En consecuencia,

$$\begin{aligned}\Delta v &= G'(u).|\nabla u|^2 + G(u).\Delta u \quad \text{en } \Omega.\\ &= G'(u).|\nabla u|^2 + G(u).F(u). \text{ en } \Omega.\end{aligned}$$

Usando las hipótesis sobre F y G obtenemos que

$$\Delta v \leq 0 \quad \text{en} \quad \Omega.$$

De otro lado, $\dfrac{\partial v}{\partial \vec{\eta}} = G(u)\, \dfrac{\partial u}{\partial \vec{\eta}} = G^2(u)$ sobre $\partial\Omega$. Entonces v satisface que:

$$(**) \qquad \begin{cases} \Delta v \leq 0 & \text{en}\Omega, \\ \dfrac{\partial v}{\partial \vec{\eta}} \geq 0 & \text{sobre}\partial\Omega, \end{cases}$$

Ahora, del principio del Máximo y el lema de Hopf, existe $x_o \in \partial\Omega$ tal que

$$\frac{\partial}{\partial \vec{\eta}} v(x_o) < 0.$$

La última desigualdad es una contradicción con (**). Por lo tanto, (I) no tiene soluciones clásicas.

Referencias

[Al]. A. Alexandrov, *Uniqueness theorems for surfaces in the large*, Vestnik Leningrado. Univ. **13** (1958).

[BN]. H. Berestícki and L. Nirenberg, *On the method of moving planes and the sliding method*, Preprint (1991).

[Es]. J. Escobar, *Uniqueness theorems on conformal deformations of metric, Sobolev inequalities, and an eigenvalue estimate*, Comm. Pure Appl. Math. **43** (1990).

[GQ]. G. García y J. Quintero, *Simetría y un estudio cualitativo de soluciones de algunos problemas elípticos con condición de Neumann*, Rev. Mat. Ens. Univ. **III**, No **1** (1992).

[GNN]. B. Gidas, W. Ni and L. Nirenberg, *Symmetry and related properties via the maximum principle*, Comm. in Math. Phys. **68** (1979).

[PW]. M. Protter and H. Weinberger, *Maximum Principles in Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, 1984.

[Se]. J. Serrin, *A symmetry problem in potential theory*, Arch Ration. Mech. **43** (1971).

Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle, Apartado Aéreo 25360, Cali, COLOMBIA