En general

$$E_{n,k} = (-1)^{k-1} \sqrt{2n^3}\ \frac{(n^2-1^2)(n^2-2^2)\dots(n^2-(k-1)^2)}{k\,((k-1)!)^2}$$

$$= (-1)^{k-1} \sqrt{2n}\ \frac{(n+k-1)!}{(k-1)!\,k!\,(n-k)!} . \qquad (17)$$

En la tabla 1 se muestra algunos valores de $E_{n,k}$.

TABLA 1

$n \backslash k$	1	2	3	4	5	6
1	$\sqrt{2}$					
2	4	-6				
3	$3\sqrt{6}$	$-12\sqrt{6}$	$10\sqrt{6}$			
4	$8\sqrt{2}$	$-60\sqrt{2}$	$120\sqrt{2}$	$-70\sqrt{2}$		
5	$5\sqrt{10}$	$-60\sqrt{10}$	$210\sqrt{10}$	$-280\sqrt{10}$	$126\sqrt{10}$	
6	$12\sqrt{3}$	$-210\sqrt{3}$	$1120\sqrt{3}$	$-2520\sqrt{3}$	$2520\sqrt{3}$	$-924\sqrt{3}$

También , se puede demostrar inmediatamente que $\phi_n(x)$ *satisface la siguiente ecuación diferencial :*

$$(e^x - 1)\frac{d^2\phi_n}{dx^2} + e^x\frac{d\phi_n}{dx} + n^2\phi_n = 0 \qquad (18)$$

§ 3. El sistema de las funciones $e^{-x/k}$, $k = 1,2,\dots$.

Teorema 2

Las funciones

$$e^{-x/2}e^{-x},\ e^{-x/2}e^{-x/2},\ \dots\dots,\ e^{-x/2}e^{-x/k},\ \dots\dots$$

determinan un subespacio lineal denso en $L_2(0,\infty)$.

Demostración

Sabemos que las siguientes funciones :[5] [10]

$$u_n(x) = L_n(x)\,e^{-x/2} \qquad n = 0,1,2,\dots$$