Proof. From (2.6) we have

$$\omega_E([B_j]) = \|F_q\|_{E^*}, \quad n + 1 \leqq q \leqq r .$$

Using (3.7), (2.8) we obtain

$$Q_E(U_n, [B_j]) \leqq \|F_q\|_{E^*} \cdot \|x_{n+1}\| \leqq 2K \frac{\|x_{n+1}\|}{\|x_q\|} \leqq 2K . \tag{3.9}$$

The orthogonality implies (cf. [8], p. 556) $\|F_j\|_{E^*} = \|x_j\|_E^{-1}$ and, instead of (3.9), we have

$$Q_E(U_n, [B_j]) \leqq \|x_q\|^{-1} \cdot \|x_{n+1}\| \leqq 1 .$$

The theorem is proved.

Remark 3.1. The conclusions on the advantage of the approximation $[B_j]$ can be given more practical meaning by replacing the functionals F_k in (2.4) by sequences of functionals assumed to be convergent to F_k in every $E \in \mathfrak{B}$. The whole procedure would be the same as in [5] where this was done for a special class of Hilbert spaces. So, asymptotic results analogous to the above "theoretical" ones could be obtained having computational character. Since the procedure would bring nothing new as compared with [5] we have omitted this aspect in the present paper.

References

[1] *I. Babuška:* Über optimale Formeln zur numerischen Berechnung linearer Funktionale, Aplikace matematiky *10*, pp. 441—443 (1965).

[2] *I. Babuška:* Über universal optimale Quadraturformeln, Aplikace matematiky *13*, pp. 304—338, 388—404 (1968).

[3] *I. Babuška, S. L. Sobolev:* Оптимизация численных методов, Aplikace matematiky *10*, pp. 96—129 (1965).

[4] *M. A. Красносельский, Я. Б. Рутицкий:* Выпуклые функции и пространства Орлича. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва 1958.

[5] *P. Přikryl:* Optimal universal approximations of Fourier coefficients in spaces of continuous periodic functions, Čas. pěst. mat. *97*, pp. 259—296 (1972).

[6] *P. Přikryl:* О наилучших универсальных приближениях коэффициентов Фурье. In: Применение функциональных методов к краевым задачам математической физики. Институт математики СО АН СССР, Новосибирск 1972, pp. 191—198.

[7] *P. Přikryl:* Universal approximations of certain functionals in Banach spaces, Acta Universitatis Carolinae — Math. et Phys. *15*, pp. 135—136 (1974).

[8] *I. Singer:* Bases in Banach spaces I. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970.

[9] *M. З. Соломяк:* Об ортогональном базисе в пространстве Банаха, Вестник Ленинградского ун-та, № 1, серия математики, механики и астрономии, вып. 1 (1957).

Author's address: 115 67 Praha 1, Žitná 25 (Matematický ústav ČSAV).