STRUČNÉ CHARAKTERISTIKY ČLÁNKŮ OTIŠTĚNÝCH V TOMTO ČÍSLE V CIZÍM JAZYKU

JAN CRASTINA, Brno: *Boundary value problems for linear partial differential equation with constant coefficients. Non-homogeneous equation in the half-plane.* (Okrajové úlohy pro lineární parciální diferenciální rovnici s konstantními koeficienty. Nehomogenní rovnice v polorovině.)

Práce se zabývá rovnicí $p_n(-i\,\partial/\partial x)\,\partial^n u/\partial t^n + \ldots + p_0(-i\,\partial/\partial x)\,u = f(x, t)$ v polorovině $t \geqq 0$. Řešení se předpokládá ve tvaru $u = (\mathscr{R}v)^\wedge$ (kde $\mathscr{R}$ je nějaká racionální funkce, $v = v(\cdot, t) \in L$ $(0 \leqq t < \infty)$, $^\wedge$ značí Fourierovu transformaci) a má splňovat určité okrajové podmínky a podmínky růstu. Obdržené výsledky jsou nové i pro známý případ, kdy $p_n = 1$.

KISHORE SINHA, Kharagpur: *Configuration of mutually perspective triangles.* (Konfigurace vzájemně perspektivních trojúhelníků.)

V článku je vyšetřována konfigurace vzájemně perspektivních trojúhelníků a je odvozeno částečně vyvážené neúplné blokové schéma odpovídající této konfiguraci.

KISHORE SINHA, Kharagpur: 24 *self-inscribed decagons in the Desargues configuration* 10_3. (24 do sebe vepsaných desetirohů v Desarguesově konfiguraci 10_3.)

V této poznámce autor ukazuje, že Desarguesova konfigurace 10_3 může být považována za množinu 24 do sebe vepsaných desetirohů, která má jistou grupovou strukturu.

PAVEL DOKTOR, Praha: *Approximation of domains with lipschitzian boundary.* (Aproximace oblastí s lipschitzovskou hranicí.)

Buď $\Omega \subset R^N$ omezená oblast s lipschitzovskou hranicí. Pak „δ-okolí" této oblasti ($\delta \to 0^+$) mají rovněž lipschitzovskou hranici a aproximují Ω stejnoměrně a monotonně; tečné nadroviny těchto okolí aproximují tečné nadroviny oblasti Ω v integrálním smyslu. Odtud plyne nový důkaz následující věty (Nečas): Existuje posloupnost Ω_n oblastí s nekonečně diferencovatelnou hranicí, aproximující Ω ve výše popsaném smyslu.

BAHMAN MEHRI, Teheran: *On the existence of periodic boundary conditions for nonlinear second order differential equations.* (Existence periodických okrajových úloh pro nelineární diferenciální rovnice druhého řádu.)

V této poznámce se autor zabývá diferenciální rovnicí $x'' + Kx = f(t, x, x')$, $x(0) = x(\omega)$, $x'(0) = x'(\omega)$. Ukazuje podmínky, které musí splňovat funkce f, aby existovalo řešení této okrajové úlohy. Využívá při tom výsledků, které formuloval ve své dřívější práci V. Ďurikovič.

M. AFWAT, Cairo: *On generalized Weingarten surfaces.* (O zobecněných Weingartenových plochách.)

V článku jsou dokázána nová zobecnění H- a K-vět pro plochy v E^3 se sítí čar křivosti.

G. K. EAGLESON, Cambridge: *Martingale convergence to the Poisson distribution.* (Konvergence martingalů k Poissonovu rozložení.)

Autor dokazuje rozšíření Aldova kriteria konvergence k Poissonovu rozložení pro elementární systémy martingalů. Toto kriterium nevyžaduje ani usekávání ani podmiňování a za jistých podmínek na momenty je ekvivalentní postačující podmínce, kterou dokázali Brown a Eagleson.

ALOIS ŠVEC, Praha: *A remark on the differential equations on the sphere.* (Poznámka o diferenciálních rovnicích na sféře.)

V práci se autor zabývá jistými diferenciálními rovnicemi definovanými na oblasti D sféry $S^2 \subset \mathscr{R}^3$ a ukazuje, že za vhodných podmínek platných na hranici ∂D jsou jedinými jejich řešeními lineární funkce.

ALOIS ŠVEC, Praha: *Harmonic mappings of surfaces.* (Harmonická zobrazení variet.)

V článku se autor zabývá studiem harmonických a jiných, málo se od nich lišících zobrazení Riemannových variet.

JIŘÍ HNILICA, Praha: *Verallgemeinerte Hill'sche Differentialgleichung.* (Zobecněná Hillova diferenciální rovnice.)

V článku je studována zobecněná Hillova rovnice $x(\tau) = x(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \mathrm{d}(A(s))\, x(s)$, kde

$$A(s) = \begin{pmatrix} s, & 0 \\ 0, & -\Phi(s) \end{pmatrix},$$

a Φ je reálná funkce s konečnou variací. Je dokázána postačující podmínka omezenosti všech řešení.

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 101 (1976), Praha

RŮZNÉ

K JEDNÉ MATEMATICKÉ ÚLOZE O VLASECH

JOSEF KRÁL, Praha

(Došlo dne 29. října 1975)

Nechť μ značí Lebesgueovu míru v euklidovské rovině R^2. Dokážeme následující

Tvrzení. *Ke každé otevřené množině $G \subset R^2$ existuje množina $H \subset G$ plné míry* (tj. $\mu(G \setminus H) = 0$) *a zobrazení přiřazující každému $x \in H$ oblouk*)* $A(x) \subset G$ *s koncovým bodem x tak, že*

$$x \neq y \Rightarrow A(x) \cap A(y) = \emptyset . \tag{1}$$

Poznámka. Z tohoto tvrzení plyne kladná odpověď na otázku a) problému 3, který předložil L. ZAJÍČEK v [1], str. 13–14 (srv. též [2], str. 16 a [3], str. 17–18). Nejprve dokážeme

Lemma. *Buď $Q \subset R^2$ uzavřený čtverec. Pak ke každému $\lambda \in (0, 1)$ existují kompaktní množiny $H \subset K \subset Q$ a zobrazení přiřazující každému $x \in H$ oblouk $A(x) \subset K$ s koncovým bodem x tak, že platí* (1) *a*

$$\mu(H) > \lambda\, \mu(Q) , \quad \mu(K \setminus H) = 0 . \tag{2}$$

Důkaz. Můžeme předpokládat, že

$$Q = \{[\xi_1, \xi_2] \in R^2;\ |\xi_1 - \tfrac{1}{2}| + |\xi_2| \leqq \tfrac{1}{2}\} .$$

Z Osgoodovy konstrukce [5] plyne existence oblouku $A \subset Q$ s koncovými body $[0, 0]$, $[1, 0]$ takového, že

$$A^0 \subset \{[\xi_1, \xi_2] \in Q;\ |\xi_1 - \tfrac{1}{2}| + |\xi_2| < \tfrac{1}{2}\},\ \mu(A) > \lambda\, \mu(Q) .$$

Nechť $S \subset A^0$ je spočetná množina hustá v A a uspořádejme její prvky do prosté posloupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$. Položme $\delta = \mu(A) - \lambda\, \mu(Q)$, $A_1 = A$ a předpokládejme, že

*) Množina $A \subset R^2$ se nazývá obloukem, existuje-li homeomorfní zobrazení f intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ na A. Množina $\{f(0), f(1)\}$ tvořená tzv. koncovými body pak nezávisí na volbě homeomorfismu f; píšeme $A^0 = A \setminus \{f(0), f(1)\}$.

pro dané $n \geqq 1$ už byla sestrojena množina $A_n \subset A$ tak, že $\mu(A \setminus A_n) < \sum_{j=1}^{n} 2^{-j}\delta$ a A_n je sjednocením disjunktních oblouků $K_1, \ldots, K_{2^{n-1}}$. Zvolme v $K_j^0 \cap S$ bod x_{n_j} s nejmenším indexem n_j a sestrojme oblouky $C_j \subset K_j^0$ tak, aby $x_{n_j} \in C_j^0$ a $\sum_{j=1}^{2^{n-1}} \mu(C_j) < < 2^{-n-1}\delta$. Pak množina $A_{n+1} = \bigcup_{j=1}^{2^{n-1}} (K_j \setminus C_0^j)$ je disjunktním sjednocením 2^n oblouků a $\mu(A \setminus A_{n+1}) < \sum_{j=1}^{n+1} 2^{-j}\delta$. Sestrojujeme-li takto postupně množiny A_n $(n = 1, 2, \ldots)$, pak množina $H = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ je řídká v A a $\mu(H) > \lambda\, \mu(Q)$. Popsaná konstrukce zaručuje existenci homeomorfního zobrazení f úsečky $I = \langle 0, 1\rangle \times \{0\}$ na A takového, že pro Cantorovo diskontinuum $C \subset \langle 0, 1\rangle$ platí $f(C \times \{0\}) = H$, $f(0, 0) = [0, 0]$, $f(1, 0) = [1, 0]$. Z tvrzení 3,6 v [4] plyne úvahou popsanou tamtéž v oddílu II, že f lze rozšířit na homeomorfní zobrazení množiny Q na sebe tak, aby platilo

$$(3) \qquad (M \subset Q \setminus I,\ \mu(M) = 0) \Rightarrow \mu(f(M)) = 0\,.$$

Je-li bod $x \in H$ obrazem (v homeomorfismu f) bodu $[\xi_1, 0]$ $(\xi_1 \in C)$, přiřadíme mu oblouk $A(x)$, jenž je obrazem úsečky

$$\{[\xi_1, \xi_2];\ 0 \leqq \xi_2 \leqq \tfrac{1}{2} - |\xi_1 - \tfrac{1}{2}|\} \quad \text{v případě} \quad |\xi_1 - \tfrac{1}{2}| < \tfrac{1}{2}\,,$$

úsečky $\{[t, -t];\ 0 \leqq t \leqq \frac{1}{2}\}$ v případě $\xi_1 = 0$ a úsečky $\{[t, t-1];\ \frac{1}{2} \leqq t \leqq 1\}$ v případě $\xi_1 = 1$. Protože množina $\{[\xi_1, \xi_2] \in Q;\ \xi_1 \in C\}$ je μ-nulová, platí pro $K = \bigcup_{x \in H} A(x)$ podle (3) vztah $\mu(K \setminus H) = 0$ a lemma je dokázáno.

Nyní můžeme podat

Důkaz tvrzení. Zřejmě stačí uvažovat omezenou otevřenou množinu $G \neq \emptyset$. Zvolme pevně $\varepsilon \in (0, 1)$. Položme $G_0 = G$ a předpokládejme, že pro dané $n \geqq 1$ už byla sestrojena otevřená množina $G_{n-1} \neq \emptyset$. Pak existuje množina $Q_n \subset G_{n-1}$, jež je sjednocením konečně mnoha disjunktních uzavřených čtverců, pro něž $\mu(G_{n-1} \setminus Q_n) < \varepsilon\, \mu(G_{n-1})$. Pomocí dokázaného lemmatu sestrojíme kompakty $H_n \subset \subset K_n \subset Q_n$ a zobrazení přiřazující každému $x \in H_n$ oblouk $A(x) \subset K_n$ s koncovým bodem x tak, že platí (1) a

$$\mu(G_{n-1} \setminus H_n) < \varepsilon\, \mu(G_{n-1})\,, \quad \mu(K_n \setminus H_n) = 0\,.$$

Konečně položíme $G_n = G_{n-1} \setminus K_n$. Tak získáme postupně množiny G_n, H_n, K_n $(n = 1, 2, \ldots)$ a zobrazení $x \mapsto A(x)$ definované na $H = \bigcup_{n=1}^{\infty} H_n$, jehož hodnotami jsou oblouky obsažené v $K = \bigcup_{n=1}^{\infty} K_n$. Zřejmě $\mu(K \setminus H) = 0$. Protože pro $m < n$ je $K_n \subset \subset G \setminus K_m$, je na H splněna podmínka (1). Jelikož pro každé n platí $G \setminus H \subset G_n \cup \cup (K \setminus H)$ a $\mu(G_n) \leqq \varepsilon^n \mu(G)$, je H množina plné míry v G.

Závěrečná poznámka. Výše konstruovaná množina $H \subset G$ je sice plné míry v G, ale první kategorie. Nesplňuje tedy požadavky úloh b), c) z [1], str. 14 (viz též [3], str. 17–18).

Chceme-li, aby vlasy $A(x)$ splňující podmínku (1) vyrůstaly z reziduální množiny, je třeba užít jiného postupu. Lze však dokonce docílit toho, že vlasy vyrůstají z reziduální množiny plné míry.

K této složitější otázce se vrátíme na jiném místě.

Literatura

[1] Informace matematické vědecké sekce JČMF č. 3, listopad 1974.
[2] Informace mat. věd. sekce JČMF č. 5, březen 1975.
[3] Informace mat. věd. sekce JČMF, prázdninové dvojčíslo 6/7, 1975.
[4] *J. Král:* Note on strong generalized jacobians, Čechosl. mat. žur. *9* (1959), 429–439.
[5] *W. F. Osgood:* A Jordan curve of positive area, Trans. Amer. Math. Soc. *4* (1903), 107–112

Adresa autora: 115 67 Praha 1, Žitná 25 (Matematický ústav ČSAV).

RECENSE

B. S. Duran, P. L. Odell: CLUSTER ANALYSIS — A SURVEY (Přehled analysy shluků). Jako 100. svazek edice Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems vydalo nakladatelství J. Springer, Berlin—Heidelberg—New York, 1974; 141 stran, cena 18.— DM.

Analysa shluků (Cluster analysis) se jako samostatná vědní disciplína konstituovala teprve nedávno, i když některé isolované výsledky jsou známy již delší dobu. Její velký význam pro aplikace, a to především v oborech, které jsou klasickými matematickými či matematicko-statistickými metodami jen ztěží zpracovatelné, z ní činí dnes velice atraktivní oblast zvýšeného zájmu.

Autoři recensované stati si vzali za cíl poskytnout čtenáři stručný úvod do problematiky analysy shluků, vysvětlit její základní myšlenky a hlavní metody a upozornit na teoreticky významné práce z tohoto oboru. Lze říci, že se svého úkolu zhostili s úspěchem. Ve shodě s názvem je recensovaná knížka skutečně přehledem; nesnaží se být ani učebnicí ani kompendiem praktických návodů. Osou výkladu jsou teoretické principy, nikoli konkrétní příklady použití.

Obsah knížky je rozdělen do sedmi kapitol. V první je vyložen základní problém analysy shluků, jsou zavedeny míry vzdálenosti a podobnosti shluků a utříděny hlavní metody zpracování. Druhá kapitola má poněkud zvláštní postavení; její význam je převážně teoretický: pojednává o řešení problému úplným výčtem všech možností a o enumeračních otázkách s tím spojených. Ve třetí kapitole si autoři všímají souvislostí analysy shluků s dynamickým programováním, resp. možností využití metod dynamického programování v analyse shluků. Jeden paragraf je tu věnován použití celočíselného programování.

Ve čtvrté kapitole přecházejí autoři k metodám, jež se opírají o míry podobnosti. Probírají zde také některé klasické metody používající některých pojmů z teorie grafů (stromy minimální délky, tzv. dendrity, dendrogramy). Pátá kapitola shrnuje metody založené na odhadech hustoty rozložení pravděpodobnosti a na odhadech modů.

Krátká šestá kapitola přináší dvě ukázky praktických aplikací analysy shluků; v sedmé kapitole jsou historické poznámky hodnotící dosavadní vývoj analysy shluků, zvláště za poslední léta. Velmi cenný je i osmadvacetistránkový seznam literatury, jenž obsahuje 409 titulů.

Nedá se zatím tvrdit, že by se i u nás analysa shluků plně těšila zasloužené pozornosti. Poněvadž je recensovaná knížka schopna nejen poskytnout první informace, ale také vhodně usměrnit další studium, lze jen doufat, že se i jejím prostřednictvím rozšíří znalost myšlenek a metod analysy shluků mezi další okruh zájemců. Snad se časem dočkáme také v češtině vhodné příručky o této zajímavé a prakticky významné disciplíně.

František Zítek, Praha

L. Råde: THINNING OF RENEWAL POINT PROCESSES (Ředění bodových procesů obnovy). Vyšlo v nakladatelství Matematisk Statistik AB, Göteborg 1972; 176 stran, cena 8.— $.

Četbu této knihy je patrně výhodné začít od Dodatku (str. 157—170), ve kterém autor na jednoduchých příkladech vysvětluje základní myšlenky metody, které pak v knize soustavně používá. Jde tu o využití aparátu konečných orientovaných grafů s hranami ohodnocenými pravděpodobnostmi ke (snadnému) nalezení vytvořujících funkcí pro pravděpodobnosti různých jevů v posloupnostech nezávislých pokusů, v náhodných procházkách, resp. obecněji v diskrétních bodových procesech. Přitom se uplatňuje též známá pravděpodobnostní interpretace těchto vytvořujících funkcí, kdy argument má význam pravděpodobnosti. Je to metoda skutečně účinná, neboť často umožňuje získat výsledek pouhou inspekcí příslušného grafu. Råde rovněž ukazuje způsoby, jak lze graf pro potřeby dalšího postupu výhodně zjednodušovat.

Vlastním obsahem Rådeovy knihy je soustavné využívání této grafové metody při studiu ředěných bodových procesů. Ředěním se tu rozumí operace odstraňování registrovaných událostí z daného bodového procesu podle určitých pravidel, buď v závislosti na průběhu samotného ředěného procesu nebo na průběhu nějakého jiného procesu. Podle typu procesu, resp. procesů (binomický proces v diskrétním čase, Poissonův proces, obecný rekurentní proces) a podle pravidel ředění pak můžeme rozlišovat celou řadu případů, které také autor postupně probírá, většinou i s udáním možné interpretace, příp. praktické inspirace.

S problematikou ředění se můžeme setkat u takových reálných procesů jako např. při registraci dopadu částic záření počítačem s „mrtvými časy", při sledování pohybu zákazníků v systémech hromadné obsluhy se ztrátami (např. s omezenou čekárnou), při studiu neuronových vzruchů, při sledování pohybu vozidel na silnicích, atp. Všude tam se Rådeova metoda může s výhodou uplatnit.

Rådeova knížka je nesporně cenným přínosem jak k teorii bodových procesů, tak i k problematice praktických aplikací pravděpodobnostních modelů technických, biologických aj. procesů. Svým originálním metodickým pojetím i elegancí metod a výsledků si zaslouží co nejširší pozornost všech odborníků v teorii pravděpodobnosti.

František Zítek, Praha

J. Kornai: MATHEMATICAL PLANNING OF STRUCTURAL DECISIONS. Akadémiai Kiadó, Budapest 1975 (druhé rozšířené vydání). Stran 676 (XXXII + 644).

Původní verze recenzované knihy vyšla maďarsky v r. 1965 a první anglické vydání pochází z r. 1967. Současné druhé anglické vydání se od prvního liší především třemi přidanými kapitolami, ve kterých autor shrnuje vývoj za osm let uplynulých od prvního vydání a koriguje některé názory, formulované v prvním vydání. V původní části knihy najdeme řadu nových poznámek pod čarou, které rovněž podstatně přispívají k aktualizaci díla.

Maďarská škola matematické ekonomie patří dnes na jedno z předních míst ve světě. Netrpí apologetikou a zkomercionalizováním přístupů k problematice jako školy západní a na druhé straně se nevyhýbá otázkám skutečně zásadním. Její výsledky jsou pozorně přijímány státními plánovacími orgány a ve značné míře skutečně používány při řízení národního hospodářství. Klíčové publikace, které jsou díky pružné vydavatelské politice přístupny ve světových jazycích, mají vysokou a vyváženou úroveň ekonomické a matematické části teorie.

Recenzovaná kniha má šest částí, třicet kapitol, deset dodatků a seznam literatury. Spoluautory nebo autory některých kapitol a dodatků jsou T. Lipták a P. Wellisch. Název knihy skutečně vystihuje její obsah. Autor definuje strukturální rozhodnutí jako rozhodnutí týkající se výroby a zahraničního obchodu: kolik čeho má být vyráběno, jaké investice se mají realizovat, kolik čeho vyvážet a kam, kolik čeho dovážet a odkud.

První čtyři kapitoly podávají netradičně uspořádaný výklad o rozboru meziodvětvových vztahů. V kapitolách 5—8 se probírají matematické metody plánování na úrovni odvětví. V kapitolách 9—15 se autor vypořádává s problematikou nespolehlivosti dat v matematických modelech. Tyto kapitoly zahrnují především rozbor stability řešení matematických modelů, parametrické programování a speciální případy stochastického programování. Kapitoly 16—22 jsou věnovány výpočetním problémům při přípravě podkladů pro strukturální rozhodnutí. Většinou jde o původní aplikace klasických ekonometrických metod. Kapitoly 23—27 se zabývají problematikou spojení odvětvových modelů v model s celostátní platností. V těchto pěti kapitolách najdeme výklad dekompozičních metod matematického programování a zajímavou diskusi problému volby účelové funkce v optimalizačním modelu. Poslední tři kapitoly jsou, jak jsme již řekli, nově připsány pro toto druhé vydání a aktualizují obsah knihy.

Dodatky jsou zaměřeny na matematicky náročnější část aparátu používaného v knize a hlavní text je na nich do značné míry nezávislý. Pozornost je věnována problémům matematického programování, dvojhladinovému plánování, dekompozici a některým ekonometrickým problémům spojených s úrokem a diskontem.

Kniha obsahuje velké množství látky z politické ekonomie, matematické ekonomie, matematického programování a ekonometrie. Najdeme v ní také informace o praktickém uplatnění vyložené teorie k řízení národního hospodářství v Maďarsku i jinde, a to včetně číselného materiálu. Neméně zajímavé jsou i osobní názory autora na některé základní otázky řízení národního hospodářství pomocí matematických metod. Autorův způsob výkladu lze poměrně lehce sledovat, avšak vzhledem k různorodosti látky nepůsobí kniha jako celek s jasnou logickou strukturou. Práce je v celém rozsahu užitečná pouze pro matematiky, kteří se zajímají vyhraněně o aplikace matematiky v ekonomii; jako zasvěceně napsanou knihu o závažných aplikacích matematiky ji lze doporučit k nahlédnutí co nejširšímu okruhu čtenářů.

Miroslav Maňas, Praha

Richard Beals: ADVANCED MATHEMATICAL ANALYSIS. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1973. XII + 230 stran. Cena 21,10 DM.

Kniha vychází jako 12. svazek v řadě *Graduate texts in mathematics*, kterou nakladatelství Springer vydává od roku 1971. Tato edice chce „překlenout mezeru mezi pasivním studiem a tvořivým porozuměním", jednotlivé svazky by měly „sloužit jako základ pro kursy vyšší matematiky", jako „prameny pro semináře" i „pro soukromé studium" a jejich „vůdčím principem je přesvědčit studenta o tom, že matematika je živá věda". (Citováno z informace o edici, uvedené na konci knihy.)

Sliby tohoto „programového prohlášení" splňuje Bealsova kniha jen zčásti. Jak ukazuje už podtitul knihy (*Periodické funkce a distribuce, komplexní analýza, Laplaceova transformace a aplikace*), jde zde o soubor několika vybraných témat, zařazovaných i u nás na vysokých školách technických do výuky matematiky ve vyšších semestrech. Přitom souvislost zvolených témat je asi spíše náhodná: Těžiště knihy tvoří kapitoly 3, 4 a 5, v nichž je pojednáno o periodických funkcích a periodických distribucích, o základech teorie Hilbertova prostoru a ortogonálních rozvojů a o teorii Fourierových řad, a vše je aplikováno na řešení základních úloh matematické fyziky. Kapitoly 1 a 2 tvoří přípravnou část, zcela samostatná kapitola 6 je věnována teorii funkcí komplexní proměnné (z klasického hlediska) a konečně kapitola 7 pojednává o Laplaceově transformaci (z hlediska teorie distribucí) a o její aplikaci na řešení obyčejných diferenciálních rovnic.

Nejde tedy o nic zvlášť objevného; je ovšem třeba říci, že vše je vyloženo přehledně a jasně, že knížka je čtivá a že by stálo za to užít ji i u nás při výkladu některých partií vyšší matematiky: řada výsledků je podána netradičním způsobem (např. část zabývající se periodickými distribucemi), zajímavý je mj. i způsob zavedení prostoru $L^2(0, 2\pi)$.

Autor hovoří v předmluvě o tom, že je třeba skoncovat se striktním oddělováním „matematiky pro přírodovědce a inženýry" a „matematiky pro matematiky", a vtipně uvádí nezdravé jevy, které tato separace sebou přináší: „Mathematics students reverse the historical development of analysis, learning the unifying abstractions first and the examples later (if ever). Science students learn the examples as taught generations ago, missing modern insights." Zdá se, že svou knihu chápe jako příspěvek k odstranění této separace; pak však má recenzent dojem, že výklad nejde dost do hloubky i do šířky, aby mohl tvořit základ „vyšší matematiky pro matematiky". Spíše se jedná o jistou modifikovanou versi oné „matematiky pro přírodovědce a inženýry", ovšem — to je třeba zdůraznit — o versi modernější než bývá většinou u nás zvykem.

Alois Kufner, Praha

Christian Blatter: ANALYSIS I, II, III. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974. Díl I: XVI + 204 stran, 51 obr., cena 14,80 DM; díl II: XII + 180 stran, 42 obr., cena 14,80 DM; díl III: XII + 184 stran, 62 obr., cena 14,80 DM.

Jedná se o obligátní kurs matematiky, určený pro studenty matematiky a fyziky a případně i pro studenty dalších oborů. Trojdílná učebnice vznikla na základě autorových přednášek na vysokých školách ve Švýcarsku a v USA, především pak na technice v Curychu, a obsahuje látku vykládanou zhruba v prvních dvou až třech semestrech. Autor klade důraz na to, co — podle jeho názoru — budou studenti potřebovat v prvních letech studia (a co mnohým bude stačit už pro celý život); výklad je tedy tradiční, klade se např. důraz na početní techniku integrování, ale nevykládá se teorie Lebesgueova integrálu atp. Protože předběžné znalosti studentů bývají velmi rozdílné, začíná se „od samého začátku" a čtenář může „přistoupit "tam, kde to považuje za vhodné.

Obsah učebnice je patrný z názvů kapitol: 1. Základní pojmy. 2. Axiomy reálné přímky. 3. Přirozená, celá a racionální čísla. 4. Zúplnění množiny racionálních čísel. 5. Komplexní čísla a vektory. 6. Posloupnosti. 7. Řady. 8. Spojité funkce. 9. Exponenciální funkce. 10. a 11. Diferenciální počet I a II. 12. Riemannův integrál. 13. Integrální počet. 14. Integrace racionálních funkce. 15. Křivky. 16. Rovinné křivky. 17. Posloupnosti funkcí. 18. Mocninné řady. 19. Derivace funkce $f: \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^n$. 20. Vícerozměrný diferenciální počet. 21. Hlavní věty vícerozměrného diferenciálního počtu. 22. „Plochy" v $\mathbf{R}^n$. 23. Jordanova míra v $\mathbf{R}^m$. 24. Vícenásobné integrály. 25. Záměna souřadnic u vícenásobných integrálů. 26. Plochy v $\mathbf{R}^3$. 27. Vektorová pole. 28. Greenova formule pro rovinné obory. 29. Stokesova věta. 30. Gaussova věta. Jednotlivé díly přitom tvoří kapitoly 1—11, 12—20 a 21—30; každý díl obsahuje seznam označení a rejstřík, zahrnující i pojmy zavedené v předcházejících dílech.

Učebnice vychází jako svazky 151 až 153 v edici „Heidelberger Taschenbücher", tedy ve formátu skoro kapesním. Jsou přitom tištěny petitem, ale přesto působí sympatickým a přehledným dojmem. Obrázků je hodně a jsou názorné jako konečně celý výklad, hojně ilustrovaný na příkladech.

Alois Kufner, Praha

H. Elton Lacey: THE ISOMETRIC THEORY OF CLASSICAL BANACH SPACES. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974. X + 270 stran. Cena 78 DM.

Teorie Banachových prostorů je, jak známo, bohatá na příklady nejrůznějšího druhu, a právě tato mnohotvárnost způsobuje, že není snadné vytvořit vhodnou přehlednou strukturální teorii pro *obecné* Banachovy prostory. Proto se snahy o popis struktury soustřeďují na některé speciální Banachovy prostory, zkoumané z některého speciálnějšího hlediska.

V posuzované knize, která tvoří už 208. díl známé „žluté řady", je oním hlediskem izometrická teorie, použitá pro tzv. klasické Banachovy prostory, tj. — v terminologii knihy — Banachovy prostory X, jejichž duál je lineárně izometrický s některým z prostorů $L_p(\mu)$, kde μ je vhodná míra a p vhodné číslo, $1 \leqq p \leqq \infty$. Autor zde udává podmínky, které jsou nutné a postačující k tomu, aby obecný Banachův prostor X byl lineárně izometrický s nějakým klasickým Banachovým prostorem; tyto podmínky jsou formulovány pomocí předpokladů o normě prostoru X, o duálním prostoru X^* a o konečnědimenzionálních podprostorech prostoru X. Těžko říci na tomto omezeném místě více k obsahu knihy; ani názvy jednotlivých kapitol (1. — Částečně uspořádané Banachovy prostory. 2. — Některé aspekty topologie a regulární borelovské míry. 3. — Charakterizace Banachových prostorů spojitých funkcí. 4. — Klasické prostory posloupností. 5. — Věty o reprezentaci pro prostory typu $L_p(T, \Sigma, \mu, \mathbf{C})$. 6. — Charakterizace abstraktních prostorů M a L_p. 7. — L_1-preduální prostory) nepodávají ucelený obraz o obsahu knihy, nemluvě o tom, že v řadě případů by asi byly potíže s českou terminologií. Monografie je ukončena dodatkem, obsahujícím některé věty z funkcionální analýzy užívané v průběhu výkladu.

Kniha je věnována velmi speciálnímu tématu a je určena především úzkému okruhu specialistů, okruhu čtenářů dobře informovaných, a odpovídá tomu i způsob výkladu. Orientaci méně zkušeného čtenáře nepodpoří ani velice úsporný rejstřík; řada pojmů není definována vůbec (ač jsou občas zastoupeny v rejstříku), jiné (dosti důležité) jsou zaváděny „za chodu", zatím co jiným (často běžnějším) věnuje autor číslovanou definici.

Je škoda, že autor se nepokusil o zpřístupnění celé problematiky poněkud širšímu okruhu čtenářů, ale má konec konců právo na vlastní koncepci. Zdá se ovšem, že obtížný je nejen popis struktury *obecných* Banachových prostorů, ale i popis soustředěný na užší třídu prostorů.

Alois Kufner, Praha

Fritz Oberhettinger: TABLES OF MELLIN TRANSFORMS. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974. VI + 275 stran. Cena 34 DM.

Kniha obsahuje slovník vzorů a obrazů při Mellinově transformaci, tj. při transformaci typu

$$\Phi(z) = \int_0^\infty x^{z-1} \varphi(x) \, dx \,,$$

kde z je komplexní parametr. V úvodu je stručně pojednáno o některých větách z teorie této transformace a o jejím vztahu k jiným integrálním transformacím, v dodatku je seznam označení, především pak obsáhlý soupis různých speciálních funkcí.

Kniha je zájemcům k disposici v knihovně Matematického ústavu ČSAV.

Redakce

Walter Benz, VORLESUNGEN ÜBER GEOMETRIE DER ALGEBREN. (Geometrien von Möbius, Laguerre-Lie, Minkowski in einheitlicher und grundlagengeometrischer Behandlung.) Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 197; str. XII + 368; Springer-Verlag, Berlin — Heidelberg — New York 1973. Cena DM 88,—.

Je to výborná, neobyčejně zajímavá a podnětná knížka. Je psána vynikajícím, snadno srozumitelným a čtivým stylem, takže vnímavý čtenář může dobře sledovat autorovy záměry a závěry. Vycházeje z prací B. L. Wardena, L. J. Smida a B. Petkančina, kteří zhruba v druhé polovině třicátých let rozvinuli axiomatiku Möbiovy a Laguerreovy geometrie, a především opíraje se o vlastní výsledky a práce svých spolupracovníků a žáků publikovaných přibližně v posledních patnácti letech (od r. 1958) autor vynikajícím způsobem systematicky (knižně vůbec poprvé) vypracoval jednotnou algebraickou teorii geometrie kružnic — Möbiovu, Laguerreovu, Lieovu ale i Minkowského pseudoeuklidovskou — které až dosud byly prakticky studovány nezávisle na sobě, a zobecnil ji.

V krátkém úvodu autor formuluje svůj pohled na studium geometrií (některých) algeber. Aby lépe vynikly jejich vzájemné souvislosti a společné rysy, které jsou právě podkladem vybudované algebraické teorie zmíněných geometrií, autor přistupuje ke studované problematice v podstatě dvojstupňovitě; tomu odpovídá i členění textu.

V kapitole I (Klasický případ, str. 1—81) jsou ve stručné a přehledné formě shrnuty základy klasické Möbiovy, Laguerreovy, Lieovy a Minkowského pseudoeuklidovské rovinné geometrie. I když vlastním cílem této kapitoly je jen připomenout ty vlastnosti těchto geometrií, které motivují některé v dalším textu zaváděné pojmy, její zpracování představuje znamenitý úvod do výše uvedených geometrií. Čtenář se tak seznamuje se základními pojmy Möbiovy geometrie (Möbiovy kružnice, Gaussova rovina, úhel, model na kulové ploše), Laguerreovy geometrie (Laguerreovy cykly a orientované přímky, jejich vzájemný dotyk, tečná vzdálenost cyklů, izotropní úhel, cyklografický model, Blaschkův model na rotační válcové ploše, izotropní model s izotropními kružnicemi), Lieovy geometrie (Lieovy cykly a jejich vzájemný dotyk, pentacyklické souřadnice, model na kulové ploše) a Minkowského pseudoeuklidovské geometrie (pseudoeuklidovské kružnice, model na jednodílném hyperboloidu, rovnoběžnost bodů, úhel, grupově teoretický model, Beckův model v rovinné hyperbolické geometrii).

Z hlediska budování obecné teorie podstatný je analytický přístup k uvedeným geometriím. Je známo, že Möbiovu geometrii lze studovat v rámci geometrie komplexních čísel, tj. užitím reálné algebry komplexních čísel. Základní pojmy jsou pak projektivní přímka $\mathbf{P}(\mathbf{C}) := \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ nad tělesem **C** komplexních čísel a její tzv. projektivní grupa $\Gamma(\mathbf{C})$, tj. grupa prostých zobrazení $\mathbf{P}(\mathbf{C})$ na sebe, které převádějí kružnice v kružnice. Möbiovy kružnice jsou pak dány množinami $[\mathbf{P}(\mathbf{R})]^\gamma$, $\gamma \in \Gamma(\mathbf{C})$. Ukazuje se, že zcela obdobně lze přistoupit ke studiu dalších geometrií. V případě Laguerreovy (a Lieovy) popř. Minkowského geometrie vystupuje v obdobném smyslu algebra duálních čísel **D** popř. anormálních komplexních čísel **A**.

Kapitola II (Řetězy, str. 82—183) podává systematický výklad algebraických základů jednotné teorie zahrnující klasickou Möbiovu, Laguerreovu a Minkowského geometrii. Jako speciální případy obsahuje však i odpovídající geometrie těles ale i jiné geometrie, které jsou vesměs zobecněním předchozích geometrií.

Geometrie řetězů je vlastně zcela nová geometrická disciplína, která knižně nebyla dosud zpracována a nadto je u nás prakticky neznáma. Pro orientaci uvedeme proto alespoň v hrubých rysech nejdůležitější pojmy, se kterými pracuje.

Vychází se z komutativního okruhu $\mathfrak{L}$ s jednotkou (a alespoň dvěma různými prvky). Body se definují jako třídy ekvivalence tzv. přípustných párů nad $\mathfrak{L}$; množina všech bodů se nazývá projektivní přímka $\mathbf{P}(\mathfrak{L})$ nad $\mathfrak{L}$. Zavádějí se základní pojmy podložené názornými modely klasických geometrií v prvé kapitole: rovnoběžnost bodů, projektivní grupa $\Gamma(\mathfrak{L})$ prostých zobrazení množiny bodů $\mathbf{P}(\mathfrak{L})$ na sebe zachovávajících rovnoběžnost bodů. Vlastní geometrie řetězů $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ se buduje užitím $\mathfrak{K}$-algebry $\mathfrak{L}$ (komutativní s jednotkou $1_\mathfrak{L}$ nad komutativním tělesem $\mathfrak{K}$). Přitom $\mathfrak{K}$ se vnoří do $\mathfrak{L}$, tj. položí se $\mathfrak{K} . 1_\mathfrak{L} = \{k . 1_\mathfrak{L} \mid k \in \mathfrak{K}\}$; předpokládá se $\mathfrak{K} . 1_\mathfrak{L} \neq \mathfrak{L}$. Vnoří-li se vhodně projektivní přímka $\mathbf{P}(\mathfrak{K})$ do projektivní přímky $\mathbf{P}(\mathfrak{L})$, lze již zavést základní prvky geometrie řetězů: bod geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ je bod projektivní přímky $\mathbf{P}(\mathfrak{L})$, řetěz geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ se definuje jako obraz projektivní přímky $\mathbf{P}(\mathfrak{K})$, tj. vztahem $[\mathbf{P}(\mathfrak{K})]^\gamma$, $\gamma \in \Gamma(\mathfrak{L})$. Řetězové příbuznosti jsou prostá zobrazení množiny bodů geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ na sebe, která převádějí řetězy opět v řetězy; tvoří tzv. grupu automorfizmů geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$.

Významné pojmy geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ jsou dotyk dvou řetězů a harmonická čtveřice bodů. Umožňují velmi názorně geometricky charakterizovat některé geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$, v nichž prvky tělesa $\mathfrak{K}$ jsou vázány jistými vztahy. Další důležitý pojem úhlu dvou řetězů je základem pro odvození řady vět o úhlech, jejichž obdoba je známa z klasické Möbiovy geometrie, jako např. věta o obvodových úhlech, Miquelova věta a úplná Miquelova věta, ale i dalších vět týkajících se jistých $(8_3, 6_4)$-konfigurací (bodů a řetězů).

Východiskem pro roztřídění geometrií řetězů na Möbiovy, Laguerreovy a pseudoeuklidovské geometrie je relace rovnoběžnosti bodů (např. Möbiova geometrie se definuje jako geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$, v níž relace rovnoběžnosti bodů se redukuje na relaci rovnosti). Odvozují se věty charakterizující tyto geometrie (např. geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ je Möbiovou geometrií právě tehdy, je-li $\mathfrak{L}$ tělesem).

Obecná teorie geometrie řetězů $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$ se završuje existenčními větami pro jednotlivé typy geometrií. Jednak se řeší problém automorfizmů, tj. nalezení tříd geometrií $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$, v nichž řetězové příbuznosti mají jisté dané algebraické vyjádření, jednak problém fundamentální věty, tj. problém zda při izomorfních geometriích $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$, $\Sigma'(\mathfrak{K}', \mathfrak{L}')$ existuje izomorfní zobrazení okruhu $\mathfrak{L}$ na okruh $\mathfrak{L}'$, které zobrazuje také $\mathfrak{K}$ na $\mathfrak{K}'$.

III. kapitola (Kružnice a cykly, str. 184—305) je věnována axiomatické výstavbě geometrií kružnic.

Möbiovy geometrie. Základním pojmem je řetězová struktura Σ, tj. množina bodů s význačnými podmnožinami, tzv. řetězy. Zavádí se H-rovina kružnic (řetězy se pak nazývají kružnice) a užitím v. Staudtovy-Petkančinovy grupy Γ automorfizmů Σ-struktury HSP-rovina (Σ, Γ). Nalézají se podmínky, za kterých HSP-rovina je Möbiovou geometrií. Značná pozornost je věnována speciálním Σ-strukturám, a to Möbiovým rovinám (v užším slova smyslu), zvláště pak miquelovským (v nichž platí úplná Miquelova věta). Je dokazována Yi Chenova věta, totiž, že v Möbiově rovině platí úplná Miquelova věta právě tehdy, platí-li Miquelova věta. Ukazuje se souvislost miquelovských Möbiových rovin s Möbiovými geometriemi $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$. Další problematika se týká euklidovských Möbiových rovin, vztahů miquelovských Möbiových rovin k rovinným řezům kvadriky a relace kolmosti kružnic v Möbiově rovině Σ.

Lieovy geometrie. Laguerreovy a Lieovy geometrie spolu velmi těsně souvisejí (zhruba asi jako afinní a projektivní geometrie); autor se proto omezil jen na Lieovy geometrie. I když lze v nich studovat některé okruhy problémů, které vystupují i v Möbiových geometriích, podstatná část odstavce je věnována větě, která charakterizuje Lieovy geometrie nad komutativními tělesy. Čtenář se přitom podrobněji seznámí s Lieovou geometrií $\mathbf{K}^2(\mathfrak{K})$ pojatou jako vnitřní geometrie kvadriky definované maticí typu (5, 5) s hlavní diagonálou $-1, 1, 1, 1, -1$ a ostatními prvky 0 ($-1, 0, 1$ jsou prvky komutativního tělesa $\mathfrak{K}$ s charakteristikou $\neq 2$), vnořené do čtyřrozměrného projektivního prostoru $\mathbf{P}^4(\mathfrak{K})$ na tělesem $\mathfrak{K}$. Tato interpretace umožňuje vhodně a hlavně názorně definovat cykly, jejich dotyk a Lieovy transformace. Při axiomatické výstavbě Lieových rovin autor vychází z abstraktní množiny Z, jejíž prvky se nazývají cykly, a z relace dotyku dvou cyklů značené symbolem $-$. Dvojice $[Z, -]$ se nazývá Lieova rovina, jsou-li splněny jisté axiómy. Studují se pak jen určité typy Lieových rovin (tzv. svazkově homogenní) a ukazuje se jak souvisejí s Lieovými geometriemi.

Minkowského geometrie. Jejich axiomatická charakterizace se opírá o známý klasický model. V neprázdné množině $\mathbf{P}$ jsou dány dvě relace rovnoběžnosti $\|_+$ (kladná rovnoběžnost), $\|_-$ (záporná rovnoběžnost) a množina $\Pi \neq \emptyset$ podmnožin; prvky množiny $\mathbf{P}$ se nazývají body, prvky množiny Π pseudoeuklidovské kružnice. Užitím vhodných axiómů zavádí autor nejprve tzv. $(\mathbf{B})$-geometrie. Postupným připojováním dalších podmínek dostává $(\mathbf{B}^*)$-geometrie, $(\mathbf{B}^*G)$-geometrie a $(\mathbf{B}^*GS)$-geometrie. Závěr tvoří věta, že třída $(\mathbf{B}^*GS)$-geometrií splývá s třídou Minkowských geometrií $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{K} \times \mathfrak{K})$.

Kapitola IV (Systémy křivek a ploch jako řetězové geometrie, str. 306—347). Výklady v této kapitole jsou velmi zkratkovité a podávají spíše jen stručný přehled nejzákladnějších pojmů a výsledků. V reálné rovině existují právě tři geometrie systémů křivek, které jsou geometriemi řetězů; v reálném prostoru je právě pět takových geometrií G_ν, $\nu = 1, \ldots, 5$ (jednou z nich je např. geometrie $G_1 = \Sigma(\mathbf{R}, \mathfrak{L}_1)$ kde $\mathfrak{L}_1 = \mathbf{C} \times \mathbf{R}$). Autor vyšetřuje i obecné řetězové geometrie $\Sigma(\mathfrak{K}, \mathfrak{L})$; zejména studuje jejich kužele singularity (sjednocení všech maximálních ideálů okruhu $\mathfrak{L}$), grupu $\Gamma(\mathfrak{L})$ biracionálních zobrazení ve vhodně rozšířeném prostoru $\mathrm{A}^n(\mathfrak{K})$, algebraické vyjádření řetězů a problém automorfizmů pro geometrie G_ν. Spíše jako výhled do dalších možností studia je vyšetřován i případ kdy $\mathfrak{L}$ je těleso (nikoliv nutně komutativní) a $\mathfrak{K}$ pravé podtěleso (rovněž nikoliv nutně komutativní). Pro tento případ je zaveden pojem stopy (průnik všech řetězů procházejících danými třemi různými body) a jsou odvozeny její základní vlastnosti. Jako zvláštní případ je studováno těleso kvaternionů nad tělesem komplexních čísel, které popisuje geometrii kružnic a koulí ve čtyřrozměrném prostoru.

Dodatek (str. 348—350) přináší přehled základních pojmů z teorie relací, geometrických struktur a $\mathbf{G}$-invariantů.

Je velmi výhodné, že všechny užívané pojmy z algebry jsou explicitně zaváděny, a to prakticky vždy na místě, kde se jich poprvé užívá při geometrické interpretaci. Recenzentovou povinností je ovšem upozornit i na případné zápory. V tomto směru je třeba poznamenat, že v textu vystupuje poměrně dost nejrůznějších chyb vzniklých snad postupným přepisováním rukopisu (chybné citování vzorců, nejednotnost značení apod.) a sazbou. Čtenář si je jistě při pozorném čtení opraví sám. Nesrozumitelná věta na str. 295, 6. ř. zhora má správně znít „... existiert ein und nur ein

Punkt ...". Poněkud zarážející je, že v tak vynikající učebnici mohou se na doprovodných obrázcích vyskytnout hrubé chyby v zobrazovacích metodách (obr. 11, 12 a 13 — na každém z nich jsou zobrazeny kružnice v pravoúhlé axonometrii, kdežto souřadnicové osy v kosoúhlém promítání) a v nerespektování známé elementární věty, že průmět přímky plochy se dotýká zdánlivého obrysu plochy (obr. 77, 78).

Benzova učebnice nesporně zaujme každého geometra zejména svým moderním pojetím a algebraickým přístupem k problematice, která zabírá oblast u nás bohužel poměrně velmi málo pěstovanou.

Alois Urban, Praha

A. Aigner: ZAHLENTHEORIE, Walter de Gruyter, Berlin—New York, 1975, 216 strán.

Kniha svojím obsahom neprekračuje rámec elementárnej teórie čísel.

Člení sa na päť kapitol (k nim pristupuje ešte Dodatok).

Prvá kapitola obsahuje náčrt (peanovského) axiomatického zavedenia prirodzených čísel a základné poznatky o deliteľnosti v obore celých čísel (prvočísla, Euklidov algoritmus, najväčší spoločný deliteľ, najmenší spoločný násobok, dokonalé čísla, Fermatov problém).

I keď je známe od čias Euklidových, že všetkých prvočísel je nekonečne veľa, nepoznáme všetky prvočísla konkrétne. V knižke sa uvádza (pravdepodobne) najčerstvejší výsledok z r. 1972, podľa ktorého najväčším známym prvočíslom v súčasnosti je Mersennovo prvočíslo $M_{19937} = 2^{19937} - 1$ (dekadický zápis tohoto prvočísla pozostáva zo 6002 číslic). Na hľadanie Mersennových prvočísel sa používajú moderné samočinné počítače.

Druhá kapitola obsahuje základy teórie kongruencií a v tej súvislosti aj výklad základných vlastností Eulerovej funkcie φ a Möbiusovej funkcie μ.

Tretia kapitola je venovaná potenčným zvyškom. Je v nej vyložená Eulerova a Fermatova veta, teória primitívnych koreňov a indexov.

Štvrtá kapitola obsahuje výklad kvadratického zákona reciprocity s aplikáciami na vyjadriteľnosť prirodzených čísel v tvare súčtu dvoch, troch a štyroch kvadrátov celých čísel.

Piata kapitola má doplňovací charakter. Obsahuje výklad o Pellovej rovnici, o celých algebraických číslach v kvadratických telesách, o bikvadratických a kubických zvyškoch.

Dodatok obsahuje tabuľku prvočísel menších než 2000, riešenia úloh z textu knihy, zoznam literatúry a register.

Autor pre ďalšie prehĺbenie vedomostí z teórie čísel po preštudovaní knihy odporúča študovať monografiu H. Hasseho: Vorlesungen über Zahlentheorie, Berlin, 1964 a K. Prachara: Primzahlverteilung, Berlin, 1957. Uvedené autorove podnety naznačujú spôsob podania a spracovania látky v jeho knižke. V knižke ide o úvod do štúdia teórie čísel, spracovaný z algebraického zorného uhla.

Autor, ako sám hovorí v úvode knihy, snaží sa podávať látku tak, aby problémy a výsledky teórie čísel pomaly vyrastali pred očami čitateľa a on ich mohol precítiť. To nutne vedie k istej (dosť značnej) obšírnosti textu, v knižke chýba ona landauovská elegancia stručnosti pri súčasnej jasnosti výkladu. To však neznamená, že by výklad autora nebol jasný a dostatočne zrozumiteľný. Dokonca sa možno domnievať, že autorom zvolená metóda podávania látky môže nájsť mnoho priaznivcov, hlavne v radoch ľudí, ktorí dávajú prednosť vlastnému „prekúsavaniu sa" látkou pred počúvaním cudzieho výkladu. Ďalšou významnou a iste užitočnou črtou autorovho spracovania látky je jeho snaha ilustrovať poznatky z teórie čísel a ich užitočnosť na problémoch vzatých z reálneho života (napr. aplikácia teórie kongruencií na tvorbu kalendárov).

Vcelku možno knižku označiť za vhodný úvod do štúdia teórie čísel.

Tibor Šalát, Bratislava

K. Sarkadi, I. Vincze: MATHEMATICAL METHODS OF STATISTICAL QUALITY CONTROL, Akadémiai Kriadó, Budapešť, 1974. 415 stran, 60 obrázků, 44 tabulek.

Statistické metody řízení jakosti prokázaly již po dobu tří dekád významnou službu průmyslové výrobě při zlepšování úrovně i rovnoměrnosti jakosti výrobků. Nová kniha známých maďarských odborníků, vydaná v anglickém jazyku, poskytuje ve třech částech (rozdělených do devíti kapitol) matematické prostředky, nutné k řešení problémů statistické indukce, které jsou spojeny s hodnocením a řízením jakosti výrobků na základě malého počtu pozorování.

V první, úvodní části knihy (rozsah 25 stran) objasňují autoři obecně podstatu teorie pravděpodobnosti a statistických metod a jejich úlohu při řízení jakosti. Všechny teoretické pojmy (jako např. náhodný experiment, náhodný jev, náhodná proměnná, výběrový prostor) jsou přesně formulovány a jejich význam je objasněn pomocí příkladů.

Druhá část knihy (rozsah 205 stran) je věnována teoretickým základům. Struktura této části je tradiční, ale vyznačuje se značnou úsporností a přesností formulací a přitom snahou maximálního zpřístupnění výkladu. Jsou postupně probrány

1) úvodní poznatky z teorie pravděpodobnosti,
2) diskrétní a spojité náhodné proměnné a nejdůležitější rozdělení pravděpodobnosti,
3) teorie náhodného výběru, nejužívanější výběrové charakteristiky, základy pořadových charakteristik a věta Kolmogorova-Smirnova,
4) základy matematické statistiky, zejména teorie bodových a intervalových odhadů, teorie testování hypotéz včetně parametrických testů i testů dobré shody, úvod do korelační a regresní analýzy, výklad základních pojmů teorie rozhodovacích funkcí a teorie náhodných procesů. Matematické vlastnosti binomického a Poissonova procesu, procesu obnovy a Polyova procesu jsou naznačeny ve vztahu k problémům technické praxe.

Třetí část knihy (rozsah 148 stran) se zabývá aplikacemi statistických metod při řešení problémů řízení jakosti. První kapitola pojednává o významu a konkrétních metodách předběžné analýzy přesnosti výrobních procesů a jejich regulace pomocí regulačních diagramů při kontrole měřením i při kontrole srovnáváním. Podrobně jsou vyloženy metody regulace pomocí výběrového průměru a rozpětí resp. výběrového mediánu a rozpětí; jiné metody regulace při kontrole měřením jsou stručně charakterizovány s odkazem na literaturu. Další pozornost je věnována regulačním diagramům při kontrole srovnáváním a problému volby optimálního kontrolního intervalu s využitím poměrně náročných teoretických výsledků z teorie spolehlivosti.

V kapitole 2 následuje výklad klasických výběrových přejímacích postupů při kontrole srovnáváním, založených na AQL (MIL STD 105D) a kratší komentář o postupu, založeném na LTPD a AOQL (Dodge-Romig) a jiné metody. Dále je popsán přijímací postup při kontrole měřením (podle MIL STD 414) a sekvenční postup při kontrole srovnáváním i měřením, včetně jeho aplikace při ověření hypotéz o životnosti výrobků s exponenciálním rozdělením doby do poruchy.

Poslední kapitola knihy obsahuje stručnou, ale výstižnou charakteristiku hlavních poznatků matematické teorie spolehlivosti neopravovaných i opravovaných prvků a soustav.

Celá kniha je bohátě dokumentována odkazy na literaturu (50 knižních publikací, 86 článků v časopisech, 13 publikací tabulek a 9 norem). Kromě četných tabulek v textu, obsahujících součinitele a kritické hodnoty pro statistickou regulaci a přejímku má dodatek knihy dvanáct základních statistických tabulek, z nichž některé jsou jen zřídka kdy publikovány.

Při značné typografické náročnosti textu není počet tiskových chyb velký. Ve většině případů čtenář provede opravu sám z logického sledu textu. Upozorňujeme pouze na chybějící označení pro absolutní hodnotu v prvním vzorci na str. 110, na nutnost změnit nerovnosti $\geqq$ a $<$ po výběrové funkci $t(X)$ ve vzorci pro rozhodovací funkci $d(X)$ na str. 206, na potřebu změnit Σ_1 na Σ_i na str. 221 a na zřejmou nutnost změnit označení ve sloupci 5 v obr. 39 na str. 246 z $\bar{x}$ na Σx (sloupec pro x chybí). Po věcné stránce došlo bohužel k několika vážnějším chybám, které mohou čtenáře nestatistika desorientovat. Je to např. na str. 174 nesprávné označení počtu stupňů volnosti při použití rozdělení χ^2 u Bartlettova testu (místo $(n - r)$ má být $(r - 1)$). Dále je to na str. 244 a 250 nedostatečné rozlišení mezi součiniteli D_1, D_2 a D_3, D_4. Vzorce pro horní a dolní regulační meze pro výběrové rozpětí na str. 244 měly by mít tvar

$$UCL_R = D_2\sigma = D_4\bar{R}\,,$$

$$LCL_R = D_1\sigma = D_3\bar{R}\,,$$

přičemž v dalším textu patří všude D_3, D_4 místo D_1, D_2. Konečně je nutno upozornit, že hodnoty součinitele F v tab. 9 na str. 244 pro výpočet regulačních mezí metodou výběrového mediánu pro sudé $n = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ by měly být $F = 2{,}18$, $0{,}90$, $0{,}61$, $0{,}47$, $0{,}39$, $0{,}34$; pro liché n, což v praxi při této metodě je obvyklé, jsou uvedené hodnoty správné.

Závěrem je možno konstatovat, že tato kniha na rozdíl od většiny publikací z oboru statistických metod kontroly a řízení jakosti se vyznačuje unikátní kombinací přesnosti formulace matematických základů teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky a jasnosti výkladu velkého počtu příkladů z technické praxe. Mimo to je doplněna řadou méně známých postupů a poznatků zejména z oblasti neparametrických metod. Proto lze ji doporučit nejen inženýrům a technikům, kteří hledají přístupný a přitom přesný výklad teoretických základů statistických metod řízení jakosti, ale též matematikům, kteří se zajímají o technické aplikace matematiky.

Anežka Žaludová, Praha

J. Dixmier: ALGÈBRES ENVELOPPANTES. Cahiers scientifiques, fasc. XXXVII. Gauthier-Villars, Paris—Bruxelles—Montréal, 1974. Str. 349, cena 150 F.

Nechť g je Lieova algebra, $T^n = g \otimes \ldots \otimes g$ (n-krát) a $T = T^0 \oplus T^1 \oplus \ldots$; násobení v T buď obyčejné násobení tensorů. Nechť $J \subset T$ je ideál, generovaný tensory tvaru $x \otimes y - y \otimes \otimes x - [x, y]$ pro $x, y \in g$. Potom $U(g) = T/J$ se nazývá obalující algebrou Lieovy algebry g. Obalující algebry jsou důležité z toho důvodu, že studium representací algebry g se jejich pomocí převádí na studium asociativního případu. Po standardním úvodu do teorie Lieových algeber a jejich representací jsou uvedeny první výsledky o struktuře obalujících algeber a přechází se ke studiu center v $U(g)$ a hlavně k rozsáhlému systematickému studiu prvoideálů v $U(g)$. Kniha shrnuje nejnovější výsledky. Každá kapitola je doplněna podrobnými bibliografickými poznámkami a cvičeními, je uvedena i řada neřešených problémů.

Alois Švec, Olomouc

B. Schoeneberg: ELLIPTIC MODULAR FUNCTIONS. Grundlehren der math. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 203. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1974. Str. VIII + 232, cena 68,— DM.

Nechť C, Z, Q jsou postupně komplexní, celá, racionální čísla, $C^* = C \cup \{\infty\}$. Nechť $H \subset C$ je horní otevřená polorovina a $H^* = H \cup Q \cup \{i\infty\}$. Homogenní modulární grupa Γ je grupa transformací $x' = ax + by$, $y' = cx + dy$, kde $a, \ldots, d \in Z$, $ad - bc = 1$; Γ vede k nehomogenní modulární grupě $\bar{\Gamma}$ transformací $z \to (az + b)/(cz + d)$. Množina $F \subset H^*$ se nazývá fundamentální množinou grupy Γ, jestliže F obsahuje právě jediný bod z každé třídy bodů v H^*, ekvivalentních při $\bar{\Gamma}$; množina F' se nazývá fundamentální oblastí, jestliže obsahuje fundamentální množinu a z $\tau \in F'$, $S(\tau) \in F'$ pro id. $\neq S \in \bar{\Gamma}$ plyne, že τ je hraniční bod množiny F'. První kapitola se zabývá konstrukcí fundamentálních oblastí.

Zobrazení $f: H^* \to C^*$ se nazývá modulární funkcí, jestliže: (a) f je meromorfní v H, (b) $f(A(\tau)) = f(\tau)$ pro $A \in \Gamma$, $\tau \in H^*$, (c) existuje $a > 0$ tak, že pro $\operatorname{Im} \tau > a$ má $f(\tau)$ rozvoj tvaru $f(\tau) = \Sigma_{\nu \geqq h} b_\nu \exp(2\pi i \nu \tau)$, $h \in Z$, $b_h \neq 0$. Hlavní věta tvrdí, že modulární funkce tvoří těleso, isomorfní s $C(J)$, kde J je jistá modulární funkce (tzv. absolutní modulární invariant).

Funkce dvou komplexních čísel ω_1, ω_2 s $\omega_1\omega_2^{-1} \in H$ s komplexními hodnotami se nazývá homogenní modulární formou dimense $-k \in Z$, jestliže: (a) $h(\lambda\omega_1, \lambda\omega_2) = \lambda^{-k} h(\omega_1, \omega_2)$ pro $0 \neq \lambda \in C$; (b) $h(a\mathbf{B}_1 + b\mathbf{B}_2, c\mathbf{B}_1 + d\mathbf{B}_2) = h(\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2)$ pro $a, \ldots, d \in Z$, $ad - bc = 1$; (c) $h(\tau, 1)$ je holomorfní s vyjímkou pólů v $\operatorname{Im} \tau > 0$; (d) v okolí $\{\tau; \operatorname{Im} \tau > \alpha\}$ bodu $i\infty$ máme rozvoj $h(\tau, 1) = \Sigma_{\nu \geqq \mu} b_\nu \exp(2\pi i\tau\nu)$. Funkce $f(\tau)$ se nazývá nehomogenní modulární forma, jestliže $\omega_2^{-k} f(\omega_1\omega_2^{-1})$ je homogenní modulární forma. f se nazývá celistvá, jestliže je holomorfní v H a v rozvoji $f(\tau) = \Sigma_{\nu \geqq \mu} b_\nu \exp(2\pi i\nu\tau)$ máme $\mu \geqq 0$, $b_\mu \neq 0$; h je celistvá, jestliže $h(\tau, 1) = \omega_2^{-k} h(\omega_1, \omega_2)$ je celistvá. Ukazuje se, že neexistují modulární formy liché dimense a celistvé modulární formy dimense positivní nebo -2. Vektorový prostor celistvých modulárních forem dimense $-k \equiv 0 \bmod 2$ má C-dimensi $[12^{-1}k]$ pro $k \equiv 2 \bmod 12$ a $[12^{-1}k] + 1$ v ostatních případech.

Třetí kapitola se zabývá Eisensteinovými řadami, tj. řadami typu $G^k(\omega_1, \omega_2) = \Sigma(m_1\omega_1 + m_2\omega_2)^{-k}$, kde $k \in Z$, $k \equiv 0 \bmod 2$, $k > 2$, $\operatorname{Im}(\omega_1\omega_2^{-1}) > 0$ a sčítá se přes $(0, 0) \neq (m_1, m_2) \in Z \times Z$. Pro $k \geqq 4$ je Eisensteinova řada vždy homogenní celistvou modulární formou dimense $-k$.

Obsah následujících kapitol není možno popsat explicitně. Vychází se zde z podgrupy $\Gamma_1 \subset \Gamma$ konečného indexu a zcela obdobně se definují fundamentální oblasti a modulární formy pro Γ. Ukáže se, že $R = H^*/\Gamma_1$ je Riemannova plocha a dimense prostoru celistvých modulárních forem dimense $-k$ se (pomocí Riemannovy-Rochovy věty) sváže s rodem plochy R. Nyní se podrobně studují příslušná zobecnění předchozích kapitol.

Kniha je založena na výsledcích E. Heckeho, obsahuje však mnoho dalších výsledků.

Alois Švec, Olomouc

J. Dieudonné: ELÉMENTS D'ANALYSE, t. V, chap. XXI. Cahiers scientifiques, fasc. XXXVIII. Gauthier-Villars, Paris—Bruxelles—Montréal, 1975. Str. XV + 208, cena 125 F.

Obsah této kapitoly, jejíž název je Lieovy kompaktní a polojednoduché grupy, je dán názvy jednotlivých paragrafů: 1. Unitární spojité representace lokálně kompaktních grup. 2. Hilbertova algebra kompaktní grupy. 3. Charaktery kompaktní grupy. 4. Unitární spojité representace kompaktních grup. 5. Bilineární invariantní formy; Kllingova forma. 6. Polojednoduché Lieovy grupy; kritéria polojednoduchosti Lieovy kompaktní grupy. 7. Maximální tory souvislé kompaktní Lieovy grupy. 8. Kořeny a skoro jednoduché podgrupy hodnosti jedna. 9. Lineární representace grupy SU(2). 10. Vlastnosti kořenů polojednoduché kompaktní grupy. 11. Base systému kořenů. 12. Příklady: klasické kompaktní grupy. 13. Lineární representace kompaktních souvislých Lieových grup. 14. Anti-invariantní elementy. 15. Formule H. Weyla. 16. Centrum, fundamentální grupa a ireducibilní representace kompaktních souvislých polojednoduchých grup. 17. Komplexifikace kompaktních souvislých polojednoduchých grup. 18. Reálné formy komplexifikací kompaktních souvislých polojednoduchých grup a symetrické prostory. 19. Kořeny polojednoduché komplexní Lieovy algebry. 20. Weylovy base. 21. Iwasawův rozklad. 22. Kriterium řešitelnosti E. Cartana. 23. Věta E. E. Leviho.

Materiál je tedy celkem standardní, rozdíl je však v podání. Vychází se z globálního pojetí, kdy Lieovy algebry jsou jen prostředkem při vedení důkazů. Riemannova geometrie kompaktních souvislých Lieových grup umožňuje přímé studium maximálních torů, které jsou přirozenějším objektem než obvykle užívané Cartanovy podalgebry. Také všechny „záhadné“ vlastnosti kořenů a vah vycházejí přirozeněji z obecných vlastností lineárních representací kompaktních grup. Každý paragraf je doplněn velkým počtem cvičení.

Alois Švec, Olomouc

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 101 (1976), Praha

ZPRÁVY

70 ROKOV PROF. RNDR. JOSEFA KOROUSA, DRSC.

FRANTIŠEK PÚCHOVSKÝ, Žilina

Dňa 7. februára 1976 sa dožíva sedemdesiatich rokov významný československý matematik RNDr. JOSEF KOROUS, doktor fyzikálno-matematických vied, profesor Vysokej školy dopravnej v Žiline.

Článok obsahujúci jeho životopis a zhodnotenie jeho diela až do jeho 60. rokov, ktorého autorom je doc. RNDr. Karel Šindelář, CSc., bol uverejnený v tomto časopise v r. 1966 (roč. *91*, str. 113–117).

V roku 1966 odišiel prof. Korous na novo založenú přírodovedeckú fakultu Šafárikovej univerzity v Košiciach, kde vybudoval katedru matematickej analýzy. Odtiaľ – po krátkom pôsobení na strojnej fakulte ČVUT v Prahe – sa vrátil v roku 1970 na Vysokú školu dopravnú v Žiline, kde pôsobí doteraz.

Prof. Korous úspešne plní svoje pedagogické, politicko-výchovné a vedecké úlohy. Je školiteľom vedeckých ašpirantov, ktorým sa obetavo venuje. Mnohí z nich už dosiahli vedeckých hodností.

Ťažisko jeho vedeckej práce je aj naďalej v teórii ortogonálnych polynómov, Fourierových radov a okrajových poblémov diferenciálnych rovníc. Do tlače pripravil dve monografi *On generalisation of classical orthogonal polynomials* a *On general orthogonal polynomials.* V prvej z nich m.i. pojednáva jednak o poly-