nun für ein Gas, das durch lange Zeit sich selbst überlassen blieb, die Werte der Ordinaten stets sehr nahe dem Minimumwert von H gleich sein (entsprechend dem Zustande des Wärmegleichgewichtes). Selbstverständlich werden, wenn auch ganz enorm selten, d. h. auf der Kurve durch ganz enorm große Zeiträume (Abszissenwerte) getrennt, auch größere Werte der Ordinaten vorkommen (entsprechend unwahrscheinlichen Zuständen), und zwar werden diese Buckel der H -Kurve wieder um so enorm seltener sein, je größer sie sind. Betrachten wir dann das Gas zu einem Zeitpunkte, dem eine H -Minimum-Ordinate entspricht, also im Zustande des Wärmegleichgewichtes, so wird es der Natur der H -Kurve entsprechend ganz ungeheuer wahrscheinlich sein, daß das Gas auch weiterhin in diesem Zustande verbleibt, ob wir nun in der Zeit vorwärts schreiten oder in der Zeit rückblickend die Zustände verfolgen. Betrachten wir aber das Gas in einem Zeitpunkte, wo es eine vom Wärmegleichgewicht abweichende, unwahrscheinliche Zustandsverteilung besitzt, befinden wir uns also auf einer jener enorm seltenen Ordinaten, die größer als H -Minimum sind, so wird es nun enorm wahrscheinlich sein, daß sowohl beim Vorwärtsschreiten mit der Zeit als auch beim Rückblick auf die Vergangenheit die H -Funktion abnimmt und nicht wächst, denn eine noch größere H -Ordinate als diejenige, auf der wir uns befinden, wäre eben noch ganz ungeheuer unwahrscheinlicher.

Ich will diese Zeilen mit einer Bemerkung beschließen, die sich in einem Aufsätze Boltzmanns über das H -Theorem (Nature 51, 415) befindet und die eine interessante Anwendung der H -Kurve auf die Vorgänge im Universum enthält.

Die Idee, als deren Urheber von Boltzmann Dr. Schütz zitiert wird, besagt ungefähr folgendes:

Wir nehmen an, das ganze Universum ist und bleibt für ewig im Zustande des Wärmegleichgewichtes; dann ist es nach dem früher Gesagten trotzdem nicht absolut unmöglich, daß ein einziger Teil des Universums sich in einem hiervon abweichenden Zustande befindet; und es ist die Wahrscheinlichkeit hierfür um so kleiner, je weiter dieser Zustand vom Wärmegleichgewicht entfernt ist, und um so größer, je ausgedehnter wir das Universum annehmen. Nachdem wir es nun in der Hand haben, das Universum beliebig ausgedehnt zu denken, so können wir die Wahrscheinlichkeit, daß sich irgend ein relativ kleiner Teil des Universums in einem beliebig vom Wärmegleichgewicht abweichenden Zustande befindet, be-