tvrzení platí. V opačném případě zvolme interval I_3^*, který má neprázdný průnik s I_2^* a je různý od I_1^*. Opakováním postupu buď nalezneme interval požadované vlastnosti nebo po nejvýše n krocích dostaneme interval I_q^*, který je roven některému I_p^*, kde $p < q$. Nechť I_q^* je interval s nejmenším indexem, pro který existuje interval $I_p^* = I_q^*$, kde $p < q$. Množina $G = \bigcup_{j=p}^{q} I_j^*$ je zřejmě otevřená a souvislá.

Dokážeme, že G má omezenou komponentu doplňku. Jelikož

(10) posloupnost $I_p^*, I_{p+1}^*, \ldots, I_{q-1}$ je prostá a $I_p^* = I_q^*$,

existují podle (7) intervaly I_k^*, I_l^*, $k \neq l$, které mají tvar $I_k^* = (a - h/3; a + 4h/3) \times \times (b; c)$, $I_l^* = (a - h/3; a + 4h/3) \times (b'; c')$; podle (8) je buď $c' < b$ nebo $c < b'$. Z (8) dále plyne, že interval $(a - h/3; a + 4h/3) \times (c'; b)$ resp. interval $(a - h/3; a + 4h/3) \times (c; b')$ nemůže být celý podmnožinou G^*, a tedy tím spíše ne podmnožinou G. Existuje tedy bod z tohoto intervalu, který leží v doplňku G. Z (10) a ze souvislosti G plyne, že komponenta tohoto bodu v $E - G$ je omezená, což je spor s vlastností (9)

Nechť I je interval, který má neprázdný průnik právě s jedním intervalem z $\mathscr{M}^*$. Dokážeme, že pak systém $\mathscr{M}^* - \{I\}$ má vlastnosti obdobné vlastnostem (7), (8), (9).

Platnost (7) a (8) je zřejmá.

Dokážeme platnost (9). Označme $G_1^* = \bigcup_{I^* \neq I} I^*$. Otevřenost G_1^* je zřejmá. Kdyby G_1^* měla dvě různé komponenty, pak by z (9) plynulo, že obě mají neprázdný průnik s I, což není možné. Protože $E - G^*$ je souvislá a není oddělena od I, je i $E - G_1^*$ souvislá.

Intervaly z $\mathscr{M}^*$ nyní označíme tak, že $\Omega_n = I$. Ω_{n-1} bude ten interval, který má neprázdný průnik právě s jedním intervalem z $\mathscr{M}^* - \{\Omega_n\}$. Po konečném počtu kroků zbude jediný interval, který označíme Ω_1.

Intervaly $\Omega_1, \ldots, \Omega_n$ mají vlastnost (3) a jsou obsaženy v Ω. F je tedy holomorfní v každém Ω_j a podle (1) tam má primitivní funkci. Podle lemmatu má tedy primitivní funkci i v $G^* = \bigcup_{j=1}^{n} \Omega_j$, takže $\int_\varphi F = 0$. Jelikož φ byla libovolně zvolená uzavřená křivka v Ω s konečnou délkou, má Ω vlastnost (2). Tím je věta dokázána.

Literatura

[1] *I. Černý:* Analýza v komplexním oboru. Academia 1983.

[2] *B. Novák:* Funkce komplexní proměnné. Skripta MFF UK, 1973.

Резюме

ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ КОШИ ДЛЯ ОДНОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

ИРЖИ КОУКОЛ

В статье описана элементарная конструкция, позволяющая перейти от теоремы Коши для интервала к теореме Коши для общей односвязной области.