

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1978

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0103|log83

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Zu jedem Punkt $P \in R$, der nicht auf dem Oval O liegt, ordnen wir eine zentrale Kollineation σ^P mit dem Zentrum P , mit der Achse in der Polaren p des Punktes P bezüglich des Ovals O zu, die den gegebenen Punkt $A \in O$, der nicht auf der Geraden p liegt, in den Punkt $A' = PA$ abbildet. Das Zentrum P , die Achse p , der Punkt A und sein Bild A' bestimmen die zentrale Kollineation σ^P . Wir werden beweisen, dass das Oval O in der Kollineation σ^P invariant ist. Wirklich, sei $B \neq A$, A' ein Punkt des Ovals O , der nicht auf der Geraden p liegt und sei $B' = PB$; dann ist $AA'BB'$ ein in das Oval O eingeschriebenes Viereck und hat den Diagonalepunkt P . Dann müssen die weiteren zwei Diagonalepunkte des Vierecks $AA'BB'$ auf der Geraden p liegen, also die Geraden AB und $A'B'$ müssen sich auf der Achse p der Kollineation σ^P schneiden. Der Punkt B' ist dann das Bild des Punktes B in der Kollineation σ^P . Wenn der Punkt T ein Durchschnittspunkt der Geraden p mit dem Oval O ist, dann ist $\sigma^P(T) = T$.

BUEKENHOUT [4] hat diesen Satz bewiesen: Ist R eine desarguessche Ebene und O eine solche perspektive quadratische Menge in R , die keine Vereinigung von zwei Geraden ist, dann ist R eine pappussche Ebene und O ein Kegelschnitt. Die quadratische Menge Q ist eine Verallgemeinerung des Ovals und wir nennen sie perspektiv, wenn für jeden Punkt aus R , der nicht der Menge Q gehört, eine solche perspektive Kollineation existiert, die die Menge Q invariant lässt.

Aus diesem Satz folgt

Satz 9. *Sei R eine desarguessche Ebene und sei O ein Oval der Ebene R ; ist die Quasipolare jedes Punktes, der nicht auf dem Oval O liegt, eine Gerade, dann ist die Ebene R eine pappussche Ebene und das Oval O ist ein Kegelschnitt.*

Der Beweis folgt daraus, dass die Abbildungen σ^P perspektive Kollineationen sind und dass sie das Oval invariant lassen.

Bemerkung. Da jede endliche desarguessche Ebene eine pappussche Ebene ist und da jedes Oval in einer solchen Ebene ein Kegelschnitt ist, gibt der Satz 9 nur für unendliche Ebenen ein neues Ergebnis.

Literatur

- [1] *Qvist, B.*: Some remarks concerning curves of the second degree in a finite plane. Ann. Acad. Sc. Fennicae, Ser. A, 134, 1952, 1–27.
- [2] *Segre, B.*: Lectures on Modern Geometry. Roma 1961.
- [3] *Hughes, D. R.*: A class of non-Desarguesian projective planes. Canad. J. Math. 9, 1957, 278–388.
- [4] *Buekenhout, F.*: Ensembles quadratiques des espaces projectifs. Math. Z. 110, 1969, 306–318.

Anschrift des Verfassers: 884 20 Bratislava, Radlinského 11 (Stavebná fakulta SVŠT).