

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1976

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0101|log34

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Tyto axiomy se zpravidla doplňují požadavkem lokální souvislosti prostoru X . S ohledem na výše citovaný výsledek N. Boboca, C. Constantinescu a A. Cornea přirozeně vzniká otázka (kterou na semináři z matematické analýzy formuloval J. Lukeš), zda souvislý prostor X opatřený nedegenerovaným harmonickým svazkem splňujícím axiom báze a Brelotův konvergenční axiom je již nutně lokálně souvislý. Poznamenejme při této příležitosti, že v knize [4] je požadavek lokální souvislosti prostoru X při definici Brelotova harmonického prostoru opominut, i když se v dalším výkladu jeho lokální souvislosti využívá; tato okolnost vzbuzuje dojem, že odpověď na právě zmíněnou otázku by mohla být kladná. Následující jednoduchý příklad však ukazuje, že tomu tak není a že v definici Brelotova prostoru je třeba lokální souvislost zvlášť požadovat.

Příklad. Položme $S = \{[x, y]; x > 0, y = \sin(1/x)\}$ a definujme na S funkci

$$s : [x, y] \mapsto \int_{1/\pi}^x \sqrt{(1 + x^{-4} \cos^2 x^{-1})} dx,$$

jejíž hodnotou v bodě $[x, y]$ je orientovaná délka grafu funkce $y = \sin(1/x)$ mezi úsečkou $1/\pi$ a úsečkou x (tuto délku měříme záporně v případě $x < 1/\pi$). Položme $X_0 = \{0\} \times (-1, 1)$ a nechť $X = X_0 \cup S$; na prostoru X uvažujme topologii indukovanou z roviny. Pro každou otevřenou množinu $U \subset X$ označme symbolem $\mathcal{H}(U)$ třídu všech spojitých reálných funkcí h na U s následující vlastností:

Ke každé komponentě D množiny $U \cap S$ existují reálné konstanty k_1, k_2 tak, že $h = k_1 + k_2 s$ na D .

Není obtížné nahlédnout, že $\mathcal{H} : U \mapsto \mathcal{H}(U)$ je harmonický svazek na X , jenž je nedegenerovaný v každém bodě prostoru X (poznamenejme, že konstantní funkce na X patří do $\mathcal{H}(X)$). Snadno se též zjistí, že $\mathcal{H}$ -regulární množiny tvoří bázi topologie X . Je-li D libovolná otevřená souvislá množina v prostoru X , pak v případě $D \cap X_0 \neq \emptyset$ sestává $\mathcal{H}(D)$ jedině z konstantních funkcí a Brelotův konvergenční axiom je pro D splněn; v případě $D \subset S$ je tento konvergenční axiom rovněž splněn, neboť funkce z $\mathcal{H}(D)$ jsou pak lineární v s . Prostor X je přitom souvislý, ale nikoli lokálně souvislý.

Literatura

- [1] N. Boboc, C. Constantinescu, A. Cornea: Axiomatic theory of harmonic functions. Non-negative superharmonic functions. Annales de l'Institut Fourier Grenoble XV (1965), 283–312.
- [2] M. Brelot: Extension axiomatique des fonctions sous-harmoniques I. C.R. Acad. Sci. Paris 246 (1958), 2709–2712.
- [3] C. Constantinescu, A. Cornea: Potential theory on harmonic spaces. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972.
- [4] N. du Plessis: An introduction to potential theory. Oliver & Boyd, Edinburgh 1970.

Adresa autora: 115 67 Praha 1, Žitná 25 (Matematický ústav ČSAV).