

## Werk

**Titel:** Magnuseffekt und Windkraftschiff

**Autor:** Prandtl, L.

**Ort:** Berlin

**Jahr:** 1925

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?34557155X\\_0013|log81](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?34557155X_0013|log81)

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

## Magnuseffekt und Windkraftschiff<sup>1)</sup>.

VON L. PRANDTL, Göttingen.

### I.

Das Flettnersche Windkraftschiff, das durch eine ungewöhnlich eifrige Zeitungspropaganda in aller Munde ist, hat die Strömungslehre, die bis dahin ein bescheidenes Dasein, beschränkt auf den Kreis der engeren Fachleute geführt hatte, plötzlich in den Vordergrund des allgemeinen Interesses gerückt; der wunderliche „Flettner-Rotor“ zeigte nämlich ein Verhalten, das man sich mit den überkommenen Anschauungen über den Winddruck schlechterdings nicht erklären konnte, sollte doch der rotierende Zylinder dieselben Kraftwirkungen hervorbringen, wie ein Segel mit 10 bis 15 mal so großer Ansichtsfläche!

Die moderne Strömungslehre vermag nun nicht nur diesen zunächst so rätselhaften Vorgang völlig aufzuklären, sondern sie war bei der Entdeckung der großen Kräfte des rotierenden Zylinders sogar die planvolle Führerin gewesen. Da die Bekanntheit mit den Gesetzen der Strömungslehre nicht genügend verbreitet ist, diese aber in ziemlich weitem Umfang vorausgesetzt werden müssen, wenn man zu einer wirklichen Erklärung der Erscheinung gelangen will, so ergreife ich gern die willkommene Gelegenheit, um die Leser an Hand des hier gegebenen Beispiels etwas in diese Lehre einzuführen.

Bevor ich aber auf diese Dinge näher eingehe, möge einiges über die *Entdeckungsgeschichte* der merkwürdigen Erscheinung Platz finden. Diese bezieht sich zunächst nicht auf den Zylinder, sondern auf die durch die Luft geworfene rotierende Kugel, deren Abweichungen von der gewöhnlichen Wurflinie bereits seit Jahrhunderten den Artilleristen und ebenso den Ballspielern<sup>2)</sup> aufgefallen war.

Die Artilleristen waren, als man noch mit wirklichen „Kugeln“ schoß, bereits frühzeitig auf gewisse unregelmäßige Abweichungen der Geschosßbahnen aufmerksam geworden. B. ROBINS hat bereits 1742 ausgesprochen, daß diese Abweichungen von der Rotation der Kugeln herrührten. Er hat später auch den versuchsmäßigen Nachweis dafür erbracht. Gegen 1830 war man, um die sonst ganz unregelmäßigen Rotationen zu beherrschen, dazu gekommen, Kugeln mit exzentrischem Schwerpunkt zu verwenden. Beim Schießen mit solchen exzentrischen Kugeln zeigte sich denn auch, daß der Schuß, wenn die Kugel mit „Schwerpunkt unten“ geladen war, regelmäßig zu kurz ging (da der Druck der Pulvergase im Kugelmittelpunkt angriff, ergab sich hierbei eine Drehung der Kugel von oben nach vorn und unten). Lud man mit „Schwerpunkt oben“, so ging der Schuß zu weit.

<sup>1)</sup> Erweiterte Wiedergabe eines Vortrags vor der Göttinger Physikalischen Gesellschaft am 17. November 1924.

Entsprechend gab es bei „Schwerpunkt rechts“ Abweichung nach rechts und bei „Schwerpunkt links“ Abweichung nach links. Diese Seitenabweichung ließ sich nun, wie Schießversuche mit mehreren hintereinander befindlichen Scheiben erwiesen, nicht durch einen seitlichen Stoß, den das Geschosß in der Mündungsebene erhalten hätte, erklären, denn die Flugbahn war deutlich nach der Seite gekrümmt, also mußten Luftkräfte im Spiel sein, die das Geschosß dauernd weiter ablenkten.

Um eine sichere Entscheidung der Angelegenheit herbeizuführen, machte der bekannte Berliner Physiker G. MAGNUS, der Lehrer von HELMHOLTZ, 1852 einige Laboratoriumsversuche<sup>3)</sup>. Unter anderem setzte er einen zwischen Spitzen gelagerten Messingzylinder, der wie ein Kreisel mit einer Schnur in rasche Umdrehung versetzt werden konnte, auf einen leicht drehbar gelagerten Arm und blies mittels eines kleinen Zentrifugalgebläses einen Luftstrom gegen den Zylinder. Dieser wich in der Richtung senkrecht zum Luftstrom und senkrecht zur Zylinderachse aus, und zwar immer nach derjenigen Seite hin, auf der die Umfangsgeschwindigkeit mit dem Luftstrom gleichgerichtet war. Der Sinn der Ablenkung war in Übereinstimmung mit den Schießversuchen, und die Größe der ablenkenden Kraft, die MAGNUS allerdings nicht gemessen hat, schien ihm durchaus von solcher Größe zu sein, daß die Ablenkungen kugelförmiger Geschosse wirklich damit erklärt werden konnten<sup>3)</sup>. Seither ist es üblich geworden, die ganze Erscheinungsgruppe mit dem Namen „Magnuseffekt“ zu belegen. Das Verdienst von MAGNUS um die erste laboratoriumsmäßige Klarlegung der Erscheinung erfuhr dadurch seine gerechte Würdigung.

Noch älter als bei den Artilleristen war übrigens die Kenntnis der Ablenkung rotierender Kugeln bei den Ballspielern. Beim Tennisball ist die Erscheinung ja ziemlich auffällig und es ist jedem geübten, Spieler geläufig, daß ein „geschnittener Ball“ deutlich von der Wurfbahn des nicht geschnittenen Balls abweicht<sup>3)</sup>. Wird der Ball von rechts streifend angeschlagen, dann weicht er von der Vertikal-

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu den Aufsatz über GUSTAV MAGNUS von P. PRINGSHEIM. Naturw. 13, 49, 1925. (Bei der Korrektur zugefügt.)

<sup>2)</sup> MAGNUS behandelt in der gleichen Arbeit auch die Abweichungen rotierender Langgeschosse durch besondere Versuche und daran anknüpfende theoretische Betrachtungen. In den populären Darstellungen, die man jetzt vielfach in Tageszeitungen lesen konnte, wurden diese Dinge mit dem Magnuseffekt, mit den sie nichts zu tun haben, vielfach in einen Topf geworfen.

<sup>3)</sup> Nach G. T. WALKER erwähnt bereits JS. NEWTON 1671, daß der geschnittene Tennisball eine Raumkurve beschreibe.

ebene, die seine anfängliche Flugrichtung enthält. nach links ab, und umgekehrt. Von unten angeschlagene Bälle fliegen gestreckter, von oben angeschlagene kürzer als der normalen Wurflinie entspricht. Noch auffälliger sollen nach G. T. WALKER die Erscheinungen beim Golfball sein. Dieser erreicht, von unten angeschlagen, wesentlich längere Flugwege und Flugzeiten, als es nach den Fallgesetzen bei derselben Anfangsgeschwindigkeit möglich wäre, und es ist sogar das erste Bahnstück deutlich nach oben konkav! Bei fehlerhaftem (seitlichen) Anschlag sollen Seitenabweichungen bis zu 70 m aus der Vertikalebene durch die Anfangsrichtung vorkommen.

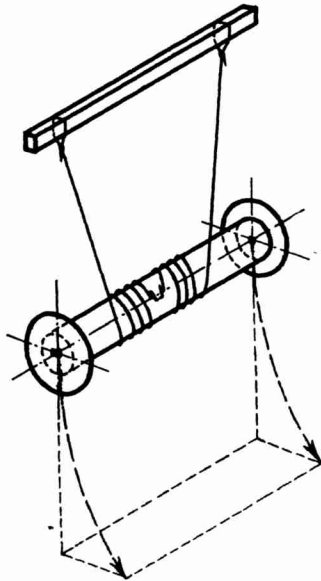


Fig. 1. Versuch zum Nachweis des Magnuseffekts.

Der Magnuseffekt läßt sich auch sehr leicht ohne große Hilfsmittel im Hörsaal oder Zimmer demonstrieren. Hierzu eignen sich z. B. schon einfache aus Papier geklebte längliche Zylinder, die man so wirft, daß man ihnen gleichzeitig eine starke Rotation erteilt. (Am besten Wurf nach vorwärts, mit Handhaltung, ähnlich wie beim Kegeln; Bahn ähnlich wie Fig. 2.) Die Erscheinungen werden besonders deutlich, wenn man den Zylinder sehr länglich macht; dabei empfiehlt es sich, ihn an den Enden mit überstehenden Scheiben aus Karton zu versehen, die einmal seine Steifigkeit und seinen Drehschwung erhöhen, aber auch eine aerodynamische Verbesserung darstellen. Wickelt man um einen solchen Zylinder, der durch einen passenden Einschnitt in der Mitte mit einer kleinen Nase versehen ist, einen mit beiden Enden an einem Holzstäbchen befestigten Faden, so weicht er beim Fallen deutlich in der in Fig. 1 angegebenen Weise nach der Seite aus. Auch ein dreiseitiges Prisma aus Papier, gegebenenfalls auch mit Endscheiben, das man zwischen den Fingerspitzen der einen

Hand hält und mit einem Finger der anderen Hand an der mit dem Pfeil bezeichneten Stelle anschnippt zeigt sehr auffällig eine Ablenkung, wie in Fig. 2 angegeben (die Versuche werden vorgeführt).

## II.

Nun zu den *Erklärungsversuchen!* In den Kreisen der Artilleristen war man früher vielfach geneigt gewesen, die Erscheinung so zu erklären, daß die rotierende Kugel auf dem „Polster verdichteter Luft“, das sich vor ihr bilde, eine vermehrte Reibung erführe, die die Seitenablenkung verursache. S. D. POISSON wies aber nach, daß die Luftreibung keineswegs ausreiche, um solche Wirkungen hervorzurufen. Vor allem aber zeigten die bereits erwähnten Versuche mit exzentrischen Kugeln, daß in Wirklichkeit die Ablenkung gerade nach der umgekehrten Seite erfolgte, als die „Polstertheorie“ verlangte.

MAGNUS gab im Anschluß an seine Versuche eine Erklärung, die zwar den Effekt ein wenig verständlich macht, aber infolge des damaligen primitiven Zustandes der Strömungslehre uns Heutige gar nicht mehr zu befriedigen vermag<sup>1)</sup>. Wesentlich mehr vermag uns dagegen die Darlegung zu geben, die Lord RAYLEIGH 1877 in Anknüpfung an die Flugbahnen geschnittener Tennisbälle veröffentlicht hat. Die Strömungslehre hatte inzwischen durch HELMHOLTZ, Sir WILLIAM THOMSON und andere bedeutende Fortschritte gemacht, die allerdings fast ausschließlich einer „idealen Flüssigkeit“ ohne alle Reibung und Volumände-

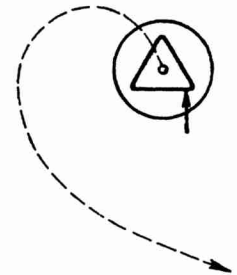


Fig. 2. Ein weiterer Versuch.

<sup>1)</sup> MAGNUS geht zunächst davon aus, daß von einem Luftstrom, den man auf einen ruhenden Zylinder in einer Richtung senkrecht zur Achse bläst, Kerzenflammen oder kleine Windfahnen, die man seitlich vom Zylinder anbringt, gegen den Zylinder hinbewegt werden (Offenbar dürfen sie dazu nicht in dem Luftstrom selbst stehen, sondern außerhalb desselben, so daß es sich also nur um einen dünnen Luftstrahl handeln kann). M. schließt nun aus diesem Verhalten der Flammen und Windfahnen, daß „die Bewegung der Luft längs der Zylinderfläche nicht, wie man allgemein annimmt, eine Vermehrung des Druckes gegen diese hervorbringt, sondern im Gegenteil eine Verminderung in einer gegen den Luftstrom senkrechten Richtung, und zwar eine um so größere, je größer die Geschwindigkeit der Luft ist.“ M. schließt nun weiter: „Dreht sich der Zylinder nicht, so ist die Verminderung des Druckes auf beiden Seiten gleich. Dreht er sich aber, so ist auf der Seite, die sich in gleicher Richtung mit der Luft bewegt, die Geschwindigkeit und folglich auch die Verminderung des Druckes größer als auf der anderen, wo eine der Luft entgegengesetzte Bewegung stattfindet.“ M. hat auf dieser letzteren Seite einen Aufstau der Luft beobachtet und nimmt daher hier einen gleichen Überdruck an, wie er eintritt, wenn zwei entgegengesetzt gerichtete Wasserstrahlen gegeneinanderströmend aufeinanderprallen.

ung galten. Lord RAYLEIGH'S Rechnungen knüpften an die Strömung einer solchen idealen Flüssigkeit um einen in der Achsenrichtung unendlich ausgedehnten Kreiszyylinder an und betrachtete die Strömungszustände, die entstehen, wenn die gewöhnliche „Potentialströmung“ mit einer umlaufenden „Zirkulationsströmung“ überlagert wird, und er errechnete die auf den Zylinder ausgeübte Kraft aus der Druckverteilung am Zylinder. Lord RAYLEIGH hebt aber selbst hervor, daß es ein schwacher Punkt seiner Theorie sei, daß die Rechnungen nur bei Abwesenheit von Flüssigkeitsreibung richtig seien, daß aber nach einem Satz von THOMSON die zirkulatorische Bewegung bei Abwesenheit von Reibung nicht entstehen könne, oder, wenn sie einmal vorhanden sei, sich nicht ändern könne. Die Entstehung der Strömung, für die man offenbar doch die Flüssigkeitsreibung verantwortlich machen mußte, blieb also dunkel. Immerhin ist die Rechnung von Lord RAYLEIGH sehr lehrreich, und es ist für uns nützlich, sich mit ihr und auch mit den ihr zugrunde liegenden Theorien über die Bewegung einer idealen Flüssigkeit etwas genauer zu beschäftigen, denn die wirklichen Flüssigkeiten, wie Wasser und Luft, besitzen nur sehr geringe innere Reibung, so daß in günstigen Fällen eine Aussage über die Bewegungsart einer idealen Flüssigkeit auch eine angenähert richtige Aussage für eine wirkliche Flüssigkeit liefert. Ob ein solcher „günstiger Fall“ vorliegt, bedarf dabei allerdings noch einer besonderen Untersuchung. Hierüber wird später noch einiges zu sagen sein.

Die gewöhnlich untersuchten Strömungen einer idealen Flüssigkeit, nämlich diejenigen, die in einer ursprünglich ruhenden Flüssigkeit durch Bewegung von Körpern in ihr oder durch Druckwirkung auf der Oberfläche entstehen, sind von derselben geometrischen Art wie die Strömungen der Elektrizität in einem homogenen körperlichen Leiter (oder auch wie das magnetische Feld in einem Raum mit unveränderlicher Permeabilität). Sie sind, wie der Fachausdruck lautet, aus einem Potential ableitbar, das der Laplaceschen Differentialgleichung genügt. Das wesentliche Merkmal der Potentialströmung ist, daß die einzelnen Flüssigkeitselemente sich nicht drehen. Es hängt das eng mit der Reibungslosigkeit zusammen; ohne Zuhilfenahme der Reibung kann ein Flüssigkeitsteilchen nicht in Drehung versetzt werden.

Die beiden Strömungen, von denen Lord RAYLEIGH ausgeht, sind in Fig. 3 u. 4 veranschaulicht. Eine Strömung von derselben Form wie Fig. 3 ließe sich auch dadurch herstellen, daß man durch eine Blechtafel, in die in der Mitte ein kreisförmiges Loch geschnitten ist, einen elektrischen Strom schiebt (man müßte dazu an den linken und rechten Rand des aus einem schlecht leitenden Metall bestehenden Blechs einen gutleitenden Kupferstreifen auflöten und den Strom durch die Kupferstreifen zuführen). Die Strömung von Fig. 4 ließe sich elektrisch nur so erzeugen, daß man das Blech mit dem kreisförmigen Loch längs eines Radius

aufschlitzte und die Kupferschienen links und rechts von dem Schlitz anlötete. Magnetfelder von der Art der Fig. 4 sind dagegen sehr bekannt. Das Magnetfeld eines elektrischen Stromes, der durch einen senkrecht zur Zeichenebene durch den Kreismittelpunkt hindurchgehenden geraden Draht fließt, ist von dieser Art.

Die Strömung, die den eigentlichen Gegenstand der Rayleigh'schen Betrachtung bildet, wird nun

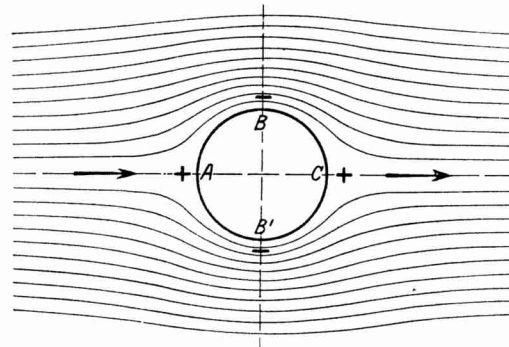


Fig. 3. Potentialströmung um einen Kreiszyylinder.

durch „Überlagerung“ (Superposition) der beiden Strömungen nach Fig. 3 u. 4 erhalten. Man versteht darunter die Strömung, deren Geschwindigkeit in jedem Punkt durch Zusammensetzung der beiden Einzelgeschwindigkeiten nach dem Parallelo-

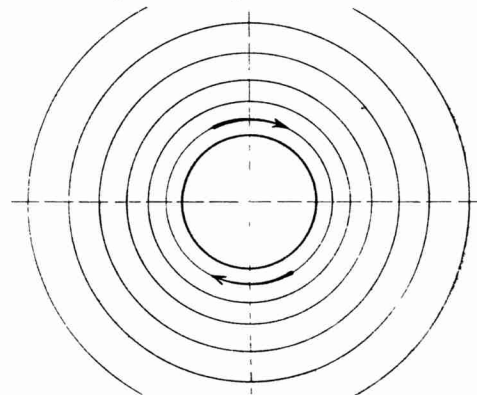


Fig. 4.

Zirkulatorische Umströmung eines Kreiszyinders.

gramm erhalten wird (das Potential entsteht einfach durch Addition der beiden Potentialwerte in jedem Raumpunkt; das Stromliniensystem entsteht, wenn die beiden Stromliniensysteme so übereinander gezeichnet werden, daß die sekundlich geförderte Flüssigkeitsmenge zwischen je zwei Stromlinien überall dieselbe ist, einfach durch Zeichnen der Diagonalkurven, vgl. Fig. 5). Als Ergebnis der Überlagerung der Strömungen Fig. 3 und Fig. 4 entstehen nun je nach der Intensität der zirkulatorischen Bewegung von Fig. 4 verschiedene Formen; eine mit mäßiger Zirkulation zeigt Fig. 6, eine mit stärkerer Fig. 7.

Um zu verstehen, was mit diesen Strömungen erreicht ist, müssen wir uns nun mit der Druckverteilung in einer strömenden idealen Flüssigkeit befassen. Zunächst ist zu sagen, daß der Druck an

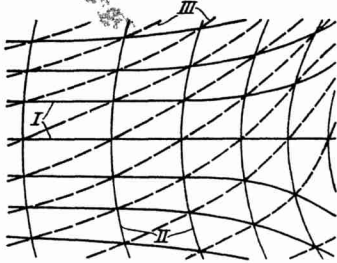


Fig. 5. Überlagerung zweier Strömungen. Aus den Stromliniensystemen I und II entsteht durch Zeichnung der Diagonalkurven das System III.

einer und derselben Stelle nach allen Richtungen hin gleich ist, geradeso wie dies in einer ruhenden Flüssigkeit der Fall ist. Der Druck an zwei ver-

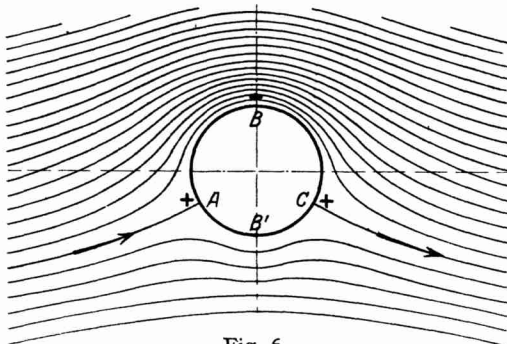


Fig. 6.

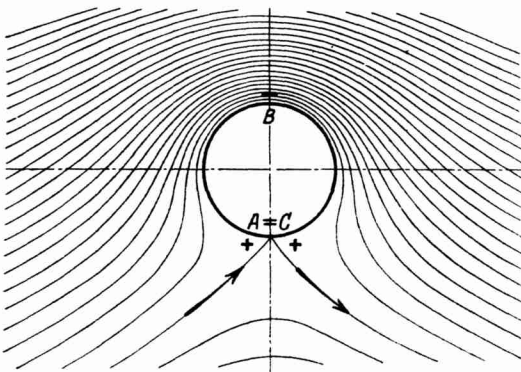


Fig. 7.

Fig. 6 u. 7. Zirkulationsströmungen, aus Fig. 3 u. 4 durch Überlagerung entstanden.

schiedenen Stellen ist aber im allgemeinen verschieden groß. Wir wollen von dem Eigengewicht der Flüssigkeit absehen, was darauf hinauskommt, daß wir unter dem Druck, von dem wir hier reden, nur den Unterschied zwischen dem Druck im Be-

wegungszustand und dem in der Ruhe verstehen. Dieser Unterschied kann positiv oder negativ sein, und wir sprechen in diesem Zusammenhang von „Überdruck“ und „Unterdruck“. Wenn nun der Druck von irgendeiner Stelle *A* nach einer Stelle *B* hin, die beide auf derselben Stromlinie liegen, stetig sinkt, so hat jedes kleine Flüssigkeitsteilchen hinter sich einen etwas größeren Druck als vor sich, es wird daher in der Richtung sinkenden Druckes vorwärts getrieben, beschleunigt. Hatte es bei *A* bereits eine Geschwindigkeit nach *B* hin, so wird diese auf dem Wege nach *B* ständig wachsen; hat es umgekehrt in *B* eine beträchtliche Geschwindigkeit nach *A* zu, so wird es durch die entgegenstehenden Druckunterschiede verzögert (es hat dauernd vor sich einen etwas größeren Druck als hinter sich). Wieder ist es so, daß die Geschwindigkeit bei *B*, wo der Druck kleiner ist, größer ist als bei *A*. Die rechnerische Durchführung für eine stationäre (d. h. zeitlich gleichbleibende) Strömung in der idealen Flüssigkeit führt zu der Beziehung, daß die Summe aus dem Druck *p* und der Größe  $\frac{\rho v^2}{2}$  ( $\rho$  = Dichte = Masse der Volumeinheit,  $v$  = Geschwindigkeit) auf einer Stromlinie konstant ist. Diese von D. BERNOULLI 1738 aufgestellte

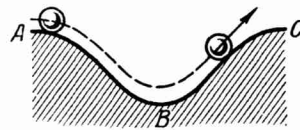


Fig. 8. Kugel unter dem Einfluß der Schwerk.

Beziehung, die vielfach „Bernoullisches Theorem“ genannt wird, hängt natürlich eng mit dem Energiesatz der Punktmechanik zusammen. Läßt man in einer glatten Rinne, Fig. 8, eine Kugel herunterrollen, so ist am tiefsten Punkt die Geschwindigkeit am größten, am höchsten am kleinsten, und es ist  $h + \frac{v^2}{2g} = \text{const}$  ( $g$  = Erdbeschleunigung; wie zu erwarten, spielt der Druck bei der Strömung dieselbe Rolle, wie hier die Höhe ( $h$ )!

In den stationären Potentialströmungen ist übrigens  $p + \frac{\rho v^2}{2}$  nicht nur längs einer Stromlinie, sondern im ganzen Strömungsgebiet konstant.

Wir wenden diese Kenntnis nun auf die Strömungen von Fig. 3, 6 u. 7 an. Am Punkte *A* dieser Strömungen kommt die Flüssigkeit für einen Augenblick völlig zur Ruhe, hier muß also nach dem Bernoullischen Theorem der Druck am größten sein, um  $\frac{\rho V^2}{2}$  größer als in dem ungestörten Strom (wenn  $V$  die Geschwindigkeit des ungestörten Stroms relativ zu unserem Körper — oder in anderer Auffassung die Geschwindigkeit des Körpers relativ zur ruhenden Luft — ist). An der Stelle *B*, wo uns das Zusammendrängen der Stromlinien das Maximum der Geschwindigkeit anzeigt, ist der Druck am kleinsten. Der Druck bei *C* wieder ist so groß



wie bei  $A$ ; in der symmetrischen Strömung, Fig. 3, ist auch der Druck bei  $B'$  gerade so groß wie bei  $B$ , bei den unsymmetrischen Strömungen, Fig. 6 u. 7, dagegen ist der Druck bei  $B$  wesentlich kleiner als der bei  $B'$ , und es ist daher als Gesamtwirkung der Drücke eine Kraft in der Richtung  $B'B$  vorhanden, eben die Magnuskraft, für die auch der Name „Quertrieb“ vorgeschlagen wurde. Ein Widerstand in der Bewegungsrichtung kann aus der Druckverteilung bei keiner der drei Strömungen abgelesen werden; es hängt dies eng mit der Ersetzung der wirklichen Flüssigkeit durch die ideale Flüssigkeit zusammen, die Überwindung von Widerstand bedeutet Leistung von Arbeit und könnte daher in der idealen Flüssigkeit ein Äquivalent nur in einer in der Flüssigkeit steckenbleibenden kinetischen Energie haben. Wenn die Strömung sich aber hinter dem Körper ebenso schließt, wie sie sich vor ihm geteilt hat, dann ist für eine solche Energie und infolgedessen auch für einen Widerstand kein Platz. Die Rayleighsche Rechnung, und damit auch unsere letzte Überlegung, gilt übrigens nur für einen sehr langen Zylinder, bei dem die Zustände an den Enden nicht in Betracht gezogen werden. Für den kurzen Zylinder ist dies nicht zugänglich. Es mag hier nur kurz erwähnt werden, daß auch in der idealen Flüssigkeit bei der zirkulatorischen Bewegung an den Zylinderenden kinetische Energie in Form von Wirbeln auftritt, die in der Strömung verbleibt, und daß daher hier ein dieser Energie entsprechender Widerstand auftritt (ein sogenannter induzierter Widerstand, genau wie bei Tragflügeln). Man schließt daraus, und die Versuche bestätigen es, daß der Magnus-effekt nur bei sehr langen Zylindern in annähernd voller Entwicklung beobachtet werden kann, und daß er bei kurzen Zylindern und bei Kugeln nur in einer durch die Wirbel stark beeinträchtigten Form auftritt<sup>1)</sup>. Alle älteren Beobachtungen sind aber mit verhältnismäßig kurzen Körpern gemacht worden; die Göttinger Messungen von 1923 sind die ersten mit hinreichend langen Zylindern.

Noch zwei Bemerkungen mögen hier Platz finden. Erstens: Man kann die besprochenen Druckverteilungen noch auf eine andere Weise gut verstehen. Betrachtet man ein Flüssigkeitsteilchen, das sich längs einer gekrümmten Stromlinie bewegt, so wird man leicht erkennen, daß, um das Teilchen in der krummen Bahn zu führen, jeweils eine Kraft auf es ausgeübt werden muß, die es nach der konkaven Seite der Bahnkurve hin ablenkt.

<sup>1)</sup> Die in meiner Tragflügeltheorie, II. Mitteilung (Göttinger Nachr. 1919, S. 134) durch Gl. (68) angegebene Auftriebsminderung von der Größe  $W \sin \delta$  ( $\delta =$  Winkel zwischen der Windrichtung und der Richtung der wegen ihrer Eigenbewegung schräg liegenden Wirbelachsen,  $W =$  induzierter Widerstand) kann bei kurzen Zylindern so groß werden, daß bei Zunahme der Zirkulation (vgl. das Folgende!), der Auftrieb wieder abnimmt oder sogar negativ wird. Diese Erscheinung ist aus der Saugkraft der Wirbel, die in der Richtung der Wirbelachsen wirkt, verständlich.

Dies geht aber wieder in der Weise vor sich, daß der Druck auf der konvexen Seite etwas größer ist als auf der konkaven. (Man kann auch so sagen, daß das Teilchen in seinem Bestreben, geradeaus zu gehen, auf die konvexe Seite drückt und kann von einer „Zentrifugalkraft“ sprechen.) Verfolgt man nun diese Druckunterschiede in Richtungen quer zu den Stromlinien bis zur ungestörten Strömung, wo der Druck ausgeglichen ist, so findet man wieder, daß in der Gegend von  $A$ , wo die Stromlinien nach dem Zylinder zu konvex sind, Überdruck, in der Gegend von  $B$  aber, wo sie gegen den Zylinder konkav sind, Unterdruck herrschen muß. Daß sich bei quantitativer Auswertung dieser Überlegung genau dieselben Drucke ergeben, wie nach dem Bernoullischen Theorem, ist durch die Verknüpfung gewährleistet, die diese Dinge in den Strömungsgesetzen finden.

Die zweite Bemerkung bezieht sich auf die Größe der Magnuskraft. Lord RAYLEIGH findet durch Ausrechnung der Druckverteilung eine Formel, nach der diese Kraft proportional dem Produkt aus der Geschwindigkeit  $V$  des Zylinders relativ zur ungestörten Flüssigkeit und derjenigen  $U$  der zirkulatorischen Umströmung nach Fig. 4 ist. Für ein Stück von der Länge  $l$  des „unendlich lang“ gedachten Zylinders wird sie mit  $r =$  Zylinderradius,  $\rho =$  Flüssigkeitsdichte

$$P = \rho V U \cdot 2\pi r l.$$

Es ist vielfach der Fehler gemacht worden, diese Umströmungsgeschwindigkeit mit der Umfangsgeschwindigkeit des rotierenden Zylinders zu verwechseln. Der Zusammenhang dieser beiden ist aber weder von vornherein gegeben, noch auch überhaupt einfach; er ist einstweilen nur durch Versuche ermittelbar. In Fig. 6 ist übrigens  $U = V$ , in Fig. 7  $U = 2V$  angenommen.

Die obige Rayleighsche Formel ist übrigens, wie bemerkt sein möge, ein Spezialfall der Formel von JOUKOWSKI (1906)

$$P = \rho V \Gamma l,$$

die für alle Fälle gilt, wo eine Strömung eine seitliche Kraft hervorbringt, also für Tragflügel, Segel usw.  $\Gamma$  ist dabei die „Zirkulation“, die in der Weise erhalten wird, daß man längs einer beliebigen das krafterzeugende Objekt umschlingenden geschlossenen Kurve jedes Linienstückchen mit der in seine Richtung fallenden Komponente der Geschwindigkeit multipliziert und diese Produkte alle addiert („integriert“). Diese „Zirkulation“ hat bei den Potentialströmungen sehr bemerkenswerte Eigenschaften: Bei den gewöhnlichen Potentialströmungen, z. B. Fig. 3, ist sie für jede beliebige geschlossene Kurve gleich Null; bei den zirkulatorischen Potentialströmungen, z. B. Figg. 4, 6 u. 7, ist sie für jede geschlossene Kurve, die das umströmte Objekt nicht umschlingt, ebenfalls gleich Null, für jede das Objekt einmal umschlingende geschlossene Kurve ist sie dagegen konstant, so daß also ihr Wert  $\Gamma$  ein Maß für die zirkula-

törische Bewegung wird. Ist in Fig. 4  $r$  der Radius einer beliebigen Stromlinie, so ist die Strömungsgeschwindigkeit  $u$ , wenn man als geschlossene Linie die kreisförmige Stromlinie wählt, voll einzusetzen, da sie ja genau in die Richtung des Linienelements fällt, und es wird hier  $\Gamma = 2\pi r \cdot u$ , woraus wegen der Konstanz von  $\Gamma$  folgt, daß  $u$  umgekehrt proportional der Entfernung  $r$  sein muß.

Die soeben gewonnene Kenntnis vom Zirkulationsbegriff gibt uns jetzt auch die Möglichkeit, den schon andeutungsweise erwähnten wichtigen Satz von Sir WILLIAM THOMSON genauer zu formulieren. Er lautet, daß in einer homogenen reibungslosen Flüssigkeit die Zirkulation längs jeder dauernd aus denselben Flüssigkeitsteilchen bestehenden Linie sich im Verlauf der Zeit nicht ändern kann. Der Satz gilt unter den genannten Bedingungen ganz allgemein, nicht nur für „Potentialbewegungen“, sondern auch für beliebig wirbelnde Bewegungen. Wenn man sich nun z. B. einen Zylinder zunächst ohne Drehung bewegt denkt, so ist nach dem bisherigen nirgends Zirkulation vorhanden (die Strömung nach Fig. 3!); wird er jetzt nachträglich in Rotation versetzt, so ist auf keine Weise einzusehen, wie jetzt plötzlich, entgegen dem THOMSONSCHEN Satz, Zirkulation entstehen soll. Die Sache ist also, trotz der an sich recht befriedigenden Stromlinienbilder und Druckverteilungen, vom Standpunkt der idealen Flüssigkeit recht hoffnungslos, da man nicht einsieht, wie die Zirkulation entstehen kann.

Die Lösung für die einfache Umströmung des nicht rotierenden Zylinders, die wir in Fig. 3 kennengelernt haben, ist aber, genau betrachtet, um nichts befriedigender, denn man weiß, daß in einer wirklichen Flüssigkeit ein solcher Zylinder weit davon entfernt ist, keinen Widerstand zu besitzen, und man beobachtet auch in den wirklichen Flüssigkeiten ganz andere Strömungsformen als Fig. 3, nämlich Strömungen, die auf der Rückseite des Zylinders von Wirbeln erfüllt sind. Es wird sich zeigen, daß wir mit der Erklärung der Abweichung der einfachen Strömung mit Widerstand von dem Idealbild der Fig. 3 auch den Schlüssel zur Erklärung des Magnuseffekts in die Hand bekommen.

### III.

Der Grund für das Versagen der Theorie der idealen Flüssigkeit diesen Problemen gegenüber kann angegeben werden. Die Reibungskräfte sind in den schwach reibenden Flüssigkeiten, zu denen Wasser und Luft gehören<sup>1)</sup>, zwar im Innern der Flüssigkeit so klein, daß sie gegen die Trägheitskräfte vernachlässigt werden können; aber in einer dünnen Schicht unmittelbar an der Oberfläche der eingetauchten Körper oder der festen Wände, werden sie doch von gleicher Größenordnung wie die Trägheitskräfte. Wenn wir uns die Reibung der Flüssigkeit (ihre „Zähigkeit“) immer mehr ver-

kleinert denken, so werden die spezifischen Reibungswirkungen in dieser Schicht nicht kleiner, sondern nur die Schicht selbst wird dünner.

Daß eine solche Schicht existieren muß, kann man unschwer einsehen, denn alle messenden Versuche über das Verhalten reibender Flüssigkeiten zeigen einwandfrei, daß die an den Körper unmittelbar angrenzende Schicht an ihm haftet, d. h. relativ zu ihm in Ruhe ist. Die nächsten Schichten schieben sich übereinander weg, so daß die Geschwindigkeit jeder weiter entfernten Schicht größer ist als die der näher an der Wand liegenden Schicht. Es ergibt sich also eine den Körper oder die Wand einhüllende Zone, in der sich der Übergang von der Geschwindigkeit Null an der Wand bis zur Geschwindigkeit der von der Reibung nicht beeinflussten, freien Strömung vollzieht. Dieser Übergang wird durch Reibungskräfte vermittelt, und zwar sind diese, auf das Volumenelement berechnet, von der gleichen Größenordnung wie die durch die Trägheitswirkung der freien Flüssigkeit hervorgerufenen Druckkräfte, da ja die Geschwindigkeiten in der Reibungszone sich um endliche Beträge von denen in der freien Flüssigkeit unterscheiden. Die Art der Geschwindigkeitsverteilung in der Reibungszone wird durch Fig. 9 veranschaulicht. Ihre „Dicke“  $\delta$  kann dabei praktisch zu  $1/50$  bis  $1/300$  des Zylinderdurchmessers angenommen werden, je nach der größeren oder kleineren Zähigkeit<sup>1)</sup>.

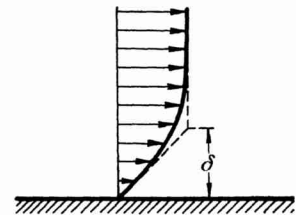


Fig. 9. Geschwindigkeitsverteilung in Nähe der Wand.

Die nächste Frage ist nun offenbar die nach den Bewegungsgesetzen der Flüssigkeit in der Reibungszone, die von den Fachleuten gewöhnlich „Grenzschicht“ genannt wird (eine nicht ganz glückliche Bezeichnung, die wir aber doch anwenden wollen, da sie eingeführt ist). Diese Gesetze sind der Berechnung ziemlich weitgehend zugänglich, doch sind die Rechnungen ziemlich schwieriger Art.

Die wichtigsten Ergebnisse lassen sich aber auch durch qualitative Betrachtungen verständlich machen. Die Teilchen in der „Grenzschicht“ unterliegen einerseits wie die der freien Flüssigkeit den beschleunigenden und verzögernden Druckunterschieden, andererseits der bremsenden Reibung an der Wand. Was aus dem Wechselspiel der beiden Kräfte entsteht, wollen wir uns an Hand eines konkreten Beispiels überlegen. Wir wählen dazu den Beginn der Bewegung eines Kreiszyinders aus der

<sup>1)</sup> Das richtige Maß ist die Reynoldssche Zahl  $\Re = \frac{Vd}{\nu}$ , mit  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  = kinematische Zähigkeit ( $\eta$  = Zähigkeitsmaß,  $d$  = Zylinderdurchmesser). Es ist  $\frac{\delta}{d} \sim \frac{1}{\sqrt{\Re}}$ .

<sup>1)</sup> Stark reibende sind z. B. Schmieröl, flüssiger Leim u. dgl.

Ruhe heraus<sup>1)</sup>). Für die freie Flüssigkeit gelten mit hinreichender Genauigkeit die Sätze für die ideale Flüssigkeit. Da, wie vorausgesetzt, zu Anfang alles in Ruhe war, ist für jede geschlossene Linie die Zirkulation zunächst gleich Null und muß für die durch dieselben Flüssigkeitsteilchen gelegten Linien dauernd Null bleiben. Es ist also zunächst, gleichviel, ob der Zylinder bei der Ingangsetzung auch zu rotieren beginnt oder nicht, nur die Potentialströmung ohne Zirkulation möglich, also die nach Fig. 3, die nach Früherem diese Eigenschaft hat. Wir wollen annehmen, daß der Zylinder *nicht* rotiert und studieren jetzt die Verhältnisse in der Reibungszone. Wenn die Beschleunigung, während der abgeänderte Druckverhältnisse herrschen, vollzogen ist, und der Zylinder sich gleichförmig bewegt, ist bei *A* und *C* in Fig. 3, wie früher besprochen, hoher Druck, bei *B* niedriger Druck. Die Teilchen der freien Strömung gewinnen auf dem Wege von *A* nach *B* kinetische Energie und zehren diese auf dem Weg von *B* nach *C* gerade wieder auf. Die Teilchen in der Grenzschicht aber büßen durch die Reibung an der Wand einen Teil ihrer kinetischen Energie ein, sie haben nun nicht mehr genug Schwung, um in das Gebiet hohen Druckes bei *C* einzudringen, sie kommen vielmehr zum Stehen und kehren unter dem Druckgefälle, das von *C* nach *B* hin besteht, um. Die Verhältnisse sind dieselben wie bei einer Kugel auf der Wellenbahn Fig. 8, die auf ihrem Wege durch irgendeine Reibung etwas gebremst worden ist; sie wird unterhalb *C*, das sie nicht mehr erreichen kann, umkehren, und zurückpendeln. Bei der Grenzschichtströmung liegen die Dinge dadurch noch etwas anders als bei der rollenden Kugel, daß — was ich bisher übergangen hatte — von der freien Flüssigkeit her auf die Grenzschicht eine vorwärtstreibende Kraft ausgeübt wird. Diese bewirkt unter anderem, daß die rückläufige Bewegung etwas geringeren Umfang einnimmt, als es sonst der Fall wäre<sup>2)</sup>).

Im einzelnen ergibt sich nun folgendes: Die am meisten gebremsten inneren Schichten kehren zuerst um, die nächsten folgen ihnen; nur die äußersten Schichten der Reibungszone werden von der äußeren Strömung darüber weggeschleppt. Da nun die Grenzschicht von *B* her immer neues gebremstes Material nachliefert, das ebenfalls umkehrt, so entsteht zwischen *B* und *C* ein sich mehr und mehr verdickender Knäuel von durch die Reibung in Drehung versetzter Flüssigkeit, die sich unter dem Druckgefälle nach *B* zu bewegt und

<sup>1)</sup> Derartige Aufgaben sind nur in der Art lösbar, daß man von einem Zustand ausgeht, für den man die Geschwindigkeiten aller Teilchen angeben kann. Der einfachste derartige Zustand ist der der vollkommenen Ruhe.

<sup>2)</sup> Bei in der Strömungsrichtung sehr lang gestreckten Körpern kann die vorwärtstreibende Kraft das rückwärtstreibende Druckgefälle überwiegen. Dann bleibt die Wirbelbildung aus und der Widerstand besteht nur noch aus Reibung. Beispiele: Fischform, Luftschiff, gewöhnliche Tragflügel.

nun, mit der vorwärtsgerichteten Strömung zusammenprallend, als „Wirbel“ in die freie Flüssigkeit, hinausgestoßen wird. So vollzieht sich allmählich, ausgehend von den unscheinbaren Vorgängen in der Grenzschicht, eine völlige Umgestaltung der Strömung. Diese löst sich jetzt in der Nähe von *B* unter Bildung von immer neuen Wirbeln völlig von der Wand ab, und läßt zwischen sich und der Wand ein Gebiet mit unregelmäßigen schwachen Bewegungen zurück.

Einige Bilder, die ich vor zwanzig Jahren, wo ich mich zuerst mit diesen Dingen beschäftigte, mit einem primitiven Apparat angefertigt habe, mögen den Vorgang veranschaulichen. In einem kleinen Gerinne fließt, von einem Schaufelrad in Umlauf versetzt, Wasser, in dem sich eine Aufschlammung von Eisenglimmer befindet. Es ist dies ein aus feinen glänzenden Blättchen bestehendes rotes Mineral, das bei wirbelnden Wasserbewegungen durch Bevorzugung verschiedener Orientierungsrichtungen der einzelnen Teilchen in verschiedenen Gebieten des Wirbels starke Unterschiede in der Reflexion des Sonnenlichtes ergibt. Die Fig. 10, 11 u. 12 geben drei verschiedene Zustände der Strömung um einen Zylinder, die erste nach einem sehr kurzen Wege, die zweite nach einem ein wenig längeren, die dritte nach einem noch längeren. Fig. 13 gibt den Dauerzustand der sich durch eine pendelnde Bewegung des Wirbelschweifes auszeichnet.

Daß übrigens die Vorgänge in der Grenzschicht wirklich die Ursache der Wirbelbildung sind, dafür habe ich, ebenfalls damals vor 20 Jahren, in folgendem Versuch den schlagenden Beweis führen können. Ordnet man nämlich in der Gegend, wo die Rückströmung zuerst auftritt, einen Schlitz in dem Zylinder an, durch den dauernd etwas Wasser abgesaugt wird, so kann man dadurch das gebremste Flüssigkeitsmaterial entfernen, bevor es in Rückwärtsbewegung kommt. Die Wirkung, die in Fig. 14 u. 15 dargestellt ist — man erkennt den in das Innere des Zylinders hineingesenkten Gummischlauch, der als Heber wirkt —, ist nun in der Tat die, daß auf der Seite des Zylinders, wo abgesaugt wird, der Wirbel, und auch die Ablösung der Strömung, ausbleibt! Bemerkenswert ist hier noch, daß die Ablösung der Strömung, die am Zylinder verhindert ist, dafür an der geraden Kanalwand eintritt.

Die Bedingung für die Ablösung ist eben nicht in der konvexen Form der Wand, wie sie beim Zylinder vorhanden ist, begründet, sondern darin, daß ohne die Ablösung die Strömung eine starke Verzögerung erfahren würde (die mit einem Druckanstieg verknüpft wäre). Wenn die übrigen Umstände so liegen, daß ein solcher Druckanstieg an einer geraden Wand auftreten müßte, so entsteht auch hier Rückströmung, dann der Wirbel und schließlich das Abschwenken der Strömung von der Wand. Es sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß der Beginn der Wirbelbildung an der Kanalwand bereits in Fig. 14 angedeutet ist (bei *a*).

Das Abbild zeigt die Ablösung der Strömung von der Kanalwand.



Hätte man an der Wand auch einen Schlitz angebracht, so hätte man die Ablösung auch hier vermeiden oder wenigstens sehr zurückdrängen können, so daß jetzt der Druckanstieg und die Ver-

zögerung der Strömung dauernd hätten erhalten bleiben können<sup>1)</sup>.

Beobachtungen über rotierende Zylinder habe ich damals nicht angestellt. Aus äußeren Gründen

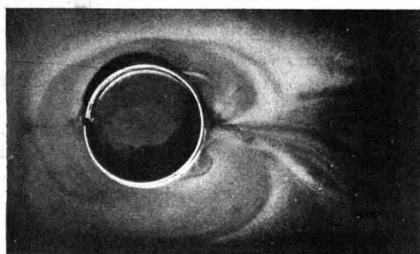


Fig. 10.

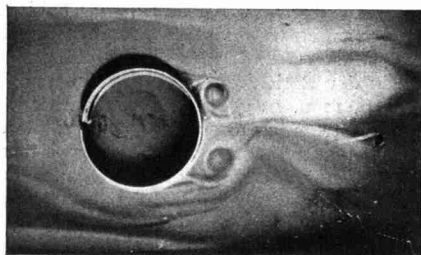


Fig. 11.

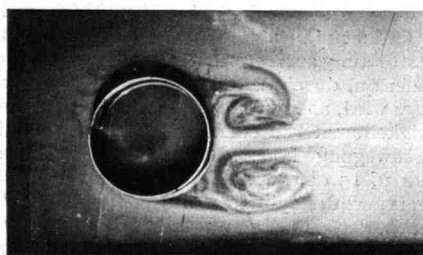


Fig. 12.

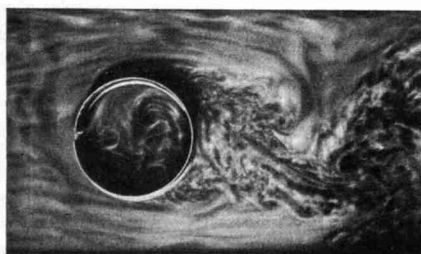


Fig. 13.

Fig. 10–13. Strömung um einen Kreiszyylinder in verschiedenen Entwicklungsphasen.

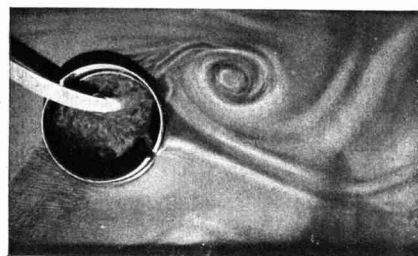
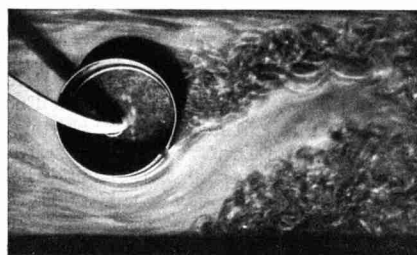
α  
Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 14–15. Strömung um den abgesaugten Zylinder.

— ich siedelte im Herbst 1904 von Hannover, wo ich die erwähnten Versuche gemacht hatte, nach Göttingen über und hatte hier zunächst andere Aufgaben, mußte auch erst wieder eine Versuchseinrichtung ähnlich der Hannoverschen schaffen — kam ich erst mehrere Jahre später wieder zu Wasser- versuchen (von 1907 an) und untersuchte jetzt u. a. die Strömung um zwei gegenläufige Zylinder, die sich berührend, nebeneinander im Wasserstrome standen; hier war zu erwarten, daß bei genügender Umlaufgeschwindigkeit der Zylinder die Wirbelbildung und die Ablösung der Strömung ebenfalls ausblieb, da hier durch die Reibung an der Wand, die ja mit der Strömung mitlief, die Flüssigkeit nicht verzögert, sondern höchstens beschleunigt

<sup>1)</sup> In letzter Zeit sind in der von mir geleiteten Versuchsanstalt die Versuche mit Absaugung an der Wand wieder aufgenommen worden. Es zeigt sich, daß man bei Anordnung von vielen feinen Schlitzten durch Absaugung von relativ geringen Flüssigkeitsmengen eine große Reihe von Strömungen herstellen kann, die sehr stark von dem Gewohnten abweichen (so z. B. Ablenkung eines freien Luftstroms um 180° durch Absaugung in der Hohlkehle). Es ist klar, daß Anwendungen des Absaugeverfahrens auf alle möglichen Fälle, wo eine Ablösung vermieden werden soll, also z. B. auf Tragflügel, Segel, Turbinen- und Propellerschaufeln, auf Schiffskörper, Schiffsruder, auf Turbinensaugrohre, Diffusoren usw. möglich sind.

wurde. Das Experiment gab dieser Überlegung recht. Die Wände des Versuchsgewässers und auch der Boden waren vom mitlaufenden Tüchern bedeckt, so daß auch hier Ablösung vermieden werden sollte. Doch brachten diese über Rollen laufenden Tücher sonst viel Störung. Eine Aufnahme einer solchen Strömung ist in Fig. 16 wiedergegeben<sup>1)</sup>. Gelegentlich dieser Versuche ist auch einmal ein einzelner rotierender Zylinder untersucht worden, ohne daß allerdings damals viel Gewicht auf diese Sache gelegt worden wäre. Fig. 17 gibt die einzige erhaltene gebliebene Aufnahme wieder. Diese Aufnahme, die nach der von Prof. AHLBORN in Hamburg ausgearbeiteten Methode durch Aufstreuen von Bärlappsaamen auf das Wasser und Blitzlichtbeleuchtung gemacht sind, waren technisch sehr unvollkommen. Später haben wir die Aufnahmetechnik sehr verbessern können. Fig. 18—21 zeigt eine von H. RUBACH hergestellte Bilderreihe aus dem Jahre 1913/14, die die Ablösungsvorgänge an Kreiszyklindern sehr klar wiedergeben. Man sieht, wie zunächst Potentialströmung vorhanden ist; nur in einer schmalen Zone zeigt sich die beginnende Rückströmung. Das Wirbelpaar wächst nun rasch heran, gibt seinerseits da, wo es den Zylinder berührt, Anlaß zu sekundären Ablösungserscheinungen und Wirbeln. Später ist es von solchen Sekundärwirbeln völlig durchsetzt und wird immer unregelmäßiger, fällt schließlich um, um einer pendelnden Strömung mit Bildung immer neuer Wirbel Platz zu machen. — Aufnahmen von Strömungen an rotierenden Zylindern sind damals nicht gemacht worden. In einiger Zeit hoffe ich solche, wie auch solche an Absaugeströmungen, nachholen zu können.

Was nun die Erklärung für die Entstehung der Zirkulationsströmung am rotierenden Zylinder betrifft, die uns zu einer befriedigenden Theorie des Magnuseffekts noch fehlte, so ist diese durch die vorausgehenden vorbereitenden Darlegungen sehr einfach geworden. Bei genügend starker Rotation kommt auf der mitlaufenden Seite keine Verzögerung und daher auch keine Wirbelablösung zustande, auf der gegenläufigen Seite dagegen bildet sich der

<sup>1)</sup> Die kleinen Wirbelchen hinter dem Zylinderpaar stammen aus der hier rascher als die übrige Strömung laufenden Grenzschicht und haben mit die Ablösung erzeugenden Wirbeln nichts zu tun. Ähnlichen Ursprungs sind die von den schneller als das Wasser laufenden Wänden hervorgerufenen wolkigen Störungen zu beiden Seiten des mit Lykopolium bedeckten Stromes.

Wirbel, ähnlich wie bei dem Zylinder mit Absaugung. Für eine den Zylinder und den Wirbel zusammen umschlingende, ganz in der freien Strömung verlaufende Linie —  $abcd a$  in Fig. 22 — ist die Zirkulation noch immer gleich Null; fügt man die zweimal in entgegengesetztem Sinn durchlaufene Linie  $b d$  hinzu, so wird dadurch

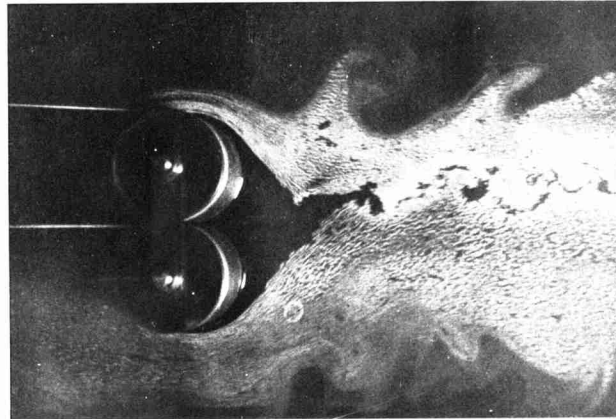


Fig. 16. Zwei gegenläufig rotierende Zylinder.

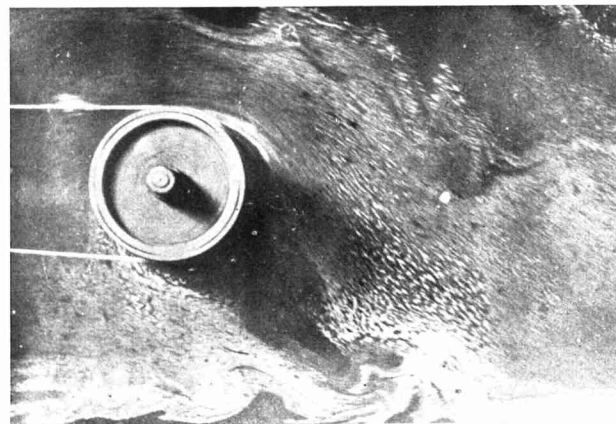


Fig. 17. Ein rotierender Zylinder.

nichts geändert, da der Hinweg den Herweg gerade aufhebt. Aus den betrachteten Wegen lassen sich aber zwei neue geschlossene Wege herstellen:  $abda$  und  $cdbc$ . Die letztere Linie, die den Wirbel für sich allein umschlingt, hat aber Zirkulation, also muß die den Zylinder umschlingende Linie  $abda$  die entgegengesetzt gleiche Zirkulation haben. Der Wirbel schwimmt mit der Strömung fort und die Zirkulation um den Zylinder bleibt<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Man beachte, daß der Thomsonsche Satz in der Reibungszone nicht gilt, daher können geschlossene Linien, die irgendwo Flüssigkeitsmaterial durchsetzen,

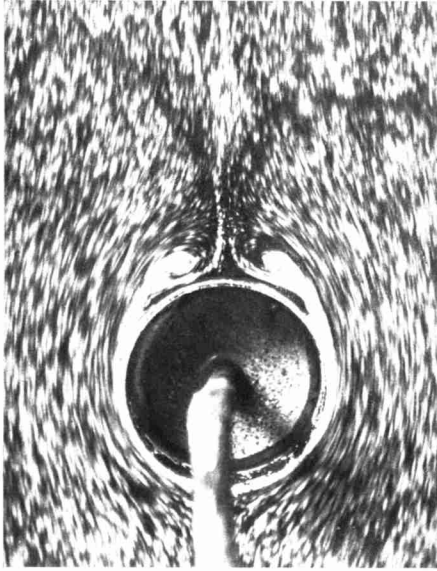


Fig. 19.



Fig. 21.



Fig. 18.

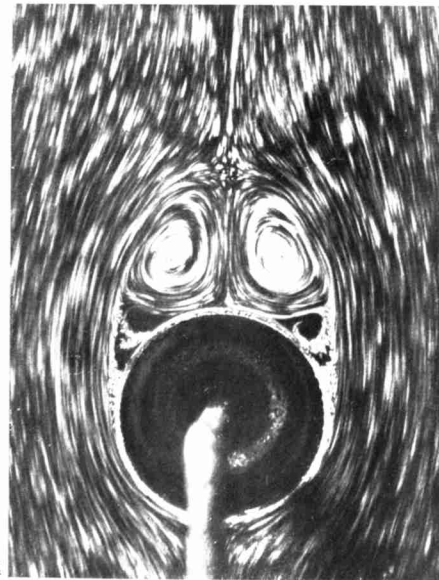


Fig. 20.

Fig. 18-21. Wirbelausbildung am Zylinder. Aufnahmen von H. RUBACH.

Bei schwacher Rotation des Zylinders wird nur der eine der beiden Wirbel kleiner, der andere größer als beim nicht rotierenden Zylinder. Die Zirkulation um den Zylinder wird hier gleich der Differenz der Zirkulationen der abgehenden Wirbel.

Um einem verbreiteten Irrtum zu begegnen, sei hervorgehoben, daß die kinetische Energie der zirkulatorischen Strömung mit der Lufttreibungsarbeit, die der Zylinder bei der Rotation überwinden muß, nichts zu tun hat. Wie mein Mitarbeiter, Dipl.-Ing. ACKERET gezeigt hat (in einer bisher unveröffentlichten Untersuchung), hat der Zylinder während der Ausbildung der Zirkulation bei seiner Fortbewegung einen Widerstand zu überwinden; die zugehörige Arbeit ist das Äquivalent der entstehenden Strömungsenergie

Die Luftreibung hat lediglich eine auslösende Wirkung; sie bewirkt nur, daß, wenn z. B. die Zirkulation durch Änderung der Drehgeschwindigkeit des Zylinders oder der Windgeschwindigkeit dem „Normalzustand“ nicht mehr entspricht, solange mehr Wirbel des einen Drehsinnes als solche des anderen produziert werden, bis durch deren Abwandern eine dem augenblicklichen Zustand entsprechende Zirkulation entstanden ist.

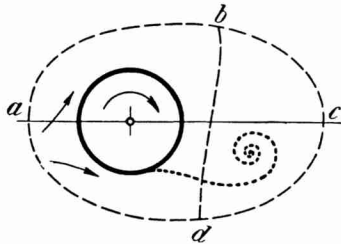


Fig. 22. Entstehung der Zirkulation.

Wir wollen uns nun vom Standpunkt unserer Kenntnis über das Verhalten der Grenzschicht die Strömung von Fig. 7 noch einmal genauer ansehen. Die Strömung umkreist hier den Zylinder in einheitlichem Sinne. Wird der Zylinder mit einer Umfangsgeschwindigkeit angetrieben, die größer als die größte Strömungsgeschwindigkeit ist, so erleidet die Grenzschicht nirgends eine Bremsung, sie wird vielmehr überall vorwärts gerissen, und es ist daher eine Wirbelablösung nach Erreichung der zu dieser Strömung gehörigen Zirkulation nicht mehr zu erwarten. Wir schließen daraus, 1. daß in einem solchen Fall das Strömungsbild der Fig. 7 wirklich angenähert erreicht wird, 2. daß der zugehörige Quertrieb das theoretische Maximum darstellt<sup>1)</sup>. Wie groß muß nun die Umfangsgeschwindigkeit aus der Reibungszone stammt, einer von Null verschiedenen Zirkulation haben.

<sup>1)</sup> Dieser Schluß ist dadurch nicht ganz zwingend, daß vom Zylinder mitgerissene Flüssigkeitsteile durch Zentrifugalwirkung abgeschleudert werden und die Umgebung in umlaufender Strömung versetzen können, wodurch die Zirkulation noch etwas über den der Fig. 7 entsprechenden Betrag hinaus gesteigert werden kann. Doch kann diese Wirkung nicht sehr bedeutend

sein, damit dieser Zustand eintritt? Zunächst ergibt die Theorie für das Geschwindigkeitsmaximum der Strömung nach Fig. 3 (bei  $B$  und  $B'$ ) den Wert  $2V$ ; die Umlaufgeschwindigkeit  $U$  der Zusatzströmung nach Fig. 4 ist demnach ebenfalls  $= 2V$ , so daß bei  $B$  und  $B'$  die Geschwindigkeiten  $4V$  und  $0$  entstehen; also gilt die obige Betrachtung für Zylinderumfangsgeschwindigkeiten  $u$ , die größer als  $4V$  sind. Indes ist zu erwarten, daß man auch noch um einiges unter den Wert  $4V$  heruntergehen darf, da eine geringe Bremsung an der Stelle der maximalen Strömungsgeschwindigkeit offenbar keinen Schaden anrichten kann, da sie durch den Antrieb an den Stellen geringerer Strömungsgeschwindigkeit ausgeglichen wird.

Nach unseren früheren Rechnungen im Abschnitt II kann nun auch die maximale theoretische Kraft angegeben werden. Es ist  $\Gamma = 2\pi r U = 4\pi r V$ , also

$$P_{\max} = 4\pi \rho V^2 r l.$$

Um auf die bei den Aerodynamikern übliche Zahl  $c_a$  („Auftriebszahl“<sup>1)</sup>) zu kommen, dividieren wir  $P$  mit der Ansichtsfläche des Zylinders  $F = 2rl$  und mit dem Staudruck  $q = \rho \frac{V^2}{2}$  und erhalten

$$(c_a)_{\max} = \frac{P}{Fq} = 4\pi = 12,57^2).$$

Es mag hier angemerkt werden, daß diese Widerstandszahl etwa zehnmal so groß ist als diejenigen Werte, die bei gewöhnlichen Flugzeugtragflächen erreicht werden. Dies hängt damit zusammen, daß die Strömung bei dem rotierenden Zylinder in sehr viel stärkerem Maße abgelenkt wird, als eine Tragfläche dies vermag. Wenn wir die Druckverteilung der Strömung von Fig. 7 studieren, so liefert uns das Bernoullische Theorem die Antwort, daß an der Stelle  $A = C$  gegenüber der ungestörten Strömung ein Überdruck vom Betrage des einfachen „Staudrucks“  $\rho \frac{V^2}{2}$  herrscht; an der Stelle  $B$  dagegen, wo die Geschwindigkeit  $v = 4V$  ist, ist der Druck um den 16fachen Staudruck niedriger als bei  $A$ , der Unterdruck dort gegenüber dem Druck der ungestörten Strömung ist also gleich dem 15fachen des Staudruckes. Der weit überwiegende Anteil an der Quertriebskraft wird also durch Saugwirkungen erzielt! Dies wird bei der Betrachtung von Fig. 7 auch sehr sinnfällig, wenn man an die Zentrifugalwirkungen in der Flüssigkeit denkt, die

sein, so daß die obige Behauptung angenähert richtig bleiben dürfte; sie wird auch durch die weiter unten erwähnten Versuche gestützt.

<sup>1)</sup> Die Bezeichnung stammt aus der Flugtechnik, wo die Kraft, die dem Quertrieb des Segels entspricht, „Auftrieb“ heißt.

<sup>2)</sup> In Tageszeitungen ist ohne mein Verschulden verbreitet worden, daß ich diese Angabe bereits 1904 besessen hätte. Dies trifft nicht zu. Ich vermag die Sache selbst nicht mehr genau zu datieren; ich vermute aber, daß ich sie um 1918 zuerst erkannt habe.

offenbar in dem Teil über dem Zylinder sehr bedeutend sind<sup>1)</sup>.

## IV.

Versuche mit rotierenden Zylindern, Kugeln und anderen Körpern standen schon seit langem auf der Liste von Forschungsaufgaben der mir unterstellten „Aerodynamischen Versuchsanstalt“, und sie waren uns durch die oben erwähnten theoretischen Überlegungen, die eine Prüfung wünschenswert erscheinen ließen, von neuem nahegebracht worden; jedoch hatten immer dringendere Aufgaben vorgelegen, die die Inangriffnahme hinauszuschieben zwangen. Den entscheidenden Anstoß gab schließlich der Umstand, daß wir im Frühjahr 1923 in den Besitz von sehr schnell laufenden kleinen Elektromotoren gelangten, die mein langjähriger verdienstvoller Mitarbeiter Dr. BETZ für den Antrieb der Schrauben von Flugzeugmodellen entwickelt hatte<sup>2)</sup>. Dies veranlaßte Herrn ACKERET, der allen Fragen, die mit den Grenzschichten zusammenhängen, das stärkste Interesse entgegen-

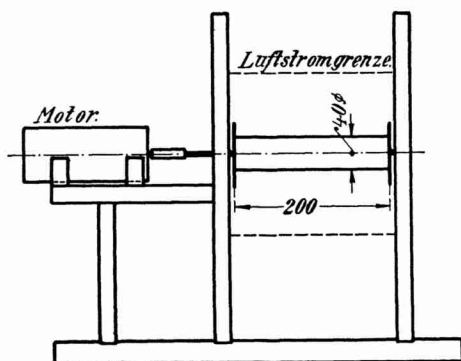


Fig. 23. Versuchseinrichtung.

brachte, nunmehr auch den rotierenden Zylinder zu untersuchen. Um die Verhältnisse im einzelnen möglichst denen, die in der Theorie angenommen werden, anzunähern, wurde der Zylinder zwischen zwei parallele Wände gestellt (der Strömungsvorgang sollte dadurch in allen Ebenen parallel zu den beiden Wänden der gleiche werden, und es sollten die schädlichen Umströmungen an den Zylinderenden vermieden werden). Die Umfangsgeschwindigkeit wurde bis zum Vierfachen der Windgeschwindigkeit gesteigert, aber zunächst blieb das höchste erreichbare  $c_a$  etwa = 4, statt des theoretischen Wertes 12,57. Ein Abtasten der Strömung belehrte uns bald, daß nur der mittelste Teil des Zylinders richtig arbeitete, an den Seiten aber die Strömung nicht an ihm haften blieb und daher auch nur wenig abgelenkt wurde. Ich schrieb diese

<sup>1)</sup> Auch bei gewöhnlichen gewölbten Flugzeugtragflächen überwiegt die Saugwirkung auf der Oberseite die Druckwirkung auf die Unterseite, wenn auch nicht in so extremem Maße wie beim rotierenden Zylinder.

<sup>2)</sup> Vgl. ACKERET, Zeitschr. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt 1924, S. 101.

Abweichung von der erwarteten Strömung einer Ablösung des Luftstroms an den beiden Wänden zu, die der Ablösung von der Seitenwand in Fig. 15, entspräche. Zu ihrer Vermeidung schlug ich vor, an den Zylinderenden Scheiben anzubringen, die mit dem Zylinder umlaufen sollten, und durch die somit die Bremsung der Grenzschicht an den kritischen Stellen vermieden werden sollte (vgl. Fig. 23). Der erwartete Effekt trat denn auch ein. Die Strömung lag bis zu den Wänden hin am Zylinder an, und die Widerstandszahl  $c_a$  wuchs auf etwa 10, unter ungefähr rechtwinkliger Ablenkung des 20 cm hohen Luftstroms durch einen Zylinder von 4 cm Durchmesser. Damit konnte man sehr zufrieden sein, denn wegen verschiedener durch die Reibung hervorgerufener Abweichungen konnte ein volles Erreichen der Zahl 12,57 gar nicht erwartet werden.

Über die Verwendungsmöglichkeiten des rotierenden Zylinders hatten wir bereits gelegentlich des theoretischen Resultats Überlegungen angestellt, sahen aber bei keiner von uns in Erwägung gezogenen Verwendung. (Flugzeugflügel, Propeller<sup>1)</sup>, Windmühlenflügel, Turbinenschaufeln usw.) irgend einen praktischen Gewinn. Ich habe meine Ansicht darüber bis heute noch nicht geändert. Man kann gegenüber den flügelartigen Gebilden durch Anwendung von rotierenden Zylindern, da diese 8–10 mal so viel Kraft auf der Flächeneinheit der Projektion aufnehmen, die in der Strömungsrichtung gemessene Tiefe sehr stark vermindern, aber dafür liegt in allgemeinen gar kein so großes Interesse vor, zumal eine Ausführungsform ohne bewegte Teile baulich viel bequemer ist und gute Tragflügelformen auch weniger Luftwiderstand in der Bewegungsrichtung haben. Es ist dabei wichtig, zu betonen, daß an der Spannweite des Flugzeugs, an dem Durchmesser der Windmühle usw. bei Ersatz der Flügel durch rotierende Zylinder nichts gespart werden kann, da die Leistungsgrenzen dieser Apparate wesentlich von der sekundlich erfaßten Luftmenge abhängen, diese aber hauptsächlich durch die Spannweite bzw. den Durchmesser bestimmt ist.

Den Fall des Schiffsegels, wo die Verhältnisse anders liegen und sich für den rotierenden Zylinder viele Vorteile ergeben, hatten wir damals leider nicht in Erwägung gezogen. Dies blieb Herrn A. FLETTNER, dem bekannten Erfinder des „Flettner-Schiffsruders“ vorbehalten. Er hatte in der mir unterstellten Anstalt schon früher verschiedene Versuche zur Klärung der Eigenschaften seines Ruders ausführen lassen, und war dann dazu übergegangen, den Gedanken seines Ruders<sup>2)</sup> auf

<sup>1)</sup> Einen Propeller mit rotierenden Zylindern hatte schon Prof. GÜMBEL in Berlin 1918 im Modell ausprobiert.

<sup>2)</sup> Dieses Ruder unterscheidet sich von dem gewöhnlichen Steuerruder eines Schiffes dadurch, daß es wie eine Windfahne frei auf seiner Achse spielt und nicht durch eine Rudermaschine gewaltsam gedreht wird, sondern durch ein kleines an seiner Hinterkante angebrachtes Hilfsruder gesteuert wird, wobei das Hilfs-



das Segelschiff zu übertragen. Dieses hatte in wirtschaftlicher Hinsicht gegenüber dem Dampfer und dem Dieselmotorschiff allmählich einen sehr schweren Stand bekommen, hauptsächlich durch die Notwendigkeit einer großen Mannschaft zur Bedienung der Segel und durch die häufigen Erneuerungsarbeiten an der Takelung. FLETTNER

sollten und unter Zuhilfenahme von Windfahnen und Hilfsrudern automatisch jeweils die richtige Stellung zum Wind einnehmen. Schwierig war allerdings die Sturmfrage. Metallsegel konnten nicht gerefft werden, aber sie konnten durch Einstellung des Hilfsruders immer genau in die Windrichtung gebracht werden, so daß sie keinen Seiten-

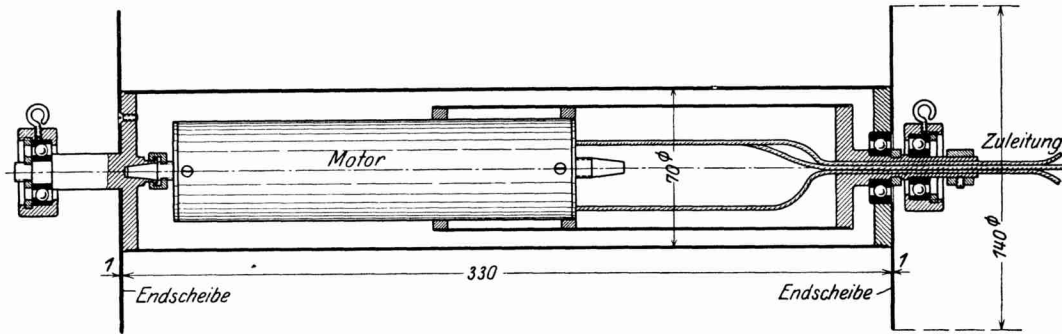


Fig. 24. Rotierender Zylinder mit eingebautem Motor.

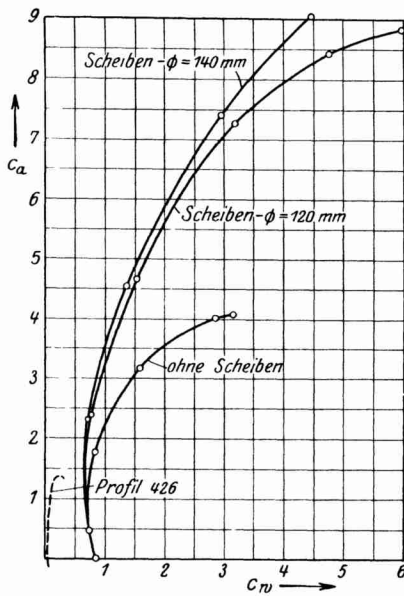


Fig. 25. Polarkurve:  $c_a$  = Auftriebszahl,  
 $c_w$  = Widerstandszahl.

wollte daher Metallsegel einführen, die ähnlich wie die Tragflächen von Metallflugzeugen gebaut werden

runder dem Hauptruder gegenüber dieselbe Rolle spielt, wie das gewöhnliche Ruder gegenüber dem Schiff. Die zum Steuern notwendigen Kräfte werden auf diese Weise selbst bei sehr großen Schiffen sehr klein, außerdem ist auch bei schwerer See die Steuerwirkung viel stetiger, da das Ruder den wechselnden Strömungen folgen kann. Man vergleiche hierüber auch Naturw. 12, 1106, 1924 (E. FÖRSTER, Die neuere Entwicklung des Schiffsantriebs).

druck erfahren. Wie aber, wenn im Sturm das Hilfsruder havariert wurde, und in einer Stellung stehen blieb, in der die Segel Volldruck erfahren?! Es kam die weitere Enttäuschung dazu, das ein zum Vergleich untersuchtes Schiffsegel der alten Art zeigte, daß die bisherigen Segel bei richtiger Einstellung zum Wind gar nicht so schlecht waren, als man anzunehmen geneigt war, sondern Kräfte hervorbrachten, die etwa 80% derjenigen von gleich großen Metallsegeln erreichten. Die Metallsegel mußten also, um die alten Segel vollwertig zu ersetzen, recht groß werden! Herr FLETTNER war daher auf der Suche nach anderweitigem Ersatz. Als ihm von den Göttinger Versuchen mit dem rotierenden Zylinder berichtet wurde, entschloß er sich rasch, die Verwendbarkeit solcher Zylinder für sein Segelschiff untersuchen zu lassen und trat dieserhalb mit uns in Verbindung. Auf Grund unserer Vorarbeiten konnten wir ihm gleich diejenige Form als günstigste vorschlagen, die dann auf dem Schiff zur Verwendung kam. Diese Form mußte nach dem oben Dargelegten langgestreckt sein, ferner waren an den beiden Enden überstehende Scheiben anzubringen. Die obere freie Scheibe hatte dabei etwas andere Aufgaben als die früher besprochenen Scheiben vor den Wänden. Ohne sie würde Luft von der Stirnseite des Zylinders her in das Unterdruckgebiet eindringen und so die Zirkulationsströmung auf einen beträchtlichen Teil der Zylinderlänge zerstören, und zwar um so mehr, je höher anderenfalls der Unterdruck gewesen wäre. Natürlich mußte die Scheibe mit umlaufen, damit nicht die früher besprochene Ablösung an ihr eintrat. Die Scheiben hatten noch den weiteren Vorteil, der sich in den Versuchen deutlich nachweisen ließ, daß durch sie der induzierte Widerstand verringert wird, indem der Randwirbel in zwei von den Scheibenrändern abfließende

Wirbel aufgeteilt wird, was ähnlich wirkt, wie der Übergang vom Eindecker zum Doppeldecker<sup>1)</sup>.

Es ist nun noch kurz von den weiteren Versuchen zu berichten. Zunächst wurde ein Zy-

linder mit innen eingebautem Elektromotor untersucht (Fig. 24), und zwar einmal ohne Scheiben und dann mit zwei Scheibenpaaren von verschiedenem Durchmesser. Fig. 25 zeigt die zusammen-

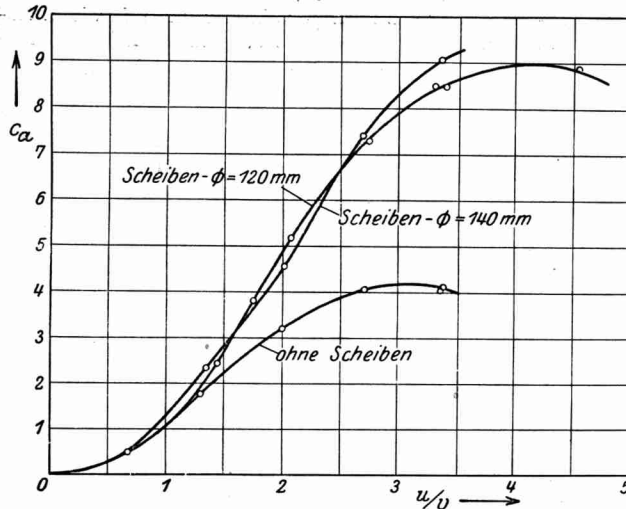


Fig. 26.  $c_a$  abhängig von  $\frac{u}{v}$ .

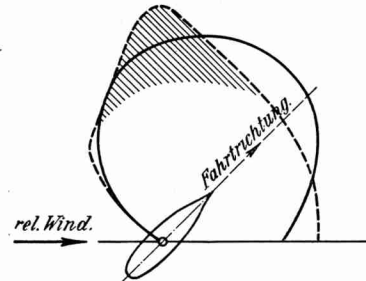


Fig. 27. Windkräfte an den Schiffsmodellen. — Rotorschiff, - - - - Segelschiff.

gehörigen Werte von Auftriebszahl  $c_a$  und Widerstandszahl  $c_w$ <sup>1)</sup> in Form eines „Polardiagramms“; dazu gestrichelt das Polardiagramm einer Flugzeugtragfläche (in der linken unteren Ecke). Fig. 26 zeigt  $c_a$  abhängig von  $\frac{u}{v}$  (Verhältnis der Um-

fanggeschw. des Zyl. zur Windgeschw.). Man sieht, daß die Zylinder mit Scheiben in der Gegend von  $\frac{u}{v} = 4$  den Höchstauftrieb erreichen, und zwar rund  $c_a = 10$ ; der Zylinder ohne Scheiben kommt ungefähr auf  $c_a = 4$ .

Außerdem wurden die Windkräfte auf ein Modell des Rotorschiffes „Buckau“ und auf das eines gleichwertig getakelten Segelschiffs der früheren Art ermittelt. Diese sind in Fig. 27 für einen relativen Wind<sup>2)</sup> konstanter Richtung und Stärke in der Weise aufgetragen, daß die in die Fahrtrichtung fallende nützliche Komponente der Luftkraft in dem jeweiligen Kurs zum relativen Wind aufgetragen ist. Die Segelflächen der

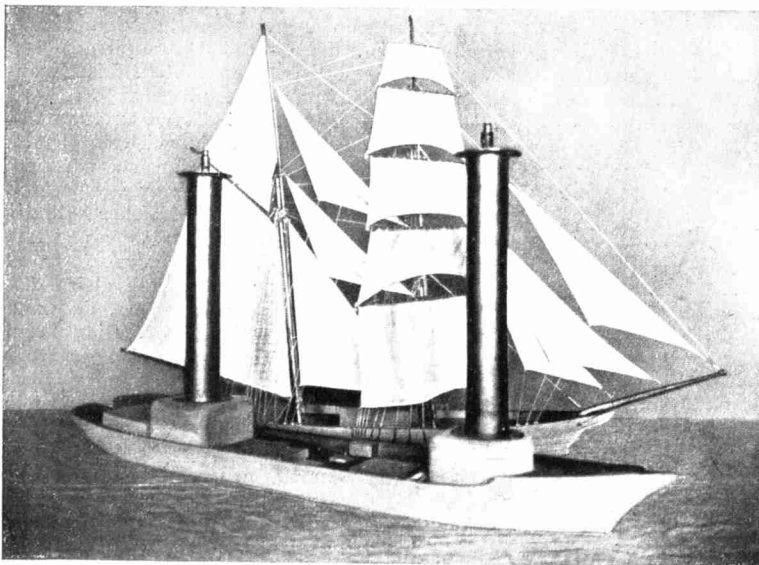


Fig. 28. Die beiden Schiffsmodelle. Die Rotoren enthalten je einen Elektromotor im Innern (Konstruktion nach Fig. 24).

<sup>1)</sup> Herr FLETTNER macht geltend, daß ihm gerade diese Wirkung von Scheiben von anderen Arbeiten her geläufig gewesen sei und daß er auch ohne unseren Vorschlag beim Zylinder Scheiben angeordnet hätte.

<sup>2)</sup> Widerstand in der Windrichtung, dividiert durch  $F \cdot g$ .

<sup>3)</sup> Wind relativ zum fahrenden Schiff.

beiden Modelle, die in Fig. 28 wiedergegeben sind, verhielten sich dabei wie 1 : 9,8. Beim Segelschiffmodell mußten jedesmal die Segel dem jeweiligen Kurse entsprechend von neuem eingestellt werden; je nach der besseren oder schlechteren Einstellung ergaben sich Meßpunkte weiter außen oder innen. Das von den Meßpunkten bedeckte Gebiet ist in der Fig. 27 schraffiert. Beim „Rotor“ ist eine Einstellung nur insofern möglich, als die Umfangsgeschwindigkeit der Windstärke angepaßt wird. Daß bei wechselnder Windrichtung keinerlei Verstellung nötig ist, ist ein wichtiger Vorzug des Rotors. Beim Segelschiff verlangt jede größere Änderung der Windrichtung oder -stärke eine Änderung der Segelstellung. Da diese besonders bei großen Schiffen sehr mühsam ist, unterbleibt sie häufig, so lange es irgendetwie geht, und es wird daher oft sehr wenig gut gesegelt. Beim Rotor-schiff ergibt sich von selbst die richtige Einstellung; die Drehzahl kann auch mit geringster Mühe auf das richtige Maß gebracht werden, da hierzu nur der Schiffsführer an einem Handrad zu drehen hat, durch das der Elektromotor gesteuert wird, der den Rotor antreibt. Nur wenn der Wind von Steuerbord zu Backbord wechselt, ist es nötig, die Drehrichtung der Rotoren umzukehren. Durch Lauflassen der beiden Rotoren mit entgegengesetzter Drehrichtung kann man das Schiff am Platze drehen. Bei zunehmendem Wind

wird von selbst  $\frac{u}{V}$  und damit  $c_a$  kleiner, d. h. die Windkraft nimmt langsamer zu als beim alten Segelschiff, wo man genötigt ist, Segel wegzunehmen. Eine weitere Schwächung ist dabei leicht durch Verringerung der Drehzahl möglich. Wird bei heftigem Sturm der Rotor ganz abgestellt, dann ist der Windangriff sehr gering, es wird  $c_a = 0$  und  $c_w = 0,3^1$ ). Der Widerstand ist dann geringer als der der leeren Takelung eines gleichwertigen alten Segelschiffs.

Fig. 29 zeigt das Versuchsschiff „Buckau“, einen Motorsegler von 600 Tonnen, vor und nach dem Umbau. Fig. 30 gibt einen Blick von der auf dem Hinterschiff befindlichen Kommandobrücke auf den vorderen Rotor, dessen Einzelheiten gut zu erkennen sind. Der mittschiffs be-

findliche Lademast dient zum Heben der Lasten, die auf dem Schiff verfrachtet werden sollen.

Bei einer Vorführungsfahrt der „Buckau“ am 12. Nov. 1924 konnte ich mich von der überaus sorgfältigen und schönen Durchführung der Konstruktion der Rotoren und ihres Antriebs seitens der *Germaniawerft* in Kiel überzeugen. Im Innern der Rotoren befindet sich eine mit der Schiffskonstruktion fest verbundene hohle, innen bestiegbare Säule aus Stahlblech, die oben das Hauptlager trägt, in dem der Rotor hängt. Unten ist der Rotor zum zweitenmal gelagert. Der Antrieb erfolgt durch ein Zahnräderpaar knapp über dem Hauptlager, das von einem in Leonardschaltung<sup>1)</sup> betriebenen Elektromotor angetrieben wird. Die Rotoren sind aus 1 mm starkem Eisenblech mit einer inneren Versteifungskonstruktion hergestellt. Sie liefen praktisch geräuschlos; die Manövrierfähigkeit des Schiffes war nach dem Urteil der Fachleute ausgezeichnet. Die Erpro-

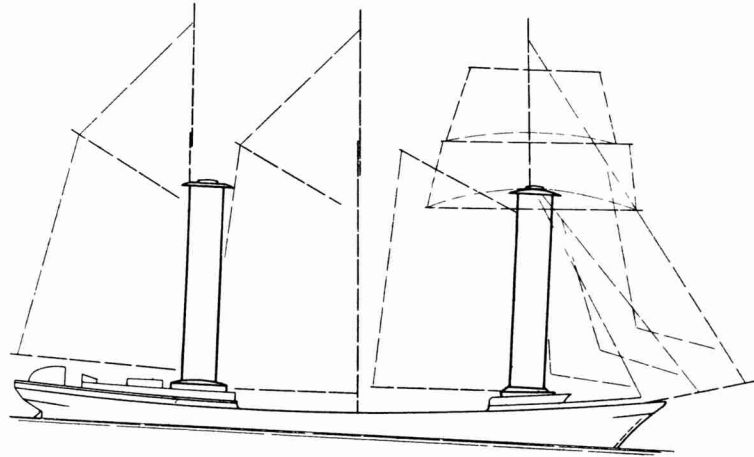


Fig. 29. Segelriß der „Buckau“ vor und nach dem Umbau.

bung im Sturm steht allerdings noch aus, da seit der Fertigstellung des Schiffs immer noch kein Sturm war. Doch braucht nichts Ernstliches befürchtet zu werden, da die Windkräfte ja bei stillstehenden Rotoren sehr klein<sup>2)</sup>).

<sup>1)</sup> Der größere Wert in Fig. 25 hängt damit zusammen, daß beim stillstehenden Modellzylinder die kritische Geschwindigkeit (genauer kritische Reynoldsche Zahl) noch nicht erreicht war. Vgl. etwa WIESELSBERGER, Phys. Zeitschr. 22, 321. 1921; L. PRANDTL, Festschr. d. Kaiser Wilhelm-Ges. Berlin 1921, S. 178; Ergebn. d. Aerodyn. Versuchsanst. II. Liefg. München 1923, S. 23.

<sup>1)</sup> Bei der Leonardschaltung wird ein Gleichstrommotor von einer besonders zu ihm gehörigen Dynamo aus in der Weise angetrieben, daß das Magnetfeld des Motors von einer fremden Stromquelle mit konstanter Stärke, das der Dynamo regelbar mit veränderlicher Stärke erregt wird, während die beiden Anker unmittelbar aneinander geschaltet sind. Dadurch liefert der Dynamo Strom von beliebig regelbarer Spannung, und der Motor läuft mit einer dieser Spannung proportionalen Drehzahl. Auf der Buckau befinden sich demnach, um die beiden Türme unabhängig voneinander betreiben zu können, neben den zwei Elektromotoren drei kleine Dynamos, eine für jeden Turm und eine für die allgemeinen Bordzwecke und für die Erregung der Magnetfelder.

<sup>2)</sup> Zusatz bei der Korrektur: Die Sturmfahrt hat inzwischen stattgefunden. Das Schiff hat sich dabei