STRUČNÉ CHARAKTERISTIKY ČLÁNKŮ OTIŠTĚNÝCH V TOMTO ČÍSLE V CIZÍM JAZYKU

IVAN CHAJDA, Přerov: *On the tolerance extension property.* (O vlastnosti rozšiřování tolerancí.)

Tolerancí na algebře $\mathfrak{A} = (A, F)$ se nazývá reflexivní a symetrická relace na A splňující tzv. substituční podmínku pro každou operaci $f \in F$. V práci jsou studovány nutné a postačující podmínky pro to, aby každou toleranci na podalgebře bylo možno rozšířit na celou algebru. Speciálně je tento problém řešen pro polosvazy a svazy.

MIRKO HORŇÁK, Košice: *A theorem on non-existence of a certain type of nearly regular cell-decompositions of the sphere.* (Veta o neexistencii určitého typu skoropravidelných bunkových rozkladov guľovej plochy.)

V článku je dokázané, že neexistuje bunkový rozklad guľovej plochy s multi-5-uholníkovými stenami, v ktorom práve dva vrcholy nie sú multi-3-valentné a vzájomná vzdialenosť týchto vrcholov (v zmysle teórie grafov) je rovná 3.

ILJA ČERNÝ, Praha: *Several theorems concerning extensions of meromorphic and conformal mappings.* (Několik vět o rozšíření meromorfních a konformních zobrazení.)

V článku se dokazuje několik tvrzení o rozšíření meromorfního resp. konformního zobrazení, která jsou obecnější než běžně citovaná. Rozšiřování se provádí přes obecnější části V hranice oblasti, v níž je dané zobrazení meromorfní resp. konformní. Kromě lokální konformnosti rozšíření v jednotlivých bodech množiny V se vyšetřuje i konformnost rozšíření v jisté oblasti obsahující V.

EVA ČERMÁKOVÁ, Praha: *The insertion of regular sets in potential theory.* (Vložení regulárních množin v teorii potenciálu.)

V klasické teorii potenciálu existuje ke každé kompaktní množině K a otevřené množině U, $K \subset U$ regulární množina V taková, že $K \subset V \subset \overline{V} \subset U$. Obecněji, v axiomatické teorii potenciálu — např. pro rovnici vedení tepla — to již neplatí. V práci je dokázáno několik ekvivalentních podmínek pro existenci takové regulární množiny.

ALEXANDER ABIAN, Ames: *A property of entire transcendental functions.* (O jedné vlastnosti úplných transcendentních funkcí.)

Nechť $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ je úplná transcendentní funkce, g, h dvě různá komplexní čísla. Autor dokazuje, že množina všech komplexních čísel, pro něž některý částečný součet řady $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ nabývá hodnoty g nebo h má nekonečně mnoho hromadných bodů.

Ivan Korec, Bratislava: *On a problem of V. Pták.* (O jednom probléme V. Ptáka.)

Zobrazenie $w(x)$ intervalu $(0, T)$ do $(0, T)$ budeme nazývať malou funkciou, ak platí $x + w(x) + w(w(x)) + w(w(w(x))) + \ldots < \infty$ pro všetky $x \in (0, T)$. Vyšetrujú sa kritéria malosti funkcií. Napríklad sa dokazuje, že ak $w(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \ldots \in (0, T)$ pre všetky $x \in (0, T)$, tak funkcia $w(x)$ je malá práve vtedy, keď $c_0 = 0$ a $c_1 < 1$.

G. G. Hamedani, Tehran: *On periodic solutions of nonlinear second order ordinary differential equations.* (O periodických řešeních nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic druhého řádu.)

Autor navazuje na svůj dřívější článek, v němž dokázal existenci w-periodických řešení rovnice $x'' + Kx = F(t, x, x')$ při $K > 0$. V článku je dokázána věta o existenci a jednoznačnosti řešení uvedené rovnice při $K \neq 0$ bez podstatnějších omezení na w. Rozšíření tohoto výsledku na nelineární diferenciální rovnice druhého řádu představuje rovněž zobecnění dosavadních autorových výsledků.

Václav Havel, Ivan Studnička, Brno: *Bemerkung über gemeinsame Beziehung zwischen kartesischen Gruppen und kartesischen Zahlensystemen.* (Poznámka o vzájemném vztahu kartézských grup a kartézských číselných systémů.)

V článku je provedeno vzájemné srovnání obou v nadpisu uvedených planárních ternárních okruhů příslušných k téže (A, a)-transitivní rovině (A inciduje s a).

Karel Svoboda, Brno: *Some global characterizations of the sphere in E^4.* (O globální charakterizaci sféry v E^4.)

Článek pojednává o globální charakterizaci sféry mezi plochami v E^4 užitím paralelnosti vektorového pole střední křivosti ξ a jistých normálových polí z ξ odvozených.

Tomáš Klein, Zvolen: *Some properties of semibase Pfaffian forms on the tangent bundle.* (Niektoré vlastnosti polobázových Pfaffových foriem na TM).

Nech M je diferencovateľná varieta a TM resp. T^*M je jej dotykový resp. kodotykový bandl. Existuje bijekcia $\varkappa : \mathscr{B}(TM) \to \mathscr{F}(TM, T^*M)$, kde $\mathscr{B}(TM)$ je fibrovaný priestor všetkých polobázových Pfaffovych foriem na TM a $\mathscr{F}(TM, T^*M)$ je množina všetkých morfizmov priestorov TM, T^*M. V práci sú najdené niektoré vlastnosti foriem $\omega \in \mathscr{B}(TM)$ s použitím bijekcie $\varkappa$.

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 103 (1978), Praha

RECENSE

W. Maier, H. Kiesewetter: FUNKTIONALGLEICHUNGEN MIT ANALYTISCHEN LÖSUNGEN, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971, 184 stran, vázané.

Kniha podává moderní výklad funkcionálních rovnic zejména z hlediska jejich použití v teorii analytických funkcí jedné i více proměnných.

V první kapitole autoři vycházejí z klasických Abelových vyšetřování integrálních součtů s algebraickými integrandy. Lineární funkcionální rovnice tvaru

$$\sum_{l=1}^{s} a_l f(x_l) + \sum_{k=1}^{p} a_k f(\varphi_k(x_1, x_2, \ldots, x_s)) = a$$

vytvářejí přechod mezi aditivními větami typu Abelovy věty a funkcionálními rovnicemi pro n-logaritmy. Modernosti a jasnosti výkladu v 1. kapitole přispívá podstatně ten fakt, že se řešení a jejich vlastnosti studují v termínech vhodných algebraických struktur.

2. kapitola je věnována tzv. mřížovým funkcím (Gitterfunktionen), přičemž se používá Riemannovy myšlenky charakterizace anatických funkcí pomocí jistých funkcionálních vlastností. Výsledků kapitoly se v jejím závěru používá k výkladu a dalšímu rozvíjení Hurwitzových a Lerchových myšlenek týkajících se zobecnění Riemannovy ζ-funkce.

Ve 3. kapitole jsou vyloženy některé aplikace teorie v oblasti analytické teorie čísel, např. při vyjádření počtu řešení diofantické rovnice $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_{2k}^2 = n$ pomocí eliptických funkcí 2. druhu. Dále autoři rozvíjejí některé ideje Rademachera, Isekiho a Glaeskeho týkající se reciprokého chování Dedekindových součtů.

Ve 4. kapitole se autoři téměř výhradně zaměřili na objemy v zakřiveném prostoru R_{n-1} interpretované jakožto aditivní funkcionály. Např. Eulerův dialgoritmus a Kummerovy n-algoritmy se používají k určení objemů ve variatách s konstantní křivostí.

Závěrem lze říci, že kniha bude užitečná pro každého zájemce o funkcionální rovnice a jejich použití v teorii funkcí a analytické teorii čísel.

Jaroslav Morávek, Praha

SYMPOSIUM ON THE THEORY OF SCHEDULING AND ITS APPLICATIONS, editor S. E. Elmaghraby, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 86, Springer-Verlag 1973, 437 stran, cena DM 32,—.

Tento svazek Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems obsahuje články přednesené na symposiu „Symposium on the theory of scheduling and its applications" konaném na universitě Severní Karoliny v Raleigh od 15. do 17. května 1972. V souhlasu s rozdělením symposia na sekce jsou rozděleny i proceedings na čtyři části: I. Přehledné referáty, II. Aplikace, III. Teorie, IV. Modely procesů.

Teorie optimálního uspořádání (theory of scheduling) má stále rostoucí význam v operačním výzkumu, ekonomických a inženýrských aplikacích matematiky a pro matematiky zabývající se kombinatorickými strukturami je cenným zdrojem zajímavých ale i obtížných problémů. Při řešení reálných problémů z teorie optimálního uspořádání jsou neodmyslitelným prostředkem též samočinné počítače.

Sborník bude užitečný všem kdo se zabývají operačním výzkumem, použitím matematiky v ekonomii, jakož i diskretními a kombinatorickými partiemi teoretické matematiky.

Jaroslav Morávek, Praha

Gerhard Preuss, ALLGEMEINE TOPOLOGIE, Springer-Verlag 1972, edice Hochschultexte, brožované, 488 stran, cena DM 28,—.

Kniha vznikla na základě autorových přednášek na Freie Universität Berlin. Jejím cílem je výklad základů obecné topologie s použitím moderního matematického jazyka a s poměrně častými exkurzemi do teorie kategorií. Je psána velmi pečlivým a srozumitelným způsobem, zejména pokud jde o důkazy vět. Srozumitelnosti přispívají v nemalé míře i vhodně zvolené motivující a vysvětlující poznámky za formulacemi vět popř. jejich důkazy. Pro získání představy o struktuře knihy uvádíme pořadí jednotlivých kapitol spolu s jejich stručným obsahem:

Úvodní kapitola obsahuje spolu s přípravnými úvahami základní množinovou symboliku a též zavádí pojem metrického prostoru.

Kapitola 1. zavádí pojem topologického prostoru a též pojem spojitého zobrazení jakož i jeho obecnější pojetí pomocí pojmů kategorie a funktor.

2. kapitola obsahuje elementy teorie filtrů názorně ilustrované celou řadou příkladů týkajících se konvergence spočetných posloupností v prostorech splňujících 1. axiom spočetnosti (ještě speciálnějším příkladem jsou metrické prostory).

Ve 3. kapitole se opět systematičtěji používá jazyka kategorií a funktorů. Jsou vyloženy pojmy úplnosti a koúplnosti kategorie topologických prostorů.

Studium topologických prostorů splňujících různé axiomy oddělitelnosti je předmětem 4. kapitoly.

Obsahem 5. kapitoly jsou pojmy souvislosti v topologických prostorech a 6. kapitola se zabývá vzájemným vztahem mezi pojmy oddělitelnosti a souvislosti v topologických prostorech.

7. kapitola je věnována různým pojmům kompaktnosti a s ním souvisejícím kompaktifikacím, např. Čechově-Stoneově kompaktifikaci.

8. kapitola pojmenovaná „Epireflexe a monoreflexe" navazuje na závěrečnou část konce 7. kapitoly. Jejím předmětem je vyšetřování podmínek, za nichž má funktor vnoření podkategorie do dané kategorie levý adjungovaný funktor.

9. kapitola je věnována základům teorie uniformních prostorů a jejich některým vztahům k předchozím pojmům. Např. se zkoumá metrizovatelnost uniformních prostorů.

Desátá a závěrečná kapitola knihy obsahuje úvod do teorie proximitních prostorů. Je zde probrána i otázka izomorfismu mezi kategorií proximitních prostorů a kategorií totálně omezených uniformních prostorů.

Na závěr lze říci, že kniha je vhodná pro zíkání solidních základů obecné topologie v moderním pojetí. Hodí se jak k přípravě přednášek tak i pro samostatné studium. Poslední bude zejména usnadněno celou řadou vhodných cvičení umístěných na konci knihy.

Jaroslav Morávek, Praha

Wolfram Menzel: THEORIE DER LERNSYSTEME (Teorie systémů učení), Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1970, viii + 159 str., DM 22,—.

Základní pojmy jsou zavedeny v kap. 3 (str. 13—19). Neprázdná množina X příp. Y se nazývá množinou ***vstupů*** (***podnětů***) příp. ***výstupů*** (***ozvěn***). Dvojice $(x, y) \in X \times Y$ se nazývá ***akcí*** (je jí určena ozvěna y na podnět x). Vlastní ***učení*** (***chování***) je konečnou posloupností akcí, která se zapisuje ve tvaru $v = (x^1y^1, x^2y^2, \ldots, x^my^m)$ místo zdlouhavějšího $((x^1, y^1), (x^2, y^2), \ldots$ $\ldots, (x^m, y^m))$. Předmětem zkoumání tedy jsou řetězy nad abecedou $X \times Y$. Prázdný řetěz se značí symbolem Λ a délka řetězu v symbolem $l(v)$, takže $l(v) = m$ a $l(\Lambda) = 0$.

Především se uvažuje zobrazení λ, které každému řetězu v nad $X \times Y$ přiřazuje podmnožinu $\lambda(v) \subset X \times Y$ „možných následujících akcí". Řetěz $v = (x^1y^1, \ldots, x^my^m)$ se nazývá *λ-přípustný* jestliže $x^1y^1 \in \lambda(\Lambda)$ a jestliže $x^{i+1}y^{i+1} \in \lambda(x^1y^1, \ldots, x^iy^i)$ pro každé $i = 1, 2, \ldots, m - 1$. Zejména tedy prázdný řetěz Λ je λ-přípustný. *Systémem učení nad* X, Y se nazývá takové zobrazení λ, že platí: je-li v λ-přípustným řetězem pak $\{x;\ x \in X$ a existuje $y \in Y$ takové, že $(x, y) \in \lambda(v)\} = X$.

Dále se uvažuje zobrazení β, které každému řetězu v nad $X \times Y$ přiřazuje podmnožinu $\beta(v) \subset X$ „možných následujících podnětů". Řetěz $v = (x^1y^1, x^2y^2, \ldots, x^my^m)$ se nazývá *β-dosažitelným* jestliže $x^1 \in \beta(\Lambda)$ jestliže $x^{i+1} \in \beta(x^1y^1, \ldots, x^iy^i)$ pro každé $i = 1, 2, \ldots, m - 1$. Zejména prázdný řetěz Λ je β-dosažitelný. *Poučením nad* X, Y se nazývá takové zobrazení β, že platí: je-li v β-dosažitelný, potom $\beta(v) \neq \emptyset$.

Konečně, *cílem učení nad* X, Y se nazývá taková pomnožina $\zeta \subset X \times Y$, pro kterou platí: $\{x;\ x \in X$ a existuje $y \in Y$ takové, že $xy \in \zeta\} = X$. Zdá se, ze učební cíl je zde pojat příliš obecně, když se totiž připouští, aby na týž podnět x byly možné či přípustné dvě různé ozvěny $y \neq y'$, totiž může se stát, že $xy \in \zeta$ i $xy' \in \zeta$. Obvykle však požadujeme, aby na každý podnět byly nejvýše jedna ozvěna, což odpovídá požadavku, aby učební cíl ζ byl funkcí.

Kapitola 4 a 5 (str. 20—57) jsou pomocné (podobně jako kapitoly 1 a 2) a ukazuje se v nich, že a jak se dá systém učení vyjádřit Mealyho automatem. V souvislosti s tím se zavádí celá řada dalších pojmů.

Vlastní *proces učení* je určen pěticí $(X, Y, \lambda, \beta, \zeta)$, ale jeho vlastní vyšetřování začíná až v kapitole 6 (str. 58—75). Řetěz $v = (x^1y^1, \ldots, x^my^m)$ se nazývá *$\beta\lambda$-chováním*, jestliže je β-dosažitelný a současně λ-přípustný. Množina všech $\beta\lambda$-chování se označuje symbolem V_λ^β na str. 21 a symbolem Σ_λ^β na str. 60. Tedy při procesu učení vůbec nezáleží na těch řetězech nad $X \times Y$, které buď nejsou λ-přípustné nebo nejsou β-dosažitelné. Proto se systém učení λ příp. poučení β nazývá *normovaný*, jestliže množina všech λ-přípustných řetězů V_λ^β příp. množina všech β-dosažitelných řetězů V^β splňuje podmínku: $v \in V_\lambda \Leftrightarrow \lambda(v) \neq \emptyset$ příp. $v \in V^\beta \Leftrightarrow \beta(v) \neq \emptyset$. Zřejmě ke každému systému učení λ příp. ke každému poučení β existuje právě jeden normovaný systém λ příp. právě jedno normované poučení β.

Učební úlohou se nazývá dvojice (β, ζ) sestávající z poučení β a z učebního cíle ζ. O řetězu $v^m = (x^1y^1, \ldots, x^my^m)$ říkáme, že *končí v učebním cíli* ζ, jestliže existuje takový index i, $0 \leqq i \leqq m$, že platí $\bigcup\limits_{\substack{n \geqq i \\ v^n \in V_\lambda}} \lambda(v^n) \subset \zeta$, což je podmínka velice silná a obtížně testovatelná (protože zahrnuje nekonečně mnoho řetězů).

Učební systém λ *řeší učební úlohu* (β, ζ), jestliže každé $\beta\lambda$-chování končí v učebním cíli ζ. Množina všech učebních úloh, které jsou řešeny systémem učení λ, se nazývá *kapacitou učebního systému* λ a označuje se $C(\lambda)$. Je-li G množinou učebních úloh, říkáme, že λ *řeší* G, jestliže řeší každou učební úlohu z G. Např. je-li λ libovolný systém učení nad X, Y, lze za poučení nad X, Y zvolit takové zobrazení η, že $\eta(v) = X$ platí pro každý řetěz v nad $X \times Y$ (η je tzv. *jednotkové poučení*), takže λ řeší každou učební úlohu (β, ζ) kde $\zeta \supset \bigcup\limits_{v \in V_\lambda} \lambda(v)$.

Úloha (β, ζ) se nazývá *lehčí než* úloha (β', ζ') když $\zeta \supset \zeta'$ a $\beta \sqsubset \beta'$, což je definováno takto: $\beta \sqsubset \beta' \Rightarrow \beta(v) \subset \beta'(v)$ platí pro každé $v \in V^\beta$. Tedy úloha je lehčí, když vyžaduje méně poučení a při tom její učební cíl v sobě zahrnuje učební cíl úlohy těžší. To je ve shodě s obvyklým chápáním obtížnosti nějaké úlohy potud, pokud chápeme užší učební cíl jako obtížnější, protože je v něm méně libovůle, ale na druhé straně to je zcela proti intuitivnímu chápání obtížnosti úlohy jakmile se omezíme na funkční úlohy. Potom totiž platí: $\zeta \supset \zeta' \Rightarrow \zeta = \zeta'$, a tedy záleží jenom na poučení.

Řetěz $v \in V_\lambda$ se nazývá *terminální* (vzhledem k λ), jestliže v končí v každém takovém učebním cíli ζ, k němuž existuje poučení β takové, že $(\beta, \zeta) \in C(\lambda)$.

V následujících kapitolách 7—9 se řeší některé otázky, které se týkají různých speciálních případů základních pojmů. V kapitole 7 (str. 76—96) se systém učení λ nad X, Y nazývá *lokálně finitní*, jestliže ke každému řetězu $v = (x^1y^1, \ldots, x^my^m) \in V_\lambda$ existuje takový index i, $0 \leqq i \leqq m$, že řetěz $(x^1y^1, \ldots, x^iy^i)$ je terminální. Podmnožina učebních úloh $B \subset C(\lambda)$ se nazývá *bází pro systém učení* λ jestliže: (1) ke každé úloze $a \in C(\lambda)$ existuje úloha $b \in B$, která je lehčí než a; (2) je-li b, $c \in B$ a b je lehčí než c, potom $b = c$; (3) každá úloha v B je normovaná, tj. normované je její poučení. Např. se dokazuje věta 8, která říká, že učební systém λ nad X, Y má bázi právě tehdy, když (a) pro každé poučení β a pro každou množinu učebních cílů Z nad X, Y takových, že $(\beta, \zeta) \in C(\lambda)$ platí pro každý $\zeta \in Z$, jsou splněny dvě podmínky: (i) $\bigcap Z$ je také učebním cílem nad X, Y, a (ii) $(\beta, \bigcap Z) \in C(\lambda)$, a když dále platí podmínka (b) pro každou neprázdnou množinu poučení A a každý takový cíl ζ nad X, Y, že $(\beta, \zeta) \in C(\lambda)$ pro každá $\beta \in A$, platí $(\bigcup_{\beta \in A} \beta, \zeta) \in C(\lambda)$. Odtud plyne důsledek 7.13, že každý lokálně finitní systém učení má bázi.

Poučení v nad X, Y se nazývá *neredundantní na* λ, jestliže existuje takový cíl ζ, že $(v, \zeta) \in C(\lambda)$ a pro každé poučení β nad X, Y platí, že je-li $(\beta, \zeta) \in C(\lambda)$ potom $\beta \sqsubseteq v$. Učební cíl ϑ nad X, Y se nazývá λ-*minimální*, jestliže existuje takové poučení β, že $(\beta, \vartheta) \in C(\lambda)$ a pro každý cíl ζ nad X, Y platí: je-li $(\beta, \zeta) \in C(\lambda)$, potom $\zeta \supset \vartheta$. Věta 9 říká, že každý systém učení, který má konečnou bázi je lokálně finitní. Tvrzení 7.22 např. říká, že jsou-li X a Y konečné množiny a platí-li (b) z věty 8, pak λ má konečnou bázi.

Kapitola 8 (str. 97—115) je věnována konečným systémum učení. Systém učení λ nad X, Y se nazývá *finitní*, jestliže existuje takové nezáporné celé číslo k, že pro každou úlohu $(\beta, \zeta) \in C(\lambda)$ a každé chování $v \in V_\lambda^\beta$ takové, že $l(v) = k$, platí, že v končí v učebním cíli ζ.

Množina úloh G nad X, Y se nazývá *finitně řešitelná pomocí* λ, jestliže existuje nezáporné celé číslo k takové, že pro každou úlohu $(\beta, \zeta) \in G$ platí že každé $\beta\lambda$-chování $v \in V_\lambda^\beta$ délky k končí v ζ. G se nazývá *finitně řešitelná* (bez ohledu na λ), jestliže existuje systém učení λ, s jehož pomocí je G finitně řešitelná.

Kapitola 9 (str. 116—124) je věnována syntéze systému učení, který řeší danou, finitně řešitelnou, množinu úloh G nad X, Y, avšak induktivní definice 9.4 systému učení je příliš složitá než aby mohla být zde uvedena.

Poslední kapitola 10 (str. 125—150) pojednává o různých typech systémů učení a pokouší se je srovnat s autorovým pojetím. Avšak autor se omezuje pouze na formální popis učební úlohy (β, ζ), a v žádném případě nezadává i příslušný učební systém λ. Jsou uvažovány tyto typy učení: 1) vznik Pavlovova podmíněného reflexu, 2) učení pomocí odměny a trestu, 3) klasifikace vzorků (podle N. J. Nilsson: Learning Machines, New York, McGraw Hill 1965), 4) učení se předpovídání dalších členů posloupnosti podle odhalované zákonitosti, 5) učení se stanovit induktivní závěry (podle A. M. Uttley: The Design of Conditional Probability by Computers, Information and Control 2, 1959, 1—24), 6) učení se při hledání cesty z bludiště, 7) učení se hrám, 8) statistické modely učení, které vedou ke stochastiským systémům učení, aj.

Karel Čulík, Amherst

John G. Kemeny, J. Laurie Snell, Anthony W. Knapp: DENUMERABLE MARKOV CHAINS (Spočetné markovovské řetězce). Vyšlo jako 40. svazek edice Graduate Texts in Mathematics v nakladatelství Springer, New York—Heidelberg—Berlin 1976; 484 stran, cena 41,— DM.

Jde o druhé vydání knihy rozšířené o kapitolu věnovanou náhodným polím, kterou napsal David Griffeath. Autoři využili příležitosti nového vydání k opravení chyb, k rozšíření seznamu literatury a uvedení kapitoly *Additional notes*, ve které se zmiňují o rozvoji a pokrocích v teorii markovovských řetězců od prvého vydání knihy (1966), tj. za posledních deset let.

Účelem knihy je podat systematické pojednání o spočetných markovovských řetězcích, které obsahuje nejen základy, ale které je rozšířeno o teorii potenciálu a teorii hranice pro náhodné řetězce. Velká část materiálu, který kniha zpracovává, byla dříve soustředěna pouze v článcích a výzkumných pracích. K vyšetřování markovovských řetězců je v této knize použito nekonečných matic, které zjednodušují značení, zkracují tvrzení a jejich důkazy a často dávají i nové výsledky. Umožňují také plné využití duality mezi mírami tj. řádkovými, a funkcemi tj. sloupcovými vektory.

Kniha se přirozeně rozpadá do 5 částí. První obsahuje základní pojmy a tvrzení z analýzy a algebry, týkající se hlavně teorie nekonečných matic, teorie míry a úvod do teorie stochastických procesů, zejména martingalů. Ke studiu a pochopení dalších částí čtenář vystačí se znalostmi této první, vyjma kapitol, které se zabývají teorií hranic. Tam se předpokládá hlubší znalost topologie a teorie míry v kompaktních metrických prostorech. Druhá část obsahuje základní teorii spočetných markovovských řetězců. Za definicí následují příklady, je poukázáno na souvislost s martingaly a na závěr je provedena podrobná klasifikace stavů na základě dosažitelnosti a počtu průchodů daným stavem. V dalších částech se vždy rozlišuje zvlášť případ rekurentního a transientního řetězce. Jejich vlastnosti se zkoumají v následujících dvou kapitolách. Třetí část se zabývá teorií potenciálu. Její první kapitola se soustřeďuje na motivaci potenciálu, ukazuje se jednoznačný vztah mezi Brownovým pohybem a teorií potenciálu a vztahy mezi klasickou teorií potenciálu a markovovskými řetězci. Další kapitoly jsou věnovány teorii potenciálu pro transietntní a rekurentní řetězce. Jsou definovány pojmy náboj, potenciál, kapacita, energie a jiné, jež se používají k odvozování různých vlastností markovovských řetězců. Čtvrtá část pojednává o teorii hranice, a to opět pro oba druhy řetězců zvlášť. Pro transientní případ je definována Martinova hranice vstupu a výstupu a vyšetřována např. konvergence řetězců k hraničním bodům. Vzhledem k tomu, že rekurentní řetězec je v každém stavu nekonečněkrát, nemá např. otázka konvergence smysl. Intuitivně je však vidět, že o jistém limitním chování lze uvažovat. Postupuje se následujícím způsobem. K rekurentnímu řetězci P je přidán absorbční stav a aplikuje se teorie hranice pro transientní řetězce. Získaná hranice je hranicí i pro P. Až sem se 1. a 2. vydání naprosto shodují. Na závěr 2. vydání je přidána ještě jedna kapitola s názvem *Úvod do náhodných polí*, což jsou v jistém smyslu zobecněné řetězce. Autor se zabývá markovovskými poli, Gibbsovými poli, jejich vzájemnými vztahy, při čemž je využito jak teorie potenciálu, tak teorie hranice. Na závěr jsou uvedeny příklady těchto polí. Každá kapitola, vyjma poslední, obsahuje paragraf s názvem ,,Basic example", což je jednoduchý příklad markovovského řetězce, na němž se demonstrují výsledky příslušných kapitol. Příklad slouží ke srovnání a snazšímu pochopení celé teorie. Na konci každé kapitoly (vyjma 1. a 7.) je řada neřešených problémů, celkem 239, a většinou každá kapitola obsahuje několik vyřešených příkladů. Kniha je uzavřena kapitolou, která obsahuje historické poznámky k jednotlivým kapitolám s výčtem literatury zabývající se daným tématem. Jako poslední je umístěn přehled užitých značení a jmenný rejstřík.

Autoři do knihy nezahrnuli všechny výsledky, které se týkají markovovských řetězců, o některých se pouze zběžně zmiňují (např. součty nezávislých náhodných veličin, limitní věty), ale na druhou stranu se jim podařilo dosáhnout toho, že kniha je uzavřeným celkem, který čtenář může číst bez dalšího nahlížení do jiných pramenů. Je tedy vhodná pro ty, kteří se chtějí zabývat hlubším studiem markovovských řetězců, pro aspiranty, či jako náplň seminářů nebo postgraduálních kursů. Vzhledem k tomu, že v některých částech se užívá poměrně složitého značení, není kniha příliš vhodná pro ty, kteří by měli zájem jen o studium několika kapitol.

Věra Lánská, Praha

W. Velte: DIREKTE METHODEN DER VARIATIONSRECHNUNG. Teubner Studienbücher: Mathematik, Leitfäden der angewandten Mathematik, Band 26. B. G. Teubner, Stuttgart 1976, 208 stran, DM 24,80.

Podtitul této publikace je: Úvod se zřetelem na okrajové úlohy pro parciální diferenciální rovnice. Tím je blíže specifikovaná oblast, které se kniha dotýká a ke které je svým obsahem zaměřena.

Přímé metody variačního počtu umožňují dát konstruktivní důkazy existence řešení okrajové úlohy pro parciální diferenciální rovnici, pokud tuto lze převést na extremální úlohu. Důležitá je také ta skutečnost, že tyto konstruktivní důkazy vedou k numerickým metodám pro určení přibližných řešení.

Po obecném úvodu o základech funkcionální analýzy a lineárních okrajových úlohách v první kapitole se autor ve druhé kapitole zabývá metodou nejmenších čtverců a energetickou metodou pro kvadratické extremální úlohy (Rayleighova a Ritzova metoda). Numerickou stabilitou, vlastnostmi konvergence projekčních metod a metodou konečných prvků se zabývá třetí kapitola knihy. V kapitole čtvrté autor popisuje metodu komplementárních extremálních úloh pro lineární okrajové problémy. Tyto úlohy umožní stanovení dolní meze pro odhad chyby přibližného řešení (Treftzova metoda, která je podobná Ritzově metodě). V páté kapitole je popsáno, jak lze získat oboustranné odhady pro hodnotu funkcionálu spolu s odhady pro řešení okrajových úloh. Závěrečná 6. kapitola se zabývá nelineárními úlohami, pro které příslušný funkcionál není kvadratický, resp. úlohami, kde vazbové podmínky jsou dány ve tvaru nerovností. Teorie monotonních operátorů zůstává vzhledem k elementárnější povaze knihy stranou.

V knize je mnoho příkladů, které dobře ilustrují popisované metody. Jde o dobrý úvodní text, který poskytne základní informace o přímých metodách variačního počtu.

Štefan Schwabik, Praha

William Arveson: AN INVITATION TO C^*-ALGEBRAS. Graduate Texts in Mathematics 39. Springer-Verlag, New York 1976. Stran x + 106, cena DM 31,30.

Algebry typu C^* představují účinný nástroj pro hlubší studium operátorů v Hilbertově prostoru a samy o sobě zaujímají významné postavení mezi obecnými Banachovými algebrami. Jejich teorie je značně rozsáhlá a zahrnuje již několik monografií (např. Dixmier, Sakai). Nová knížka Williama Arvesona, jednoho z předních badatelů v teorii operátorových algeber, může sloužit jako vhodný úvod na tomto poli.

Základní výsledky o obecných C^*-algebrách jsou uvedeny v prvé kapitole. Pozornost je zde věnována též speciálním třídám C^*-algeber, majícím vztah ke kompaktním operátorům, jejichž teorie je více rozpracována.

Další části knihy připouštějí volnější výběr podle zájmu čtenáře. Druhá kapitola pojednává o teorii multiplicity. Třetí kapitola, do značné míry nezávislá na ostatních, je pěkným úvodem do teorie borelovských struktur v polských prostorech. Výsledků této kapitoly se užívá v závěrečné čtvrté kapitole, věnované teorii reprezentací.

Jaroslav Zemánek, Praha

John L. Kelley, Isaac Namioka: LINEAR TOPOLOGICAL SPACES. Graduate Texts in Mathematics 36. Springer-Verlag, New York 1976. Stran xv + 256, cena DM 36,20.

Toto je druhé, v podstatě nezměněné vydání knihy známé od r. 1963. Předmětem jsou hlavně geometrické aspekty funkcionální analýzy, tj. studium prostorů jako takových. Jsou uvedeny obecné výsledky spočívající na pojmu konvexity, úplnosti, kompaktnosti, kategorie a duality. Pozornost je věnována též pojmu uspořádání v prostoru, možnost násobení prvků se však neuvažuje. Je třeba říci, že v takto zvoleném pojetí kniha vniká dosti do hloubky teorie, takže může býti zvláště cenná pro pracovníky, kteří se již sami mohou orientovat v tomto oboru a potřebují vyhledat určitou speciální informaci geometrického charakteru. Na druhé straně poněkud úzké zaměření a ne vždy dostatečná motivace výsledků mohou činit knihu méně přitažlivou pro základní studium. Podobně jako ve známé knize o topologii od prvního z autorů je i zde mnoho úloh pro čtenáře.

Jaroslav Zemánek, Praha

Richard B. Holmes: GEOMETRIC FUNCTIONAL ANALYSIS AND ITS APPLICATIONS. Graduate Texts in Mathematics 24. Springer-Verlag, New York 1975. Stran x + 246, cena DM 39,10.

Autor knihy je znám především svými pracemi z teorie aproximací. Geometrická povaha teorie aproximací podstatným způsobem ovlivnila autorův pohled na funkcionální analýzu, tento pohled umožnil zjednodušit řadu důkazů, a to všechno se obráží na stránkách nové knihy. Budiž řečeno předem, že tento přístup je ve světové literatuře ojedinělý a zcela originální.

Sjednocujícím pojmem v celé teorii je pojem konvexity. Většina výsledků se přímo týká anebo podstatně závisí na vlastnostech konvexních množin. Další významné pojmy jsou kompaktnost a dualita. Tyto pojmy hrají důležitou roli při formulaci a řešení optimalizačních úloh.

Klasické výsledky funkcionální analýzy jsou snad ve všech paragrafech oživeny krásnými aplikacemi. To činí knihu neobyčejně obsažnou a užitečnou. Jako příklad by bylo možno uvést důkaz Schauderovy věty o pevném bodu, větu Borsukovu-Dugundjiho o rozšiřování spojitých funkcí, Michaelovu větu o spojitých selektorech, Jamesovu charakterizaci reflexivních prostorů, větu Bishopovu-Phelpsovu o subreflexivitě, věty o pevném bodu pro funkce s množinovými hodnotami (Fan-Kakutani), a řadu jiných aplikací. Pozornost je věnována též pojmu univerzálního prostoru a přenormování. Další důležité výsledky, obrácení vět a protipříklady je možno najít ve cvičeních, kterých je v knize celkem asi přes dvě stě. Pěkný je též výklad Rieszovy-Kakutaniho charakterizace funkcionálů na prostoru spojitých funkcí.

Předběžné požadavky kladené na čtenáře jsou minimální. Věci z lineární algebry jsou připomenuty v úvodní kapitole, teorie míry se potřebuje většinou jen v příkladech. Volně se užívá pouze základních pojmů obecné topologie. Kniha se tak stává přístupnou širokému okruhu čtenářů. Pravděpodobně bude vydána též v ruském překladu a lze ji vřele doporučit pozornosti všech matematiků.

Jaroslav Zemánek, Praha

F. F. Bonsall - J. Duncan: COMPLETE NORMED ALGEBRAS. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 80. Springer-Verlag, Berlin 1973. Stran x + 301, cena DM 68,—.

Teorie normovaných algeber je jedním z těch míst v současné matematice, kde se zvláště výrazně projevují hlubší vztahy mezi jednotlivými obory, konkrétně mezi analýzou, algebrou a topologií. Jako příklad uveďme pozoruhodný výsledek B. E. Johnsona: polojednoduchost Banachovy algebry implikuje jednoznačnost její topologie. Působíme-li tedy na prostor „algebraickou silou" (tj. požadujeme-li polojednoduchost algebry), má to topologický účinek. Obdobně např. působení mechanické síly mívá nejen mechanické účinky, ale může též vyvolat vznik tepla, tj. jiné kvality. Oba zmíněné jevy jsou zřejmě projevem obecnějšího přírodního principu, který si zasluhuje, aby byl studován. Neboť objasnění kvalitativních změn by zřejmě umožnilo hlouběji proniknout do skutečných tajemství přírody. Je proto zvláště cenné, jestliže ideje normovaných algeber přispívají (alespoň tedy ve filozofickém smyslu) též k bližšímu pochopení tohoto obecného problému.

Recenzovaná kniha si všímá obecných principů spektrální teorie v obecné situaci Banachových algeber, nikoli jejich speciálních tříd jako jsou C^*-algebry, uniformní algebry, grupové algebry apod., které mají svou vlastní speciální literaturu včetně řady monografií. Knihy tohoto obecného zaměření ovšem existovaly již kolem r. 1960 (viz např. Gelfand-Raikov-Šilov, Naimark, Rickart), avšak nynější kniha do značné míry bere v úvahu mohutný rozvoj, k němuž došlo v období, řekněme, 1967—1973. Tento rozvoj stále pokračuje, takže úplně nejnovější výsledky nemohly být do knihy zařazeny. Nicméně je tato kniha cenným příspěvkem a vhodným doplňkem existujících monografií.

Materiál je rozčleněn do sedmi tématických celků. První kapitola uvádí základní výsledky o spektru prvku v Banachově algebře, fundamentální formuli vyjadřující vztah mezi spektrálním poloměrem a normou, funkcionální kalkulus založený na Cauchyově integrálu, elementární funkce, pojem numerického oboru, základní fakta o algebrách s aproximativní jednotkou, pojem ideálu a modulu, algebry s involvucí, aj. Druhá kapitola je věnována Gelfandově teorii komutativních algeber a výsledkům Šilova; potřebná tvrzení z teorie analytických funkcí více proměnných jsou zde citována bez důkazu. Analogie této teorie pro nekomutativní algebry je založena na pojmu ireducibilní reprezentace a je předmětem kapitoly třetí. Tato kapitola obsahuje též Johnsonovy výsledky z r. 1967 o automatické spojitosti ireducibilní reprezentace jakož i výše zmíněnou větu o jednoznačnosti topologie v polojednoduché algebře. Rovněž je v této kapitole zaveden klasický pojem Jacobsonova radikálu.

Čtvrtá kapitola, pojednávající o minimálních ideálech, je zřejmě zvláště blízká individuálnímu zájmu autorů. Pátá kapitola, věnovaná algebrám s involucí a s tím spojeným pojmem pozitivního funkcionálu, obsahuje různé charakterizace C^*-algeber (Gelfand-Naimark, Vidav-Palmer, Russo-Dye), jakož i teorii hermitovských algeber založenou na výsledcích V. Ptáka z r. 1970. Šestá kapitola je pěkným úvodem do kohomologických metod, které v poslední době nacházejí stále větší uplatnění. Závěrečná sedmá kapitola je věnována několika různorodým výsledkům (např. Halmosův pojem kapacity, charakterizace nilpotentních algeber), a též některým výsledkům z prací samotných autorů.

Zvláště cenná je rozsáhlá bibliografie zahrnující 488 titulů. Tato bibliografie ovšem není úplná, neboť jsou citovány jen práce, které mají blízký vztah k obsahu knihy. Tak se stalo, že byl opomenut důležitý výsledek E. Vesentiniho z r. 1968 o subharmonicitě spektrálního poloměru, který se ukázal být zvláště užitečný v různých aplikacích. Opomenutí tohoto krásného analytického výsledku je možno považovat za snad jedinou závažnější vadu, kterou tato kniha v době svého vydání (1973) mohla nést.

Výklad je veden pečlivě, některá drobná nedopatření nebo zlepšení si čtenář sám může doplnit. Teorie Banachových algeber by mohla mít i značnou pedagogickou cenu pro základní studium na vysokých školách matematického zaměření, neboť v rámci jednoho předmětu by bylo možno velmi názorně demonstrovat základní pojmy a metody (pojmy, o jejichž místě v matematice není pochyb), které se dosud přednášejí odděleně nejméně ve třech předmětech. Tím by se podpořila tendence ke zbližování jednotlivých oborů matematiky a vynikly by výhody, které takové zblížení vždy přináší. V tomto smyslu může recenzovaná kniha (resp. některé její upravené části) sloužit i jako učebnice.

Knihu vhodně doplňují tři speciálnější knížky vydané v poslední době v Cambridge University Press: dvě brožury od týchže autorů věnované teorii numerického oboru, a třetí od A. M. Sinclaira věnovaná automatické spojitosti lineárních operátorů. Kniha sama o sobě může se stát velmi užitečnou pomůckou při studiu jakýchkoli otázek spektrální teorie.

Jaroslav Zemánek, Praha

F. Kártészi: INTRODUCTION TO FINITE GEOMETRIES. Akadémiai Kiadó, Budapest 1976, str. 266, obr. 118.

Kniha obsahuje materiál přednášený autorem od roku 1948 na Eötvos Loránd University of Budapest pod názvem *Projektivní geometrie*. Je psána velmi názorně a srozumitelně. Mnohý nově zavedený pojem je interpretován na nějakém modelu, čtenáři už známém. Například modelem konečné projektivní roviny je pravidelný n-úhelník. Kniha obsahuje šest kapitol, dodatek a 25 citací použité literatury. Výklad je provázen názornými obrázky a za každou kapitolou jsou úlohy k procvičování.

V první kapitole jsou základy konečné geometrie: Konečná projektivní rovina, její konstrukce, incidenční tabulky, souřadnicový systém. Galoisova tělesa, souřadnice bodu, rovnice přímky. Podrovina konečné projektivní roviny, afinní rovina, hyperbolická rovina. Galoisovy roviny a Desarguesova věta, model nedesarguesovské roviny a vytvoření její incidenční tabulky. Grupa kolineací konečné projektivní roviny, samodružné elementy, Fanova rovina. Kolineace v afinní rovině, jejich rozlišení. Souvislost konečné roviny se systémem ortogonálních latinských čtverců. Druhá kapitola se jmenuje Galoisova geometrie. Je v ní stať o Galoisově prostoru. Dále autor rozlišuje konečné projektivní roviny sudého a lichého řádu a dokáže jejich základní vlastnosti. V této kapitole jsou také blíže rozvedeny některé věci z první kapitoly: Souřadnice bodové, přímkové, transformace souřadnic, dvojpoměr. Vlastnosti nesingulárního lineárního zobrazení, kolineace. Další část druhé kapitoly je věnována oválům v konečné projektivní rovině. Hovoří se tu o oválu, o jeho vlastnostech v rovině sudého, případně lichého řádu. Dále jsou tu uvedeny kuželosečky v Galoisově rovině (tj. množiny bodů, které vyhovují kvadratické rovnici). Dále se probírají regulární a singulární kuželosečky, jejich vlastnosti a polarita. Zde se také autor zmiňuje o faktu, že v Galoisových rovinách řádu 2^r, kde $r > 2$, existují ovály, které se nedají vyjádřit anulováním kvadratické formy, ale dále se jimi v knize nezabývá. V další části kapitoly nacházíme korespondenci mezi dvěma svazky přímek, jednoznačné určení kuželosečky, Pascalovu větu, Segreho větu a důkaz její platnosti v rovinách lichého řádu. Následuje konstrukce Galoisova tělesa, podtělesa a studuje se izomorfismus a automorfismus těchto těles. Speciálně se tu studují kolineace a homografie v Galoisově rovině. Nechybí ani důkaz tvrzení, že v Galoisově rovině platí Desarguesova věta.

Třetí kapitola je věnována geometrickým konfiguracím a tkáním. Jsou v ní probrány různé typy konfigurací v rovině, tkání a R-tkání.

Ve čtvrté kapitole jsou uvedeny základní pojmy teorie grafů a to: Graf, stupeň uzlu grafu, regulární graf, izomorfismus grafů, Petersenův graf a graf Desarguesovy konfigurace.

Pátá kapitola je navzána kombinatorika a konečné geometrie. Je věnována základům kombinatoriky a různým aplikacím konečných geometrií. Je tu uvedena inverzní geometrie, dále sférická geometrie, Möbiusova rovina a stereografická projekce. V závěru kapitoly je pojednáno o blokových schématech a incidenčních strukturách. V šesté kapitole jsou některá podle autora „přídatná témata“: Fanova rovina a Gleasonova věta, Moultonova nedesarguesovská rovina, afinní rovina a afinní prostor.

V dodatku čtenář najde podrobnosti o algebraických strukturách a souvislost konečných těles s teorií čísel. Na závěr dodatku je krátká stať o ternárních okruzích.

V knize je několik tiskových chyb, které si čtenář snadno opraví sám.

Recensovaná kniha je učebnice, nikoliv kompendium. Je určena především studentům a širší matematické veřejnosti, nejen specialistům v konečné geometrii. Výborně se hodí pro začátečníky v tomto oboru. Seznámí je s problematikou konečné geometrie a se souvislostmi s jinými obory. Kniha je psána pedagogicky zdatně, prozrazuje autorovy dlouholeté zkušenosti v práci se studenty.

Zdeňka Tischerová, Praha

Lars Gårding: ENCOUNTER WITH MATHEMATICS. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin, 1977. 270 stran, cena DM 22,30.

Představovat autora knihy těm, kteří z parciálních diferenciálních rovnic ovládají o trochu více než pouze definici parciální derivace, je zbytečné. Tento „majitel důležité nerovnosti“ se pustil do velice záslužného a těžkého úkolu: pro čtenáře se znalostmi zhruba posluchače prvního ročníku matematiky universitního směru se pokusil podat výklad historie různých disciplín matematiky s důrazem na vypíchnutí nosných idejí a s ukázkou některých neřešených problémů.

Kniha je rozdělena do dvanácti kapitol. 1. Modely a realita, 2. Teorie čísel, 3. Algebra, 4. Geometrie a lineární algebra, 5. Limity, spojitost a topologie, 6. Heroické století (rozumí se 17. století), 7. Derivování, 8. Integrace, 9. Řady, 10. Pravděpodobnost, 11. Aplikace, 12. Sociologie, psychologie a výuka matematiky. Téměř každá kapitola končí citáty z prací a dopisů slavných matematiků, případně vyobrazením těchto osob a jejich životními daty.