(m – натуральное). Пусть $m = 4k + 1$ ($k = 0, 1, 2, 3, \ldots$), тогда, если $\delta = \varrho^4$ (ϱ – целое), то и получаем тождество, доказывающее сформулированное утверждение.

Утверждение 2. *Уравнение* $x^3 + y^3 + 2t^3 = \mu z^4$ *имеет бесконечно много целочисленных решений при любом целом* μ *и разрешимо при любом целом* z*, кратном* 6.

Доказательство. Пусть в (8) $a = 6c^2$, при этом в условии $6bc = d^2$ положим: $b = A\alpha^2\mu$, $c = B\beta^2\mu$(α, β, μ, A, B – целые, причем $AB = 6$), в результате получаем тождество

$$(6B^2\beta^4\mu + A\alpha^2)^3 + (6B^2\beta^4\mu - A\alpha^2)^3 + 2(-6B^2\beta^4\mu)^3 = \mu(6\alpha\beta)^4 ,$$

которое и доказывает утверждение.

И, наконец, отметим, что т.к. $x + y = -2t$, то из утверждения 2 очевидным образом вытекает

Следствие 4. *Уравнение* $3(x + y)(x - y)^2 = 4\mu z^4$ *для любого целого* μ *имеет бесконечно много решений в целых числах и разрешимо при любом целом* z*, кратном* 6.

Литература

[1] *Gloden A.*: Notes on Diophantine equation, Scripta Mathematica, *19* (1953), N 2–3, 207–209.
[2] *W. Sierpiński:* Elementary theory of numbers, Warszawa, 1964.

Адрес автора: Иваново 14, д. 5, кв. 11, СССР.