přímo. Volme $A = \{o, \omega_3\}$, pak $A^\perp = \{o, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ a atom $C = \{o, \omega_1\}$. Platí $\{o, \omega_3\} \vee \{o, \omega_4\} = \{o, \omega_3, \omega_4\}$, $\{o, \omega_3\} \vee \{o, \omega_5\} = \{o, \omega_3, \omega_5\}$, $\{o, \omega_3\} \vee \vee \{o, \omega_6\} = \{o, \omega_3, \omega_6\}$ a C neleží pod žádným z těchto spojení. Najdeme podle věty 2.8 minimální prvek $A_0 \subset A$ a minimální prvek $B_0 \subset A^\perp$ tak, aby $C \subset A_0 \vee \vee B_0$. Platí $A_0 = (C \vee A^\perp) \cap A = \{o, \omega_3\}$, $B_0 = (C \vee A) \cap A^\perp = \{o, \omega_4, \omega_5\}$. Potom $A_0 \vee B_0 = \{o, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$. Je rovněž patrno, že B_0 není atom v $\mathscr{S}$.

Formulujme následující axiom.

Axiom V. Buď dáno $(\Omega, \perp)$, $\mathscr{S} = (S, \subset, \Omega, \perp)$. Buď $A \in S$, $\{o\} \neq A \neq \Omega$; nechť $x \in \Omega$, $x \notin A$, $x \notin A^\perp$. Potom existují atomy A_1, A_2 v $\mathscr{S}$, $A_1 \subset A$, $A_2 \subset A^\perp$ tak, že $x \in A_1 \vee A_2$.

Svaz $\mathscr{S}$ z příkladu 3.16 nesplňuje axiom V. Splňuje-li však svaz $\mathscr{S} = (S, \subset, \Omega, \perp)$ asiom A i axiom V, na základě věty 3.12 je *AV*-svazem; je-li ortomodulární, je podle věty 2.12 též *AC*-svazem. Svaz $\mathscr{S}$ uzavřených konvexních kuželů s vrcholem v počátku v Hilbertově prostoru splňuje axiom V. Atomy A_1, A_2 z axiomu V však nejsou jednoznačně určeny ($\mathscr{S}$ není ortomodulární). Rovněž svaz $\mathscr{S}$ (uzavřených) podprostorů Hilbertova prostoru splňuje axiom V. Atomy A_1, A_2 z axiomu V jsou určeny jednoznačně ($\mathscr{S}$ je ortomodulární).

Je zřejmé, že řadu tvrzení z odstavce 2. lze pomocí věty 3.12 a axiomů A a V snadno přeformulovat. Např. platí (nutná podmínka ortomodularity svazu $\mathscr{S}$):

3.17. Věta. *Buď dáno $(\Omega, \perp)$, svaz $\mathscr{S} = (S, \subset, \Omega, \perp)$ nechť splňuje axiom* A. *Je-li $\mathscr{S}$ ortomodulární svaz, $\{o\} \neq A \in S$, A není atom v $\mathscr{S}$, pak k libovolnému $x \in A$, $x \neq o$ existuje $y \in A$, $y \neq o$ tak, že $x \perp y$.*

Důkaz. Pro $x \in A$, $x \neq o$ platí $\{x\}^{\perp\perp} \subset A$. Kdyby $\{x\}^\perp \cap A = \{o\}$, bylo by $\{x\}^{\perp\perp} = A$, tedy A by byl atom v $\mathscr{S}$. Existuje proto $y \in \{x\}^\perp \cap A$, $y \neq o$, tedy $y \in A$, $y \in \{x\}^\perp$, tedy $x \perp y$.

Na základě uvedených výsledků je zřejmá následující věta (nutná a postačující podmínka ortomodularity svazu $\mathscr{S}$).

3.18. Věta. *Buď dáno $(\Omega, \perp)$, svaz $\mathscr{S} = (S, \subset, \Omega, \perp)$ nechť splňuje axiom* A. *Pak $\mathscr{S}$ je ortomodulární tehdy a jen tehdy, když pro libovolné $A, B \in S$, $\{o\} \neq A \subset \subset B$ platí: Existují po dvou ortogonální prvky $x_i \in \Omega$ pro $i \in I$ tak, že $A = \bigvee_{i \in I} \{x_i\}^{\perp\perp}$ a po dvou ortogonální prvky $y_j \in \Omega$ pro $j \in J$takové, že $x_i \perp y_j$ pro všechna $i \in I$, $j \in J$ tak, že $B = \bigvee_{i \in I} \{x_i\}^{\perp\perp} \vee \bigvee_{j \in J} \{y_j\}^{\perp\perp}$.*

Literatura

[1] *Havrda J.:* K zobecnění pojmu projektor, Čas. pěst. mat., roč. *98* (1973), Praha, 265—268.

[2] *Maeda F., Maeda S.:* Theory of Symmetric Lattices, Springer-Verlag, Berlin 1970.

Adresa autora: 166 27 Praha 6 - Dejvice, Suchbátarova 2 (katedra matematiky FEL ČVUT).