ACTICAL PROBLEMS INVOLVING SEVERAL ACTIONS, *by R. A. RESTREPO*, *als of Math. Studies*, Nº 39, 1957. Sumario. En este artículo se obtienen las es-egias óptimas (en el sentido de la Teoría de Juegos) para el problema siguiente : jugadores, quienes serán llamados A y B, desean elegir respectivamente los m instantes en que han de llevar a cabo una actuación determinada, dentro de las iientes condiciones :

(1) Los instantes $x_1, x_2, \dots, x_m$, en que actúa el jugador A han de ser ta-que $0 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \dots \leqslant x_m \leqslant 1$.

(2) Los instantes $y_1, y_2, \dots, y_n$, en que actúa el jugador B han de ser tales $0 \leqslant y_1 \leqslant y_2 \dots \leqslant y_n \leqslant 1$.

(3) La ganancia $K_{m,n}$ que obtiene el primer jugador es igual a la cantidad que pier el otro jugador ; y esta ganancia depende de $x_1, \dots, y_n$ y de dos funciones P y Q Inidas en el intervalo $0 \leqslant t \leqslant 1$ que cumplen con las siguientes condiciones :

(a) $P(0) = 0$ y $Q(0) = 0$

(b) $P(1) = 1$ y $Q(1) = 0$

(c) P y Q son derivables en el intervalo $0 \leqslant t \leqslant 1$ y sus derivadas son positi. vas en el interior de ese intervalo.

(4) La forma exacta de la ganancia $K_{n,n}$ se define inductivamente así :

(a) Si $m = 0$ y si $n = 0$, entonces $K_{o,1}(y) = Q(y)$ y $K_{1,o}(x) = P(x)$

(b) Si $x_1 < y_1$, entonces,

$$K_{m,n}(x_1, \dots, x_m; y_1, \dots y_n) = P(x_1) + [1 - P(x_1)]\, K_{m-1,n}(x_2, \dots, x_m; y_1, \dots, y_2)$$

(c) Si $y_1 < x_1$, entonces

$$K_{m,n}(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n) = -Q(y_1) + [1 - Q(y_1))\, K_{m,n-1}(x_1, \dots, x_n; y_2, \dots, y_n)$$

(d) Si $x_1 = y_1$, entonces el valor de $K_{m,n}$ será el promedio de los valores obtenidos en los dos casos anteriores.

La función K (cuyos subíndices no se indicarán explícitamente de ahora en adelante) se llamará la función de pago de este juego. Las estrategias para el jugador A serán las distribuciones de probabilidades en el conjunto $0 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \ldots \leqslant x_m \leqslant 1$. El conjunto de estas distribuciones será indicado por $\mathfrak{F}$ y sus elementos por F. En forma semejante se define el conjunto $\mathcal{G}$ de estrategias G para el jugador B.

Dos estrategias $F^* \epsilon\, \mathfrak{F}$ y $G^* \epsilon\, \mathcal{G}$ se llaman óptimas si

$$\iint K(x, y)\, dF(x)\, dG^*(y) \leqslant \iint K(x, y)\, dF^*(x)\, dG(y)$$

para toda F y G. En el artículo que aquí se resume se demuestra que el juego que se acaba de definir posee dos estrategias óptimas F^* y G^* con las siguientes propiedades;

(a) $F^*(x_1, x_2, \ldots x_m) = F_1^*(x_1)\, F_2^*(x_2) \ldots F_m^*(x_m)$

$G^*(y_1, y_2, \ldots y_n) = G_1^*(y_1)\, G_2^*(y_2) \ldots G_n^*(y_n)$

(b) Existen números $a_1, \ldots a_{m+1}, b_1, \ldots b_{n+1}$ tales que

$0 < a_1 < a_1 \ldots a_{m+1} = 1, \quad 0 < b_1 < b_2 \ldots < b_{n+1} = 1$ tales que

$$F_i^*(x_i) = \begin{cases} o & si \quad x_i < a_i \quad si \quad x_i < a_{i+1} \\ \neq o & si \quad a_i \leqslant x_i \leqslant a_{i+1} \end{cases}$$

$$G_j^*(y_j) = \begin{cases} o & si \quad y_j < b_j \text{ ó } si \quad y_j > b_{j+1} \\ \neq & si \quad b_j \leqslant y_j \leqslant b_{j+1} \end{cases}$$

(c) Cada F_i^* y cada G_j^* son absolutamente continuas con respecto a la medida de Lebesgue, con la excepción posible de F_m^* y G_n^* que pueden poseer medidas discretas α y β respectivamente en el punto 1. Pero $\alpha\beta = 0$.

(d) La parte absolutamente continua de las distribuciones F_i^* tiene como derivada una función que es siempre proporcional a $Q'(x)\,[Q^2(x)\,P(x)]^{-1}$ pero la constante de proporcionalidad depende de cada intervalo definido por las constantes a_i y b_j. Y un resultado análogo es válido para cada G.

Las condiciones anteriores, junto con otras ecuaciones entre la constante de proporcionalidad de la última condición, permiten calcular explícitamente las estrategias si se conocen los valores de $a_1 \ldots b_n$. Y estos valores se pueden obtener resolviendo numéricamente un sistema de ecuaciones no lineales.

2. ***MULTISTAGE POKER MODELS*** *by* *R. A. RESTREPO*, *Annales of Math. Studies*, Nº. *39, 1957* . Sumario . Se consideran en este artículo varias versiones simplificadas e idealizadas del juego de Poker entre dos jugadores A y B. En este sumario se describen solamente dos de estos modelos.

Primer Modelo .- La descripción intuitiva del juego es la siguiente : Para entrar al juego cada jugador paga una unidad de dinero. Luego cada jugador elige en una forma aleatoria un punto (x para el jugador A é y para el jugador B) en el intervalo cerrado entre cero y uno. Sabiendo el valor de x pero ignorando el valor de y, el jugador A puede elegir entre

(a) Retirarse del juego, perdiendo el valor de la entrada

(b) Apostar una de las cantidades $a_1, \ldots, a_n$.

Si el primer jugador no se ha retirado entonces el segundo jugador B puede elegir entre

(a) Retirarse del juego perdiendo el valor de la entrada

(b) Aceptar la apuesta a_i propuesta por el jugador A. En este caso el jugador que haya obtenido el número mayor de x ó y gana del otro la cantidad a_i más el valor de la entrada al juego .

Se permiten es este juego estrategias aleatorias de modo que una estrategia para el primer jugador A es un vector $(f_1(x), \ldots, f_n(x))$ en el cual $f_i(x)$ representa la probabilidad de que apueste a_i, y donde $1 - \Sigma f_i(x)$ representa la probabilidad de retirarse del juego. En forma semejante, las estrategias para el jugador B son vectores $(g_1(y), \ldots, g_n(y))$ en donde $g_i(y)$ representa la probabilidad de aceptar la apuesta a_i, y donde $1 - g_i(y)$ representa la probabilidad de que B se retire cuando A ha apostado a_i.

Se obtiene en esta caso la forma explícita de las estrategias óptimas para los dos jugadores .

Segundo Modelo .- Este modelo es semejante al anterior en el costo de la entrada y en la selección de los números x é y que reciben los dos jugadores. Pero las apuestas proguen en la siguiente forma :

(a) El primer jugador, A, puede elegir entre retirarse inmediatamente o apostar la cantidad a. Si se retira, pierde el valor de la entrada al juego .

(b) Si el primer jugador, ha apostado, el segundo jugador, B, puede elegir una de las posibilidades siguientes : retirarse del juego, perdiendo el valor de la entrada ; aceptar la apuesta, en cuyo caso A gana $a+1$ si x es mayor que y, pero pierde $a+1$ si x es menor que y ; puede B aumentar la apuesta por la misma cantidad a.

(c) Si B ha aumentado la apuesta, entonces A tiene las mismas alternativas que tenía B en el caso anterior pero teniendo en cuenta que si se retira pierde la cantidad $a+1$ (el valor de la entrada más la cantidad ya apostada por A) ;pero si A acepta la apuesta, el jugador que gana recibe la cantidad $2a+1$.

(d) El juego continúa en la misma forma, presentando por turnos a los jugadores las mismas alternativas : retirarse, perdiendo la cantidad máxima apostada o acepta anteriormente por ese jugador ; o puede el jugador aceptar la apuesta propuesta por el otro ; o puede aumentar la apuesta en la cantidad a.

(e) Si el total de las apuestas llega a un número predeterminado na, no se permite ya aumentar más la cantidad apostada.

Como en el modelo anterior, se consideran en este modelo estrategias aleatorias y se obtiene la forma explícita de las estrategias óptimas para ambos jugadores.

3. ***GAMES WITH A RANDON MOVE*** *by R. A. RESTREPO, Annales of Math. Studies, Nº 52, 1964*. Sumario. Este artículo generaliza un poco las ideas del primer modelo del artículo precedente. Se consideran juegos en los que los dos jugadores tienen espacios de estrategias semejantes a las de ese modelo : llamando estrategias de tipo I y de tipo II las que los jugadores A y B poseen en ese modelo, se consideran ahora tres probabilidades : juegos en los que los dos jugadores usan estrategias de tipo I ; juegos en que ambos usan estrategias de tipo II ; y juegos en los que un jugador tiene estrategias de tipo I y el otro jugador tiene estrategias de tipo II. Considerando estos conjuntos de estrategias y ciertas funciones de pago un poco más generales que las que se consideraban en los modelos del juego de Poker, se obtienen ciertas propiedades que caracterizan a las estrategias óptimas de estos juegos.

4. ***SOME DIFFERENTIAL EQUATIONS ON CLOSED MANIFOLDS***, *by R. A. RESTREPO, Proceeding of the Amer. Math. Society, 12 (1961), pp.315 - 320*. Sumario. En este artículo se demuestra en forma directa que ciertas propiedades bien conocidas de las ecua -

ciones diferenciales ordinarias con coeficientes constantes son también válidas para ecuaciones de la forma

$$(1) \qquad \sum_{k=o}^{n} a_k (d\,\delta)^k \alpha = 0$$

en donde α es una forma diferencial exterior definida en una variedad diferencial M en donde d y δ son las operaciones de diferenciación asociadas a estas formas. Concretamente, en este artículo se demuestra que la ecuación (1) sólo tiene soluciones para ciertos valores de las constantes $a_o, \ldots, a_n$, y que estas soluciones son siempre c combinaciones lineares de las soluciones de ecuaciones del tipo

$$d\,\delta\,\alpha - a\,\alpha = 0$$

5. **A QUEUE WITH SIMULTANEOUS ARRIVALS AND ERLANG SERVICE DISTRIBU - TIENS**, *by* R. A. RESTREPO, *Operations Researd*, 13 (1965), pp. 375 - 381. Sumario. En este artículo se consideran ciertas filas de espera en las cuales las llegadas de las personas a la fila, los tiempos de duración del trabajo en la fila y la disciplina en la fila cumplen con las siguientes condiciones :

(a) Llegadas; las personas llegan en grupos; la probabilidad de que en un intervalo de tiempo de duración dt llegue más de un grupo es $o(dt)$; la probabilidad de que llegue un grupo de r personas es $\lambda\, q_r\, dt + o(dt)$; y la probabilidad de que no llegue ningún grupo es $1 - \lambda\, dt + o(dt)$. Se supone que λ y q_r son no-negativas y $\Sigma\, q_r = 1$, y que la varianza de las q_r es finita.

(b) Disciplina en la fila : se supone que todas las personas que llegan permanecen en la fila fasta ser atendidas, y que son atendidas con el orden de llegada.

(c) Servicio: se supone que al ser atendida cada persona necesita k etapas de servicio y que la probabilidad de que una etapa de servicio termine en un intervalo de duración dt es $\mu\, dt$, con $\mu > 0$.

Utilizando el método de funciones generamatrices se obtienen los siguientes resultados, en donde p_o es la probabilidad de que no haya nadie en el sistema y $p_{n,s}$ es la probabilidad de que hayan n personas incluyendo la que está siendo atendida, y que esté en la etapa s de servicio :

(a) Si $Q(y) = \Sigma\, q_r\, y^r$ y $G(y) = p_o + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{k} p_{n,s}\, y^{(n-1)k+s}$, entonces

$$G(y) = p\,(1-y) / \{ 1-y\,[\,1+\theta\,(1-Q(y^k))\,]\,\}$$

en donde $\theta = \lambda / k\mu$.

(b) Utilizando estas funciones generatrices se obtienen fórmulas explícitas para p_0 y para el valor medio del número de personas en el sistema y en la fila .

6. SOME PROBLEMS OF ATTACK AND DEFENSE , by *R. A. RESTREPO, SIAM Review, 9 (1967), pp. 680 - 691* . Sumario . Se considera el problema siguientes: dados números n (un entero positivo), A y D con $0 < A < D < nA$, se considera un juego con los espacios de estrategias puras

$$X = \{ x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \text{ con } x_i \geqslant 0 \text{ y } \Sigma\, x_i = A \}$$

$$Y = \{ y = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \text{ con } y_i \geqslant 0 \text{ y } \Sigma\, y_i = D \}$$

y con función de pago

$$K(x, y) = \sum_{i<1}^{n} k_i(x_i, y_i) \quad \text{donde } k_i(x_i, y_i) = \begin{cases} -b\,x_i & \text{si } x_i \lessgtr y_i \\ k_i(x_i - y_i) & \text{si } x_i > y_i \end{cases}$$

en donde b y $k_1, k_2, \ldots, k_n$ son constantes positivas. Intuitivamente se puede interpretar este juego como una situación en que el primer jugador posee recursos A para lograr ciertos objetivos y el segundo jugador posee recuros D para tratar de impedir que el primero logre sus objetivos; las cantidades asignadas al objeto i son x_i e y_i, siendo el valor de cada unidad de x representado por b, y el valor de lograr el objetivo i representado por k_i.

Como de costumbre en la teoría de juegos se consideran los espacios de estrategias mixtas, o sea los espacios de distribuciones de probabilidades sobre los conjuntos X e Y . El resultado principal de este artículo es el siguiente : eligiendo el entero r tal que $rA < D < (r+1)\,A$, el juego considerado acá posee estrategias óptimas para cada jugador que son distribuciones de probabilidades cuyas probabilidades están concentradas en un número finito de estrategias puras de la siguiente forma: para el primer jugador, estrategias en las cuales todas las x_i son cero con excepción de una $x_i = A$; para el segundo jugador, estrategias en las cuales r de las y_i son iguales a A, una es igual a $D-rA$ y las demás son cero. Y se demuestra además que las estrategias óptimas para el juego finito definido por estos conjuntos de estrategias especiales son también óptimas para el juego con espacios de estrategias X e Y.

Finalmente, se construyen las estrategias óptimas para el caso en que $r = n-1$, y para el caso en que $n = 3$ y $r = 1$.

7. **COMBINATORIAL METHODS FOR A CLASS OF MATRIX GAMES**, *by* R. A. RESTREPO, *Journal of applied Probability*, 3 (1966), pp. 495 - 511. Sumario. Habiendo demostrado en el artículo anterior que ciertos problemas de ataque y defensa que son de por si problemas infinitos pueden resolverse por medio de juegos finitos cuya función de pago es por lo tanto una matriz, se consideran en este artículo algunos juegos que incluyen a los juegos finitos del artículo anterior en los casos en que el parámetro n es arbitrario pero $A < D < 2A$ o $(n-2)A < D < (n-1)A$

Utilizando como punto de partida el Teorema de Snow y Shapley que caracteriza las estrategias óptimas de un juego matricial, se demuestra en este artículo que solamente ciertos conjuntos especiales de las columnas de la matriz pueden aparecer con probabilidad positiva en cada estrategia óptima. Por lo tanto se reduce notablemente el problema de obtener las estrategias óptimas para estos juegos.

8. **ANCESTRAL RINGS**, *by* Rolando PEINADO. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 15 (Series II) (1966), pp. 107 - 109. La totalidad de estos resultados fueron también publicados en Colombia : "P-ancestralidad en ciertos anillos", *Revista Colombiana de Matemáticas*, 1 (1967), págs. 33 - 45.

9. **DIFFERENTIABLE NORMS**, *by* G. RESTREPO, *Boletín de la Sociedad Mexicana*, (1966), págs. 47 - 55. Una teoría formal de variedades modeladas sobre espacios generales de Banach está desarrollada por S. LANG (*Introduction to differentiable manyfolds* : Wiley, New York, 1962). Una herramienta fundamental en el estudio de las variedades tomando modeladas sobre espacios vectoriales de dimensión finita -por lo menos es sus aspectos geométricos- es la existencia de particiones de la unidad, digamos de clase C^p para $p \geqslant 1$. La construcción de particiones de las unidades, digamos de clase C^p para $p \geqslant 1$, es todavía posible en el caso de variedades modeladas sobre espacios de Hilbert separables (véase LANG, Op. cit., pág. 30). Esta construcción se basa en la existencia de una norma equivalente de clase C^∞ en un espacio de Hilbert. Un estudio sistemático de las particiones de la unidad en variedades de dimensión infinita puede hallar-

se en R. BONIC y J. FRAMPTON : *Smoth functions on Banach manifolds.* El resultado más importante del trabajo que nos ocupa es el siguiente : *Teorema 3. Un espacio de Banach separable admite una norma de clase C_1 si y solo si su dual es separable .*

10. ***DIFFERENTIABLE NORMS IN BANACH SPACES,*** *by Guillermo RESTREPO. Buel. Amer. Math. Soc. 70 (1964) , 413 - 414.* Aquí se anuncia el resultado demostrado en el artículo de la nota anterior.

11. ***A NOTE ON QUASI - LOCAL RINGS,*** *by R. PEINADO (With R. B. KILLGROVE) , Boletín Soc. Matemática Mexicana, (1965), págs. 33 - 35.* Se construye un ejemplo de un anillo casi - local en el cuàl el resultado (KRULLL): *En un anillo local A se tiene $\bigcap_m [J (A)]^m = \{ 0 \}$, donde $J(A)$ es el radical de Jacobson de A .*

12. ***THE CLOSED GRAPH THEOREM ,*** *by Guillermo RESTREPO , Boletín de la Soc. Matemática Mexicana, (1966), págs, 60 - 61.* Se da una corta demostración de un teorema de dualidad entre el Teorema del gráfico cerrado y el Teorema del gráfico abierto. Helo aquí : *Sean $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ familias de espacios vectoriales topológicos separados tales que si $A \epsilon \mathcal{A}$ y $B \epsilon \mathcal{B}$, $F \subset A$ es un subespacio cerrado y $F' \subset B$ es un subespacio cerrado, entonces $A/F \epsilon \mathcal{A}$ y $B/F' \epsilon \mathcal{B}$. Entonces las siguientes proposiciones son equivalentes :*

(a) *Cualquier aplicación cerrada de cualquier $A \epsilon \mathcal{A}$ en cualquier $B \epsilon \mathcal{B}$ es/continua.*

(b) *Cualquier aplicación cerrada de cualquier $B \epsilon \mathcal{B}$ en cualquier $A \epsilon \mathcal{A}$ es abierta.*

Este teorema es válido, por ejemplo, si $\mathcal{A}$ es la clase de los espacios tonelados y $\mathcal{B}$ es la clase de los espacios plenamente completos .

13. ***NOTE ON MODULES ,*** *by R. PEINADO , Mathematics Magazine, 37 (1964) pp. 266-267.* Se da una demostración directa del siguiente hecho : *si un R - módulo tiene una base infinita, entonces todas sus bases tienen el mismo cardinal.*

14. ***ON FINITE RINGS,*** *by R. PEINADO , Mathematics Magazine, 40 (1967), pp. 83 - 85 .* Se determinan todos los anillos finitos cuyos grupos aditivos son grupos cíclicos. Esto permite determinar todos los anillos finitos, con grupo aditivo fijo, que tienen *n* elementos donde *n* es un entero primitivo (square - free) y determinar cuándo tales anillos son radicales y cuándo semi - simples.

15. ***ORTOGONALIZACION DE POLINOMIOS EN LA ESFERA UNIDAD,*** *por G. POVEVEDA , Revista Colombiana de Matemáticas, 1 (1967), pp. 1 - 20 .*

16. **UNE NOTE SUR DE MODULES ELASTIQUES**, par *J. VARELA*, *Revista Colombiana de Matemáticas, 1 (1967) págs. 26 - 28.*

17. **UN METODO DE SUMACION**, por *A. y C. TAKAHASHI, Revista Colombiana de Mat. 2 (1968), págs. 29 - 44.* En este artículo se definen dos límites generalizados considerando también el método de sumación asociado a cada uno de ellos.

18. **A NOTE ON GENERALIZED MOBIUS μ - FUNCTIONS**, by *V. ALBIS G. Revista Colombiana de Matemáticas, 2 (1968), págs. 6 - 11.*

19. **SOBRE UNA CLASE DE OPERADORES DE CONVOLUCION, I**, por *Jaime LESMES, Revista Colombiana de Matemáticas, 2 (1968), 51 - 69.*

20. **LA ECUACION $d\phi / dt = \text{grad}\, f[\phi(t)]$ EN UN ESPACIO DE HILBERT**, por *G. RESTREPO, Revista Colombiana de Matemáticas, 1 (1967), págs. 21 - 25.*

21. **ON THE METHOD OF THE STEEPEST DESCENT**, by *Guillermo RESTREPO, Revista Colombiana de Matemáticas, 2 (1968), pp. 45 - 50.*

22. **ALGUNOS ANILLOS ESPECIALES**, por *V. ALBIS G. y J. VARELA B., Revista de Matemáticas Elementales, 5 (1963), Nº 5, págs. 3 - 5.*

23. **REPRESENTACIONES MATRICIALES DE LA TRANSFORMACION DE FOURIER** por *Darío SANCHEZ, Boletín de Matemáticas, 2 (1968), págs. 96 - 103.*

24. **OPTIMIZACION DE UN PROCESO DE VARIABLES ENTERAS**, por *Francisco LLERAS, Boletín de Matemáticas 2 (1968), págs. 6 - 17.*

25. **STUDY OF SOME PROPERTIES OF ANALYTIC FUNCTIONS**, by *Germán LEMOINE, Revista de Matemáticas Elementales, 6 (1964), pp. 25 - 37.*

26. **OPERADORES NO LINEALES**, por *Guillermo RESTREPO, Monografías Matemáticas, 5 (1968), Bogotá, 53 págs.*

27. **INTRODUCCION A LA "DESCRIPTION DE LA MATHEMATIQUE FORMELLE"** por *Alberto CAMPOS, Monografías Matemáticas, 2 (1963), Bogotá, 60 págs.*

28. **UNA CLASIFICACION DE ANILLOS**, por *Rolando PEINADO, Revista Mat. Hispano - americana, 25 (1965), págs. 249 - 261.* Trabajo expositivo, donde se presenta una clasificación de los anillos de acuerdo con los módulos que admiten y el número de elementos en sus bases. La mayoría de estos resultados se deben a W. G. LEAVITT y al autor. Los conceptos de maxit y minit también se discuten (véase información siguiente).

29 . **THE MAXIT AND THE MINIT OF A RING** , by *R. PEINADO* and *W. G. LEAVITT, Proc. Glasgow Math. Assoc.* 7 (1966) .

30. **UN PROBLEMA DE VALORES PROPIOS APLICADO A LA MECANICA CUANTICA,** por *José D. ARIAS , Revista de Mat. Elementales,* 8 (1966) No. 2, págs. 1 - 18 .

31 . **SOBRE LA EXISTENCIA DE LA SOLUCION GLOBAL** , por *Carlos LEMOINE , Revista de Mat. Elementales,* 7 (1965) Nº , 3, págs. 1 - 11 .

32 . **SOBRE UN TEOREMA DE CONVERGENCIA DE UN FILTRO,** por *Jairo CHARRIS, Revista de Mat. Elementales,* 7 (1965) Nº 3, págs. 19 - 21 .

33 . **UNLINKING SPHERES OF CODIMENSION TWO** , by *Mauricio GUTIERREZ,* (to appear in *Bulletin of American Math. Soc.*) Se prueban los dos teoremas siguientes : Teorema 1 . *Cualquier m - eslabón de dimensión $2n$ ($n \geqslant 1$) es nulcobordante.* Teorema 2 . *Sea $\mathcal{L}$ un m - eslabón de dimensión n ($n \geqslant 4$) . La condición $\pi_i(X) = \pi_i(C_{m,n})$ para $i > q$ ($q \leqslant \frac{1}{2}(n+1)$) , es equivalente a la existencia de m $V_i \subset S^{n+2}$ variedades ($q - 1$) - conexas, mutuamente disyuntas, tales que $\partial V_i = L_i$. En particular, si el complemento de L es del tipo de homotopía de $C_{m,n}$, el eslabón es trivial y recíprocamente. Aquí L es la imagen de $\mathcal{L} : \Sigma S^{n\,i} \to S^{n+2}$, m - eslabón de dimensión n , $C_{m,n}$ es el "wedge" de m círculos y (m - 1) - copias de S^{n+1} , y $X = S^{n+2} - L$.*

34 . **ON COMPARISON OF SEMINORMS ON A BARREL** , by *J. I. NIETO , Revista Colombiana de Matemáticas,* II (1968), pp. 124 - 128.

35 . **ESPACIOS VECTORIALES TOPOLOGICOS SOBRE CUERPOS NO ARQUIMEDEAMENTE VALUADOS** , por *Klaus E. MADLENER, Revista Colombiana de Matemáticas,* II (1968), págs. 129 - 136 .

36 . **SERIES PARA *e* DE GRAN CONVERGENCIA** , por *Francisco LLERAS , Revista Colombiana de Matemáticas,* II (1968), págs. 144 - 148 .

37 . **ESTABILIDAD DE ORBITAS RELATIVISTAS** , por *Luciano MORA , Revista Colombiana de Matemáticas,* II (1968), págs. 149 - 164 .

38 . **REMARKS ON WEAKLY CONTINUOUS FUNCTIONS** , by *Guillermo RESTREPO , Revista Colombiana de Matemáticas,* II (1968), págs. 166 - 168 . Se demuestran los dos teoremas siguientes : **Teorema 1** . *Sean E un espacio de Banach reflexivo y $f : E' \to R^1$. Entonces f es débilmente continua si y solo si existe una sucesión (P_n) de polinomios convergente a f*

uniformemente en cualquier conjunto acotado. **Teorema 2.** *Sean E un espacio real de Banach de dimensión infinita, $A \subset E$ un subconjunto abierto y acotado. Si $f: A \to R^1$ es débilmente continua, entonces $f(A) \subset f(A)$.* Además se plantea el problema de determinar en la C^1 topología la clausura del álgebra de los polinomios en un espacio de Hilbert de dimensión infinita. En el caso de dimensión finita, tenemos el teorema de Berstein.