

Werk

Titel: Einführung in die Theorie der Flugzeug-Tragflügel

Autor: Betz , Alb.

Ort: Berlin

Jahr: 1918

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?34557155X_0006 | LOG_0344

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

von entscheidender Bedeutung in wichtigen fischereiwirtschaftlichen Fragen, z. B. ob für gewisse Nutzfische der Nordsee bereits Überfischung besteht, und ob und welche Maßregeln zum Schutze ihrer natürlichen Bestände ergriffen werden können. Hiermit hat die internationale Meeresforschung sich in den letzten Jahren vor dem Kriege besonders eingehend beschäftigt und dabei für eine wichtige Nutzfischart, die Scholle der Nordsee, den beteiligten Regierungen der Uferstaaten wissenschaftlich und praktisch begründete Vorschläge zu internationalen Schonmaßregeln machen können. An diesen Arbeiten hat die Biologische Anstalt sich durch ihren Leiter hervorragend beteiligt. Auch auf anderen praktischen Gebieten der deutschen Seefischerei und Fischzucht ist die Anstalt als Mitarbeiterin des Deutschen Seefischerei-Vereins tätig gewesen.

Ein großer Teil der wissenschaftlichen Arbeiten der Biologischen Anstalt wird in den „Wissenschaftlichen Meeresuntersuchungen“ veröffentlicht, einer 1892 begründeten Zeitschrift in Gr. 4, die im Auftrage der Preußischen Landwirtschafts- und Kultusministerien von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der Biologischen Anstalt auf Helgoland herausgegeben wird, mit besonderen Abteilungen für Kiel und Helgoland. Von der Abteilung Helgoland sind bis jetzt 11 vollständige Bände herausgegeben, die 86 Abhandlungen mit 3353 Seiten Text, 530 Textfiguren, 143 Tafeln und 18 Karten enthalten. Viele andere Arbeiten sind in den Berichten der internationalen Meeresforschung in Kopenhagen (Rapports usw.), in den Abhandlungen und Mitteilungen des Deutschen Seefischerei-Vereins und in anderen botanischen, zoologischen und fischereilichen Zeitschriften veröffentlicht. Auch gibt die Biologische Anstalt gelegentlich noch andere eigene Schriften heraus. So ist kurz vor dem Kriege die erste Lieferung einer Sammlung von photographischen Momentaufnahmen aus dem Helgoländer Aquarium unter dem Titel: „Tier- und Pflanzenleben der Nordsee“ erschienen.

Viele Arbeiten der Biologischen Anstalt, darunter manche großangelegte, sind noch unvollendet. Der Krieg hat weder auf der Insel noch auf dem Meere Raum und Muße gelassen zu wissenschaftlicher Arbeit und damit den Betrieb der Anstalt so gut wie ganz zum Stillstand gebracht. Wir wissen noch nicht, ob und wann die unterbrochene Arbeit wieder aufgenommen werden kann, wir wollen und müssen aber hoffen, daß es sicher und bald geschehen kann. Es wäre ein wirklicher Verlust für die Biologie und für die deutsche Meereswissenschaft, wenn ein auf Helgoland so günstig gelegenes und so bewährtes und entwicklungsfähiges Forschungsinstitut dauernden Schaden nehmen oder gar für immer eingehen müßte.

Einführung in die Theorie der Flugzeug-Tragflügel.

Von Dipl.-Ing. Alb. Betz, Göttingen.

(Schluß.)

Wir haben festgestellt, daß von den seitlichen Flügelenden Wirbel ausgehen, welche die gleiche Zirkulation haben wie der Flügel und gewissermaßen seine Fortsetzung bilden. Es ist nun von Wichtigkeit zu wissen, wie diese Wirbel verlaufen. Da intensive Wirbel nur an der Berührungsfläche zwischen Flüssigkeit (Luft) und einem anderen Körper entstehen und stets mit der Materie mitwandern, so ist anzunehmen, daß sie hinter dem Tragflügel zu suchen sein werden, in der Luftschicht, welche mit dem Flügel in Berührung gekommen ist. Tatsächlich kann man sie dort auch verhältnismäßig leicht experimentell feststellen. Auf Grund theoretischer Überlegungen hat Prof. Prandtl¹⁾ nachgewiesen, daß die beiden Wirbel im Wesentlichen von den Flügelspitzen wie zwei Zöpfe nach hinten verlaufen und dabei, abgesehen von der nächsten Umgebung des Flügels, stets den gleichen Abstand a behalten (Fig. 12). Dieser

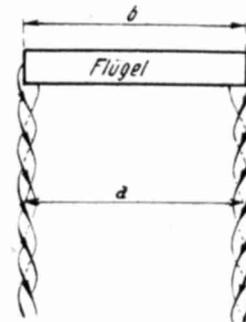


Fig. 12. Von den seitlichen Enden eines Tragflügels ausgehende Wirbelzöpfe. Der Abstand a der Wirbelzöpfe ist etwas kleiner als die Spannweite b . Der Unterschied ist aber in der Regel nur gering.

ist annähernd gleich der Flügelspannweite b , wenn der Auftrieb nahezu über die ganze Flügelspannweite gleichmäßig verteilt ist, bzw. wenn die Zirkulation bis nahe an den Flügelrand in ihrer vollen Stärke vorhanden ist. Ist der Auftrieb nicht gleichmäßig verteilt, so kann man ihn sich durch mehrere einander überlagerte Flügel erzeugt denken, welche zwar selbst gleichmäßig verteilten Auftrieb, aber verschiedene Spannweiten besitzen. Immer wo ein solcher Teilflügel zu Ende ist, sinkt die Zirkulation um den Gesamtflügel um den Betrag, welcher dem Teilflügel eigen war. (Fig. 13.) Von dieser Stelle geht aber dann auch ein Wirbelzopf aus, der zu dem Teilflügel gehört, also dem Auftriebsabfall an der betreffenden Stelle entspricht. Bei dieser Vorstellung fällt der Auftrieb

¹⁾ Prandtl, Ergebnisse und Ziele der Göttinger Modellversuchsanstalt (Vortrag in der Versammlung von Vertretern der Flugwissenschaft in Göttingen), Zeitschr. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt, III. Jahrg. S. 33 ff.

stufenförmig nach dem Rande hin ab. Man kann aber die Stufen beliebig klein bekommen, wenn man nur genügend viele Teilflügel mit entsprechend geringem Auftrieb zur Überlagerung bringt. Bei Verwendung von unendlich vielen Flügeln erhält man schließlich einen stetigen Abfall (wie er natürlich in Wirklichkeit allein vorkommt). Die einzelnen, von der Flügelhinterkante ausgehenden Wirbel (Fig. 13 unten) gehen dann in ein kontinuierliches Wirbelband über (Fig. 14).

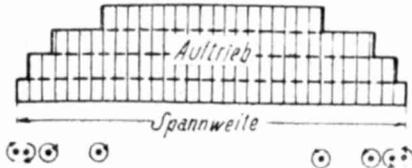


Fig. 13. Flügel mit stufenförmig nach dem Rand hin abfallender Auftriebsverteilung; darunter Querschnitt durch die zugehörigen Wirbelzöpfe hinter dem Flügel, welche von jeder Stufe ausgehen. Über den einzelnen Wirbeln ist die Strömung nach innen gerichtet, unter denselben nach außen, zwischen den einzelnen Wirbeln heben sich die Geschwindigkeiten teilweise auf.

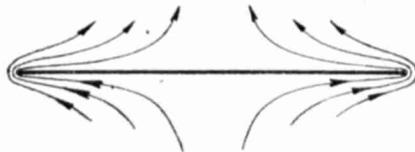


Fig. 14. Querschnitt durch das Wirbelband hinter einem Flügel mit kontinuierlich abfallender Auftriebsverteilung. Die einzelnen Wirbelfäden (Fig. 13 unten) haben sich zu einem kontinuierlichen Bande zusammengeschlossen (stark ausgezogene Grade). Die vertikale Strömung zwischen zwei benachbarten Fäden hebt sich im wesentlichen auf, es bleibt nur die hier dargestellte Strömung, sowie eine annähernd gleichmäßige Abwärtsbewegung des ganzen Systems übrig. Die Geschwindigkeitsdifferenz auf der Ober- und Unterseite an einer Stelle des Bandes ist gleich der Wirbelintensität an der betreffenden Stelle. NB. Die Stromlinien stellen die Bewegung relativ zum Wirbel dar (also so wie sie einem Beobachter erscheinen, der sich mit dem Wirbelsystem mitbewegt), dazu kommt noch die erwähnte gleichmäßige Abwärtsbewegung des Wirbelbandes selbst. Für einen ruhenden Beobachter haben die Stromlinien ungefähr die in Fig. 18 angegebene Gestalt.

Die Intensität desselben ist dort am größten, wo der Auftrieb am steilsten abfällt. Genauer ausgedrückt ist die Intensitätsverteilung im Wirbelband proportional dem Differentialquotienten der Auftriebsverteilung (vgl. Fig. 17). Bei normalen Flügeln ist der hauptsächlichste Abfall an Auftrieb nahe am Rande und deshalb sind auch die nach hinten abgehenden Wirbel hier am stärksten konzentriert. Solange wir uns nicht für das Strömungsfeld in unmittelbarer Nähe der Wirbelzöpfe interessieren, können wir diese, wie oben auseinandergesetzt, ohne großen Fehler durch Wirbelfäden ersetzen, welche von den Flügelspitzen parallel nach hinten verlaufen. Da ferner die Zirkulationsströmung um den Flügel (Fig. 5) in grö-

ßerer Entfernung von ihm ebenfalls mit der Strömung um einen Wirbelfaden übereinstimmt, so können wir auch den Flügel selbst durch einen Wirbelfaden ersetzen, welcher die beiden seitlichen Fäden zu einem einzigen zusammenhängenden Wirbelfaden verbindet. Dieser Wirbel, dessen Feld also in einiger Entfernung mit dem des Flügels und seiner Wirbelzöpfe übereinstimmt, hat demnach die in Fig. 15 wiedergegebene Gestalt. Man kann diesen Ersatzwirbel z. B. dazu benutzen, um die gegenseitige Beeinflussung der Tragflügel bei Doppeldeckern und Dreideckern zu ermitteln¹⁾. Man ersetzt der Reihe nach jedes der Tragdecks durch den entsprechenden Wirbel, ermittelt die seinem Feld entsprechenden Geschwindigkeiten an den Stellen, an denen sich die anderen Tragdecks befinden, und berechnet dann die durch diese Geschwindigkeitsänderungen verursachten Änderungen der Kräfte (Auftrieb und Widerstand). Die auf diese Weise erzielten Ergebnisse zeigen eine recht befriedigende Übereinstimmung mit den Messungen.²⁾



Fig. 15. Wirbelsystem, dessen Feld in einiger Entfernung von ihm mit dem eines Tragflügels von endlicher Spannweite übereinstimmt.

Die bequeme Wiedergabe des Strömungsfeldes durch einen einzelnen Wirbelfaden ist leider unzulässig, wenn es sich um Vorgänge in unmittelbarer Nähe der Wirbelzöpfe handelt, insbesondere z. B. wenn wir ihren Einfluß auf den Flügel selbst untersuchen wollen. In diesem Falle müssen wir auf die Verteilung der Wirbelstärke näher eingehen. Es wurde bereits weiter oben hervorgehoben, daß die genauere Gestalt der vom Flügel ausgehenden Wirbel ein Wirbelband ist, dessen Intensitätsverteilung eindeutig mit der Verteilung des Auftriebes längs der Spannweite zusammenhängt, indessen die Intensität des Zopfes im Abstände x aus Flügelmitte proportional $\frac{\partial \Gamma}{\partial x}$ ist. Wie oben in dem kurzen Abschnitt über Wirbel bereits erwähnt, kann man auch das Feld eines physikalischen Wirbels von gegebener Intensitätsverteilung berechnen, indem man die Felder der einzelnen Wirbelfäden, aus denen er

¹⁾ Betz, Die gegenseitige Beeinflussung zweier Tragflächen. Zeitschr. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt, V. Jahrg. S. 253 ff.

²⁾ Betz, Auftrieb und Widerstand von Doppeldeckern (11. Mitteilung aus der Göttinger Modellversuchsanstalt). Zeitschr. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt, IV. Jahrg. S. 1 ff.

besteht, summiert (bzw. integriert). Wir können also auch das *Feld* der Wirbelzöpfe bei bestimmter Intensitätsverteilung oder, da diese von der Auftriebsverteilung abhängt, für eine *gegebene Auftriebsverteilung* berechnen. An der Stelle, wo sich der Tragflügel befindet, ist das Feld im wesentlichen durch Vertikalgeschwindigkeiten gegeben¹⁾, deren Größe im allgemeinen längs der Flügelspannweite verschieden ist und, wie eben gezeigt, von der Auftriebsverteilung abhängt.

Wir müssen nun untersuchen, welchen Einfluß das Hinzutreten einer solchen Vertikalgeschwindigkeit zur ungestörten Strömung (mit der horizontalen Geschwindigkeit v) ausübt. Zu diesem Zwecke betrachten wir einen Flügelquerschnitt (senkrecht zur Spannweite) in beliebigem Abstände von der Flügelmitte (Fig. 16). Wäre der Flügel unendlich lang, so wären die Verhältnisse durch das vorher behandelte ebene Problem gegeben. Die Begrenztheit der Flügellänge macht sich durch das Hinzutreten der Vertikalgeschwindigkeit w bemerkbar, welche zusammen mit der Horizontalgeschwindigkeit v eine schräg nach abwärts gerichtete Strömung u ergibt (Fig. 16). Das

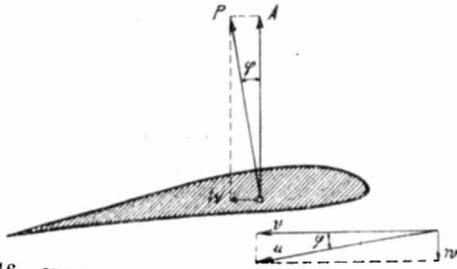


Fig. 16. Wirkung der durch die seitlichen Flügellenden bedingten Vertikalgeschwindigkeit w auf die Luftkräfte: durch Verkleinerung des Anstellwinkels um den Winkel φ ist die Luftkraft P vermindert, außerdem ist sie um den Winkel φ nach hinten geneigt, hat also eine Widerstandskomponente W .

Profil befindet sich also nicht mehr in einem horizontalen, sondern in einem schräg nach unten geneigten Luftstrom. Dies hat zwei wichtige Wirkungen: 1. Der Winkel, unter dem der Luftstrom tatsächlich das Profil trifft (Anstellwinkel), wird kleiner, und damit wird auch die Zirkulation bzw. der Auftrieb vermindert. 2. Da die mit der Zirkulation zusammenhängende Kraft senkrecht zu der jeweiligen Translationsgeschwindigkeit steht, so steht diese Kraft jetzt senkrecht zu der schräg nach unten gerichteten Geschwindigkeit u , ist also schräg nach hinten gerichtet, und zwar um den gleichen Winkel φ , um den u von der Horizontalen abweicht (Fig. 16). Da aber nach der gleich am Anfang gegebenen Definition der Auftrieb immer die Kraftkomponente ist, welche senkrecht zur Anströmungsgeschwindigkeit v (bzw. zur Bewegungsrichtung des Flügels) ist, so können wir diese schräg nach hinten gerichtete Kraft P

¹⁾ Außerdem sind noch Horizontalgeschwindigkeiten vorhanden, die aber ohne wesentlichen Einfluß sind.

nicht als Auftrieb bezeichnen. Wir können sie in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine den Auftrieb (A), die andere einen Widerstand (W) bildet. Wir haben also als höchst wichtige Folge der endlichen Flügelspannweite einen Widerstand erhalten. Wir werden auf diese zweite Wirkung noch eingehender zurückkommen. Zunächst wollen wir uns mit der ersten, der Abnahme des Auftriebes weiter beschäftigen.

Wir haben oben erkannt, daß durch die Auftriebsverteilung längs der Flügelspannweite die Vertikalgeschwindigkeit an jeder Stelle bestimmt ist und haben jetzt gesehen, daß bei gegebenem Profil die Vertikalgeschwindigkeit wieder die Ursache einer bestimmten Auftriebsverteilung ist, indem sie an verschiedenen Stellen eine verschiedenen starke Verminderung des Auftriebes bewirkt gegenüber dem durch das Profil beim ebenen Problem bestimmten Wert. Nun muß offenbar die auf diese Weise erhaltene Auftriebsverteilung mit jener identisch sein, von der ausgegangen wurde, da doch der Flügel nicht gleichzeitig zwei verschiedene Auftriebe haben kann. Man kann die Auftriebsverteilung als unbekannte Funktion einführen und erhält aus der Bedingung, daß die Ausgangsverteilung und die berechnete identisch sind, eine Gleichung¹⁾, durch welche die Verteilung bestimmt ist.

Durch diese Gleichung ist die Auftriebsver-

¹⁾ Die Wirbelstärke an einer Stelle im Abstände x von Mitte Flügel ist $\frac{\partial \Gamma}{\partial x}$, die dadurch erzeugte Vertikalgeschwindigkeit an einer Stelle im Abstände ξ von Mitte Flügel ist $\frac{1}{4\pi(\xi-x)} \frac{\partial \Gamma}{\partial x}$, die von sämtlichen Fäden der Wirbelzöpfe herrührende Vertikalgeschwindigkeit ist $w = \frac{1}{4\pi} \int_{-b}^{+b} \frac{1}{\xi-x} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} dx$, wobei b die

Spannweite des Flügels bezeichnet. Die Zirkulation um das an der Stelle ξ befindliche Profil sei bei ungestörter Strömung (ebenes Problem) $\Gamma_0(\xi)$; infolge der Vertikalgeschwindigkeit w wird es vermindert um den Betrag $k(\xi) \cdot \frac{w}{v}$, wobei k die Änderung von Γ_0 mit

dem Anstellwinkel α bezeichnet, $k(\xi) = \frac{\partial \Gamma_0(\xi)}{\partial \alpha}$. An der Stelle ξ herrscht demnach die Zirkulation

$$\Gamma(\xi) = \Gamma_0(\xi) - k(\xi) \frac{w}{v}$$

oder wenn wir den Wert für w einsetzen

$$\Gamma(\xi) = \Gamma_0(\xi) - k(\xi) \cdot \frac{1}{4\pi v} \int_{-b}^{+b} \frac{1}{\xi-x} \frac{\partial \Gamma}{\partial x} dx$$

Durch diese Integralgleichung ist $\Gamma(\xi)$ bzw. $\Gamma(x)$ bestimmt. Die Größen $\Gamma_0(\xi)$ und $k(\xi)$ sind experimentell oder auch auf Grund der Ergebnisse des ebenen Problems bekannt. Bei Flügeln, die überall gleiches Profil mit gleichem Anstellwinkel besitzen, sind die Größen Γ_0 und k konstant, bei veränderlichem Profil hängen sie vom Profil ab, sind also Funktionen von ξ , daher $\Gamma_0(\xi)$ und $k(\xi)$.

teilung eines Flügels mit beliebigen, an den einzelnen Querschnitten verschiedenen Profilen bestimmt (natürlich nur wenn der Flügel flugtechnisch gut ist, also großen Auftrieb bei kleinem Widerstand gibt, da nur dann die bei der Theorie gemachten Vernachlässigungen zulässig sind). Damit wäre dieses Problem im Prinzip gelöst; aber leider reichen die bisherigen mathematischen Hilfsmittel nicht aus, diese Gleichung zu lösen. Man muß sich vorläufig in anderer Weise zu helfen suchen. Ein gangbarer Weg ist der folgende: Man nimmt eine Auftriebsverteilung willkürlich an, berechnet daraus die Vertikalgeschwindigkeiten w und bestimmt nun die Flügelform $\Gamma_0(\xi)$ und $k(\xi)$ so, daß sie unter dem Einfluß der berechneten Vertikalgeschwindigkeit gerade die zuerst gewählte Auftriebsverteilung ergibt. Führt man dies für mehrere Auftriebsverteilungen durch, so erhält man eine Reihe von Flügelformen, zu denen man die Auftriebsverteilung kennt; durch geeignete Wahl der Auftriebsverteilungen kann man schließlich jede Flügelform annähernd erreichen.

Hierbei ist aber auch noch eine Schwierigkeit zu beachten: Man kann die Auftriebsverteilung nicht beliebig wählen. Sie ist durch die Forderung eingeschränkt, daß die sich daraus ergebende Vertikalgeschwindigkeit w an keiner Stelle innerhalb der Flügelspannweite unendlich werden darf (praktisch muß man sogar verlangen, daß sie klein gegenüber der Translationsgeschwindigkeit v bleibt). Auch der Fall kann eintreten, daß die angenommene Verteilung instabil ist. In diesem Falle würde eine kleine Abweichung von der vorausgesetzten Verteilung die Vertikalgeschwindigkeiten in einem solchen Sinne ändern, daß dadurch die kleine Abweichung noch weiter vergrößert wird. Noch vor wenigen Jahren war überhaupt keine mögliche Auftriebsverteilung bekannt, bis es Prof. Prandtl gelang, zunächst eine und im Anschluß daran eine ganze Reihe von möglichen Verteilungsfunktionen anzugeben. Bei der ersten dieser möglichen Auftriebsverteilungen, welche gefunden wurde, ist der Auftrieb (bzw. die Zirkulation) längs der Spannweite so verteilt wie die Ordinaten einer Halbellipse, welche über die Spannweite b gezeichnet ist (Fig. 17 oben)¹⁾. Die Vertikalgeschwindigkeit, welche zu dieser Verteilung gehört, ist längs der ganzen Spannweite konstant. Sie hat den Betrag

$$w = \frac{2}{\pi} \frac{A}{\rho v b^2} \dots \dots \dots (2)$$

wobei A den Auftrieb des ganzen Flügels, ρ die

$$1) \quad \Gamma = a \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - x^2};$$

weitere mögliche Verteilungen erhält man durch Multiplikation dieses Ausdruckes mit einem Polynom:

$$\Gamma = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - x^2} \left[a_0 + a_1 \left(\frac{2x}{b}\right) + a_2 \left(\frac{2x}{b}\right)^2 + \dots \right].$$

Bei symmetrischen Flügeln sind die Glieder mit ungeraden Potenzen von $\frac{2x}{b}$ alle Null.

Luftdichte, v die Translationsgeschwindigkeit und b die Spannweite bedeuten (vgl. Anmerkung zu Formel 1). Die vorausgesetzte Auftriebsverteilung nach einer Halbellipse kann bei konstanter Vertikalgeschwindigkeit erreicht werden, wenn man den Flügelumriß elliptisch und die Profile alle geometrisch ähnlich mit gleichem Anstellwinkel gegen die Horizontale wählt (Fig. 17). Man kann aber natürlich die Verteilung auch mit einem anderen Flügelumriß bei passend gewählten Profilen bzw. Anstellwinkeln erreichen.

Wir hatten bereits weiter oben hervorgehoben, daß das Feld der von den Flügelrändern herrührenden Wirbelzöpfe zwei wesentliche Wirkungen mit sich bringt. Die erste, die Verminderung der Zirkulation um die einzelnen Profile hat uns zu

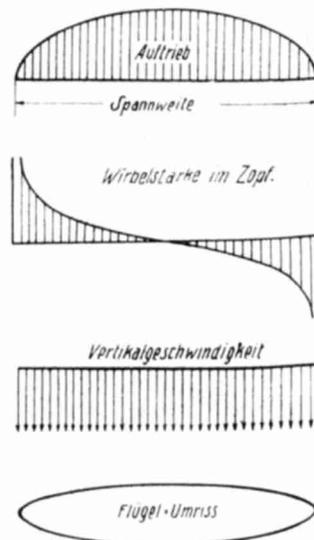


Fig. 17. Günstigste Auftriebsverteilung (oben), darunter zugehörige Verteilung der Wirbelstärke im Zopf und der Vertikalgeschwindigkeit, unten Flügelumriß. Der Auftrieb ist nach einer Halbellipse verteilt. Die Vertikalgeschwindigkeit ist dann längs der Spannweite konstant. Der Flügelumriß, durch den dies erreicht werden kann, ist eine Ellipse.

dem Problem geführt, die Auftriebsverteilung zu ermitteln, sie hat aber natürlich auch an sich praktische Bedeutung, da es von Wichtigkeit ist, zu wissen, daß der Auftrieb eines Flügels von endlicher Länge um einen angebbaren Betrag kleiner ist als der auf ein entsprechendes Stück einer unendlich langen Tragfläche entfallende Auftriebsanteil. Wir wenden uns nun der zweiten erwähnten Wirkung zu, der Entstehung einer Widerstandskomponente. Sie ist für den Gesamtwiderstand eines Flügels von ausschlaggebender Bedeutung, indem sie bei guten Profilen und den üblichen Flügelabmessungen meist über die Hälfte ausmacht.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei einem Flügel mit elliptischer Auftriebsverteilung, wie sie oben auseinandergesetzt ist (Fig. 17), da hier die Vertikalgeschwindigkeit w längs der

ganzen Spannweite denselben Wert hat (Gl. 2, S. 576). Wie nach Fig. 16 ersichtlich, ist

$$\frac{W}{A} = \frac{w}{v} \dots \dots \dots (3)$$

(das von den Kräften A , P und W gebildete Dreieck ist dem von den Geschwindigkeiten u , v und w gebildeten ähnlich). Setzen wir den in Gl. 2 angegebenen Wert für w ein, so erhalten wir als Flügelwiderstand, verursacht durch die seitlichen Flügelränder

$$W = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{A^2}{\rho v^2 b^2} \dots \dots \dots (4)$$

Ist der Auftrieb nicht nach einer Halbellipse verteilt, so ist w an jeder Stelle verschieden; die Rechnung wird dadurch etwa umständlicher, läßt sich aber immer noch verhältnismäßig leicht ausführen. Es zeigt sich dabei, daß die elliptische Verteilung in bezug auf den Widerstand am günstigsten ist. Gl. 4 stellt also den kleinsten durch die endliche Länge des Flügels bedingten Widerstand dar, welcher bei gegebenem Auftrieb A , Spannweite b , Fluggeschwindigkeit v , und Luftdichte ρ mit einem Flügel zu erreichen ist. Im übrigen hat die Art der Auftriebsverteilung auf den daraus berechneten Widerstand im allgemeinen keinen sehr großen Einfluß. Insbesondere scheint bei den meisten praktisch vorkommenden Anordnungen der Unterschied gegen den in Gl. 4 angegebenen Wert kaum merklich zu sein. Dadurch ist Gl. 4 zu einer mit großer Annäherung allgemein gültigen Formel geworden. Ihre hauptsächlichste Anwendung findet sie, wenn man die Wirkung einer Vergrößerung oder Verkleinerung der Spannweite auf den Widerstand (bzw. das Verhältnis von Widerstand zu Auftrieb) bestimmen will. Die damit erhaltenen Resultate stimmen mit Messungsergebnissen innerhalb der Meßfehlergrenzen vollständig überein.

Die Gleichung 4 sagt im wesentlichen Folgendes aus: *Mit dem Auftrieb ist notwendig ein Widerstand verbunden, welcher umso größer ausfällt, je kleiner die Spannweite ist, auf welche er sich verteilt, und je kleiner die Geschwindigkeit ist, durch welche der Auftrieb erzeugt wird; und zwar nimmt dieser Widerstand im umgekehrten Verhältnis mit dem Quadrat der Spannweite und dem Quadrat der Geschwindigkeit zu oder ab.* Dieser Satz verbietet, bei einem Flugzeug die Spannweite zu klein und die Fluggeschwindigkeit zu niedrig zu wählen. Andererseits gibt es aber auch Gesichtspunkte, welche die Spannweite und die Geschwindigkeit nach oben hin begrenzen, so daß es eine Spannweite und eine Geschwindigkeit gibt, welche für eine bestimmte Aufgabe am günstigsten sind. Der Spannweite ist hauptsächlich durch die Rücksicht auf Festigkeit und Gewicht der Flügelkonstruktion eine Grenze gezogen. Die Geschwindigkeit ist, abgesehen von Landungsschwierigkeiten, einmal durch das mit ihr wachsende Motorgewicht beschränkt, dann aber auch dadurch, daß im Gegensatz zu dem von uns er-

mittelten „Randwiderstand“ alle nicht mit dem Auftrieb zusammenhängende Widerstände mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zunehmen.

Bei der bisherigen Darstellung der Vorgänge an einem Tragflügel sind die Strömungserscheinungen durch das Feld von Wirbeln wiedergegeben worden. Es mag vielleicht im Interesse einer größeren Anschaulichkeit nützlich sein, die Vorgänge auch von einem etwas anderen Standpunkte aus zu betrachten. Wir können uns den Auftrieb ähnlich dem Rückstoß beim Schuß in der Weise entstanden denken, daß der Flügel dauernd Luft nach unten in Bewegung setzt. Bei der Vorwärtsbewegung kommen immer neue Luftmassen in den Wirkungsbereich des Flügels, werden nach unten beschleunigt und verlassen dann den Wirkungsbereich mit einer bestimmten Abwärtsgeschwindigkeit. Die Luft vor dem Flügel und seitlich davon bleibt im wesentlichen unbeeinflusst; nur

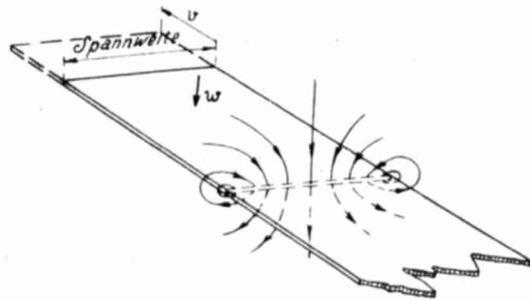


Fig. 18. Die Strömung hinter einem Flügel stimmt angenähert mit der Strömung um ein Brett von einer Breite gleich der Spannweite überein, welches in jeder Sekunde um das Stück v (Fluggeschwindigkeit) länger wächst und gleichzeitig eine gleichmäßige Abwärtsgeschwindigkeit w besitzt. Die Luft weicht in der durch die Stromlinien angegebenen Weise aus (vergl. auch Bemerkung zu Fig. 14).

eine Gasse, durch welche der Flügel gekommen ist, hat Abwärtsgeschwindigkeit. Man erhält ein ziemlich richtiges Bild von der Bewegung, wenn man sich ein Brett von der Breite der Flügelspannweite denkt, das sich vom Flügel aus nach rückwärts erstreckt und nach vorne zu mit der Zeit immer länger wächst, so daß es stets bis an den Flügel, der ja vorwärts schreitet, herankommt. Wenn wir nun dieses hypothetische Brett nach abwärts bewegen, so stellt die Strömung um dasselbe, die sich doch wohl einigermaßen vorstellen läßt, mit ziemlich guter Annäherung den Vorgang dar, wie er sich beim Flügel abspielt (Fig. 18).

Die Auftriebskraft, welche man durch Beschleunigung von Luft erhält, ist gleich dem Produkt aus der sekundlich erfaßten Luftmasse und der dieser erteilten Vertikalgeschwindigkeit. Hieraus geht hervor, daß bei gegebenem Auftrieb die Vertikalgeschwindigkeit umso größer sein muß, je kleiner die in der Zeiteinheit erfaßte Luftmenge ist. Nun ist aber einleuchtend, daß diese Luftmenge umso größer ist, je größer einerseits die Spannweite ist, da sich dadurch der Ein-

A = S