Časopis pro pěstování matematiky, roč. 102 (1977), Praha

STRUČNÉ CHARAKTERISTIKY ČLÁNKŮ OTIŠTĚNÝCH V TOMTO ČÍSLE V CIZÍM JAZYKU

IVAN CHAJDA, Přerov, BOHDAN ZELINKA, Liberec: *Permutable tolerances.* (Permutovatelné tolerance.)

Kompatibilní tolerance na algebře je definována analogicky jako kongruence, pouze je vynechán požadavek transitivnosti. V článku se studují kompatibilní tolerance na algebrách, které jsou permutovatelné vzhledem k součinu binárních relací.

MILAN MEDVEĎ, Bratislava: *On a class of nonlinear evasion games.* (O jednej triede nelineárnej hry vyhýbania sa.)

V článku je dokázaná existencia stratégie vyhýbania sa pre diferenciálnu hru opísanú systémom diferenciálnych rovníc $z^{(n)} + A_1 z^{(n-1)} + \ldots + A_{n-1} z' + A_n z = f(u,v) + \mu g(z, z', \ldots, z^{(n-1)}, u, v)$, kde $z \in R^m$, $f\colon R^p \times R^q \to R^n$, A_i, $i = 1,2,\ldots,n$ sú konštantné matice, pre $\mu \in R^1$ dostatočne malé.

WŁADYSŁAW WILCZYŃSKI, Łódź: *Remark on the theorem of Egoroff.* (Poznámka k Jegorovově větě.)

Autor dokazuje větu, která je v jistém smyslu zostřením Jegorovovy věty. Podobné zostření Luzinovy věty bylo publikováno v tomto časopise 96 (1971), 225—228, v článku I. Vrkoče: „Remark about the relation between measurable and continuous functions".

BOHDAN ZELINKA, Liberec: *A remark on isotopies of digraphs and permutation matrices.* (Poznámka o isotopiích orientovaných grafů a o maticích permutací.)

Jsou-li G, G' orientované grafy, pak isotopie G na G' je uspořádaná dvojice $\langle f_1, f_2 \rangle$ bijekc množiny vrcholů G na množinu vrcholů G' s touto vlastností: pro každé dva vrcholy u, v z G je existence hrany $\overrightarrow{f_1(u) f_2(v)}$ v G' ekvivalentní s existencí hrany $\overrightarrow{uv}$ v G. V článku jsou ukázány aplikace matic permutací při zkoumání isotopií orientovaných grafů.

MIROSLAV SOVA, Praha: *On Hadamard's concepts of correctness.* (O Hadamardových pojmech korektnosti.)

Článek je věnován studiu pojmu korektnosti lineárních diferenciálních rovnic v Banachových prostorech, tj. rovnic typu $u^{(n)}(t) + A_1 u^{(n-1)}(t) + \ldots + A_n u(t) = 0$, kde $A_1, A_2, \ldots, A_n$ jsou (obecně neohraničené) operátory z Banachova prostoru do sebe. Je zaveden zeslabený pojem korektnosti, který je porovnán s obvyklou definicí.

V. SATHYABHAMA, Waterloo: *Generalized LC-identity on GD-groupoids.* (Zobecněná LC-identita na GD-grupoidech.)

Autor vyšetřuje funkcionální rovnici $A_1(A_2(x, A_3(x, y)), z) = A_4(x, A_5(x, A_6(y, z)))$, která je zobecněním tzv. LC-identity $(x . (x . y)) . z = x . (x . (y . z))$ na lupě. Nalézá řešení zobecněné LC-identity na GD-grupoidech, přičemž GD-grupoidem rozumí čtveřici $(G_1, G_2, G; A)$, kde A: $G_1 \times G_2 \to G$ a rovnice $A(a, y) = c$, $A(x, b) = c$ pro x, y jsou řešitelné. V závěru článku autor aplikuje dosažený výsledek na kvazigrupy definované na stejné množině.

ŠTEFAN SCHWABIK, Praha: *Note on Volterra-Stieltjes integral equations.* (Poznámka k Volterrovým-Stieltjesovým integrálním rovnicím.)

Podmínka regularity matice $I - (K(t, t) - K(t, t-))$ pro každé $t \in (0, 1\rangle$ je nutná a stačí k tomu, aby Volterrova-Stieltjesova integrální rovnice $x(t) - \int_t^0 d_s[K(t, s)]\, x(s) = f(t)$, $t \in$ $\in [0, 1]$ měla jediné řešení pro každé $f \in BV_n$. Pro rovnice splňující podmínku regularity je dána rezolventní formule.

JAROMÍR DUDA, Brno, IVAN CHAJDA, Přerov: *Ideals of binary relational systems.* (Ideály binárních relačních systémů.)

Pojem svazového ideálu lze zobecnit i pro případ obecného binárního relačního systému. V práci je ukázáno, že tyto tzv. ϱ-ideály mají většinu důležitých vlastností požadovaných pro svazové ideály a dále, některá tvrzení o svazových ideálech lze zesílit i pro případ obecných binárních systémů. V další části práce je dána nová charakterizace často užívaných relací, jako jsou uspořádání, kvaziuspořádání, ekvivalence a úplná relace pomocí ϱ-ideálů a je odvozena jednoduchá metoda pro vnoření jistých binárních relačních systémů do třídy částečně uspořádaných množin.

PETR PŘIKRYL, Praha: *Universal simultaneous approximations of the coefficient functionals.* (Universální simultánní aproximace koeficientů rozvoje podle dané báze.)

Článek pojednává o aproximaci koeficientů rozvoje podle dané báze společné pro určitou třídu Banachových prostorů. Tyto koeficienty se chápou jako lineární funkcionály nad danými prostory a studují se aproximace konečné množiny koeficientů pomocí lineárních kombinací menšího počtu jiných lineárních funkcionálů. Formulují se podmínky na třídu prostorů, za nichž je jistá jednoduchá aproximace tohoto typu pro uvažovanou třídu universální ve smyslu Babušky a Soboleva. Udávají se postačující podmínky pro to, aby tato universální aproximace byla optimální.

JITKA ŠEVEČKOVÁ, Brno: *Compact elements of the lattice of congruences in an algebra.* (Kompaktní prvky svazu kongruencí v algebře.)

Svazy $R(G)$ všech binárních relací v množině G, $P(G)$ všech rozkladů v G (tj. všech symetrických a transitivních relací v G) a $\mathscr{K}(G, F)$ všech kongruencí v algebře (G, F) (tj. stabilních rozkladů v (G, F)) jsou algebraické. Jsou popsány množiny jejich kompaktních prvků; pro poslední z nich je to množina všech horních $\mathscr{K}$-modifikací konečných relací v G. Jsou dány dva způsoby konstrukce těchto modifikací.

RECENSE

Oscar Zariski - Pierre Samuel: COMMUTATIVE ALGEBRA, Volume 2. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 29. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1975. Stran X + 414, cena DM 36,20.

O charakteru Zariského a Samuleovy knihy o komutativní algebře a o jejím prvním dílu bylo referováno v Čas. pěst. mat. *102* (1977), 208. Proto se tu jen stručně zmíním o obsahu druhého dílu. Tento svazek je reprintem svého prvního vydání z roku 1960. Tvoří přímé pokračování prvního dílu knihy; obsahuje tři kapitoly a sedm dodatků. Algebraicko geometrické aspekty tu vystupují už mnohem víc do popředí než v prvním dílu.

První kapitola 2. dílu (číslovaná jako šestá kapitola celého díla) je věnována teorii ohodnocení. Čtenář zajímající se o algebraickou geometrii tu nalezne mnoho užitečného materiálu, např. i výklad o Riemannově varietě nadtělesa K nad tělesem k a o normálních modelech variet nad k.

Tématem druhé kapitoly je teorie okruhů polynomů a formálních mocninných řad a její aplikace pro algebraickou geometrii. Kromě klasických výsledků pojednává kapitola o graduovaných okruzích a modulech a jejich charakteristických funkcích.

Třetí kapitola se zabývá lokální algebrou. V první elementární části se čtenář doví o teorii zúplnění, o základních vlastnostech úplných modulů, o Zariského okruzích, Henselově lemmatu; další část se pak věnuje teorii dimenze a násobnosti v lokálních okruzích, studiu vlastností regulárních lokálních okruhů a aplikací výsledků v algebraické geometrii (analyticky ireducibilní a analyticky normální variety). V celé této kapitole je opět zdůrazněna těsná souvislost probírané látky se studiem lokálních vlastností algebraických variet.

Obsahem jednotlivých dodatků je vyšetřování některých speciálnějších témat navazujících na předchozí látku knihy: např. ohodnocení v noetherovských okruzích, Macaulayovy okruhy, jednoznačnost rozkladu v prvočinitele v regulárních lokálních okruzích.

K tomu, co bylo řečeno v referátu o prvním dílu knihy dodejme už jen, že zejména tento druhý díl je velmi užitečný každému, kdo se chce zabývat algebraickou geometrií: tvoří pro její studium potřebný algebraický základ.

Václav Vilhelm, Praha

Gheorghe Mihoc, Mariana Craiu: INFERENŢĂ STATISTICĂ PENTRU VARIABILE DEPENDENTE. (Statistická inference pro závislé veličiny.) Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bukurešť, stran 301, cena 13 lei.

Kniha má tři části: 1. Kapitola I o statistice nezávislých náhodných veličin. 2. Kapitoly II—IV o statistice v Markovových řetězcích jednoduchých, vícenásobných a s obecnou množinou stavů. 3. Kapitola V o řetězcích s úplnou vazbou.

1. V kapitole I i v pojetí celé knihy je předlohou Cramérovo dílo *Mathematical Methods of Statistics* (1946). Odtud jsou převzaty např. věta 2§2 o asymptotické vydatnosti odhadů metodou maximální věrohodnosti a věta 4§2 o odhadech modifikovanou metodou minimálního χ^2, jejichž důkazy jsou téměř doslovným překladem Cramérova textu. Všimněme si podrobněji věty 2§2. V jejím předpokladu 4 je vypuštěna důležitá podmínka, že střední hodnota kvadrátu logaritmické derivace hustoty je kladná, i když je na to v důkaze přímá odvolávka. V závěru důkazu se říká,

že odhad $\hat{t}_n$ je asymptoticky normální $N(\Theta_0, 1/nk^2)$. Odtud se vyvozuje Var $(\hat{t}_n) = 1/nk^2$ a tedy vydatnost odhadu, nikoliv pouze asymptotická vydatnost. Tento pojem není v knize definován. Definice vydatnosti zahrnuje i nevychýlenost odhadu. Kapitola I obsahuje rovněž odstavce o testování hypotéz, o χ^2-testu a o testu založeném na podílu věrohodností.

2. Ve statistice v Markovových řetězcích je stále základním dílem monografie P. Billingsleye *Statistical Inference for Markov Processes* (1961). Novější zpracování této problematiky, napsané s ohledem zejména na uživatele matematicko-statistických metod, ve světové literatuře dosud chybí. Recensovaná kniha je i v této hlavní části přehledem výsledků a důkazových postupů různých autorů, někdy bez náležité důslednosti v označení a s tiskovými chybami. Nejasnosti se vyskytují v používání symbolu pro střední hodnotu. Může to být, bez bližšího vysvětlení, střední hodnota, podmíněná střední hodnota i střední hodnota vzhledem ke stacionárnímu rozložení. Nedělá se také rozdíl mezi tvrzením „řešení (věrohodnostní) rovnice existuje" a tvrzením „řešení rovnice existuje s pravděpodobností libovolně blízkou 1 při $n \to \infty$", apod. Je pojednáno o odhadech metodou maximální věrohodnosti, metodou minima χ^2, o testech založených na podílu věrohodností, o Whittleově formuli a o sekvenční analýze.

3. Podrobně jsou vysvětleny řetězce s úplnou vazbou klasické (Onicescu-Mihocova typu) i zobecněné. Jsou uvedeny základní výsledky, zejména v oblasti ergodických vět. Statistika v řetězcích s úplnou vazbou je doposud málo rozvinuta, nechceme-li za takové řetězce prohlašovat libovolné posloupnosti náhodných veličin, zadané hustotami sdruženého rozložení.

Kniha je psána rumunsky a nečiní si jistě nároků být monografií světové úrovně.

Petr Mandl, Praha

Hans-Jakob Lüthi: KOMPLEMENTARITÄTS- UND FIXPUNKTALGORITHMEN IN DER MATHEMATISCHEN PROGRAMMIERUNG, SPIELTHEORIE UND ÖKONOMIE. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1976. Str. 145, cena DM 18,—.

Nechť f je zobrazení n rozměrného euklidovského prostoru R^n do sebe. Problémem komplementarity rozumíme úlohu najít $z \in R^n$ tak, že $f(z) \geqq 0$, $z \geqq 0$ a $f(z) \,.\, z = 0$. (. značí skalární součin). Je-li f tvaru $f(z) = q + Mz$, kde $q \in R^n$ je daný vektor a $M \in R^{n \times n}$ daná matice, mluvíme o lineárním problému komplementarity.

Kniha je rozdělena do dvou částí: první část (88 stran) se zabývá problémy komplementarity, druhá část (45 stran) je věnována pevným bodům spojitých a polospojitých zobrazení v R^n. Struktura obou částí je zhruba stejná. V úvodu se řeší otázky existence, dále se popisují výpočetní postupy a uvádějí se možnosti aplikací.

V části o komplementaritě je zvláštní pozornost věnována lineárním problémům komplementarity. Lineární problémy jsou početně dobře zvládnutelné a nacházejí uplatnění v oblasti kvadratického programování a při řešení dvoumaticových her. Autor v této části přináší i svoje původní výsledky, týkající se zejména zobecnění teorie komplementarity na nelineární případ a některých výpočetních postupů.

V části o pevných bodech najdeme především klasickou Brouwerovu větu, Scarfův výpočetní postup, Kakutaniho větu o pevném bodě a odstavec, kde se ukazuje, jak lze dokázat existenci řešení ve Walrasově modelu ekonomické rovnováhy pomocí věty o pevném bodě, dále jak lze tuto větu aplikovat na řešení úlohy nelineárního programování a v důkazu existence rovnovážného bodu v nekooperativní hře n hráčů. V závěru je uveden asi čtyřstránkový seznam literatury vztahující se k tématu knihy.

Práce je napsána s německou důkladností, v jednotném stylu a její rozčlenění umožňuje udržet si přehled po vykládané látce. Je cenná tím, že podává souhrn současných teoretických výsledků v oblasti komplementarity a pevných bodů. Pokud jde o popis algoritmů, neuvažuje se problematika jejich výpočetní efektivnosti. Pak vlastně není ani nutné studovat odděleně algoritmy pro problémy komplementarity a pro hledání pevných bodů, neboť problém komplementarity lze převést na problém vyhledání pevných bodů vhodně zvoleného zobrazení a obráceně. V ukázkách aplikací se uvádějí většinou věci již několikrát publikované, takže čtenář asi ocení hlavně skutečnost, že je zde najde v souhrnu.

Miroslav Maňas, Praha

J. Dénes - A. D. Keedwell: LATIN SQUARES AND THEIR APPLICATIONS. Akadémia Kiadó, Budapest 1974. Stran 547, cena neudána.

Nechť je tento rozbor vřelým doporučením znamenitého díla, svědectvím opět jednoho šťastného setkání dvou významných matematiků.

Recensovaná kniha vznikla za spolupráce dvou universit, tj. maďarské Loránd Eötvös Egyetem v Budapešti v osobě J. Dénese a britské University of Surrey, kde působí A. D. Keedwell. Autoři předkládají čtenářům rozsáhlou a hlubokou studii a učebnici o latinských čtvercích a příbuzných strukturách, již lze pokládat za první tohoto druhu. Doposud se objevovaly jen kapitoly o latinských čtvercích v pracích z kombinatoriky.

Pojem latinského čtverce je zhruba starý 200 let a byl vzápětí sledován Eulerovou úlohou o 36 důstojnících, o níž teprve na začátku tohoto století bylo dokázáno, že nemá řešení. Poměrně nedávno se staly latinské čtverce opět předmětem vážného studia a byla otištěna ohromná řada prací. Příčinu nového rozmachu studia latinských čtverců lze hledat jednak v objevech souvislostí tohoto pojmu s algebrou zobecněných binárních systémů a s kombinatorickými úvahami, jež se týkají zejména konečných geometrií, jednak v užití latinských čtverců při vytváření schémat statistických pokusů a v teorii informace. Právě závažnost těchto souvislostí a aplikací, zároveň s tím, že práce tohoto oboru jsou značně roztroušeny po časopisech, vedla autory k myšlence shromáždit literaturu ke všem známým problémům a vytvořit vyčerpávající studii o výsledcích této teorie.

Ze zběžného pohledu vídíme, že naše kniha má v podstatě dvě fáze. V první z nich běží o studium vlastností jednoduchých latinských čtverců v úzké souvislosti s teorií kvazigrup a lúp, dále v menší míře také s teorií grafů. Ve druhé fázi máme studii množiny vzájemně ortogonálních latinských čtverců. Zde pak následuje souvislost s teorií konečných projektivních rovin a konstrukce statistických schemat. Obě stránky studovaného pojmu se však nezkoumají pedanticky odděleně. Čtenář snadno nalezne mnoho vzájemných styčných bodů, jak ani jinak, v tak živě podaném textu, nemůže být. Zřetelně jsou sledovány oba základní rysy latinského čtverce, a to jak kombinatorický, tak i algebraický.

Latinským čtvercem rozumíme čtvercovou matici řádu n, vytvořenou z n různých prvků, z nichž každý se vyskytuje právě jednou v každém řádku a v každém sloupci matice. V kapitole 1 se ihned interpretuje latinský čtverec jako multiplikativní tabulka kvazigrupy. Postupně následují isotopie kvazigrup, definice transversály latinského čtverce, úplné zobrazení kvazigrup a latinské subčtverce. 2. kapitola začíná identitami kvazigrup, pokračuje zmínkou o Steinerově systému trojic a končí úplnými latinskými čtverci. Kapitola 3. obsahuje věty o latinských obdélnících, řádkových a sloupcových latinských čtvercích, dále některé věty o existenci latinských čtverců a pojem neúplného latinského čtverce. V této kapitole běží o novou látku, připisovanou autorům. 4. kapitola podává klasifikaci latinských čtverců a vyčerpávající rozklad známých výsledků o počtu latinských čtverců daného řádu. Dva latinské čtverce $\|a_{ij}\|$, $\|b_{ij}\|$ téhož řádu n a vytvořené týmiž n symboly, se nazývají ortogonální, když každý uspořádaný pár těchto symbolů se vyskytuje právě jednou mezi všemi páry (a_{ij}, b_{ij}). Tento pojem se studuje v kapitole 5. spolu s jeho rozšířením a zobecněním na latinské krychle a hyperkrychle, řecko-latinské čtverce a pravoúhlá schemata. V kapitole 6 nacházíme popis konstrukce diagonálních latinských čtverců, magických čtverců a typu magických čtverců pojmenovaných podle T. G. Rooma. Opět následuje větší mírou původní látka připisovaná autorům a to v kapitole 7. Zde se diskutují jednotlivé metody konstrukce párů ortogonálních latinských čtverců, na příklad permutací řádků nebo sloupců a další. V kapitole 8. se v podstatě probírá už tradiční látka o konečných geometriích, hovoří se totiž o k-tkáních a projektivních rovinách, spolu se zavedením souřadnic, dále o existenci nedesarguesovských rovin a souvislost ortogonálních latinských čtverců s projektivní a afinní rovinou. Poznámky k teorii grafů v souvislosti s latinskými čtverci nacházíme v kapitole 9., kde se shledáváme s nutnou podmínkou o neexistenci transversály R. H. Brucka a s nutnou podmínkou o doplnění množiny vzájemně ortogonálních latinských čtverců na úplnou S. S. Shrikhanda. Z užití teorie latinských čtverců v teorii informace a ve statistice jsou uvedeny v kapitole 10 jen úlohy o kódech, jež vyhledávají a opravují chyby a úlohy o plánování pokusů. Kniha vrcholí 11. kapitolou a to vyvrácením Eulerovy domněnky (L. Euler se domníval, že pro $n = 4t + 2$ neexistují páry ortogonálních latinských čtverců) a odvozením všech známých dolních hranic funkce $N(n)$, tj. maximálního počtu ortogonálních latinských čtverců řádu n. Následující dvě kapitoly pojednávají o dalších konstrukcích ortogonálních latinských čtverců a o příbuzných tématech. Zejména poslední kapitola uvádí přehled prací, jež využívají výpočetní techniky k získání jak latinských čtverců, tak i ortogonálních latinských čtverců. Poznamenejme ještě, že i tam, kde to nebylo výslovně řečeno, se řada otištěných výsledků vyskytuje poprvé.

Uvedené důkazy vět jsou věcně stručné a úplné, radost je je číst. Navíc se čtenář nikterak nevyhne vzrušení. Je totiž každá kapitola doprovázená v průběhu textu historickým přehledem a komentářem prací, jež se vztahují k tématu kapitoly. Rozsah historických poznámek sahá od magických čtverců dávných dob až po zprávy ze současnosti. V bibliografii jsou zachyceny články až do roku 1974 a autoři se nevyhýbají citacím prací, jež byly ještě v tisku. U prací je uveden také odkaz na rešerše v Mathematical Reviews. Odkazů je více než 600. Pohledem do budoucna je seznam 73 formulací dosud nerozřešených problémů.

Kniha je určena čtenářům, kteří už prošli kursem matematiky na universitě. Je dobrým úvodem k zahájení studia v této problematice, neméně však také počátkem k další badatelské práci v tomto oboru. Pro svůj rozsah, hodnotu a přehled poslouží výtečně nejen jako kniha na níž se lze odvolávat, ale i k rychlé orientaci v problematice oboru. Pro poslední vlastnost, lze očekávat, že bude vyhledávána pracovníky jiných oborů, kteří latinské čtverce aplikují.

Význam a kvalitu této knihy podtrhuje P. Erdös, který kromě účasti na ní, napsal také další předmluvu. Mimo něj byli radou nápomocni význační matematici oboru, jako V. D. Bělousov, D. E. Knuth, C. C. Lindner, H. B. Mann, N. S. Mendelsohn, A. Sade, J. Schönheim a další.

Věroslav Jurák, Poděbrady

Jon Barwise: ADMISSIBLE SETS AND STRUCTURES. (An approach to definability theory.) Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1975, XIV + 394 str., cena DM 72,—.

Barwisova kniha je první kniha nové série Perspectives in mathematical logic, kterou založila a řídí tak zvaná skupina Ω (R. O. Gandy, H. Hermes, A. Levy, G. H. Müller, G. Sacks a D. S. Scott), působící od r. 1969 a formálně sídlící v Heidelbergu. Cílem série je „zmapovat" složitý terén matematické logiky, přičemž v každé knize má být položen důraz na určité důležité téma, tak aby kniha byla něčím víc než pouhou sbírkou výsledků a metod.

Barwisova kniha plně odpovídá těmto záměrům. Pojem přípustných množin (admissible sets) se bezesporu stal jedním z velmi důležitých pojmů soudobé matematické logiky; autorovi však nejde jen o shrnutí nepřehledné hory časopisecké literatury, nýbrž pojímá teorii přípustných množin jako společný základ pro různé zdánlivě nesouvisející partie matematické logiky (části teorie množin, zejména teorie konstruktivních množin (constructible sets), teorie modelů včetně modelů speciálních teorií (Peanovy aritmetiky teorie množin), zobecněné logiky, zejména logiky s nekonečně dlouhými formulemi, zobecněná teorie rekurse). Pojem přípustné množiny je technickým pojmem pro toto sjednocení; tématem, na které se celá kniha soustřeďuje, je pojem definovatelnosti v jeho nejrůznějších podobách.

Přípustné množiny (resp. přípustné ordinály) zavedli nezávisle na sobě Kripke a Platek. Přípustné množiny jsou jisté „standardní" modely velice slabého systému axiomů teorie množin, zvaného Kripkova-Platkova teorie množin (KP); lze říci, že jsou to jisté rozumné „počáteční úseky" universa množin. Přípustné ordinály jsou systémy ordinálních čísel přípustných množin. (Nejmenší přípustná množina je množina všech dědičně konečných množin, nejmenší přípustný ordinál je ω — první nekonečný ordinál.) Novinkou Barwisova přístupu je, že studuje od samého začátku přípustné množiny nad systémem urelementů (= prvků, které nejsou množinami), což mu umožňuje vybudovat nad libovolnou matematickou strukturou hierarchii přípustných množin. Příslušný axiomatický systém se nazývá KPU (Kripke-Platek surelementy); lze říci, že celou knihou se táhne vzájemná souhra (interakce) toho, co lze dokázat uvnitř teorie KPU a toho, co lze o modelech této teorie říci z hlediska celého universa množin.

Kniha se dělí na tři části (A, B, C) a ty celkem na osm kapitol (a dodatek). Kniha má XIV + + 394 stran. Názvy částí (základní teorie, absolutní teorie, k obecné teorii) mnoho neříkají; mnohem užitečnější jsou názvy kapitol a graf závislostí kapitol (str. XIV). Zmíním se stručně o jednotlivých kapitolách.

Kap. I (Teorie přípustných množin). Zde se zavádí axiomatický systém KPU a v něm se definují základní pojmy a dokazují základní věty (a schémata vět). Je zavedena důležitá třída Σ-formulí, odvodí se princip definování Σ-rekursí a probírají se dvě (v KPU neekvivalentní) formy Mostowského věty o kolapsu.

V kap. II (Některé přípustné množiny) se studují důležité modely teorie KPU; vedle dědičně konečných množin se studuje přípustná množina $\mathbf{HYP}_{\mathfrak{M}}$ (kde $\mathfrak{M}$ je nějaká relační struktura), což je nejmenší přípustná množina $\mathbf{A}$ taková, že nosič struktury $\mathfrak{M}$ tvoří množinu urelementů množiny $\mathbf{A}$ a (zhruba řečeno) struktura $\mathfrak{M}$ jako celek je prvkem množiny $\mathbf{A}$. $\mathbf{HYP}$ má připomínat hyperaritmetické množiny přirozených čísel, protože ty jsou v jistém přirozeném vztahu k prvkům množiny $\mathbf{HYP}_{\mathfrak{N}}$, kde $\mathfrak{N}$ značí strukturu přirozených čísel se sčítáním a násobením.

Kap. III (Spočetné fragmenty logiky $\mathbf{L}_{\infty\omega}$) studuje logiku s nekonečně dlouhými formulemi ve vztahu k přípustným množinám, zejména ke spočetným přípustným množinám. Jde především o fundamentální Barwisovy věty o úplnosti a kompaktnosti a o interpolační teorém pro spočetné přípustné množiny. Důkaz se opírá o pojem konsistenčních vlastností (consistency properties) zavedený Keislerem; autorovi se podařilo vypreparovat základní etapy důkazů s velikou dokonalostí a průzračností.

Kap. IV (Elementární výsledky o $\mathbf{HYP}_{\mathfrak{M}}$) se především zabývá teorií Π_1^1 a Σ_1^1 predikátů, tj. predikátů (relací) definovaných na $\mathfrak{M}$ formulemi 2. řádu s jedním blokem universálních resp. existenčních kvantifikátorů 2. řádu. Základní věta praví, že pro každou spočetnou strukturu $\mathfrak{M}$ a každou relaci R na $\mathfrak{M}$ platí: R je Π_1^1, právě když R je Σ-definovatelná část struktury $\mathbf{HYP}_{\mathfrak{M}}$. (Srv. poznámku o $\mathbf{HYP}_{\mathfrak{N}}$ výše; připomínám, že množina přirozených čísel je hyperaritmetická, právě když ona i její komplement jsou Π_1^1-definovatelné.)

V kap. V (Teorie rekurse pro Σ-predikáty na přípustných množinách) se studují Σ-predikáty na přípustných množinách jakožto analogon rekursivně spočetných množin přirozených čísel a buduje se rozsáhlá analogie (věty o rekursi, normální forma, věta o separaci atd.). Dále se studují tzv. „rekursivně velké" ordinály (rekursivně nedosažitelné, stabilní atd.).

Kap. VI (Induktivní definice) je věnována studiu induktivně definovaných relací na libovolné (ne nutně spočetné) přípustné množině $\mathbf{A}$ vzhledem k částem množiny $\mathbf{A}$ Σ-definovatelným v $\mathbf{HYP}_{\mathbf{A}}$.

Také kap. VII (Více o $\mathbf{L}_{\infty\omega}$) a VIII (Striktní Π_1^1-predikáty a Königovy principy) se soustřeďuje převážně na výsledky o přípustných množinách, které nevyžadují předpoklad spočetnosti. Dodatek je věnován pojmu přípustného pokrytí (admissible cover) modelů teorie množin, zejména nestandardních.

Kniha je psána velmi elegantně, je dobře srozumitelná, autor se snaží soustřeďovat sebe i čtenáře na myšlenky a ne na technické detaily. To se mu také daří; jediná daň, kterou musí zaplatit za to, že buduje přípustné množiny nad strukturami, je značné technické zkomplikování definice konstruktivních množin. I zde však autor vypreparuje potřebné myšlenky a celou technickou „lopotu" soustředí do důkazu jednoho lemmatu, který zabere jeden celý paragraf. Tento paragraf je zakončen receptem na zákusek, který se má podávat, pokud se tento paragraf bude probírat na nějakém semináři. Tento vtip je charakteristický pro styl knihy. Velice cenná jsou cvičení, kterými je kniha hojně vybavena.

Kniha poněkud trpí některými drobnými nedůslednostmi a nepřesnými referencemi. Čtenáři, oprav si např. toto: Str. 37_2 místo Feferman [1975] má být Feferman [1974]; str. 105^{10} místo Barwise [1973] má být Barwise [1973c]; str. 123_9 místo for all $\mathfrak{M}$, R, F má být for all $\mathfrak{M}'$, R', F. Str. 126_9: zde se — jako na mnoha jiných místech — vyskytuje označení „the $\overline{\text{YY}}$-compactness theorem" místo „the Barwise compactness theorem". Srv. str. 102, kde autor (správně) říká, že označení „Barwisova věta o kompaktnosti" je tak vžité, že by bylo nemístnou skromností (a matoucí) zavádět nový pojem. Přitom $\overline{\text{YY}}$ je zřejmě nutno číst „bar-Y's", tedy opět ba:əwais; jde patrně o pozůstatek dřívější nemístné autorovy skromnosti. Str. 141_{10}: místo II.8.6 má být II.8.7. Str. 365^{13}: místo Barwise [1974] má být Barwise [1974a].

Barwisova kniha je bezesporu velice cenným přínosem; po léta byla očekávána monografie, která teorii přípustných množin učiní běžně dostupnou k prospěchu všech logiků. Dočkali jsme se velmi dobré knihy, která důstojně zahajuje novou sérii. Lze se jen těšit na připravované další svazky (např. Hinman: Inductive definitions and higher types, Scott a Kraus: Languages and structures, Levy: Basic set theory, Smorynski: Metamathematics of arithmetics aj.).

Petr Hájek, Praha

Diocles: ON BURNING MIRRORS. The Arabic Translation of the Lost Greek Original. Edited, with English Translation and Commentary by G. J. Toomer. Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences 1. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1976. Stran IX + 249, cena DM 68,—.

Podle svědectví řeckého matematika Eutokia z Askalónu (žil kolem r. 500; k Archimédovým a Apolloniovým spisům připojil komentáře, které jsou důležitým pramenem pro dějiny matematiky) napsal Diokles pojednání *περι πυρɩων* (O zápalných zrcadlech), věnované parabolickým a sférickým zrcadlům a zdvojení krychle. Matematická část Dioklova díla, z něhož Eutokius zachytil dva úryvky, je založena na teorii kuželoseček. Překladatel Dioklova pojednání do arabštiny není znám.

Kniha obsahuje tyto části:

Úvod (str. 1—33) zahrnuje Dioklovu biografii a rozbory jeho díla, zvláště teorie kuželoseček až po Diokla a kuželoseček v díle samém. Následuje zhodnocení vlivu Dioklova pojednání a soupis rukopisů i textů.

Na str. 34—113 je vždy na pravé straně arabský text Dioklova díla, na levé anglický překlad.

Na str. 114—137 jsou fotografie arabského textu, který byl základem pro vydání.

Str. 138—175 zaplňují editorské poznámky.

Na str. 177—216 jsou čtyři dodatky: Řecký text s anglickým překladem výše zmíněných Eutokiových úryvků; starověké a středověké důkazy fokální vlastnosti paraboly; konečně dva kratší příspěvky O. Neugebauera, historika matematiky, fyziky a astronomie.

Obsáhlá bibliografie (str. 217—223), seznam technických termínů a obecný index zakončují toto kritické vydání.

Zbyněk Nádeník, Praha