STRUČNÉ CHARAKTERISTIKY ČLÁNKŮ OTIŠTĚNÝCH V TOMTO ČÍSLE V CIZÍM JAZYKU

MIROSLAV SOVA, Praha: *On the Timoshenko type equations.* (O rovnicích Timošenkova typu.)

V práci jsou studovány abstraktní evoluční rovnice, které zahrnují jisté klasické rovnice mechaniky (např. Timošenkovy parciální diferenciální rovnice pro příčné kmity tyčí). Tyto rovnice jsou čtvrtého řádu jak v prostorové proměnné tak i v závislosti na čase.

MIROSLAV BARTUŠEK, Brno: *On asymptotic behaviour of central dispersions of linear differential equations of the second order.* (O asymptotickém chování centrálních dispersí lineární diferenciální rovnice druhého řádu.

Práce se zabývá rozložením kořenů netriviálních řešení oscilatorické diferenciální rovnice $y'' = q(t)\,y$, $q \in C^0[a, b)$, $b \leqq \infty$, které je charakterizováno základní centrální dispersí prvního druhu φ. Za jistých předpokladů o nosiči q je odvozen první člen asymptotického rozvoje derivací disperse φ.

KRISTÍNA SMÍTALOVÁ, Bratislava: *Existence of solutions of functional-differential equations.* (Existencia riešení funkcionálne-diferenciálnych rovníc.)

V článku sa zkúma funkcionálne-diferenciálna rovnica $y'(t) = f(t, y)$, pričom $f: R \times C_n \to R_n$ je funkcionál spojitý v prvej premennej, R je množina reálnych čísel a C_n trieda spojitých zobrazení z R do n-dimensionálneho euklidovského priestoru R_n. Hlavným výsledkom článku je veta, ktorá je všeobecnejšia než výsledky Ju. A. Rjabova, ktoré sa týkajú existencie riešení lineárnej resp. slabo nelineárnej rovnice s malým oneskorením.

MICHAL ČVERČKO, Košice: *On some boundary value problems for nonlinear fourth order ordinary differential equations.* (O niektorých okrajových úlohách pre nelineárne diferenciálne rovnice štvrtého rádu.)

Článok obsahuje tri teorémy o vzťahu medzi existenciou riešení nelineárnej diferenciálnej rovnice štvrtého rádu vyhovujúcich špeciálnym okrajovým podmienkam vo dvoch a troch bodoch a existenciou riešení istých diferenciálnych nerovníc. Používa sa metóda G. A. Klaasena.

SVATOPLUK FUČÍK, Praha, JEAN MAWHIN, Louvain-la-Neuve: *Periodic solutions of some nonlinear differential equations of higher order.* (Periodická řešení některých nelineárních diferenciálních rovnic vyšších řádů.)

Splňují-li funkce F a g a konstantní matice $A_1, \ldots, A_{2k-1}$ jisté (dosti obecné) předpoklady, pak je v článku dokázáno, že vektorová rovnice (E) $-(-1)^k x^{(2k)}(t) + A_1 x^{(2k-1)}(t) + \ldots \ldots + A_{2k-1} x'(t) + (\mathrm{d}/\mathrm{d}t)\,[\operatorname{grad} F(x(t))] + g(x(t)) = p(t)$ má alespoň jedno periodické řešení. Ve skalárním případě jsou dokázány nutné a postačující podmínky, které musí splňovat p, aby rovnice (E) měla alespoň jedno periodické řešení.

IVAN KOLÁŘ, Brno: *A generalization of the torsion form.* (Jedno zobecnění torsní formy.)

Torsní forma konexe na první jetové prolongaci libovolného hlavního fibrovaného prostoru se zavádí jako vnější kovariantní derivace příslušné kanonické formy. Odvozují se některé věty, které zobecňují případ lineárné konexe, a naznačuje se, jak lze tyto výsledky použít při studiu lineárních konexí vyššího řádu.

RECENSE

H. J. Ryser: MATHÉMATIQUES COMBINATOIRES (Kombinatorická matematika). Vydalo nakladatelství Dunod, Paříž 1969; 174 stran.

Jde o francouzský překlad anglického originálu Combinatorial Mathematics, který vyšel v USA již v r. 1963. Naši čtenáři měli ostatně příležitost se s Ryserovou knížkou seznámit prostřednictvím ruského překladu (Г. Дж. Райзер: Комбинаторная математика; Москва 1966). Stačí tedy snad jen stručně připomenout, že jde o poměrně útlou, leč obsažnou monografii o základních pojmech kombinatoriky, v níž se probírají mj. Ramseyova věta, systémy representantů, matice nul a jedniček, latinské čtverce, bloková schémata aj.

Vzhledem k hutnému stylu, jímž je knížka psána, vyžaduje její četba již určitou zkušenost se studiem matematických textů; rozhodně to není populární brožurka o kombinatorice. Knížku však lze bez váhání doporučit všem seriózním zájemcům o tuto dnes stále významnější matematickou disciplínu.

Ze srovnání obou překladů se zdá, že ruský překlad byl pořízen pečlivěji: obsahuje podstatně více vysvětlujících a doplňujících poznámek překladatele, který také opravil chybné znění věty 4.3 v první kapitole, jež ve francouzském překladu zůstalo zachováno. Číslování stránek v rejstříku symbolů ve francouzském překladu nesouhlasí s vlastním textem.

František Zítek, Praha

K. P. Hadeler: MATHEMATIK FÜR BIOLOGEN. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1974. X + 234 stran, cena DM 14,80.

Titul knihy dostatečně charakterisuje její účel. Dodejme jen, že pod slovem matematika se v ní rozumí matematika klasická, bez vztahu k oborům výpočtové techniky a téměř bez vztahu k numerickým metodám.

Kniha obsahuje 77 odstavců, v nichž je probrána matematika od množin přes algebru, diferenciální a integrální počet až ke statistice. Odstavce nejsou seskupeny v nějaké vyšší části knihy. To působí sice poněkud nezvykle, neboť čtenář se v knize těžko orientuje; čte-li ji však od začátku, zjistí brzy důvod tohoto uspořádání: kniha není encyklopedií, ke které by se měl biolog obrátit, aby vyhledal vzorec či algoritmus, když má potíže s nějakým matematickým problémem, nýbrž je to učebnice, pomocí níž se má biolog-nematematik rychle vpravit do metody matematické abstrakce a jejího použití. Důraz knihy je tedy kladen na to, aby inteligentní čtenář získal jistou zběhlost v obecných vztazích matematiky (tj. v logických závislostech mezi jejími pojmy a metodami); tato zběhlost by mu měla postačit na to, aby ty partie, které v knize nejsou a které bude později potřebovat, mohl z literatury nastudovat tak, aby jim porozuměl (to je tedy více než pouhé přejímání výsledků matematiky bez znalosti jejich odůvodnění).

Lze tvrdit, že uvedený cíl se autorovi knihy podařil. Jestliže k tomu potřeboval jen o málo více než 200 stran malého formátu, je to tím, že použil efektivní pedagogické metody, kterou lze charakterizovat dvěma hlavními rysy:

1. Stupeň matematické abstrakce nevyžaduje kroky, neúměrné schopnostem inteligentního vysokoškoláka: např. kompaktní množina se definuje jen pro E_n, a to jako omezená a současně

uzavřená. Definice pro účely knihy stačí, čtenář zažije dostatečně pojem kompaktnosti na materiálu, který je pro něho běžný, a později, bude-li to potřebovat, pochopí již snadněji obecnou definici kompaktní množiny, jak se formuluje v topologii, včetně jejího důsledku, z něhož plyne definice, uvedená v knize.

2. Jednota logického uspořádání matematiky se fixuje ve vědomí čtenáře tak, že se matematika zbytečně nedělí na části (disciplíny), jejichž souvislosti by byly pro nematematika dosti vzdálené. Zde tedy vidíme důvod toho, proč je nejvyšší dělení knihy na 77 odstavců. Avšak celá věc je dovedena do krajnosti včetně pedagogického účinku: vztahy mezi dostavci totiž porušují ustálené dělení matematiky a navazují na psychologii biologa; např. po odstavcích o derivacích a integrálech následují odstavce o komplexních číslech a polynomech, pak odstavce z lineární algebry, po nich následuje výklad interpolace, základy statistické dynamiky a pak teprve jsou odstavce, věnované diferenciálním rovnicím. Tak je biolog informován o vztazích mezi obory matematiky, kterých může později využít a které by v tradiční učebnici matematiky nenašel.

Tato dobrá stránka knihy je zesílena uspořádáním příkladů z aplikací v biologii: setkáme se s jejich posloupností, jejíž členy tu a tam tvoří odstavec knihy; stejná biologická realita je v nich zobrazena nejprve na model finitní (deterministický), pak na model spojitý a na konec na model stochastický. Čtenář tak poznává i to, jak s množstvím nastudované matematické látky roste i jeho schopnost popsat věrněji biologické jevy. Poznamenejme, že příkladů je v knize málo, avšak vedou čtenáře k poznání, že by měl matematiku aplikovat tam, kde je to třeba (a ne pouze tam, kde už to aplikují jiní; tento zlozvyk je dnes rozšířen v mnohých oborech, které matematiku aplikují).

Kniha má tedy vysokou pedagogickou úroveň, neboť naučí biology matematice a ne mluvení o matematice. Této úrovni odpovídá i úroveň odborně-matematická; látka neobsahuje žádné chyby proti logice nebo proti ustálené terminologii. Důkazy jsou většinou řádně provedeny, kromě některých, které překračují rámec schopností potenciálního čtenáře: ty jsou pak vypuštěny úplně, takže čtenář pozná, že je má hledat v příslušné odborné literatuře. Matematická úroveň je slabě narušena tím, že v knize není jediná zmínka o existenci a využití počítačů a numerické metody jsou uvedeny v minimálním počtu; i když je třeba pochopit, že jinak by se kniha příliš přetížila a její pedagogický účinek by se zeslabil, bylo by snad vhodné učinit odkaz na nějakou knihu o samočinných počítačích a zmínit se o existenci většího počtu numerických metod: čtenář nematematik může totiž z knihy snadno získat názor, že numerické metody existují jen pro řešení lineárních a diferenciálních rovnic.

Přesto že je kniha určena pro biology, může dobře sloužit jako opravdový úvod do vyšší matematiky i pro ekonomy, lékaře a odborníky v humanitních oborech, kteří chtějí vniknout do matematiky. Většina uvedených aplikací je totiž pochopitelná i těm vysokoškolákům, kteří nejsou biology, ba dokonce lze říci, že by v jejich oboru bylo možno najít jevy, které jsou s jevy biologickými, uvedenými v příkladech aplikací, isomorfní.

Evžen Kindler, Praha

J. Stoer: EINFÜHRUNG IN DIE NUMERISCHE MATHEMATIK I. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1972, stran 250, cena DM 14.80. (Heidelberger Taschenbücher sv. 105.)

J. Stoer, R. Bulirsch: EINFÜHRUNG IN DIE NUMERISCHE MATHEMATIK II. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973, stran 286, cena DM 14.80. (Heidelberger Taschenbücher sv. 114.)

Dvojdílná učebnice západoněmeckých autorů, známých především svými pracemi v oblasti extrapolačních metod, je napsána — jak se zdůrazňuje v jejím podtitulku — s přihlédnutím k přednáškám F. L. Bauera, známého mnichovského badatele a pedagoga, které „ovlivnily ducha a obsah" celé knihy. Zahrnuje v sobě zhruba látku dvousemestrální přednášky o numerické matematice, jak ji jeden z autorů, J. Stoer, v posledních letech přednášel na západoněmeckých vysokých školách. Kniha tak výběrem a uspořádáním materiálu umožňuje čtenáři, aby si učinil přehled o současných metodách a směrech bádání v západoněmecké numerické matematice, nebo alespoň ve škole ovlivňované F. L. Bauerem.

Přesto, že se tu jedná o úvod do problematiky, nemá kniha nikterak elementární charakter. Obsahuje spoustu materiálu, vykládaného často do značné hloubky a přitom zhuštěně. Výklad i obsah knihy jsou zcela moderní; autoři vcelku vyváženě vykládají jak teoretické základy problémů a metod numerické matematiky, tak problematiku spojenou s řešením praktických úloh na samočinném počítači. Ostatně: z metod numerické matematiky se zabývají převážně těmi, které se nechají na samočinných počítačích snadno realizovat, a kladou velkou váhu na algoritmický popis takových metod (kritické části algoritmů jsou často popsány v Algolu 60). Tam, kde pro řešení dané úlohy připadá v úvahu více metod, snaží se autoři tyto metody vzájemně porovnat co do jejich praktické upotřebitelnosti a upozorňují zároveň na meze, v nichž jsou použitelné. Při tom berou ohled nejen na počet operací, rychlost konvergence atp., nýbrž kladou důraz zejména na numerickou stabilitu metod.

Četné příklady a velký počet cvičení výborně ilustrují numerické a teoretické vlastnosti zkoumaných metod a umožňují čtenáři, aby si sám učinil názor na jejich vlastnosti.

Obsah obou dílů je rozdělen do osmi kapitol; první díl obsahuje kapitoly 1—5, druhý díl kapitoly 6—8.

Úvodní kapitola o analýze chyb má v celé knize zvláštní postavení: zavádějí a upřesňují se v ní pojmy numerické stability a „dobrého chování" (Gutartigkeit) algoritmů, které jsou podle autorů centrálními pojmy celé numerické matematiky, a na obsáhlém materiálu se demonstruje důležitost těchto pojmů.

Druhá kapitola pojednává o interpolaci. Kromě interpolace polynomem a racionální funkcí je zde zahrnuta interpolace trigonometrická (mj. „rychlá Fourierova transformace" Cooleye a Tukeye) a interpolace pomocí spline-funkcí. Kapitola 3 popisuje metody pro přibližný výpočet integrálu. Kromě klasického materiálu jsou zde obsáhle probírány extrapolační metody.

V kapitole 4 se autor zabývá řešením soustav lineárních algebraických rovnic. Obsahově se výrazně opírá o práce Wilkinsona & spol. Podrobně je probrána analýza chyb. Značná část této kapitoly je věnována také vyrovnávacímu počtu. Pátá kapitola popisuje iterační metody pro přibližné řešení (nelineárních) algebraických a transcendentních rovnic. Autor zde mj. uvádí obecnou Newtonovu metodu v n-rozměrném euklidovském prostoru. Kapitola 6, kterou začíná druhý díl učebnice, pojednává o metodách pro výpočet vlastních čísel a vlastních vektorů. Obsah je založen na Wilkinsonově a Reinschově „Lineární algebře" (recenzováno v Čas. pěst. mat. *99* (1974), 316—318).

V kapitole 7 se nachází celá řada metod pro numerické řešení počátečních a okrajových úloh pro obyčejné diferenciální rovnice. Část kapitoly zabývající se počátečními úlohami zahrnuje dnes již klasický materiál (navíc jsou tu extrapolační metody) a je přirozeně poplatná známé Henriciho knize. Zřetelně větší prostor je věnován diskusi o okrajových úlohách, kde se podrobně zkoumá metoda střelby na více cílů (Mehrzielmethode, v angličtině multiple shooting method), která podle názoru autorů „patří k nejlepším metodám pro řešení okrajových úloh". Parciálními diferenciálními rovnicemi se autoři systematicky nezabývají. Hovoří se o nich jen potud, pokud je to třeba k tomu, aby se poukázalo na obecnou analogii běžných metod pro obyčejné diferenciální rovnice (metoda sítí, variační metody) s metodami pro rovnice parciální. Na závěr sedmé kapitoly se popisuje princip metody konečných prvků na Dirichletově úloze pro eliptickou parciální rovnici 2. řádu s homogenní okrajovou podmínkou. V poslední, osmé kapitole jsou uvedeny nejdůležitější iterační metody pro řešení velkých soustav lineárních algebraických rovnic, jež obvykle vznikají při řešení okrajových úloh pro parciální diferenciální rovnice metodou sítí.

Výběrem látky je tato učebnice velmi zajímavá, autoři tu bez předstírání předvádějí do značné míry subjektivní výběr metod a neřídí se módou nebo jinými učebnicemi podobného druhu.

Čtenář tu nalezne pohromadě řadu výsledků dosud publikovaných pouze v časopisech (zejména původní výsledky obou autorů). Poslední odkazy jsou na články z r. 1971. Autoři však přirozeně popisují všechny významné a obecně používané metody a přejímají ta zpracování některých oblastí numerické matematiky, jež jsou dnes obecně přijímána a považována za zdařilá; mám na mysli zejména vliv publikací J. H. Wilkinsona, který se projevuje v první kapitole o analýze chyb a v algebraických kapitolách a knihu P. Henriciho o řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice.

Jde tu o pozoruhodnou učebnici, která co do výběru a zpracování materiálu nemá obdoby. Je určena studentům vyšších ročníků vysoké školy; tím, že přináší v knižní podobě množství výsledků z poslední doby, se však stává zajímavou pro numerické matematiky vůbec. V neposlední řadě bude užitečná i jako příručka metod a algoritmů numerické matematiky.

Petr Přikryl, Praha

Gerhard Ringel: MAP COLOR THEOREM. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen-Band 209, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1974, stran 191, obrázků 176, cena 54,— DM.

Roku 1890 odvodil P. J. Heawood nerovnost

$$(1) \qquad \chi(S_p) \leqq \left[\frac{7 + \sqrt{(1 + 48p)}}{2}\right]$$

pro chromatické číslo $\chi(S_p)$ orientovatelné plochy S_p rodu $p \geqq 1$. Chromatickým číslem plochy S_p se přitom rozumí přirozené číslo n takové, že každá mapa na S_p je zbarvitelná n barvami, ale existuje mapa, jež není zbarvitelná $n - 1$ barvou. Heawoodova práce byla poplatná minulému století a důkaz vypadal tak, jako by se dokázalo, že v (1) platí rovnost. Na neúplnost úvahy upozornil už r. 1891 L. Heffter, ale tato věta, jíž se v anglické literatuře říká map color theorem, čekala až do r. 1968 na úplný důkaz. Kdyby byla správná domněnka o čtyřech barvách, platil by Heawoodův vzorec bez omezení i pro $p = 0$. Je zajímavé, že „nejjednodušší" případ rovinných map je stále nerozřešen, zatímco všechny „složité" případy byly už zdolány. Důkaz formule se rozpadá do dvanácti případů, z nichž do r. 1966 tři ještě zůstávaly nerozřešeny. J. W. T. Youngs pozval na školní rok 1967—68 G. Ringela na universitu v Santa Cruz (USA), aby se spolu pokusili o zbytek — a jejich společné úsilí bylo úspěšné. Oba výsledek publikovali a rozhodli se, že napíší knihu o tomto problému, jenž tak dlouho čekal na úplné řešení. Bohužel J. W. T. Youngs r. 1970 zemřel a zamýšleného úkolu se ujal G. Ringel sám.

Autor je nám už znám svou knihou Färbungsprobleme auf Flächen und Graphen, která vyšla r. 1959. Ve své nové monografii rozvíjí všechny pojmy potřebné k dosažení hlavního cíle (definice grafu, chromatické číslo, základní topologické pojmy, vnoření grafu do dané plochy atd.) a používá materiálu, který nashromáždil ke svým universitním přednáškám. Vyhýbá se abstraktnímu a formálnímu pojetí, většinu definic motivuje a připojuje cvičení. Závěr knihy se dotýká ještě několika dalších rozřešených i otevřených problémů (rod některých speciálních grafů, průsečíková čísla apod.). I když je námět knihy úzce speciální, vznikl čtivý text, který může studovat i začínající matematik.

Jiří Sedláček, Praha

Egbert Dierker: TOPOLOGICAL METHODS IN WALRASIAN ECONOMICS (Topologické metody ve Walrasových ekonomických systémech), Springer-Verlag, Berlín-Heidelberg-New York, 130 stran, 25 obr., cena 16 DM.

Publikace vyšla jako 92. svazek edice Lecture notes in Economics and Mathematical Systems a vznikla na základě autorova semináře o obecné teorii ekonomické rovnováhy konaném v zimě 71/72 na Bonnské universitě.

Autor studuje problémy vznikající při alokaci zdrojů v decentralizovaném systému ekonomických činitelů s rozdílnými zájmy. Z matematického hlediska vede analýza těchto problémů především ke studiu singularit tangenciálních vektorových polí na varietách.

Práce je rozvržena do dvanácti odstavců. První dva odstavce tvoří neformální úvod do problematiky z hlediska ekonomického (odstavec 1) a z hlediska matematického (odstavec 2). Třetí odstavec podává přehled základních matematických pojmů a výsledků (formulovaných v rámci konečně-rozměrných prostorů) užitých v dalším textu. Čtvrtý odstavec je věnován úvodním výsledkům týkajících se charakteru a velikosti množiny rovnovážných stavů vyšetřovaných ekonomických systémů. V dalších dvou odstavcích, založených na práci H. Scarfa (Some examples of global instability of the competitive equilibrium, International Economic Review *1*, 1960, 157—172) a H. Sonnenscheina (Market excess demand functions, Econometrica *40*, 1972, 549—563), autor motivuje nezbytnost studia ekonomických systémů za neklasických předpokladů teorie ekonomické rovnováhy. Sedmý odstavec je věnován formulaci a důkazu Debreuova výsledku (Economies with a finite set of equilibria, Econometrica *38*, 1970, 387—392) o konečnosti množiny rovnovážných stavů. Studium Walrasových korespondencí v případě spojitých a v případě spojitě diferencovatelných poptávkových funkcí je tématem odstavce osmého a devatého. Desátý odstavec se zabývá regulárními systémy, jedenáctý odstavec otázkami stability a počtu rovnovážných stavů a závěrečný odstavec systémy s velkým počtem ekonomických činitelů.

Autor nevyžaduje od čtenáře ani ekonomické znalosti ani základní znalosti topologie, avšak studium práce je mnohem snadnější pro matematicky orientovaného čtenáře než pro ekonoma s povrchním matematickým vzděláním. Práce je přesvědčující ukázkou užitečnosti hlubokých matematických výsledků — i z oblastí matematiky zdánlivě vzdálených přímým aplikacím — pro seriózní studium základních problémů ekonomické teorie.

Milan Vlach, Praha

S. Fučík, J. Nečas, J. Souček, V. Souček: SPECTRAL ANALYSIS OF NONLINEAR OPERATORS, Lecture Notes in Mathematics č. 346, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York a JČSMF, Praha 1974, 287 str.

Autoři se v knize zabývají dvěma zásadními problémy nelineární spektrální analýzy, které byly v posledních letech poměrně uceleně vyřešeny, tj. bylo v nich dosaženo podobných výsledků jako v lineárním případě.

Prvním problémem je otázka řešitelnosti operátorové rovnice

$$\lambda\, T(u) - S(u) = f\,, \tag{1}$$

kde T, S jsou nelineární operátory zobrazující Banachův prostor X do jiného Banachova prostoru Y, λ je reálný parametr.

V případě, že $X = Y$ je Hilbertův prostor, T je identické zobrazení a S je totálně spojitý lineární operátor, platí všeobecně známá Fredholmova alternativa. Autoři dokazují její zobecnění pro případ, kdy operátory $T, S : X \to Y$ jsou nelineární, přičemž operátor T „se chová podobně jako identita" a operátor S je totálně spojitý (kap. 2). Za jistých dodatečných předpokladů o operátorech T a S (např. jsou-li T, S pozitivně a-homogenní s $a > 0$, tj. $T(tu) = t^a\, T(u)$, $S(tu) = t^a\, S(u)$ pro $t > 0$, $u \in X$, a liché, tj. $T(-u) = -T(u)$, $S(-u) = -S(u)$) platí: jestliže λ není vlastním číslem dvojice T, S (tj. jestliže rovnice $\lambda\, T(u) - S(u) = 0$ má pouze triviální řešení), pak pro každé $f \in Y$ existuje řešení rovnice (1). V knize jsou uvedeny různé varianty této Fredholmovy alternativy pro nelineární operátory (např. místo pozitivně a-homogenních operátorů se vyšetřují pouze operátory asymptoticky blízké pozitivně a-homogenním apod.).

Druhým problémem je otázka „počtu" bodů množiny vlastních čísel dvojice nelineárních operátorů T, S. V souvislosti s ní se vyšetřují funkcionály f, g na Banachově prostoru X, které mají Fréchetovy derivace f', g'. Kritickou hladinou funkcionálu g vzhledem k varietě $M_r(f) = \{u \in X; f(u) = r\}$ ($r > 0$ dané číslo) nazveme číslo $\gamma = g(u)$, kde u je takový bod z $M_r(f)$, ke kterému existuje reálné λ tak, že $\lambda f'(u) - g'(u) = 0$. Jsou-li operátory $f' = T$, $g' = S$, které zobrazují prostor X do duálního prostoru X^*, pozitivně α-homogenní, pak lze vlastnosti množiny kritických hladin přenést na množinu vlastních čísel této speciální dvojice T, S. V knize je vysvětlena Ljusternikova-Schnirelmannova teorie, podle které (za jistých předpokladů o funkcionálech f, g) existuje alespoň spočetně mnoho různých kritických hladin funkcionálu g vzhledem k varietě $M_r(f)$ (kap. 3). Dále se na základě jisté verze Morseovy-Sardovy věty pro reálně analytické funkce (kap. 4) ukazuje, že množina kritických hladin je právě posloupnost kladných čísel konvergujících k nule (kap. 5). Odtud tedy plyne, že za jistých předpokladů vlastní čísla dvojice T, S tvoří posloupnost kladných čísel, konvergující k nule. Stejný výsledek autoři dokazují také jinou metodou pro speciální případ obyčejných diferenciálních rovnic druhého a čtvrtého řádu (dodatek V).

Autoři se zároveň zabývají aplikacemi abstraktních výsledků na okrajové úlohy pro nelineární obyčejné i parciální diferenciální rovnice, na integrální rovnice i integrodiferenciální rovnice (dodatky II., III., VI.).

Kniha podává velmi dobrý přehled o nejnovějších výsledcích, metodách i problémech ve zmíněné partii nelineární analýzy, ve které všichni čtyři autoři dosáhli pronikavých výsledků; (značnou část textu tvoří původní výsledky autorů). Přitom je kniha psána přehledně a srozumitelně. Předpokládá se pouze znalost všeobecně známých partií analýzy. Méně běžné partie analýzy, o které se odvození zmíněných výsledků opírá, jsou vysvětleny od základu. Je zde např. podána definice a odvozeny vlastnosti Brouwerova a Lerayova-Schauderova stupně zobrazení (kap. 1), o které se opírá důkaz Fredholmovy alternativy pro nelineární operátory. (Ve výkladu Brouwerova stupně však vznikl poněkud velký logický skok — lemma 2.3.) Jsou zde vyšetřovány reálně analytické funkce i operátory v Banachových prostorech a dokázána pro ně speciální verze Morseovy-Sardovy věty (kap. 4), o kterou se opírá horní odhad počtu vlastních čísel.

Od doby, kdy byla kniha sepsána, bylo dosaženo nových výsledků při řešení některých problémů, které jsou v knize zformulovány jako otevřené (jde zejména o složitou otázku, jaký může být obor hodnot operátoru $\lambda T - S$ v případě, že λ je vlastní číslo). Lze se o nich dočíst i v několika nových článcích, které autoři v poslední době publikovali.

Závěrem je nutno ocenit, s jakou rychlostí JČMF spolu s nakladatelstvím Springer-Verlag tuto knihu vydala.

Milan Kučera, Praha

A. Kolmogoroff: GRUNDBEGRIFFE DER WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG (A. N. Kolmogorov: Základní pojmy počtu pravděpodobnosti). Nakladatelství J. Springer, Berlín-Heidelberg-New York, 1973; 66 stran, cena 18,— DM.

K nejvýznačnějším obdobím ve vývoji každé matematické disciplíny patří bezpcchyby okamžiky, kdy se poprvé formují její pevné teoretické základy, kdy se poprvé konstituuje jako matematická teorie v pravém slova smyslu. Pro teorii pravděpodobnosti, jejíž počátky sahají až do 16. a 17. století, nastal podobný kritický okamžik teprve v první polovině našeho století, kdy pokusy o důkladné fundování této disciplíny byly konečně korunovány plným úspěchem, když A. N. Kolmogorov vydal v r. 1933 své slavné Grundbegriffe. Právem se tento okamžik považuje za přechod od *počtu* pravděpodobnosti k *teorii* pravděpodobnosti.

Je tedy jistě záslužným počinem Springerova nakladatelství, jestliže po 40 letech znovu vydává toto dílo, třetí svazek známé edice „Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete". I dnešní mladá generace odborníků v teorii pravděpodobnosti má tak bezprostřední přístup k významnému dílu.

O vlastním obsahu knížky snad ani není nutné se zde šířit; každý, kdo se jen trochu hlouběji zajímá o teorii pravděpodobnosti, ví, že jsou tu — historicky poprvé — podány ucelené základy axiomatické teorie pravděpodobnosti tak, jak jsou od té doby standardně používány. Místo na intuitivních úvahách starého počtu pravděpodobnosti založil Kolmogorov novou teorii pravděpodobnosti na abstraktní teorii míry a integrálu. Přitom dobře vystihl závažnost specifického pojmu stochastické nezávislosti.

O geniálnosti Kolmogorových idejí svědčí i to, že jsou dodnes (v dobrém slova smyslu) moderní. Nové vydání naprosto není jen aktem pietní úcty k autorovi, ale splní bezpochyby i čistě praktické cíle: knížka má co říci i dnešnímu čtenáři.

František Zítek, Praha

P. Erdös, J. Spencer: PROBABILISTIC METHODS IN COMBINATORICS (Pravděpodobnostní metody v kombinatorice). V koprodukci vydala nakladatelství Akadémiai Kiadó, Budapešť a Academic Press, New York-Londýn, 1974; 106 stran.

V této útlé knížce se její autoři podjali záslužného úkolu shrnout a zpřístupnit příklady uplatnění metody důkazu kombinatorických vzorců a tvrzení založené na využití některých jednoduchých pojmů a vztahů počtu pravděpodobnosti. Obvykle jde o odhad počtu prvků podmnožin dané konečné množiny; místo běžných enumeračních metod zavedeme na základní množině pravděpodobnostní míru — nejčastěji rovnoměrnou, a tedy úměrnou právě počtu prvků — a míru podmnožin pak určujeme z běžných pravděpodobnostních úvah na základě různých experimentů. Speciálním, avšak velmi významným případem jsou pak nekonstruktivní existenční důkazy na základě zřejmého tvrzení, že množina kladné míry nemůže být prázdná.

Různé případy využití podobných metod se již občas vyskytly v některých pracích z kombinatoriky, resp. z teorie grafů. Byly však většinou roztroušeny po časopisecké aj. literatuře a teprve zde jsou poprvé soustavně sebrány a podány v přehledu ne-li vyčerpávajícím, tedy jistě representativním. Zárukou kompetentního přístupu a zpracování problematiky je bezesporu již osobnost prvního z obou autorů, prof. P. Erdöse, který má nejen nemalou zásluhu na rozšíření myšlenky uplatnění teorie pravděpodobnosti v kombinatorice, ale který také osobně přispěl nezanedbatelnou měrou k rozvoji jak kombinatoriky a teorie grafů tak i teorie pravděpodobnosti.

Všimněme si nyní blíže vlastního obsahu knihy. Je rozdělena do 17 kapitol, text je bohatě komentován a opatřen bibliografickými údaji. Na konci většiny kapitol jsou připojena cvičení — vesměs netriviální, některá se týkají dokonce problémů dosud otevřených; za řešení některých z nich je P. Erdös ochoten vyplatit peněžité ceny (v dolarech).

První kapitola má úvodní charakter — na dvou příkladech (odhad maximálního počtu uzlů transitivního podturnaje, který je zaručeně obsažen v turnaji o n uzlech, a důkaz existence turnaje o n uzlech, ve kterém je alespoň $n!\, 2^{1-n}$ hamiltonovských cest) předvádějí autoři základní myšlenky pravděpodobnostní metody důkazu. Druhá kapitola zavádí definice a označení potřebná v dalším; třetí pak připomíná základní vlastnosti binomického rozložení pravděpodobností.

V dalších třinácti kapitolách pak autoři postupně probírají jednotlivé případy aplikací pravděpodobnostních metod na různé tématické okruhy jako jsou: dvoubarevné hypergrafy, Ramseyova věta a tvrzení příbuzná Ramseyově a van der Waerdenově větě, turnaje, chromatické číslo, Zarankiewiczův problém, Turánova věta a problematika pokrývání, asymetrické grafy, problém nevyváženosti, náhodné grafy. Poslední, sedmnáctá kapitola má dráždivý název „Kuchyňský odpad" — autoři sem zařadili různé zbytky, které se nehodily jinam a nestály za samostatné kapitoly. Je tu však zformulován i otevřený problém, na jehož řešení je vypsána cena 300 dolarů. (Týká se odhadu maximálního počtu prvků množiny obsahující přirozená čísla ne větší než n a takové, že každá její podmnožina je jednoznačně charakterisována součtem svých prvků.)

Poněvadž vlastní myšlenka využití pravděpodobnosti k důkazům existence a odhadům počtu prvků je v podstatě poměrně jednoduchá a snadno pochopitelná už na základě obou příkladů z první kapitoly a některých doplňujících úvah z kapitoly třetí, mohli se autoři v dalších kapitolách omezit na konkrétní aplikace bez velkých výkladů. Tuto skutečnost musí mít na paměti každý čtenář, který se zajímá jen o určitý vymezený okruh problémů a chce tedy číst jen některé kapitoly: první tři nemůže přeskočit, naopak bude muset se k nim často vracet.

I když autoři nepředpokládají u čtenáře žádné rozsáhlé speciální znalosti z teorie pravděpodobnosti, přece jen k lepšímu pochopení metody velmi pomůže, má-li čtenář alespoň minimální zkušenosti s náhodnými pokusy a s jejich interpretací. Elementárnost formálního aparátu — jde totiž vesměs jen o konečná pravděpodobnostní pole — nezbavuje čtenáře povinnosti dbát o plné pochopení všech kroků postupu, zvláště pak o docenění významu takových základních předpokladů, jako je např. stochastická nezávislost charakterisující prostý náhodný výběr z konečné populace anebo již samotná rovnoměrnost výchozí pravděpodobnostní míry.

Teorie grafů je v naší zemi pěstována ve značném rozsahu a na vysoké úrovni. Erdösova a Spencerova kniha se tedy bezpochyby setká s velkým zájmem. Plně si jej zaslouží. Dá se očekávat, že kniha nejen přispěje k rozšíření zájmu o pravděpodobnostní metody, ale podnítí také samostatnou aktivní práci československých matematiků v této zajímavé oblasti.

František Zítek, Praha

B. T. Smith et al.: MATRIX EIGENSYSTEM ROUTINES — EISPAC GUIDE. Lecture Notes in Computer Science 6, Springer-Verlag 1974, Berlin-Heidelberg-New York. Stran 10 + 387, 15 tabulek, cena 28,— DM.

Kniha je sbírka programů ve Fortranu pro výpočet vlastních čísel a vektorů čtvercových matic. Je však i mnohem více než to. Obsahuje totiž zajímavý a velmi podnětný popis zásad a metod výběru a zřetězení jednotlivých numerických metod, výběru měřítek přesnosti a výpočtu jejich hodnot, a použitých programátorských zásad a obratů.

Především je tu přehled 22 základních řetězců („basic paths") jednotlivých podprogramů pro řešení různých úloh (všechna nebo některá vlastní čísla, žádné, některé nebo všechny vlastní vektory) v různých situacích (obecná nebo speciální, komplexní nebo reálná matice); uvedena je volací posloupnost, požadavky na paměť a orientační časové údaje. Odchylné možnosti a speciální efekty jsou popsány, s cennou byť stručnou matematickou diskusí, v dalších odstavcích. Pak je tu odstavec o tom, jak byly a jsou uvedené rutiny testovány, odstavec o rychlosti rutin a řetězců — uvedeny jsou jednak podrobné tabulky časů, jednak postřehy o metodě měření rychlosti rutin, a odstavec „oficiální", kde je uvedeno, na kterých počítačích se na činnost podprogramů poskytuje „záruka" a kam je třeba si napsat o programy (kam totiž se posílá páska, na kterou zapíší celý soubor podprogramů). — Většinu rozsahu knihy pak zabírá výpis programů ve Fortranu a jejich dokumentace.

Řekl bych, že tuto knihu by si měl přečíst každý, kdo se vůbec zabývá numerickými metodami a zvláště ten, kdo připravuje numerickou metodu jako podprogram pro širší použití. Měla by být vzorem, jak numerické metody na počítači implementovat. Staví si jasnou úlohu: Najít pro 22 základních situací optimální numerický postup; podle mého názoru tuto úlohu také úspěšně řeší. Za výchozí materiál posloužila kniha Wilkinson-Reinsch: Handbook for Automatic Computation, Vol. II, část 2, (Springer-Verlag), kde jsou rutiny zapsány v Algolu. Je dobře si uvědomit, jaký je pro uživatele rozdíl mezi metodou, třeba zapsanou v algoritmickém jazyku, a soustavou podprogramů, předem zoptimalizovanou a vyzkoušenou. Je známo, že zkoušet numerickou metodu na příkladech je ošemetné; recenzovaná kniha dokumentuje podle mého názoru ideální proplutí mezi Scyllou nepodložených velkorysých tvrzení a Charybdou opatrnického vyhýbání se každému výroku, který by mohl někdo vyvrátit. Zvlášť oceňuji, že programy vyzkoušeli na různých počítačích; stručné poznámky k tomu také velice stojí za přečtení.

Autoři sestavili též řídicí program EISPAC (částečně v Assembleru), který na základě sdělených mu požadavků a skutečností již zavolá potřebné podprogramy se správnými parametry a v příslušném pořadí. Myslím, že kdo má co činit se software, ocení pěkný fortranský obrat, jímž je na základě side-efektů funkcí umožněn netradiční, uživatelsky vhodný zápis skutečných parametrů programu EISPAC. Výpis EISPACu samotného pochopitelně chybí, ale z popisu jeho činnosti lze zrekonstruovat jeho strukturu zajímavou a hodnou napodobení.

Celá kniha je inspirací, přístupem i obsahem závislá na NATS (National Activity to Test Software — A coolaborative effort to certify and disseminate mathematical software), nejspíše popsatelném jako zájmové sdružení. Organisaci NATS a její činnosti by se měla věnovat pozornost, a její výsledky studovat, napodobovat, případně se na nich účastnit.

Petr Liebl, Praha

M. Eichler, QUADRATISCHE FORMEN UND ORTHOGONALE GRUPPEN, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1974, druhé vydání, XII + 222 stran, cena 66,— DM.

Kniha se zabývá speciálnější partií teorie čísel — teorií kvadratických forem. U čtenáře se předpokládají hlavně znalosti z algebraické teorie čísel a základní znalosti moderní algebry. Teorie kvadratických forem je podána ve velmi moderní formě, věty jsou formulovány co nejobecněji a čtenář je seznamován s nejhlubšími znalostmi a myšlenkami této teorie.

Kvadratickými formami se zabýval již C. F. Gauss, který vypracoval uzavřenou aritmetiku binárních kvadratických forem. Mimořádných výsledků v tomto oboru dosáhli později obzvláště P. Bachmann, H. Hasse, E. Hecke, H. Minkowski, z českých matematiků M. Lerch a v novější době E. Witt a A. Weil. Předložená kniha vysvětluje látku vlastním originálním způsobem.

Studium kvadratických forem je svázáno se studiem metrických prostorů. Přitom *metrickým prostorem* se rozumí vektorový prostor nad polem charakteristiky $\neq 2$, kde je definován součin dvou vektorů (metrika), a uvažují se dále jen konečnorozměrné vektorové prostory. Kvadratické formy jsou právě *„metrické fundamentální formy"* (tj. výrazy tvaru ξ^2, kde ξ je vektor) při všech možných metrikách. *Ortogonální grupou pole* (skalárů) se pak rozumí grupa všech automorfismů vektorového prostoru zachovávajících součin vektorů při dané metrice.

V první kapitole „Algebra metrických prostorů" jsou studovány především ortogonální grupy a udány základní vlastnosti metrických prostorů.

Druhá kapitola „Metrické prostory a dokonalá diskrétní normovaná tělesa" pojednává o těchto tělesech a jejich kvadratických rozšířeních. Dále jsou v této kapitole zavedeny důležité pojmy *„mříž"* a *„ideál"* a uvedeny jejich základní vlastnosti. Těmito pojmy se podrobněji zabývá třetí kapitola „Elementární aritmetika metrických prostorů nad algebraickými číselnými tělesy a nad tělesy algebraických funkcí". Zde se zavádí pojem Spinerova rodu a ukazují některé vztahy k aritmetice Cliffordových algeber.

Čtvrtá kapitola „Vektory a ideály" obsahuje jako hlavní část pojednání o theta-funkcích, Gaussových součtech a Heckeových operátorech. Tato a pátá kapitola „Vyšší aritmetika metrických prostorů zvláště nad tělesem racionálních čísel" obsahují nejzávažnější výsledky, rozvíjejí teorii Heckeova operátoru, uvádějí velmi pěkné Siegelovy výsledky a týkají se již nejmodernější vědecké problematiky tohoto okruhu. Pátá kapitola se věnuje otázkám míry a grupám jednotek.

Kniha je doplněna velmi dobře vypracovanými poznámkami týkajícími se literatury k jednotlivým kapitolám.

Ladislav Skula, Brno

Robert R. Singleton, William F. Tyndall: GAMES AND PROGRAMS: MATHEMATICS FOR MODELING (Hry a programy: matematika pro modelování), W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1974, 304 + 12 stran, $ 11.95.

Teorie maticových her a teorie lineárního programování vznikly nezávisle a zpočátku se i nezávisle rozvíjely. Rozpoznání vzájemných souvislostí těchto oborů ke konci čtyřicátých let vedlo k jejich vzájemnému obohacení, dalšímu rozvoji a podstatným zjednodušením. Dnes je možné s úspěchem vykládat základní poznatky teorie maticových her a lineárního programování tak, aby výklad byl srozumitelný každému, kdo má běžné středoškolské znalosti týkající se reálných čísel a řešení soustav lineárních rovnic. Pokud v tomto ohledu ještě existují pochybnosti, kniha R. Singletona a W. Tyndalla je schopna je dokonale rozptýlit.

Vlastní výklad začíná kapitolou věnovanou jednoduchým modelům rozhodovacích situací. Tyto modely vedou přirozenou cestou k pojmu hry v rozvinutém tvaru. Po zavedení základních termínů přecházejí autoři k normálnímu tvaru konečných her dvou osob s nulovým součtem, k němuž se pak vztahuje veškerý další výklad z teorie her. Studuje se pojem řešení hry v čistých strategiích, pojem řešení ve smíšených strategiích a metody řešení speciálních tříd her (hry s maticí typu (2, 2), (2, n), (m, 2), hry s antisymetrickou maticí typu (3, 3)). Potřeba efektivního řešení hry s maticí obecného typu vede ke studiu úloh lineárního programování. Lineárnímu programování je pak věnována další část knihy. Nejprve jsou osvěženy pojmy související s řešením soustav lineárních rovnic a soustav lineárních nerovnic. Důkladně se motivují modely lineárního programování a na základě kombinatorického přístupu je vyložen simplexový algoritmus a rozvinuta teorie duality a její aplikace včetně postupu pro řešení maticových her.

Z čistě matematického hlediska je kniha elementární a není určena ani matematikům ani studentům matematiky. Je určena především studentům společenských věd a nevyžaduje téměř žádné matematické znalosti. Nicméně kniha může být velmi užitečná i studentům matematiky i učitelům matematiky na různých školských stupních a oborech. Autoři totiž pečlivě dbají na důslednou motivaci všech pojmů a postupů. Formulace úloh je většinou ukázkovou matematizací vhodně vybraných a postupně idealizovaných reálných situací. Autorům se daří — a to je na knize mnohem cennější než výklad příslušného množství matematických poznatků — ukazovat cestu od reálné situace k matematickému modelu, k formulaci úlohy v rámci příslušného modelu a přes řešení matematické úlohy k závěrečné interpretaci získaných výsledků a jejich konfrontaci s reálnou situací.

Každou kapitolu, až na jednu, uzavírají pečlivě vybrané příklady a cvičení (celkem je jich 160), jejichž výsledky čtenář nalezne na konci knihy. Značná část těchto cvičení je zaměřena na rozvíjení schopnosti vytváření modelů reálných situací.

Knihu vřele doporučuji všem, kteří mají zájem o netradiční aplikace matematiky a zaručuji jim, že knihu mohou číst s porozuměním bez předchozí matematické průpravy.

Milan Vlach, Praha

5th CONFERENCE ON OPTIMIZATION TECHNIQUES, Part I, II. Edited by R. Conti and A. Ruberti; Lecture Notes in Computer Science 3, 4. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973, XIII + 565 a XIII + 389 str., cena 38,— a 28,— DM.

Třetí a čtvrtý svazek nové (stříbrnočervené) série známých springrovských Lecture Notes. Oba svazky obsahují materiály páté konference o optimalizaci IFIP, která se konala 7.—11. května 1973 v Římě. Konference byla věnována optimalizaci a aplikacím na modelování, identifikaci a regulaci velkých systémů. Velký důraz byl položen na nové oblasti aplikací: systémy životního prostředí, socio-ekonomické systémy a biologické systémy.

Do prvního svazku jsou zařazeny příspěvky teoretického charakteru: Modelování a identifikace systémů (10 prací), Systémy s rozdělenými parametry (6 prací), Teorie her (4 práce), Rozpoznávání obrazců (4 práce), Optimální regulace (11 prací), Stochastická regulace (4 práce), Matematické programování (10 prací), Numerické metody (5 prací).

Druhý svazek je věnován příspěvkům o aplikacích: Urbanistické a společenské systémy (8 prací), Počítačové a komunikační obvody (5 prací), Systémy životního prostředí (9 prací), Ekonomické modely (7 prací), Biologické systémy (6 prací).

Štefan Schwabik, Praha

Bröcker T., Jänich K.: EINFÜHRUNG IN DIE DIFFERENTIALTOPOLOGIE, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973, 168 str., 14,80 DM.

V knize jsou vyloženy geometrické metody diferenciální topologie. Od čtenáře se vyžadují základní znalosti z analýzy a obecné topologie.

Jsou dokázány věty o vnoření, transverzalitě, je pojednáno o Sardově větě, rozkladech jedničky, dynamických systémech, souvislých sjednoceních, slepování variet s krajem apod. Analýza na varietách, Morseova teorie a algebraická topologie variet nejsou do knihy zahrnuty.

Knihu lze považovat za úvod do diferenciální topologie. Může dobře posloužit všem, kteří potřebují základní informace o metodách a pojmech diferenciální topologie.

Štefan Schwabik, Praha

G. Asser: EINFÜHRUNG IN DIE MATHEMATISCHE LOGIK I, II. B. G. Teubner, Leipzig 1972, 4. vydání, 184 stran, 7 obr., cena 19 M; 190 stran, cena 21 M.

První svazek se zabývá výrokovým počtem, druhý predikátovým počtem prvního řádu. Předpokládá se, že vyjde ještě třetí svazek, který by byl věnován predikátovému počtu vyšších řádů. Zkoumá se pouze klasická logika tj. nikoli směry jako intuicionismus nebo modální logika. Autor nepředpokládá žádné znalosti kromě elementárních pojmů teorie množin a proto se domnívá, že by knihy měly být srozumitelné i pro studenty středních škol. Na konci druhého dílu je připojen dodatek obsahující pojmy teorie množin, které podle autorova názoru přesahují rámec základních pojmů této teorie (hlavně kardinální a ordinální čísla).

V celém výkladu se klade důraz na podrobnost a důkladné vysvětlování i za cenu omezení se na nejzákladnější partie matematické logiky. Autor zavádí mnohá označení, která mu sice usnadňují výklad, ale na druhé straně nejsou obecně používaná a tedy ztěžují možnost číst pouze vybrané partie knihy.

Přestože je probírána i axiomatika, je hlavní důraz kladen na pravdivostní tabulky a sémantické modely. Pro lepší orientaci uveďme některé partie probírané v prvním svazku: definice formule — pravdivostní hodnoty formulí — definice ekvivalence na základě pravdivostních hodnot a její nejdůležitější vlastnosti — věta o normální formě — axiomatika výrokového počtu — pojem důkazu — závislost logických spojek. V druhém svazku jsou probírány např. následující partie: formule predikátového počtu — interpretace v sémantickém modelu — pravidla predikátového počtu odvozená na základě sémantických modelů — věta o normální formě — Löwenheimova-Skolemova věta — obecná definice odvoditelnosti.

Antonín Sochor, Praha

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

ZEMŘEL PROFESOR JAROSLAV HÁJEK

ZBYNĚK ŠIDÁK, Praha

Čtenáři tohoto časopisu si vzpomenou, že nedávno zde byla uveřejněna (Čas. pěst. mat. *98* (1973), 436–438) zpráva o udělení státní ceny Klementa Gottwalda za rok 1973 prof. ing. dr. JAROSLAVU HÁJKOVI, DrSc., která končila přáním zlepšení jeho nepříznivého zdravotního stavu. Bohužel pravý opak našeho přání se stal skutečností: dne 10. června 1974 prof. Hájek zemřel ve věku pouhých 48 let. Jeho úmrtí znamená nenahraditelnou ztrátu pro matematickou statistiku ve světovém měřítku a zvláště pro nás v Československu, kde prof. Hájek byl zakladatelem a nejpřednějším představitelem moderní vědecké matematicko-statistické školy v poválečném období.

Jaroslav Hájek se narodil 4. února 1926 v Poděbradech v prosté rodině – otec byl holič, matka švadlena. Brzy však otce ztratil a hmotné poměry matky s malým chlapcem se staly dost stísněné. V těchto letech i později Jaroslavovi nahrazoval otce jeho strýček Karel Martínek, poděbradský lakýrník. Matka se sice asi za pět let vdala po druhé, ale v roce 1944 znovu ovdověla. Přece však navzdory nedostatečným finančním prostředkům umožnila svému synovi studovat, protože již od mládí projevoval velké matematické nadání.

Po absolvování gymnasia Jaroslav Hájek v létech 1945–49 studoval na Vysoké škole speciálních nauk při ČVUT obor statistického inženýrství, kde také v r. 1950 byl promován na doktora technických věd (v tehdejším smyslu). Po základní vojenské službě byl v létech 1951–54 aspirantem v Matematickém ústavu ČSAV a zde v r. 1955 obhájil kandidátskou disertační práci. Od r. 1954 pracoval jako vědecký pracovník tohoto ústavu až do r. 1966. V r. 1963 se stal doktorem fyzikálně-matematických věd na základě disertace o statistických problémech ve stochastických procesech.

Svou pedagogickou činnost zahájil již v r. 1948–49 jako asistent na Vysoké škole speciálních nauk. Dále přednášel na Vysoké škole ekonomické v Praze. V r. 1963 se habilitoval na matematicko-fyzikální fakultě University Karlovy a začal zde přednášet. V r. 1964 se stává externím vedoucím katedry matematické statistiky na této fakultě a tuto katedru vede pak dlouhou řadu let. Konečně v r. 1966 je jmenován profesorem na této fakultě a přechází sem natrvalo. V r. 1973 se mu dostává jednoho z nejvyšších uznání za jeho vědeckou práci – je mu udělena státní cena Klementa Gottwalda za vybudování asymptotické teorie statistických pořadových testů.

Prof. Hájek vykonával též s výrazným zaujetím pro vědecký pokrok řadu funkcí v organizaci vědeckého života československého i mezinárodního. Byl členem vědecké rady matematicko-fyzikální fakulty University Karlovy a předsedou komisí pro obhajoby kandidátských i doktorských disertačních prací v oboru teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky, dříve též členem vědeckého kolegia matematiky a členem komise pro využití matematických metod v ekonomii při Ekonomickém ústavu ČSAV. Působil v redakčních radách těchto mezinárodních časopisů: Annals of Mathematical Statistics (po rozdělení časopisu v Annals of Statistics), Advances in Applied Probability, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete, Mathematische Operationsforschung und Statistik, Czechoslovak Mathematical Journal, dříve též Aplikace matematiky. Z mezinárodních vědeckých organizací byl čestným členem (Fellow) společnosti Institute of Mathematical Statistics, členem International Statistical Institute a Econometric Society.

Díky svému vědeckému věhlasu byl prof. Hájek mnohokrát zván do ciziny k pracovním pobytům a k přednáškám na konference; často míval pozvání tolik, že ani nebylo v jeho možnostech všem vyhovět. Za všechny se zmíníme pouze o jeho čtyřech delších pobytech v USA, kam byl pozván do Berkeley na University of California (třikrát), do East Lansingu na Michigan State University a do Tallahassee na Florida State University; pro dokreslení uveďme, že např. během svého posledního pobytu v USA dostal pozvání k přednášce od 45 universit na americkém kontinentě.

Ve své vědecké práci se prof. Jaroslav Hájek zabýval nejvíce těmito oblastmi matematické statistiky: teorií výběrových šetření, teorií pořadových testů a statistickými problémy ve stochastických procesech. Typickým rysem jeho práce bylo to, že nikdy nezapřel své původní inženýrské školení (v nejlepším slova smyslu) a dovedl vidět do reálné podstaty problémů. Takovýto „inženýrský přístup" a porozumění pro potřeby praxe kombinovány s hlubokými, důmyslnými a moderními matematickými metodami pak byly zdrojem mnoha jeho významných a podnětných výsledků a idejí. Jeho publikace v době svého vzniku vždy posunuly o značný kus dopředu rozvoj příslušné oblasti a bylo na ně nesčetněkrát navazováno zahraničními i našimi autory. Několik fundamentálních výsledků bývá citováno pod Hájkovým jménem. Řada jeho článků a knih byla přeložena a znovu publikována v USA v jazyce anglickém nebo v SSSR v jazyce ruském (v seznamu publikací na konci článku uvádíme jen překlady knih, nikoliv překlady článků). V následujícím si všimneme některých jeho nejvýznamnějších prací.

Z Hájkových oblíbených oblastí byla teorie výběrových šetření časově první (viz [2], [46]); zůstal jí však věrný až do konce svého života (viz [45], [57]). V článku [8] se J. Hájek zabývá odhady v oblastním (stratifikovaném) výběru a optimálním, resp. náhodným rozvržením výběru do oblastí. Článek [15] přispívá k asymptotické teorii poměrových odhadů využitím regresní metody a metody založené na normálním rozložení. V [17] se nalézají výběrové plány a odhadové metody, které optimálním způsobem při bayesovském přístupu řeší konflikt mezi náklady na experiment a přesností odhadů; tato práce se dotýká třetího Hájkova zájmu — stochastických procesů,

Profesor JAROSLAV HÁJEK

neboť řešení je podáno nejen pro nekorelované náhodné veličiny, ale i pro stacionární náhodné posloupnosti s konvexní korelační funkcí. Jiný problém optimalisace je řešen v [28], a to při odhadování více parametrů. V [20] se udává nutná a postačující podmínka pro asymptotickou normalitu (resp. také pro asymptoticky Poissonovo rozložení) odhadů při jednoduchém náhodném výběru bez vracení; metoda důkazu je založena na aproximaci jednoduchého náhodného výběru Poissonovým (binomickým) výběrem, který je definován jako nezávislé vybírání prvků s určitými pravděpodobnostmi, takže je snadněji teoreticky zvládnutelný. Na tuto myšlenku navazuje článek [29] o zamítacím výběru, tj. o výběru takovém, při němž se nezávisle vybírá n prvků s obecně různými pravděpodobnostmi a s vracením, ale nejsou-li všechny vybrané prvky od sebe odlišné, celý výběr se zamítne a pořídí se nový výběr; zde opět se využívá aproximace Poissonovým (binomickým) výběrem k získání výsledků o asymptotické normalitě. Zcela odlišné problematice, důležité např. v geologických výzkumech — výběrům bodů v rovině — jsou věnovány články [21] a [24].

Prof. J. Hájek publikoval o teorii výběrových šetření knihu [47], jejíž první část je v podstatě základní učebnicí, druhá část monografií, shrnující i některé jeho původní výsledky; dále nedlouho před svou smrtí dokončil rukopis nové monografie [57], který však zamýšlel ještě znovu přepracovat.

Druhou oblastí Hájkova intenzívního zájmu byla teorie pořadových testů, zejména jejich asymptotická teorie. Jeho práce zde znamenaly doslova mezníky v rozvoji této teorie a prof. Hájek byl považován za jednoho z nejpřednějších odborníků — či snad vůbec za prvního odborníka — v této oblasti v celém světě. Již v době, kdy se teprve začínaly nesměle objevovat první články o pořadových testech, J. Hájek vytušil jejich budoucí důležitost a zabýval se jimi ve své disertaci podané r. 1949; v její části, později publikované v [3], odvodil vytvořující funkce a dokázal asymptotickou normalitu rozložení statistik, které jsou nyní známy pod názvy Wilcoxonova dvouvýběrová a jednovýběrová statistika a Kendallův pořadový korelační koeficient.

Pro zpřesnění výkladu nyní předpokládejme; že je dán náhodný výběr $X_1, \ldots, X_N$, kde X_i má spojitou distribuční funkci F_i. Prof. Hájek především vyšetřoval asymptotické rozložení jednoduchých lineárních pořadových statistik, tj. statistik tvaru $S_N = \sum_{i=1}^{N} c_i\, a(R_i)$, kde c_i jsou známé regresní konstanty, $a(i)$ skóry, a R_i je pořadí X_i v uspořádaném výběru (přičemž všechny veličiny obecně závisí též na N). V článku [22] Hájek nalezl nutné a postačující podmínky Lindebergova typu pro asymptotickou normalitu S_N při nulové hypotéze $F_1 = \ldots = F_N$; originální metoda článku spočívá v důkazu, že S_N je asymptoticky ekvivalentní vhodně zvolenému součtu T_N nezávislých veličin (ve smyslu $\lim_{N\to\infty} E(S_N - T_N)^2/\text{var}\, T_N = 0$). Příslušná věta bývá nyní citována pod Hájkovým jménem, popř. pod jmény Wald-Wolfowitz-Noether-Hájek. V dalším článku [27] je pak dokázána asymptotická normalita statistik S_N pro testování regresního koeficientu β v modelu $X_i = \alpha + \beta c_i + \sigma Y_i$, a to nyní při kontiguitních alternativách (tj. alternativách v určitém smyslu se blížících k nulové hypotéze), je vyšetřována asymptotická eficience příslušných testů, nalezen tvar asymptoticky nejmohutnějšího pořadového testu a sestrojen universální asymptoticky nejmohutnější pořadový test, jehož existence byla tehdy překvapením pro odborné kruhy; významným přínosem článku je využití pojmu kontiguity v teorii pořadových testů, který byl původně zaveden LeCamem pro jiné účely. Výzkumy v této linii později pokračovaly pracemi [35] a [36], kde je dokázána asymptotická normalita S_N při velmi obecných nekontiguitních regresních alternativách, a podobnými ještě silnějšími výsledky pro Wilcoxonovu statistku v [37]; jde tu o dalekosáhlá zobecnění známé Chernoff-Savageovy věty a důmyslná metoda důkazů je založena na nové pozoruhodné nerovnosti pro rozptyly S_N a na aproximaci S_N pomocí jejích projekcí na součty nezávislých veličin.

Prof. Hájek se zabýval ještě řadou dalších problémů z teorie pořadových testů. Jednou z jeho originálních myšlenek byla např. representace známé Kolmogorovovy-Smirnovovy statistiky v jiné ekvivalentní formě pomocí tzv. antipořadí $D_1, \ldots, D_N$ (tj. $D_1, \ldots, D_N$ je permutace inversní k permutaci $R_1, \ldots, R_N$), což mu pak umožnilo v článku [30] přirozeným způsobem zobecnit tuto statistiku pro regresní alternativy a dokázat její konvergenci v distribuci k Brownovu můstku. V příspěvku [33] nalezl lokálně nejmohutnější pořadový test nezávislosti (X_i, Y_i) v modelu $X_i = X_i^* + \Delta Z_i$, $Y_i = Y_i^* + \Delta Z_i$, X_i^*, Y_i^*, Z_i nezávislé. V [39] kromě několika dalších problémů se zabýval zejména odhadováním hustoty pro účely volby vhodných skórů v pořadových statistikách. V článku [43] vyšetřoval eficienci v Bahadurově smyslu a dokázal, že při testování náhodnosti proti alternativě dvou výběrů pořadové testy dosahují nejlepší možné přesné směrnice.

Výsledky prof. Hájka o pořadových testech asi do r. 1965 byly pak shrnuty, systematizovány a doplněny řadou dalších výsledků v třísetstránkové monografii [53]; kromě zmíněných statistik S_N pro testování dvou výběrů a regrese jsou zde též obdobně vyšetřovány pořadové statistiky pro testování symetrie v jednom výběru, statistiky typu χ^2 pro k výběrů a pro náhodné bloky, statistiky pro testování nezávislosti a statistiky typu Kolmogorovova-Smirnovova a Cramérova-von Misesova. Po tomto důkladném vědeckém díle další knihu [54] z této oblasti prof. Hájek zamýšlel jako učebnici pro vysokoškolské studenty a napsal ji proto na dostupnější úrovni.

Třetí širší oblastí vědecké práce prof. Hájka byly statistické problémy ve stochastických procesech. Nejprve zde věnoval pozornost stacionárním procesům s konvexní korelační funkcí: v článku [7] nalezl dolní mez pro rozptyl lineárních odhadů střední hodnoty takových procesů a ukázal, že rozptyl obvyklého odhadu pomocí průměru právě dosahuje této dolní meze; obdobně v [11] nalezl dolní mez pro residuální rozptyl lineární predikce v těchto procesech. Velmi významný výsledek ve zcela jiném směru bádání byl publikován v [13]: na základě limitních vlastností J-divergencí z [12] bylo dokázáno v [13], že pravděpodobnostní míry libovolných dvou Gaussovských procesů jsou buď ekvivalentní nebo vzájemně singulární; stejný výsledek publikoval v tomtéž roce J. Feldman a proto bývá nyní citován jako Feldmanova-Hájkova věta o dichotomii, ale Hájkova důkazová metoda je konstruktivnější a tedy užitečnější pro vyšetřování speciálních případů.

Další skupina [19], [23], [25] je charakterizována využitím metod Hilbertova prostoru pro řešení statistických problémů. V [19] je vyšetřován Gaussovský proces x_t, pro nějž platí $\int x_t \,\mathrm{d}P_\alpha = \alpha\varphi_t$, kde φ_t je známá funkce, α je neznámý parametr; je tu dokázána existence postačující statistiky pro tento model a tato statistika nalezena v regulárním případě. V článku [23] se předchozí model zobecňuje, tj. vyšetřuje se libovolný stochastický proces x_t, pro nějž platí $\int x_t \,\mathrm{d}P_\alpha = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \varphi_{it}$, kde φ_{it} jsou známé funkce, α_i neznámé parametry; ukazuje se zde, že pro odhadování lineárních funkcionálů $\Theta = \sum_{i=1}^{m} c_i \alpha_i$ v podstatě zůstávají v platnosti klasické věty o metodě nejmenších čtverců a o Markovových odhadech. Dlouhý článek [25] má opět fundamentální význam, jelikož se v něm rozvíjí jednotný teoretický přístup k řešení řady problémů jako je predikce, filtrace, odhady regresních parametrů atd. ve stochastických procesech, a to na základě korespondence lineárních podprostorů vytvořených na jedné straně náhodnými veličinami x_t, na druhé straně jejich kovariancemi R_{ts}. (Přibližně v téže době či o něco později jiní autoři, např. E. Parzen, vypracovali obdobný přístup k těmto problémům na základě tzv. Hilbertových prostorů reprodukujících jádro.) Dále se v článku [25] analyzují podmínky, při nichž řešení těchto problémů lze interpretovat pomocí jednotlivých trajektorií (tj. nejen jako limity podle středu), definuje se silná ekvivalence rozložení Gaussovských procesů a studuje se hustota takového rozložení vzhledem k jinému; různé obecné výsledky článku jsou explicitně propracovány pro stacionární procesy s racionální spektrální hustotou. Konečně v posledním článku [44] z oblasti procesů jsou nalezeny experimentální plány (tj. systémy bodů), které jsou asymptoticky optimální pro odhadování parametru β v modelu $Y(t) = \beta f(t) + X(t)$, kde $f(t)$ je známá a $X(t)$ je autoregresivní proces.

Kromě probraných tří oblastí dlouhodobého a intenzívního zájmu prof. Hájek přispěl též k některým jiným oblastem. I když tu jde spíše jen o jednotlivé články, mnohé z nich rovněž obsahují velmi významné výsledky; zmíníme se už jen krátce o některých. Tak např. v [4] je dokázána zajímavá nerovnost (zobecňující Kolmogorovovu nerovnost) pro pravděpodobnosti součtů nezávislých veličin, která byla mnohokrát využívána, zobecňována a citována i v učebnicích a která je nyní obecně známa jako Hájkova-Rényiova nerovnost. Dále uvedeme dva příspěvky k parametrické teorii odhadu: v [40] dokázal Hájek pozoruhodný výsledek, že v široké třídě případů asymptotické rozložení odhadů je konvolucí určitého normálního rozložení, které závisí jen na základní distribuci, a dalšího rozložení, které závisí jen na volbě odhadu; za obdobných předpokladů pak v [42] nalezl dolní mez pro lokální asymptotické minimaxové risiko odhadů při velmi obecné ztrátové funkci.

Jak jsme řekli již dříve, prof. J. Hájek měl obdivuhodný dar jakéhosi „inženýrského vhledu“ do podstaty statistických problémů. Proto také se živě zajímal o různé základní otázky statistické indukce. Často se zaujetím o těchto problémech diskutoval, v některých jeho publikacích lze o nich najít zmínky, ale bohužel jim věnoval pouze tři články [5], [31] a [32]. Poslední z nich, přednáška [32] na berkeleyském symposiu, je nejvýznamnější a analyzují se v ní pojmy postačitelnosti, invariance, podobnosti, podmíněnosti a věrohodnosti.

Hájkova celá vědecká činnost byla úzce spojena s aplikacemi matematické statistiky. Jeho výsledky mají značný význam v tomto směru a skutečně se jich prakticky využívá (výběrová šetření, aplikace pořadových testů, stacionárních procesů atd.). Prof. Hájek však i sám přímo spolupracoval na mnoha úkolech praxe v různých oborech. Můžeme uvést např. jeho rozsáhlé spolupráce při výběrových šetřeních o stavu chrupu obyvatelstva, o výživě, několik antropometrických šetření atd. Dnes již lze stěží podat přehled o této rovněž intenzívní Hájkově činnosti, poněvadž jeho jméno zpravidla zůstávalo skryto v pozadí kromě jediné výjimky – publikace [18].

Prof. J. Hájek byl zaníceným vyznavačem matematicko-statistických metod, protože „statistika zvyšuje kulturu a produktivnost lidského myšlení, neboť umí rozlišit opodstatněné soudy od ukvapených, posoudit hranice, za nimiž jednodušší modely mají být nahrazeny složitějšími, a určit rozsah dat nutný k solidnímu rozhodnutí" (citace z vlastního hodnocení vedoucího katedry prof. Hájka z r. 1970). Proto také v zájmu dalšího růstu a rozšiřování tohoto oboru se věnoval s velkým zaujetím a obětavostí činnosti pedagogické. Ve své funkci vedoucího katedry matematické statistiky na matematicko-fyzikální fakultě UK vychovával aspiranty a mladší vědecké pracovníky, přednášel pro posluchače a připravoval pro ně skripta (viz [52], [55], [56]). Při této své učitelské činnosti býval dosti náročný a přísný, ale zato ti, kdo prošli Hájkovým školením, mají opravdu solidní vědecké základy. Rovněž je nutno vyzdvihnout, že těm, u nichž prof. Hájek našel talent a píli, pak všemožně pomáhal svými radami a podněty a leckdy jim nezištně dával k dispozici pro zpracování své závažné originální myšlenky. Tak vznikla řada dalších zajímavých prací jeho žáků a mnoho z nich dosáhlo pod jeho vedením kandidátské hodnosti (např. J. Anděl, M. Hušková, J. Jurečková, J. Štěpán, D. Vorlíčková, vietnamský aspirant Nguyen-van Ho). Svým působením prof. Hájek takto pozvedl na vysokou úroveň veškerou práci na katedře a založil zde vlastní vědeckou školu v oblasti asymptotických problémů matematické statistiky.

V duchu hořejšího citátu však prof. Hájek věnoval pozornost výuce matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti i na nižším stupni, neboť byl přesvědčen, že statistické myšlení čím dál tím více patří k všeobecnému vzdělání. Proto se s chutí podílel na sepsání učebnic [48] a [51] pro tehdejší střední všeobecně-vzdělávací školy (viz též metodický článek [38]) a populární knížky [49].

Z předchozích stran snad vystoupil jasně obraz profesora J. Hájka jako vynikajícího vědce, oddaně a plně sloužícího svému oboru. To však nikterak neznamená, že by šlo o člověka suchopárného a nudného – přesně naopak: Hájek byl veselé a společenské povahy, měl velký smysl pro humor a zvláště měl v oblibě a sám vymýšlel vtipy založené na slovních hříčkách; vzpomínám také například, že kdysi psával humoristické scénky pro společenské večírky Matematického ústavu ČSAV. Měl všestranný zájem o kulturu, o moderní malířství, o hudbu, zejména miloval koncertní kytaru a sám na ni dobře hrál. Projel na svých cestách velký kus světa, ale pro uklidnění a osvěžení se rád stále vracel do rodných Poděbrad, kde buď rybařil nebo pracoval na své malé zahrádce.

Jeho vědecké úspěchy a kladný poměr k životu byly však tvrdě vybojovány proti osudu: velkou část svého života trpěl vážnou ledvinovou chorobou. Zvláště v posledních letech a měsících bylo obdivuhodné, jak statečně a s mimořádnou silou vůle zápasil se svou nemocí. Navzdory jejímu zhoršování stále pracoval vědecky i organizačně a zachoval si životní elán a porozumění pro potřeby druhých. Ještě v posledních týdnech svého života měl mnoho plánů pro další vědeckou práci, které bohužel již zůstanou nenaplněny.

V osobě prof. J. Hájka odešel náš nejvýznamnější a světově nejproslulejší odborník v matematické statistice. Slova o nenahraditelnosti této ztráty zde vskutku nejsou jen frází, protože opravdu zřejmě dlouho nebude u nás nikoho, kdo by byl schopen v plném slova smyslu zaujmout ve vědeckém životě místo tak vynikající osobnosti.

SEZNAM PUBLIKACÍ JAROSLAVA HÁJKA

I. Články

[1] Užití komplexní methody a intervalu spolehlivosti při vážení. Statistický obzor *29* (1949), 258—273.

[2] Representativní výběr skupin methodou dvou fází. a) Statistický obzor *29* (1949), 384—394. b) (Výtah) Čas. pěst. mat. fys. *74* (1949), 282—283.

[3] Některá pořadová rozdělení a jejich použití. Čas. pěst. mat. *80* (1955), 17—31.

[4] Generalization of an inequality of Kolmogorov. Acta Math. Acad. Sci. Hung. *6* (1955), 281—283. (Společně s *A. Rényim.*)

[5] K některým základním otázkám matematické statistiky. Čas. pěst. mat. *80* (1955), 387—399. (Společně s *F. Fabianem.*)

[6] Асимптотическая эффективность одной последовательности тестов. Чехослов. мат. ж. *6 (81)* (1956), 26—30.

[7] Линейная оценка средней стационарного случайного процесса с выпуклой корреляционной функцией. Чехослов. мат. ж. *6 (81)* (1956), 94—117.

[8] Oblastní výběr. Aplikace matematiky *1* (1956), 149—161.

[9] Poznámka k článku „O jistých posloupnostech skupin bodů na kružnici". Čas. pěst. mat. *81* (1956), 77—78.

[10] Nerovnosti pro zobecněné Studentovo rozdělení a jejich použití. Čas. pěst. mat. *82* (1957), 182—194.

[11] Predicting a stationary process when the correlation function is convex. Czechoslovak Math. J. *8 (83)* (1958), 150—154.

[12] A property of J-divergences of marginal probability distributions. Czechoslovak Math. J. *8 (83)* (1958), 460—463.

[13] Об одном свойстве нормальных распределений произвольного стохастического процесса. Czechoslovak Math. J. *8 (83)* (1958), 610—618.

[14] O rozdělení některých statistik za přítomnosti vnitrotřídní korelace. Čas. pěst. mat. *83* (1958), 327—329.
[15] On the theory of ratio estimates. a) Aplikace matematiky *3* (1958), 384—398.
b) (Výtah) Bull. Inst. Internat. Statist. *37* (1960), Part 2, 3—10.
[16] Some contributions to the theory of probability sampling. Bull. Inst. Internat. Statist. *36* (1958), Part 3, 127—134.
[17] Optimum strategy and other problems in probability sampling. Čas. pěst. mat. *84* (1959), 387—423.
[18] Věk při prořezávání 2. dentice u dětí ČSSR. Československá stomatologie *59* — 2 (1959), 104—113. (Společně s *V. Poncovou.*)
[19] On a simple linear model in Gaussian processes. Trans. 2nd Prague Conf. Inf. Theory, Stat. Dec. Functions, Random Proc. 1959, Publ. House Czech. Acad. Sci., Praha 1960, 185—197.
[20] Limiting distributions in simple random sampling from a finite population. Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci. *5* (1960), 361—374.
[21] On plane sampling and related geometrical problems. Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Statist. Prob. 1960, Univ. of Calif. Press 1961, vol. I, 125—150. (Společně s *T. Daleniusem* a *S. Zubrzyckim.*)
[22] Some extensions of the Wald-Wolfowitz-Noether theorem. Ann. Math. Statist. *32* (1961), 506—523.
[23] On linear estimation theory for an infinite number of observations. Теория вероятностей и применения *6* (1961), 182—193.
[24] Concerning relative accuracy of stratified and systematic sampling in a plane. Colloquium math. *8* (1961), 133—134.
[25] On linear statistical problems in stochastic processes. Czechoslovak Math. J. *12* (*87*) (1962), 404—444.
[26] An inequality concerning random linear functionals on a linear space with a random norm and its statistical application. Czechoslovak Math. J. *12* (*87*) (1962), 486—491.
[27] Asymptotically most powerful rank-order tests. Ann. Math. Statist. *33* (1962), 1124—1147.
[28] Minimalisace nákladů při dosažení předepsané přesnosti současně u několika odhadů. Aplikace matematiky *7* (1962), 405—425.
[29] Asymptotic theory of rejective sampling with varying probabilities from a finite population. Ann. Math. Statist. *35* (1964), 1491—1523.
[30] Extension of the Kolmogorov-Smirnov test to regression alternatives. Bernoulli-Bayes-Laplace Anniversary Volume, Springer Verlag, Berlin 1965, 45—60.
[31] On the foundations of statistics. Conf. on Math. Methods in Economic Research, Smolenice 1965. Vydala Ekonomicko-matematická laboratoř při Ekonomickém ústavu ČSAV, Praha 1966, 1—17.
[32] On basic concepts of statistics. Proc. 5th Berkeley Symp. Math. Statist. Prob. 1965—1966, Univ. of Calif. Press 1967, vol. I, 139—162.
[33] Locally most powerful rank tests of independence. Studies in Math. Statistics, edited by K. Sarkadi and I. Vincze, Akadémiai Kiadó, Publ. House Hung. Acad. Sci., Budapest 1968, 45—51.
[34] Some new results in the theory of rank tests. Studies in Math. Statistics, edited by K. Sarkadi and I. Vincze, Akadémiai Kiadó, Publ. House Hung. Acad. Sci., Budapest 1968, 53—55.
[35] Asymptotic normality of simple linear rank statistics under alternatives. a) Ann. Math. Statist. *39* (1968), 325—346.
b) (Předběžné sdělení) Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. *57* (1967), 19—20.
[36] Asymptotic normality of simple linear rank statistics under alternatives II. Ann. Math. Statist. *40* (1969), 1992—2017. (Společně s *V. Dupačem.*)

[37] Asymptotic normality of the Wilcoxon statistic under divergent alternatives. Zastosowania matematyki *10* (1969), 171—178. (Společně s *V. Dupačem.*)
[38] K počtu pravděpodobnosti. Matematika ve škole *19* (1969), 449—462.
[39] Miscellaneous problems of rank test theory. Nonparametric Techniques in Statistical Inference, edited by M. L. Puri, Cambridge Univ. Press 1970, 3—17.
[40] A characterization of limiting distributions of regular estimates. Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. *14* (1970), 323—330.
[41] Limiting properties of likelihood and inference. Foundations of Statistical Inference, edited by V. P. Godambe and D. A. Sprott; Holt, Rinehart and Winston, Toronto 1971.
[42] Local asymptotic minimax and admissibility in estimation. Proc. 6th Berkeley Symp. Math. Statist. Prob. 1970, Univ. of Calif. Press 1972, vol. *I*, 175—194.
[43] Asymptotic sufficiency of the vector of ranks in the Bahadur sense. Ann. Statist. *2* (1974), 75—83.
[44] Regression designs in autoregressive stochastic processes. Ann. Statist. *2* (1974), 520—527. (Společně s *G. Kimeldorfem.*)
[45] Asymptotic theories of sampling with varying probabilities without replacement. Proc. Prague Symp. on Asymptotic Statistics, September 1973, Universita Karlova, Praha 1974, vol. *I*, 127—138.

II. Knihy a skripta

[46] Teorie výběrových šetření. SPN, Praha 1955. (Skripta VŠE.)
[47] Teorie pravděpodobnostního výběru s aplikacemi na výběrová šetření. NČSAV, Praha 1960.
[48] Algebra pro 3. roč. SVVŠ. SPN, Praha 1961; více vydání. (Autor kapitol o pravděpodobnosti a statistice, další spoluautoři knihy *A. Hyška, A. Robek, A. Hustá.*)
[49] Pravděpodobnost ve vědě a technice. NČSAV, Praha 1962. (Společně s *V. Dupačem.*)
Anglický překlad: Probability in Science and Engineering. Academia, Publ. House Czech. Acad. Sci., Praha, and Academic Press, New York, 1967.
[50] Přehled užité matematiky. SNTL, Praha 1963; 2. vydání 1968; 3. vydání 1973. (Autor kapitol o pravděpodobnosti a statistice, spoluautorství knihy v 18členném kolektivu vedeném *K. Rektorysem.*)
Anglický překlad: Survey of Applicable Mathematics. Iliffe Book Ltd., London 1969.
[51] Matematika pro 3. roč. SVVŠ, větev přírodovědná. SPN, Praha 1966; více vydání. (Autor kapitol o pravděpodobnosti a statistice, další spoluautoři knihy *E. Kraemer, F. Veselý, J. Voříšek, M. Zöldy.*)
[52] Neparametrické metody. SPN, Praha 1966. (Skripta MFF UK, společně s *D. Vorlíčkovou.*)
[53] Theory of Rank Tests. Academia, Publ. House Czech. Acad. Sci., Praha, and Academic Press, New York, 1967. (Společně se *Z. Šidákem.*)
Ruský překlad: Теория ранговых критериев. Издательство Наука, Москва 1971.
[54] A Course in Nonparametric Statistics. Holden-Day, San Francisco 1969. (Chystá se ruský překlad.)
[55] Stacionární procesy. SPN, Praha 1969. (Skripta MFF UK, společně s *J. Andělem.*)
[56] dokončený rukopis: Matematická statistika. (Skripta MFF UK, společně s *D. Vorlíčkovou.*)
[57] téměř dokončený rukopis monografie: Theory of Probability Sampling.

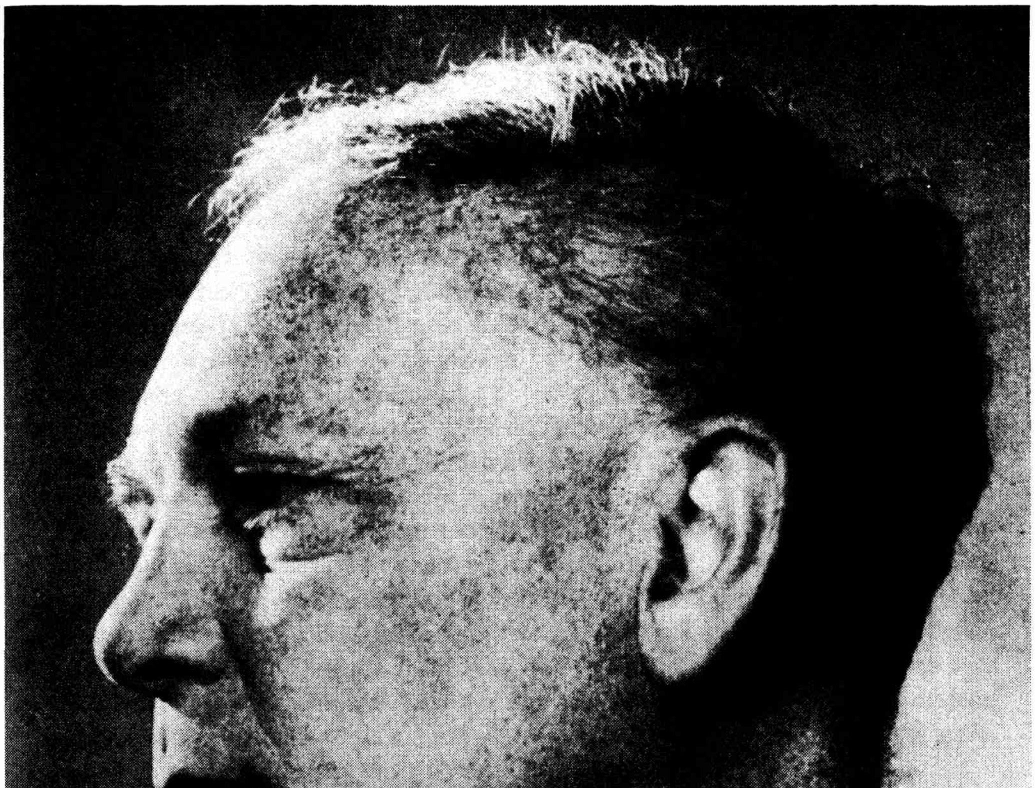
Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

O ŽIVOTĚ A DÍLE ČLENA KORESPONDENTA ČSAV PROF. VLADIMÍRA KNICHALA

Jaroslav Kurzweil, Praha

Vladimír Knichal se narodil 20. března 1908 v Troubkách u Kroměříže. Jeho otec byl učitelem na národní škole. Na obecnou školu chodil Vladimír Knichal v Kunčicích u Ostravy. Od r. 1918 studoval na České státní reálce v Moravské Ostravě a studium zakončil v r. 1925 maturitou. Během středoškolského studia měl daleko větší zájem o matematiku, fyziku a chemii než o ostatní předměty a využíval možnosti pracovat ve fyzikální a chemické laboratoři. Zamýšlel studovat elektrotechnické inženýrství a teprve v posledním roce před maturitou se rozhodl pro studium matematiky a fyziky. Na přírodovědecké fakultě Karlovy university studoval v letech 1925 až 1930. Na universitě se věnoval převážně studiu matematiky, aktivně se účastnil matematických seminářů a „Rozhovorů". Již v r. 1926 uveřejnil svou první matematickou práci a v témže roce se stal pomocnou vědeckou silou. Jeho vědecký růst ovlivnili nejvíce profesoři Karel Petr a Vojtěch Jarník. V r. 1929 byl ustanoven výpomocným asistentem matematického semináře Karlovy university. V r. 1930 dosáhl aprobace pro vyučování matematice a fyzice ve vyšších třídách středních škol a byl ustanoven řádným asistentem Matematického ústavu Karlovy university a toto ustanovení mu bylo prodlužováno do konce r. 1943. Doktorátu přírodních věd dosáhl v r. 1931; jeho disertační práce a později též habilitační práce se týkaly použití Hausdorffovy míry na některé problémy z teorie čísel. O svých vědeckých výsledcích přednášel na přednáškách pořádaných Jednotou československých matematiků a fyziků a na Kongresu matematiků zemí slovanských v Praze v r. 1934. Ve školním roce 1936–37 byl na studijním pobytu v Polsku. Na varšavské universitě se aktivně účastnil semináře prof. W. Sierpińského a zejména semináře prof. K. Kuratowského, doc. B. Knastera a doc. K. Borsuka. Venia docendi mu byla udělena v r. 1937.

Po uzavření vysokých škol za nacistické okupace působil na reálce v Praze-Holešovicích, na reálném gymnasiu v Praze-Michli a od r. 1941 na vyšší průmyslové škole v Praze-Smíchově. V té době se zabýval metodickými otázkami vyučování matematice, studiem fyziky a zejména aplikacemi matematiky v mechanice, teorii pružnosti a pevnosti a elektrotechnice. V r. 1945 se vrátil na přírodovědeckou fakultu Karlovy university. Od října 1945 do června 1949 působil na přírodovědecké fakultě brněnské university a od října 1946 do června 1949 přednášel současně na pedagogické fakultě brněnské university. Mimořádným profesorem matematiky byl jmenován v r. 1946



Profesor VLADIMÍR KNICHAL

s účinností od 1. 10. 1945. Od r. 1949 do r. 1953 přednášel na fakultě inženýrského stavitelství ČVUT. Od 1. 7. 1950 mu bylo uděleno ministerstvem školství, věd a umění neplacené volno, aby mohl působit v Ústředním ústavu matematickém. Již před tím od 1. 10. 1948 vedl spolu s prof. Františkem Vyčichlem technickou sekci Matematického ústavu při České akademii věd a umění, který byl předchůdcem Ústředního ústavu matematického. Když v r. 1952 vznikla Československá akademie věd, stal se vědeckým pracovníkem Matematického ústavu ČSAV. Ředitelem Matematického ústavu ČSAV byl jmenován k 1. 1. 1954. V r. 1956 mu Státní komise pro vědecké hodnosti udělila vědeckou hodnost doktora fyzikálně-matematických věd. V r. 1961 byl zvolen členem korespondentem ČSAV. I v tomto období se s velkou energií věnoval přípravě budoucích matematiků a inženýrů a řešení problémů s tím spojených. Mnoho času a sil věnoval práci na vysokých školách a to zejména na fakultě stavebního inženýrství, na fakultě jaderné a fyzikálně-inženýrské a na fakultě elektrotechnické ČVUT. V roce 1962 na jubilejním sjezdu JČSMF ke stému výročí založení byl zvolen čestným členem JČSMF.

Přes své velké pracovní zatížení si vždy našel čas i na společensky angažovanou činnost. Byl přesvědčeným komunistou a až do své smrti se aktivně účastnil veřejného života. Tato jeho aktivita jakož i zásluhy o vědeckou a organizátorskou práci v matematice byly oceněny Řádem práce v r. 1968. V r. 1973 byl vyznamenán stříbrnou plaketou B. Bolzana za zásluhy o rozvoj matematických věd. V čele Matematického ústavu ČSAV stál Vladimír Knichal do r. 1972. I v době, kdy na jeho životních silách hlodala těžká choroba, věnoval všechen svůj zájem a síly matematice a Matematickému ústavu ČSAV. Zemřel náhle 1. listopadu 1974.

Vědecké práce, které Vladimír Knichal uveřejnil, dávají jen velmi kusý a nedokonalý obraz šíře jeho vědeckých zájmů i jeho práce a výsledků. První z nich obsahuje odhad počtu členů, které vzniknou rozvinutím determinantu, jsou-li na daných místech nuly. Dvě práce jsou věnovány metrické teorii čísel. Znamená-li $p(x, n)$ počet nul na prvních n místech dyadického rozvoje čísla x, $0 < x < 1$, pak platí

$$p(n, x) = \frac{n}{2} + O((n \log\log n)^{1/2}) \tag{1}$$

pro skoro všechna x, ale $p(n, x) = \frac{1}{2}n + O(n^{1/2})$ je pro skoro všechna x nesprávné (Chinčin 1923). Vladimír Knichal se v práci [A 2] zabýval množinami složenými z takových x, pro něž (1) neplatí. V práci [A 2] stanovil Hausdorffovu dimensi množiny $\mathfrak{N}_r$ takových x, pro něž je $\liminf_n p(n, x) \leqq r$, kde $0 < r < \frac{1}{2}$. V práci [A 5] užíval soustavy Hausdorffových měr vytvořených systémem funkcí $x \exp((-\log x)^{\beta})$, $0 < \beta < 1$ a vzhledem k tomuto systému měr určil dimensi množiny $\mathfrak{M}_{\alpha}$ takových x, pro něž platí

$$p(n, x) = \frac{n}{2} + O(n^{\alpha}),$$

kde $0 \leqq \alpha \leqq \frac{1}{2}$.

Ve třech pracích je vyšetřována množina A spojitých zobrazení intervalu $[0, 1]$ do sebe s ohledem na operaci superposice zobrazení. Definujme, že množina $X \subset A$ má vlastnost U_i, jestliže ke každé posloupnosti funkcí $f_j \in X$, $j = 1, 2, 3, \ldots$ existují funkce $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_i \in X$ tak, že každá funkce f_j dané posloupnosti je superposicí nějaké konečné posloupnosti funkcí $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_i$. Množina $X \subset A$ má vlastnost V_i, jestliže existují funkce $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_i \in X$ tak, že každou funkci $f \in X$ lze aproximovat s libovolnou přesností vhodnou superposicí funkcí $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_i$. Snadno lze ukázat, že X má vlastnost V_i, má-li vlastnost U_i. Otázku, zda A má vlastnost V_i pro nějaké i zodpověděli Schröder a Ulam v r. 1934: dokázali, že A má vlastnost V_5. Ještě v témže roce zesílil jejich výsledek W. Sierpiński: dokázal, že A má vlastnost U_4. Konečné řešení přináší práce [A 3], jejímiž autory jsou V. Jarník a Vl. Knichal: A má vlastnost U_2 a nemá vlastnost V_1. V práci [A 4] týchž autorů jsou vyšetřeny množiny B, B_1 a C_1. B je množina neklesajících funkcí z A, B_1 je množina těch funkcí z B, které mají konečnou derivaci zprava i zleva v každém bodě a C_1 je množina rostoucích funkcí z B_1. V [A 4] je dokázáno, že množiny B i B_1 se chovají obdobně jako množina A: mají vlastnost U_3 a nemají vlastnost V_2. Dále je dokázáno v [A 4], že množina C_1 nemá vlastnost U_i pro žádné i. Nechť ještě D je množina rostoucích funkcí f z A takových, že $f(0) = 0, f(1) = 1$. O množině D dokázali Schreier a Ulam, že má vlastnost U_5. K tomuto výsledku se vrátil Vladimír Knichal v práci [A 6]; ukázal, že existují $\varphi, \psi \in D$ takové, že každou funkci $f \in D$ lze aproximovat s libovolnou přesností superposicí funkcí φ, ψ tvaru $\varphi^n\psi^m$.

Ve společné práci [A 7] B. Bydžovského a Vl. Knichala je provedena projektivní klasifikace všech možných případů dvou kvadrik, jejichž prostřední simultánní invariant je roven nule, a všechny případy jsou klasifikovány též geometricky.

V práci [A 8] je nalezeno abstraktní jádro věty, že k číslu λ, $0 < \lambda < 1$ a k množině $M \subset R^n$, jejíž vnitřní Lebesgueova míra $m_i(M)$ je kladná, existuje $x \in R^n$ tak, že počet mřížových bodů obsažených v posunuté množině $M + x$ je větší než $\lambda m_i(M)$. Tato věta pochází od H. F. Blichfeldta. Obecnější výsledek dokázal C. Visser. (Přirozeně funkce, která množině $M \subset R^n$ přiřazuje počet mřížových bodů obsažených v M, je míra.) Z řady výsledků, které jsou dokázány v [A 8], uveďme: Nechť T je metrická separabilní grupa. Nechť σ, τ jsou míry definované na systému borelovských podmnožin v T, $\sigma(T) = \tau(T) = 1$ a nechť Γ je borelovská podmnožina v T. Potom existují prvky $\alpha, \beta, \alpha', \beta' \in T$ tak, že platí $\tau(\Gamma\beta) \leqq \sigma(\alpha\Gamma)$, $\tau(\Gamma\beta') \geqq \sigma(\alpha'\Gamma)$. V práci [A 9] je obdobný výsledek dokázán pro případ, že na n-dimensionální sféru $S_n \subset \subset R^{n+1}$ působí grupa T isometrických transformací a na sféře S_n se porovnává Lebesgueova míra s libovolnou jinou měrou.

V práci [A 10] napsané společně s V. Jarníkem je významně zobecněna základní věta geometrie čísel: nepředpokládá se, že vyšetřovaná množina je konvexní. Je-li $A \subset R^n$, nechť $\frac{1}{2}\mathfrak{B}(A) = \{x = \frac{1}{2}(u - v) \mid u, v \in A\}$. Pro $B \subset R^n$, $j = 1, 2, \ldots, n$ nechť $\tau''_j(B)$ znamená infimum takových čísel $\alpha > 0$, že množina $\bigcup_{\beta < \alpha} \beta B$ obsahuje alespoň j nezávislých mřížových bodů. Nechť $m_i(B)$ znamená vnitřní Lebesgueovu míru množiny B. Podle Minkowského věty pro konvexní symetrické omezené uzavřené množiny C takové, že $m_i(C) > 0$, platí

$$\tau_1''(C)\,\tau_2''(C)\ldots\tau_n''(C)\,m_i(C) \leqq 2^n .$$

(Je ovšem $\tau_j''(C) = \inf\{\alpha > 0 \mid \alpha C$ obsahuje alespoň j nezávislých mřížových bodů$\}$.) V práci [A 10] je dokázáno, že platí

$$(1) \qquad \tau_1''(\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{B}(A))\,\tau_2''(\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{B}(A))\ldots\tau_n''(\tfrac{1}{2}\,\mathfrak{B}(A))\,m_i(A) \leqq 2^{2n-1}$$

pro libovolnou množinu $A \subset R^n$, pro níž je $0 < m_i(A) < \infty$. Odhad v (1) je ještě poněkud zostřen a na druhé straně je nalezen dolní odhad pro supremum levé strany vzhledem k množině A (a toto supremum je větší než 2^n pro $n > 1$). Knichalovy výsledky z geometrie čísel jsou stále citovány v literatuře; v monografii C. G. Lekkerker, Geometry of numbers (Wiley 1969) jsou citovány práce [A 8], [A 9], [A 10] a práce [A 10] je citována v monografii O. H. Keller, Geometrie der Zahlen (Teubner 1954).

V práci [A 11] je dokázána jednoznačnost a existence řešení soustavy lineárních algebraických rovnic a lineárních diferenciálních rovnic, která popisuje chování proudů a napětí v obecné elektrické síti, do jejíchž větví jsou zapojeny lineární elementy odporové, kapacitní, indukční, vzájemně indukční a zdroje střídavého napětí.

Vladimír Knichal měl od svých středoškolských let hluboký vnitřní zájem o porozumění podstatě přírodních jevů, zvláště fyzikálních. V době universitního studia se věnoval především studiu matematiky, neboť jej neuspokojoval tehdejší ne dosti přesný způsob výkladu základů fyziky. K promýšlení matematického přístupu k fyzikálním jevům se vrátil za svého působení na středních školách za války vyzbrojen rozsáhlými i hlubokými znalostmi v matematice. Soustavně a v dlouhém časovém období se zabýval základy teorie relativity. Koncem padesátých let dokázal tento výsledek: V prostoru R^{r+s}, kde $r, s = 1, 2, \ldots$ zaveďme kvadratickou formu vztahem

$$\vartheta(x) = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_r^2 - x_{r+1}^2 - \ldots - x_{r+s}^2$$

a číslo $\varrho^2(a, b) = \vartheta(a - b)$ pro $a, b \in R^{r+s}$ nazývejme „vzdáleností“ bodů a, b. Nechť $r + s \geqq 3$. Nechť f je prosté zobrazení prostoru R^{r+s} na sebe, které zachovává nulovost „vzdálenosti“ (tj. $\varrho^2(a, b) = 0 \Leftrightarrow \varrho^2(f(a), f(b)) = 0$). Potom f je lineární zobrazení.

Pozoruhodné je, že v žádné formě není zaveden předpoklad o spojitosti zobrazení f. Tuto větu s podrobným důkazem Knichal vyložil na semináři o základech teorie relativity, který v r. 1961 pořádal na fakultě jaderné a fyzikálně-inženýrské ČVUT. Ve speciálním případě $r = 3$, $s = 1$ dostáváme charakterisaci Lorentzovy transformace. Sdělení, které Knichal o tomto speciálním případě přednesl na Světovém matematickém kongresu v Amsterodamu v r. 1954, vzbudilo zaslouženou pozornost. Práci o této problematice, kterou Vladimír Knichal chystal, nikdy nepovažoval za ukončenou a k jejímu uveřejnění nedošlo. Cílem, k němuž směřoval, byla obecná teorie, v níž by šlo o principiálně jednoznačné určení metriky v zakřivených prostorech. Speciálním případem měl být axiomatický přístup k teorii relativity, vycházející z jednoduchých axiomů, přístupných přímé verifikaci.

Vladimír Knichal věnoval mnoho času a usilovné práce řadě problémů v oblasti aplikované matematiky. Problém jej vždy zajímal ve všech podstatných souvislostech. Trpělivě studoval technickou literaturu, která souvisela s řešeným problémem, a měl mimořádné schopnosti najít společný jazyk s těmi pracovníky, kteří se problémem zabývali ze stránky technické. Rozřešil řadu problémů z teorie elektrických obvodů a významně přispěl k řešení jisté obtížné problematiky v teorii radiolokace. Hledal numerické metody vhodné ke stanovení konformního zobrazení dané oblasti a zabýval se využitím samočinných počítačů i v těch případech, kdy topologická struktura vyšetřované oblasti není předem známa.

Vyšetřoval konformní zobrazení v euklidovských prostorech dimense větší než 2 a ve známé Liouvilleově větě předpoklad, že zobrazení má spojité derivace třetího řádu, nahradil předpokladem, že zobrazení má spojité derivace prvního řádu. Tento výsledek nebyl publikován. Rovněž nebyly publikovány ani ve formě skript originální přednášky o konformním zobrazení, které konal na Karlově universitě. Neuveřejněno zůstalo také jeho originální a velmi obecné zpracování teorie k-rozměrných integrálů na varietách dimense n, $k < n$. O této teorii měl Knichal cyklus přednášek již za svého působení na brněnské universitě a brzy po svém příchodu do Prahy též v tehdejším Badatelském ústavu matematickém. O několik let později upozorňuje V. Jarník v předmluvě k Integrálnímu počtu II, že nezná výkladu o těchto věcech ve světové literatuře, který by vyhovoval současně vědecky i didakticky a dodává: „Vím však, že někteří naši význační matematikové si tyto problémy hluboce promyslili a doufám, že v dohledné době vyplní tuto podstatnou mezeru v naší literatuře.“

V letech 1973–74 byl Vladimír Knichal vedoucím kolektivu v Matematickém ústavu ČSAV, který vypracoval překladač z jazyku Fortran pro počítač československé výroby „Aritma 1010“. Tato jeho činnost je zajímavým a přesvědčivým dokladem o tom, jak Knichal sledoval moderní metody, jak dokázal svou matematickou všestrannost plodně použít i v tak specialisované oblasti systémového programování, jako je tvorba kompilátoru, pro který vypracoval řadu programů.

Ředitelem Matematického ústavu ČSAV byl Vladimír Knichal jmenován asi rok po založení Československé akademie věd. Byla to doba budování pracovišť ČSAV a jejich rychlého růstu. Matematický ústav ČSAV měl tenkrát 23 zaměstnanců (12 vědeckých, 2 odborné, 7 administrativních a 2 pomocné) a 20 vědeckých aspirantů. Nebyla ještě ustavena vědecká oddělení, vytvořily se však již pracovní skupiny, z nichž později vědecká oddělení vznikla. Asi polovina z tehdejších vědeckých aspirantů se později stala vědeckými pracovníky v Matematickém ústavu ČSAV a asi polovina se uplatnila na matematických pracovištích vysokých škol. V polovině roku 1955 bylo po prvé stanoveno organisační schema Matematického ústavu ČSAV. Matematický ústav ČSAV měl tenkrát 5 vědeckých oddělení (oddělení počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky s 10 pracovníky, vědeckými i odbornými, oddělení teorie parciálních diferenciálních rovnic a matematické teorie pružnosti s 8 pracovníky, oddělení obyčejných diferenciálních rovnic se 4 pracovníky, oddělení numerických metod početních s 5 pracovníky a oddělení elementární matematiky se 3 pracovníky). Matematický ústav ČSAV měl 40 zaměstnanců (17 vědeckých, 15 odborných, 5 administrativních a 3 pomocné) a 12 vědeckých aspirantů. Vl. Knichal musel řešit řadu problémů spojených s budováním Matematického ústavu a s určováním jeho vědeckého a pracovního zaměření. K těmto úkolům přistupoval s velkou odpovědností a jejich řešení věnoval své nejlepší síly. Vycházel z přesvědčení, že Matematický ústav ČSAV má být pracovištěm nejvyšší vědecké úrovně, kde současně se základním výzkumem uvnitř matematiky jsou řešeny nestandardní úkoly vycházející z potřeb jiných oborů, a že právě ve spojení matematického myšlení a matematické tvořivosti s problémy vznikajícími v praxi je záruka zdravého rozvoje i významu matematiky. V Matematickém ústavu ČSAV vedl několik let seminář o representaci topologických grup se zaměřením na aplikace v kvantové mechanice, školil vědecké aspiranty a pracoval na řadě úkolů v rámci spolupráce zejména s n. p. Škoda Plzeň, s Výzkumným ústavem oborového podniku Škoda Plzeň, s ministerstvem zahraničního obchodu, s n. p. Aritma.

Zvláštní pozornost si zaslouží Knichalova činnost na pražské technice. Prof. Knichal přešel na ČVUT v r. 1949 po odchodu prof. Vojtěcha. Tehdy existovala jedna veliká katedra matematiky pro celé ČVUT. Jejím vedoucím byl prof. Vyčichlo. Prof. Vojtěch byl významnou matematickou osobností na technice, jeho způsob výuky matematice byl však v době, o které mluvíme, již poněkud zastaralý. Prof. Knichal spolu s prof. Vyčichlem položili základ k novému, modernějšímu pojetí vyučování matematiky na technice. Jimi vypracovaná koncepce výuky se udržela dlouhou řadu let a ve svých podstatných rysech trvá dodnes.

Po čtyřletém působení na technice byl Vl. Knichal jmenován ředitelem Matematického ústavu ČSAV. Jeho plodná spolupráce s technikou tím však neskončila. Jako význačný matematik s neobyčejným citem pro potřeby techniků byl vyzván aby se stal vedoucím autorem celostátní učebnice matematiky pro vysoké školy technické. Tohoto úkolu se skutečně ujal. Nelitoval času a dva roky externě přednášel na stavební fakultě, aby získal čerstvé zkušenosti. Tak vznikla dvoudílná učebnice [B 1]. Situace pro Vl. Knichala nebyla jednoduchá. Podle pokynů ministerstva školství měla být učebnice psána pro všechny typy technických fakult a při tom se zvláštním zřetelem k dálkově studujícím — měla tedy obsahovat mnoho příkladů podrobně propočítaných v textu. Oba tyto požadavky způsobily, že její objem značně vzrostl a — což bylo pro Vl. Knichala zvláště nepříjemné — nemohla být psána na takové úrovni, jak by si byl přál. Přesto se učebnice stala u studentů velmi oblíbenou, zejména pro svou srozumitelnost. Podávat studentům látku ve srozumitelné formě, to byl právě jeden z nejvýraznějších rysů pedagogické činnosti Vlad. Knichala.

V letech 1961—64 působil Vlad. Knichal jako externí vedoucí katedry matematiky na fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT. V té době se intensivně zabýval myšlenkou diferencované výchovy zvlášť nadaných studentů. Šlo mu o to vyčlenit studenty různých studijních oborů se zřejmým zájem a nadáním pro matematiku a dát těmto studentům – vedle základního odborného inženýrského vzdělání – hluboké a účelné vzdělání v matematice. Cílem bylo vychovat mladé vědecké pracovníky, kteří by svým rozhledem jak v matematice tak v inženýrských disciplinách byli účinnou posilou v oblasti aplikované matematiky. Knichalovi se podařilo získat pro tuto svou myšlenku tehdejšího rektora ČVUT v Praze prof. Ing. Dr. Františka Brabce, DrSc. a další čelné funkcionáře. Je třeba uvést, že vlastní sestavování příslušných učebních plánů vyžadovalo velkého úsilí a někdy i složitých jednání s představiteli příslušných technických oborů. Knichalovi se podařilo dosáhnout úspěšné realizace a to v rámci volné katedry matematiky na ČVUT, jejímž byl spolutvůrcem a vedoucím. Matematické výchově těchto vybraných studentů se věnoval s nesmírným elánem. Jako učitele získal naše přední odborníky a sám vedl rozsáhlý seminář. Vlastní výuka byla velmi intensivní a úspěšná. Z těchto vybraných studentů vyrostla řada vynikajících odborníků. Byl to právě velký pedagogický cit Vl. Knichala, který mu umožnil správně rozpoznat schopnosti studentů a cílevědomě jich využít k přípravě pro tvůrčí vědeckou práci. Správnost Knichalovy myšlenky se mimo jiné později potvrdila tím, že tehdejší ministerstvo školství a kultury kodifikovalo diferencovanou výchovu zvlášť nadaných studentů výnosem, který platí dodnes.

Problematice výuky matematice na vysokých školách technických, zejména na ČVUT v Praze se Vl. Knichal věnoval s velkým zanícením. Především mu šlo o postavení výuky matematice ve výchově inženýrů. Významně se podílel na řešení otázek obsahových i metodických. Velký důraz kladl vždy na přesné vymezení cíle výchovy inženýra. Od r. 1966 byl členem poradního sboru rektora ČVUT v Praze pro matematiku. Zvláštního ocenění zasluhuje jeho spolupráce na obsahové přestavbě studia na ČVUT v Praze v letech 1965–66. Byl spolutvůrcem učebních plánů a osnov, které se dodnes realizují na elektrotechnické fakultě ČVUT v Praze. Zejména šlo o obsahovou náplň nového předmětu „Úvod do lineární algebry a analytické geometrie" dále o výraznou modernizaci diferenciálního počtu funkcí více proměnných, o vícerozměrnou integraci založenou na Lebesgueově definici integrálu, o zavedení elementů funkcionální analýzy atd.

V r. 1971 vznikl na elektrotechnické fakultě ČVUT v Praze seminář o metodách funkcionální analýzy v kvantových teoriích, zaměřený zejména zpočátku na axiomatiku kvantové mechaniky. Vl. Knichal přijímá pozvání na tento seminář. Ačkoliv byl vemi zaneprázdněn a trpěl vážnou chorobou, účastnil se aktivně tohoto semináře a výrazně přispěl k jeho prvnímu zaměření.

Vl. Knichal sledoval s velkým zájmem problémy vyučování matematice na školách všech stupňů – to vyplývalo z jeho upřímného a opravdového zájmu o mladé lidi. Některé jeho myšlenky a postřehy jsou zachyceny v článku [C 1]. Svůj rozhled a zkušenosti uplatnil jako předseda komise ministerstva školství pro modernizaci vyučování matematice na školách všech stupňů a jako člen vědecké rady Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice.