Werk

Titel: Classes de semigroups immersibles dans des groupes.

Autor: Bouleau, N.

Jahr: 1974

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?362162808_0006|log17

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Semigroup Forum, Vol. 6 (1973), 100-112.

CLASSES DE SEMIGROUPES IMMERSIBLES DANS DES GROUPES

N. Bouleau

Dans un article récemment publié dans Semigroup Forum "A class of semigroups embeddable in groups" P.G. Trotter montre que la démonstration de Doss donnée dans [2] peut être généralisée à une classe plus étendue que les semigroupes quasiréversibles.

Dans les deux premières parties de cet article nous montrerons que la méthode de Trotter peut elle-même être généralisée et s'appliquer ainsi à une suite infinie croissante de classe de semi-groupes. A cette occasion est donné un tableau des conditions suffisantes d'immersibilité actuellement connues.

Dans la troisième partie nous montrerons par un exemple que la plus grande des classes obtenues est strictement contenue dans la classe des semi-groupes immersibles dans des groupes, c'est-à-dire que la condition correspondante quoique suffisante ne constitue pas une condition nécessaire d'immersibilité.

I

Les notations utilisées sont celles de [1] ; les définitions nécessaires à la compréhension de l'article sont données dans [3] .

Définition 1 Soit S un semigroupe simplifiable. S est un L_p - semigroupe ($p \geq 0$) si pour chaque ensemble fini $\{ x_i , {}^{p}A_i , i = 0,1,\ldots,n \}$ d'éléments de S^1 tels que $x_i \in A_i S^1 \cap A_{i+1} S^1$, (où $A_{n+1} = A_o$)

© 1973 by Springer-Verlag New York Inc.

il existe $j(0 \leqslant j < n)$ tel qu'il existe

$\{u_o = x_j, u_1, \ldots, u_k, \ldots, u_{p_j}, u_k \in A_j S^1 \cap A_{j+1} S^1, 0 \leqslant k \leqslant p_j\}$

et il existe

$\{v_o = x_{j+1}, v_1, \ldots, v_1, \ldots, v_{q_j}, v_1 \in A_{j+1} S^1 \cap A_{j+2} S^1 , 0 \leqslant 1 \leqslant q_j\}$

avec $p_j + q_j = p$

tels que l'on ait :

$$u_o S^1 \cap u_1 S^1 \neq \emptyset$$
$$\ldots$$
$$u_k S^1 \cap u_{k+1} S^1 \neq \emptyset$$
$$\ldots$$
$$u_{p_j-1} S^1 \cap u_{p_j} S^1 \neq \emptyset$$
$$u_{p_j} S^1 \cap v_{q_j} S^1 \neq \emptyset$$
$$v_{q_j} S^1 \cap v_{q_j-1} S^1 \neq \emptyset$$
$$\ldots$$
$$v_1 S^1 \cap v_{1-1} S^1 \neq \emptyset$$
$$\ldots$$
$$v_1 S^1 \cap v_o S^1 \neq \emptyset .$$

Dans le cas particulier où $p = 0$ cette définition se simplifie et l'on a :

Définition 2. S est un L_o-semigroupe si pour chaque ensemble fini $\{x_i, A_i, i = 0, 1, \ldots, n\}$ d'éléments de S^1 tels que $x_i \in A_i S^1 \cap A_{i+1} S^1$ (où $A_{n+1} = A_o$), il existe $j(0 \leqslant j < n)$ tel que $x_j S^1 \cap x_{j+1} S^1 \neq \emptyset$.

Nous désignerons par L_p la classe des L_p-semigroupes. D'après la définition 1 il est évident que $L_p \subset L_q$ pour $p \leqslant q$.

Définition 3. Soit S un semigroupe simplifiable, U

et V deux sous-ensembles de S^1 . Nous dirons que les éléments x et y de S^1 sont finiment reliés par des éléments de U et de V si il existe un nombre fini d'éléments de U soient $u_1, \ldots, u_m$ et un nombre fini d'éléments de V soient $v_1, \ldots, v_n$ tels que

$$xS^1 \cap u_1S^1 \neq \emptyset, \ldots, u_{m-1}S^1 \cap u_mS^1 \neq \emptyset, u_mS^1 \cap v_nS^1 \neq \emptyset$$
$$v_nS^1 \cap v_{n-1}S^1 \neq \emptyset, \ldots, v_1S^1 \cap yS^1 \neq \emptyset.$$

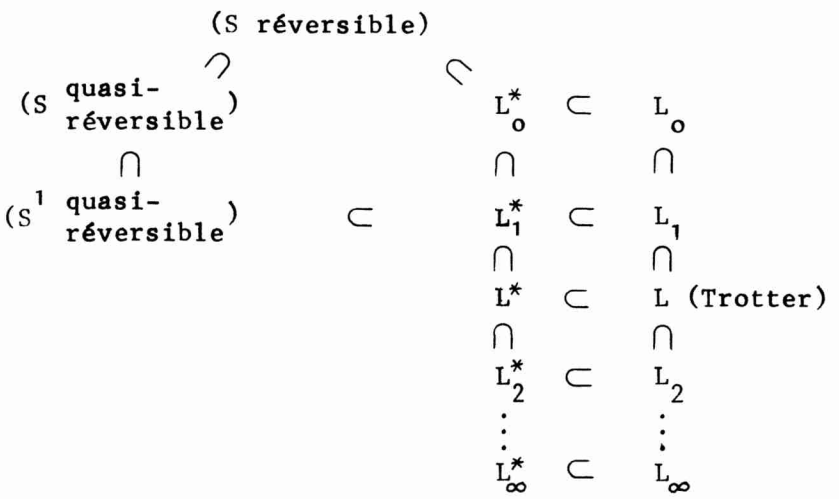
Nous pouvons alors énoncer la définition suivante :

Définition 4. Soit S un semigroupe simplifiable, S est un L_∞ -semigroupe si pour tout ensemble fini $\{x_i, A_i, i = 0,1,\ldots,n\}$ d'éléments de S^1 tels que $x_i \in A_iS^1 \cap A_{i+1}S^1$ (où $A_{n+1} = A_o$) il existe j $0 \leq j < n$ tel que x_j et x_{j+1} soient finiment reliés par des éléments de $A_jS^1 \cap A_{j+1}S^1$ et de $A_{j+1}S^1 \cap A_{j+2}S^1$.
On voit facilement alors que

$$\bigcup_{p=o}^{\infty} L_p \subset L_\infty .$$

De façon analogue la définition des L-semigroupes restreints (restricted L-semigroups) de Trotter se transpose aux L_p-semigroupes restreints $(0 \leq p \leq \infty)$ dont la classe sera notée L_p^* .

Les conditions suffisantes d'immersibilité peuvent se classer de la façon suivante :



Remarques

1°/ Pour toutes les classes il est sous-entendu "à gauche" et on aurait le même schéma avec "à droite" .

2°/ Il est démontré dans [1] que (S quasi-réversible) $\subset L^*$ et en fait la même démonstration montre que $(S^1$ quasi-réversible$) \subset L_1^*$.

3°/ Il est démontré dans [1] que l'on a strictement (S quasi-réversible)$\subset L^*$ et l'exemple $S = \langle a,b,c, \ ab = ba \rangle$ montre également que l'inclusion $(S^1$ quasi-réversible$) \subset L^*$ est stricte. Nous allons montrer par un exemple que l'on a strictement $(S^1$ quasi-réversible$) \subset L_1^*$.

Soit $S_4 = \langle a,b,c,d \rangle$ et posons $S = S_4/Q$, Q étant la congruence sur S_4 engendrée par la relation ab = cd. Les éléments de S s'écrivent de façon unique sous la forme d'un produit des éléments a,b,c,d, l'élément c n'étant jamais suivi immédiatement de l'élément d. On voit alors que l'ensemble des éléments s réversibles à gauche de S^1 c'est-à-dire tels que $s\,S^1 \cap t\,S^1 \neq \emptyset \ \ \forall t \in S^1$ se réduit à $\{1\}$ en effet

$$\left.\begin{array}{l} s\,S^1 \cap b\,S^1 \neq \emptyset \\ s\,S^1 \cap d\,S^1 \neq \emptyset \end{array}\right\} \Rightarrow s = 1$$

Dès lors si S^1 était quasi-réversible on aurait

$$xu = yv \Longrightarrow \left| \begin{array}{l} x = yz \\ \\ \text{ou } xz = y \end{array}\right.$$

ce qui n'est évidemment pas réalisé si l'on prend
$x = a$, $u = b$, $y = c$, $v = d$.
Il reste à montrer que $S \in L_1^*$. Pour cela remarquons que si x et $y \in S^1$ et $xS^1 \cap yS^1 \neq \emptyset$, il existe $\alpha, \beta \in S^1$ tels que $x\alpha = y\beta$ et l'on a

1°/ soit $x = ys$, $s \in S^1$,

2°/ soit $y = xs$, $s \in S^1$,

3°/ soit $x = za$, $z \in S^1$ et $\alpha = b\gamma$,
$y = zc$, $\beta = d\gamma$, $\gamma \in S^1$,

4°/ soit $x = zc$, $z \in S^1$ et $\alpha = d\gamma$,
$y = za$, $\beta = b\gamma$.

Soit alors un sous-ensemble $\{x_i, A_i, A_3 \; i = 0,1,2\}$ de S^1 tel que $A_o \notin A_1S^1 \setminus A_2S^1$ et $x_i \in A_iS^1 \cap A_{i+1}S^1$, on voit que les seuls cas possibles sont les suivants :

a/ $A_o \notin A_1S^1$, $A_1 \notin A_oS^1$, $A_1 \in A_2S^1$,
auquel cas on a $A_1 \in A_1S^1 \cap A_2S^1$
et $x_oS^1 \cap A_1S^1 \neq \emptyset$, $A_1S^1 \cap x_1S^1 \neq \emptyset$.

b/ $A_o \notin A_1S^1$, $A_1 \notin A_oS^1$, $A_2 \in A_1S^1$,

auquel cas on a $A_2 \in A_1S^1 \cap A_2S^1$,

$x_1S^1 \cap A_2S^1 \neq \emptyset$, $A_2S^1 \cap x_2S^1 \neq \emptyset$.

c/ $A_o \notin A_1S^1$, $A_1 \notin A_oS^1$, $A_1 \notin A_2S^1$, $A_2 \notin A_1S^1$

ce qui ne peut avoir lieu que si $A_2 = A_o$ et l'on a soit

$A_o = Aa$ et $x_o = Aabs_o$, $s_o \in S^1$,

$A_1 = Ac$, $x_1 = Aabs_1$, $s_1 \in S^1$,

soit

$A_o = Ac$ et $A_o = Aabs_o$, $s_o \in S^1$,

$A_1 = Aa$, $x_1 = Aabs_1$, $s_1 \in S^1$.

Dans les deux cas $Aab \in A_oS^1 \cap A_1S^1$ et

$x_oS^1 \cap AabS^1 \neq \emptyset$ $AabS^1 \cap x_1S^1 \neq \emptyset$.

d/ $A_1 \in A_oS^1$, auquel cas $x_oS^1 \cap A_1S^1 \neq \emptyset$ et

$A_1S^1 \cap x_1S^1 \neq \emptyset$.

e/ $A_o \in A_1S^1$, $A_2 \notin A_1S^1$, et $A_1 \notin A_2S^1$, auquel cas

comme au c/ on a $Aab \in A_1S^1 \cap A_2S^1$ et

$x_oS^1 \cap AabS^1 \neq \emptyset$ et $AabS^1 \cap x_1S^1 \neq \emptyset$.

f/ $A_o \in A_1S^1$, $A_2 \notin A_1S^1$, $A_1 \in A_2S^1$ auquel cas

$x_oS^1 \cap A_1S^1 \neq \emptyset$ et $A_1S^1 \cap x_1S^1 \neq \emptyset$.

g/ $A_o \in A_1S^1$, $A_2 \in A_1S^1$ auquel cas $x_oS^1 \cap A_2S^1 \neq \emptyset$

$A_2S^1 \cap x_1S^1 \neq \emptyset$.

4°/ Autres exemples : on remarque facilement que si S est un semigroupe libre on a $S \in (S^1$ quasi-réversible)

et $S \notin L_o$; par ailleurs $<a,b,c;ab=ba> \notin (S^1$ quasi-réversible), $<a,b,c;ab=ba> \notin L_o$ et $<a,b,c;ab=ba> \in L^*$.

II

Nous allons maintenant démontrer que les L_p-semigroupes sont immersibles dans des groupes. Il suffit de le démontrer pour les L_∞-semigroupes. Nous suivrons le même schéma que dans [1] et nous prions le lecteur de s'y reporter pour les notations.

Dans toute la suite S désigne un L_∞-semigroupe. L'énoncé du lemme 5 est inchangé :

Lemme 5 bis Si $I(h,k,n,X)$, $h>0$, est une M-chaine dans S^1 et $n = 0$ ou 1, il existe une M-chaine $I'(h-1,k',n',X')$ dans S^1 avec les mêmes éléments de fermeture que $I(h,k,n,X)$.

Démonstration : Utilisons les mêmes notations que [1] . Soient $x = d_h a_h = A_i C_i$, $y = A_i D_i = d_h b_h$. Comme S est un L_∞-semigroupe, il existe un entier p et des éléments $u_1, u_2, \ldots, u_p$, $\alpha_o, \alpha_1, \ldots, \alpha_p$, $\beta_o, \beta_1, \ldots, \beta_p$, , $s_1, \ldots, s_p$, $t_1, \ldots, t_p$ de S^1 tels que

$u_m = d_h s_m = A_i t_m$ $m = 1, \ldots, p$ et tels que

$$x \alpha_o = u_1 \beta_o$$
$$\ldots$$
$$u_m \alpha_m = u_{m+1} \beta_m$$
$$\ldots$$
$$u_p \alpha_p = y \beta_p$$

donc nous avons :

$$d_h a_h \alpha_o = d_h s_1 \beta_o \qquad \text{et} \qquad A_i C_i \alpha_o = A_i t_1 \beta_o$$
$$\cdots \qquad\qquad\qquad\qquad \cdots$$
$$d_h s_m \alpha_m = d_h s_{m+1} \beta_m \qquad\qquad A_i t_m \alpha_m = A_i t_{m+1} \beta_m$$
$$\cdots \qquad\qquad\qquad\qquad \cdots$$
$$d_h s_p \alpha_p = d_h b_h \beta_p \qquad\qquad A_i t_p \alpha_p = A_i D_i \beta_p$$

Après simplification à gauche par d_h et A_i ces relations transforment la chaine $I(h,k,n,X)$ en une chaine $I'(h-1, k+p-1, n', X')$ formée des équations :

$$A_o(D_o \alpha_o) = E_o(F_o \alpha_o) \qquad \cdots$$

$$\cdots \qquad E_3(F_3 \beta_p) = (B_i t_p) \alpha_p$$

$$E_1(F_1 \alpha_o) = (c_h s_1) \beta_o \qquad (B_i t_p) \beta_{p-1} = (B_i t_{p-1}) \alpha_{p-1}$$

$$(c_h s_1) \alpha_1 = (c_h s_2) \beta_1 \qquad \cdots$$

$$\cdots \qquad (B_i t_{m+1}) \beta_m = (B_i t_m) \alpha_m$$

$$(c_h s_m) \alpha_m = (c_h s_{m+1}) \beta_m \qquad \cdots$$

$$\cdots \qquad (B_i t_1) \beta_o = E_4(F_4 \alpha_o)$$

$$(c_h s_p) \alpha_p = E_2(F_2 \beta_p) \qquad \cdots$$

$$\cdots \qquad E_5(F_5 \alpha_o) = B_o(D_o \alpha_o)$$

On voit de la même façon que dans [1] que cette chaine détermine une M-séquence $I'(h-1,k+p-1,n')$ et est donc une M-chaine avec les éléments de fermeture A_o , B_o .

Le lemme 6 de [1] devient :

Lemme 6 bis. Si $I(h,k,n+1,X)$, $n>0$, est une M-chaine dans S^1 il existe un entier q et une M-chaine

$I'(h,k+q-1,n,X')$ dans S^1 dont les éléments de fermeture sont les mêmes que ceux de $I(h,k,n+1,X)$.

Cas 1. Soit $x = A_{j-1}D_{j-1} = A_jC_j$, $y = A_jD_j = A_{j+1}C_{j+1}$ pour un j , $i<j<i+n$. Si x et y sont finiment reliés par $u_1, u_2, \ldots, u_r \in A_{j-1}S^1 \cap A_jS^1$ et par $v_1, v_2, \ldots, v_s \in A_jS^1 \cap A_{j+1}S^1$ avec $r+s = q$ nous avons :

$u_l = A_{j-1}s_l = A_jt_l$, $l = 1,\ldots,r$

$v_m = A_j\sigma_m = A_{j+1}\tau_m$, $m = 1,\ldots,s$ et

$x\alpha_o = u_1\beta_o$,.., $u_l\alpha_l = u_{l+1}\beta_l$,.., $u_r\alpha_r = v_s\gamma_s$,..,

$v_m\delta_{m-1} = v_{m-1}\gamma_{m-1}$,.., $v_1\delta_o = y\gamma_o$

d'où nous déduisons les équations :

$$A_{j-1}D_{j-1}\alpha_o = A_{j-1}s_1\beta_o \qquad A_jC_j\alpha_o = A_jt_1\beta_o$$
$$\cdots \qquad\qquad \cdots$$
$$A_{j-1}s_l\alpha_l = A_{j-1}s_{l+1}\beta_l \qquad A_jt_l\alpha_l = A_jt_{l+1}\beta_l$$
$$\cdots \qquad\qquad \cdots$$
$$A_{j-1}s_r\alpha_r = A_{j+1}\tau_s\gamma_s \qquad A_jt_r\alpha_r = A_j\sigma_s\gamma_s$$
$$\cdots \qquad\qquad \cdots$$
$$A_{j+1}\tau_m\delta_{m-1} = A_{j+1}\tau_{m-1}\gamma_{m-1} \qquad A_j\sigma_m\delta_{m-1} = A_j\sigma_{m-1}\gamma_{m-1}$$
$$\cdots \qquad\qquad \cdots$$
$$A_{j+1}\tau_1\delta_o = A_{j+1}C_{j+1}\gamma_o \qquad A_j\sigma_1\delta_o = A_jD_j\gamma_o$$

Après simplification à gauche par A_{j-1}, A_{j+1} et A_j ces équations transforment la chaine $I(h,k,n+1,X)$ en une chaine $I'(h,k+q-1,n,X')$ formée des équations

$$A_o D_o = H_o K_o$$
$$\vdots$$
$$E_{-1} F_{-1} = c_h a_h$$
$$d_h a_h = A_i C_i$$
$$\vdots$$
$$A_{j-1}(s_r \alpha_r) = A_{j+1}(\tau_s \gamma_s)$$
$$\vdots$$
$$A_{i+n} D_{i+n} = d_h b_h$$
$$c_h b_h = H_{-1} K_{-1}$$
$$\vdots$$
$$E_{j+1} F_{j+1} = B_{j+1} D_{j+1}$$
$$B_{j+1}(\tau_s \gamma_s) = (B_{j+1} \tau_s)\gamma_s$$
$$(B_{j+1} \tau_s)\delta_{s-1} = (B_{j+1} \tau_{s-1})\gamma_{s-1}$$
$$\vdots$$
$$(B_{j+1} \tau_m)\delta_{m-1} = (B_{j+1} \tau_{m-1})\gamma_{m-1}$$
$$\vdots$$
$$(B_{j+1} \tau_1)\delta_o = H_{j+1}(K_{j+1} \gamma_o)$$
$$\vdots$$
$$E_j(F_j \gamma_o) = (B_j \sigma_1)\delta_o$$
$$\vdots$$
$$(B_j \sigma_{m-1})\gamma_{m-1} = (B_j \sigma_m)\delta_{m-1}$$
$$(B_j \sigma_s)\gamma_s = (B_j t_r)\alpha_r$$
$$\vdots$$
$$(B_j t_{1+1})\beta_1 = (B_j t_1)\alpha_1$$
$$\vdots$$
$$(B_j t_1)\beta_o = H_j(K_j \alpha_o)$$
$$\vdots$$
$$E_{j-1}(F_{j-1} \alpha_o) = (B_{j-1} s_1)\beta_o$$
$$\vdots$$
$$(B_{j-1} s_1)\alpha_1 = (B_{j-1} s_{1+1})\beta_1$$
$$\vdots$$
$$(B_{j-1} s_r)\alpha_r = B_{j-1}(s_r \alpha_r)$$
$$B_{j-1} C_{j-1} = H_{j-1} K_{j-1}$$
$$\vdots$$
$$E_o F_o = B_o D_o$$

Ces équations sont celles d'une chaine de Malcev du type: $R_o \ldots L_h R_i R_{i+1} \ldots R_{j-1} R_{j+1} \ldots R_{i+n} L_h^* \ldots$ $\ldots R_{j+1}^* R_{f+1} R_{f+2} \ldots R_{f+s} \ldots R_{f+s}^* \ldots$ $\ldots R_{f+2}^* R_{f+1}^* R_{g+1} R_{g+2} \ldots R_{g+r} \ldots R_{g+r}^* \ldots$ $\ldots R_{g+2}^* R_{g+1}^* R_{j-1}^* \ldots R_o^*$, et elles forment donc une M-séquence $I'(h, k+q-1, n)$ avec les éléments de fermeture A_o et B_o.

Cas 2. Soient $x = d_h a_h = A_i C_i$ et $y = A_i D_i = A_{i+1} C_{i+1}$. Si x et y sont finiment reliés par $u_1, u_2, \ldots, u_r \in d_h S^1 \cap A_i S^1$ et par $v_1, v_2, \ldots, v_s \in A_i S \cap A_{i+1} S^1$ avec $r+s = q$ nous avons :

$u_l = d_h s_l = A_i t_l$, $l = 1,\ldots,r$

$v_m = A_i \sigma_m = A_{i+1} \tau_m$, $m = 1,\ldots,s$

et $x\alpha_o = u_1\beta_o$,..., $u_r\alpha_r = v_s\gamma_s$,..., $v_1\delta_o = y\gamma_o$.

Comme dans le cas précédent les équations obtenues permettent de transformer la chaine I(h,k,n+1,X) en la chaine :

$A_o(D_o\alpha_o) = H_o(K_o\alpha_o)$

...

$E_{-1}(F_{-1}\alpha_o) = (c_h s_1)\beta_o$

...

$(c_h s_l)\alpha_l = (c_h s_{l+1})\beta_l$

...

$(c_h s_r)\alpha_r = c_h(s_r\alpha_r)$

$d_h(s_r\alpha_r) = A_{i+1}(\tau_s\gamma_s)$

...

$A_{i+n}D_{i+n} = d_h b_h$

$c_h b_h = H_{-1}K_{-1}$

...

$E_{i+1}F_{i+1} = B_{i+1}D_{i+1}$

$B_{i+1}(\tau_s\gamma_s) = (B_{i+1}\tau_s)\gamma_s$

...

...

$(B_{i+1}\tau_m)\delta_{m-1} = (B_{i+1}\tau_{m-1})\gamma_{m-1}$

...

$(B_{i+1}\tau_1)\delta_o = H_{i+1}(K_{i+1}\gamma_o)$

...

$E_i(F_i\gamma_o) = (B_i\sigma_1)\delta_o$

...

$(B_i\sigma_{m-1})\gamma_{m-1} = (B_i\sigma_m)\delta_{m-1}$

...

$(B_i\sigma_s)\gamma_s = (B_i t_r)\alpha_r$

...

$(B_i t_{l+1})\beta_l = (B_i t_l)\alpha_l$

...

$(B_i t_1)\beta_o = H_i(K_i\alpha_o)$

...

$E_o(F_o\alpha_o) = B_o(D_o\alpha_o)$.

Ces équations sont celles d'une chaine de Malcev du type:

$R_o \ldots R_{f+1} R_{f+2} \ldots R_{f+r} L_h R_{i+1} R_{i+2} \ldots R_{i+n} L_h^* \ldots$
$\ldots R_{i+n}^* \ldots R_{i+1}^* R_{g+1} R_{g+2} \ldots R_{g+s} \ldots R_{g+s}^* \ldots$
$\ldots R_{g+2}^* R_{g+1}^* R_{f+r}^* \ldots R_{f+2}^* R_{f+1}^* \ldots R_o^*$, et elles forment donc une M-séquence $I'(h,k+q-1,n)$ ayant pour éléments de fermeture A_o et B_o.

Cas 3. Le cas où $x = A_{i+n-1}D_{i+n-1} = A_{i+n}C_{i+n}$ et $y = A_{i+n}D_{i+n} = d_h b_h$ sont finiment reliés est analogue au cas 2.

La conclusion est immédiate puisque d'après ces deux lemmes on peut en un nombre fini d'étapes obtenir à partir d'une M-chaine quelconque $I(h,k,n,X)$ une M-chaine $I'(0,k',0,X')$ ayant les mêmes éléments de fermeture que $I(h,k,n,X)$ ce qui entraine, puisque S est supposé simplifiable que S est immersible dans un groupe.

III

La question qui se pose évidemment est de savoir si L_∞ représente la classe de tous les semigroupes plongeables dans des groupes. La réponse est négative: Soit $S_8 = \langle a,b,c,d,e,f,g,h \rangle$ et soit Q la congruence sur S_8 engendrée par les relations:

$ae = bf$ $\qquad$ $cg = dh$

$ce = df$ $\qquad$ $ag = bh$

On peut montrer grâce au théorème de Malcev que S_8/Q

est immersible dans un groupe. Toutefois S_8/Q n'est pas un L_∞-semigroupe, en effet chaque élément de S_8/Q peut s'écrire de façon unique comme produit des éléments a,b,c,d,e,f,g,h, b et d n'étant jamais suivis immédiatement de f ni de h, et prenons

$$A_o = a\ , \quad A_1 = b,$$
$$x_o = A_o e = A_1 f,\ x_1 = A_o g = A_1 h\ .$$

On voit facilement que $x_o S^1 \cap uS^1 \neq \emptyset$ et $u \in A_o S^1 \cap A_1 S^1$ entrainent $u = x_o s$, $s \in S^1$, et comme $x_o S^1 \cap x_1 S^1 = \emptyset$ on en déduit que x_o et x_1 ne sont pas finiment reliés. Donc S_8/Q n'est pas un L_∞-semigroupe.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Trotter P.G. A class of semigroups embeddable in groups Semigroup Forum. Vol. 5 (1972), 1-13.

[2] Doss R. Sur l'immersion d'un semigroupe dans un groupe Bull. Sci. Math. (2) 72 (1948) 139-150

[3] Clifford A.H. et G.B.Preston The Algebraic theory of semigroups vol. 1 et 2

[4] Bouleau N. Conditions unilatérales d'immersibilité d'un semigroupe dans un groupe et un contre-exemple à un résultat de A.H.Clifford et G.B.Preston. Journal of Algebra(à paraître en février 1973)

N. Bouleau
3 rue Léon Bloy
92260 Fontenay-aux-Roses

Received August 15, 1972