

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1968

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?320387429_0002|log11

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{3k}}{(k!)^3} \sim \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{1}{(-3x)} \left\{ e^{-3x} + \frac{1}{\omega} e^{-3\omega x} + \frac{1}{\omega^2} e^{-3\omega^2 x} \right\}$$

Así se tendría inmediatamente el resultado (23), pero es muy poco probable justificar este procedimiento, puesto que el punto infinito es un punto singular esencial de la función entera $F(z)$, es decir, no puede haber una fórmula asintótica que sirva para todo $\text{Arg } z$.

APÉNDICE. Podemos encontrar fórmulas de recurrencia entre las funciones de la familia (1), como sigue:

(i) Sea C un contorno cerrado alrededor del origen en el plano complejo- z ; entonces tenemos

$$\begin{aligned} (26) \quad \frac{1}{2\pi i} \oint_C (f_n(x/z) e^{z/z}) dz &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1)^k x^k}{(k!)^n} \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^z}{z^{k+1}} dz \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^k}{(k!)^n} \frac{1}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^k}{(k!)^{n+1}} \\ &= f_{n+1}(x). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad (27) \quad \int_0^{\infty} f_{n+1}(xt) e^{-t} dt &= \int_0^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^{n+1}} x^k t^k e^{-t} dt \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^{n+1}} x^k \int_0^{\infty} t^k e^{-t} dt \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^{n+1}} x^k (k!) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^n} x^k \end{aligned}$$

REFERENCIAS

- 1 G.BIRKHOFF, G.C.ROTA, Ordinary Differential Equations, Blaisdell Pub.Co., Waltham, 1960.
- 2 E.A.CODDINGTON, N.LEVINSON, Theory of Ordinary Equations, McGraw Hill, N.Y., 1955.

- 3 E.L.INCE, Ordinary Differential Equations, Dover,
Nueva York, 1956
- 4 ERDELYI, MAGNUS, OBERHETTINGER, TRICOMI, Higher
Trascendental Functions, Vol.I,II,III, Macgraw-
Hill, New York, 1953.

Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad Nacional de Colombia

(Recibido en febrero de 1968)