Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

ÚLOHY A PROBLÉMY

SEMIREGULÁRNÍ MNOŽINY V HARMONICKÝCH PROSTORECH

JAROSLAV LUKEŠ, Praha

V tomto časopise, *roč.* 97 (1972), str. 334, předložil JOSEF KRÁL následující úlohu: Nechť U je resolutivní množina s hranicí $U^* \neq \emptyset$ v harmonickém prostoru X (viz [1]) a označme pro každý kompakt $K \subset X$ symbolem $C(K)$ prostor všech spojitých (konečných) reálných funkcí na K. Každé funkci $f \in C(U^*)$ je tedy přiřazena harmonická funkce H_f^U na U, která je zobecněným řešením (v Perronově smyslu) Dirichletovy úlohy příslušné k množině U a okrajové podmínce f. Nechť U_r značí množinu všech $x \in U^*$, pro něž $\lim_{y \to x, y \in U} H_f^U(y) = f(x)$ pro každou funkci $f \in C(U^*)$. Množina U se nazývá semiregulární, jestliže pro každou funkci $f \in C(U^*)$ lze příslušnou funkci H_f^U rozšířit na $F \in C(U \cup U^*)$. Je-li U semiregulární, pak U_r je kompaktní. Obrácení tohoto tvrzení neplatí v Bauerových harmonických prostorech. Rozhodněte, zda obrácené tvrzení platí v Brelotových prostorech (nebo alespoň v harmonickém prostoru indukovaném klasickými harmonickými funkcemi na n-rozměrném euklidovském prostoru $X = R^n$), tj. rozhodněte o správnosti následujícího

Tvrzení. *Nechť X je Brelotův prostor a buď $U \subset X$ relativně kompaktní otevřená (a tedy resolutivní) množina, $U^* \neq \emptyset$. Pak U je semiregulární, právě když U_r je kompaktní.*

IVAN NETUKA dokázal v tomto časopise, roč. *98* (1973), str. 419–421 v poznámce o semiregulárních množinách, že odpověď na uvedenou otázku je kladná, jestliže množina $U_{ir} = U^* \setminus U_r$ všech iregulárních bodů je polární. Není těžké sestrojit příklad Brelotova harmonického prostoru, v němž existuje otevřená relativně kompaktní množina s uzavřenou množinou regulárních bodů, která není semiregulární. Jeden příklad takového prostoru podává C. CONSTANTINESCU v Rev. Roum. Math. Pures Appl. *10* (1965), 267–270, jiný uvádí Ivan Netuka v tomto časopise, roč. *99* (1974), 90–93. V této poznámce podáme úplnou charakteristiku semiregulárních množin v obecných, ne nutně Brelotových, harmonických prostorech. Dokážeme totiž následující větu.

Věta. *Nechť $(X, \mathscr{H})$ je silný harmonický prostor ve smyslu Bauerovy axiomatiky [3], v němž konstanty jsou harmonické funkce a kde harmonické funkce oddělují body. Potom relativně kompaktní otevřená množina U je semiregulární, právě když množina regulárních bodů je kompaktní a množina iregulárních bodů má harmonickou míru 0 v každém bodě množiny U.*

Jestliže $A \subset U^*$, říkejme v dalším krátce, že A je *nulová*, má-li harmonickou míru 0 v každém bodě množiny U. Poznamenejme, že každá polární množina obsažená v U^* je nulová a že obecně množina iregulárních bodů může mít v některých bodech, anebo i ve všech bodech, množiny U, kladnou harmonickou míru.

K důkazu uvedené věty využijeme podstatně výsledků prací [4] a [5], shrňme tedy jejich nejdůležitější myšlenky.

Buď Y kompaktní metrický prostor a $\mathscr{A}$ uzavřený lineární podprostor $C(Y)$ obsahující konstanty a oddělující body Y. Na $\mathscr{A}$ uvažujme supremovou normu a označme $\mathscr{A}'$ topologický duál a $\mathscr{A}'^+$ jeho positivní kužel. Zobrazení $\delta : x \mapsto \varepsilon_x$, kde ε_x značí Diracovu míru v bodě x, je homeomorfním vnořením Y do $\mathscr{A}'^+$ a Choquetova hranice $\mathrm{Ch}_{\mathscr{A}}\, Y$ je právě vzor všech extremálních bodů množiny $S(\mathscr{A})$ při zobrazení δ, kde $S(\mathscr{A})$ je slabý uzávěr konvexního obalu $\delta(Y)$ v $\mathscr{A}'^+$. Je známo, že následující dvě podmínky jsou ekvivalentní:

(i) $S(\mathscr{A})$ je Choquetův simplex,

(ii) pro každý kompakt $K \subset \mathrm{Ch}_{\mathscr{A}}\, Y$ lze každou spojitou funkci na K prodloužit na funkci z $\mathscr{A}$ se stejnou normou.

Předpokládejme nyní, že $(X, \mathscr{H})$ je silný harmonický prostor ve smyslu Bauerovy axiomatiky [3] a nechť pro jednoduchost konstantní funkce jsou harmonické a harmonické funkce oddělují body X. Je-li $U \subset X$ relativně kompaktní otevřená množina a zvolíme-li za $\mathscr{A}$ systém všech spojitých funkcí na $\overline{U}$, které jsou harmonické v U, vzniká otázka, zda pro tento systém funkcí je splněna některá z ekvivalentních podmínek (i) či (ii). Takto formulovali v [6] svůj problém E. G. EFFROS a J. L. KAZDAN, přičemž sami dokázali, že při splnění dodatečného tzv. dominačního axiomu D, je vždy $S(\mathscr{A})$ simplex. Nedávno J. BLIEDTNER a W. HANSEN v práci [4] ukázali, že $S(\mathscr{A})$ je simplex bez jakýchkoliv dalších axiomů. Navíc v [5] dokázali (Proposition 7), že maximální míry v Choquetově uspořádání representující body množiny $\overline{U}$ splývají s vymetenými (balayage) Diracovými měrami na doplněk U (což jsou v podstatě harmonické míry) v každém bodě $\overline{U}$, právě když množina iregulárních bodů je nulová. Protože bod $x \in U^*$ leží v Choquetově hranici, právě když maximální míra jej representující je právě Diracova míra, a bod $x \in U^*$ je regulárním bodem množiny U, právě když Diracova míra v tomto bodě splývá s vymetenou Diracovou měrou, dostáváme odtud ihned následující

Lemma. *Je-li množina iregulárních bodů nulová, splývá Choquetova hranice s množinou regulárních bodů.*

Přejděme nyní k důkazu hlavní věty uvedené v úvodu. Je-li U semiregulární množina, potom je množina iregulárních bodů nulová (viz [2], Věta 35). Nechť naopak pro otevřenou relativně kompaktní množinu U je množina U_r uzavřená a množina U_{ir} nulová. Podle lemmatu víme, že $U_r = \mathrm{Ch}_{\mathscr{A}} \overline{U}$. Zvolme $f \in C(U^*)$ a označme $F = f \restriction U_r$. Podle (ii) existuje $G \in C(\overline{U})$ a harmonická na U tak, že $F = G \restriction U_r$. Stačí nyní dokázat, že $H_f^U = G$ na U. Položíme-li ovšem $\Phi = H_f^U - G$ na U, jest funkce Φ harmonická a omezená na U a pro každé $z \in U_r$ jest $\lim_{x \to z} \Phi(x) = 0$. Odtud podle principu minima pro harmonické funkce (viz [3], Věta 4.4.6) vyplývá, že $\Phi = 0$ na U.

Literatura

[1] *C. Constantinescu:* Harmonic spaces and their connections with the semi-elliptic differential equations and with Markov processes, Elliptische Differentialgleichungen (Symposium), Akademie-Verlag, Berlin 1969.

[2] *H. Bauer:* Axiomatische Behandlung des Dirichletschen Problems für elliptische und parabolische Differentialgleichungen, Math. Ann. *146* (1962), 1—59.

[3] *H. Bauer:* Harmonische Räume und ihre Potentialtheorie, Lecture Notes in Mathematics, vol. *22*, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1966.

[4] *J. Bliedtner - W. Hansen:* Simplexes et espaces harmoniques, CR Acad. Sci. Paris, Sér. A, *278*, 757—759.

[5] *J. Bliedtner - W. Hansen:* Cônes de fonctions surharmoniques. Caractérisation de la frontière de Choquet, CR Acad. Sci. Paris, Sér. A, *278*, 1299—1301.

[6] *E. G. Effros - J. L. Kazdan:* Applications of Choquet simplexes to elliptic and parabolic boundary value problems, J. Diff. Equations *8* (1970), 95—134.

Adresa autora: 186 00 Praha 8, Sokolovská 83 (Matematicko-fyzikální fakulta UK).

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

RECENSE

G. Owen: SPIELTHEORIE, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971, brožované 230 stran, cena DM 28,—. Kniha je překladem anglického originálu „Game Theory" vydaného r. 1968 W. B. Saunders Company, Philadelphia—London—Toronto.

V knize lze vydělit dvě tématické části: První z nich, tvořená kapitolami I až V je věnována hrám dvou osob a druhá, tvořená zbývajícími kapitolami VI až X pojednává o teorii her n osob. Způsob výkladu je takový, že uvedené dvě části lze čísti prakticky nezávisle na sobě a dokonce i jednotlivé kapitoly v knize je možné studovat poměrně nezávisle.

Kniha vhodně spojuje matematickou rigoróznost výkladu základních teoretických principů teorie her s důkladným heuristickým osvětlením matematické teorie, zvláště ve druhé části knihy.

Dobré čitelnosti knihy i pro méně pokročilého čtenáře napomáhá, že autor se snaží vždy dospět co nejjednoduševji a nejrychleji k hlavnímu cíli a nezatěžuje výklad některými tradičními avšak zbytečnými souvislostmi a komplikacemi. Sem náleží např. to, že teorie užitku se vykládá až ve druhé části knihy, kde je velmi podstatná pro teorii her více osob, avšak nevyskytuje se v první části knihy, kde by výklad teorie her dvou osob s nulovým součtem spíše zatemňovala než usnadňovala.

Stojí za zmínku, že autor vykládá některé pojmy a fakta z teorie her, které se obvykle v běžných učebnicích teorie her nevyskytují, jako jsou diferenciální hry, hry s kontinuem hráčů aj.

V dodatku knihy jsou stručně uvedeny základní teoretické pojmy a fakta z obecnějších partií matematiky, které jsou pro četbu zapotřebí, a jejichž zařazení zvyšuje samostatnost knihy. Jde např. o otázky konvexnosti, Browerovu a Kakutaniovu větu aj.

Velmi užitečné je i množství podnětných úloh pro samostatnou práci čtenáře. Některé z těchto úloh poskytují zajímavé protipříklady na zdánlivě plausibilní leč nepravdivá tvrzení, jiné jsou návody k důkazu některých vět jež nebyly vyloženy v hlavním textu, a zbývající úlohy mají piosloužit prostě k procvičení látky.

Je uvedena též bibliografie, sice zdaleka ne vyčerpávající, avšak velmi užitečná pro rychlou nformaci čtenáře o dalších podrobnostech teorie.

Celkově lze knihu hodnotit jako zdařilou učebnici teorie her, vhodnou pro samostatné studium i pro použití na vysokoškolských přednáškách z operačního výzkumu.

Jaroslav Morávek, Praha

PRAGUE STUDIES IN MATHEMATICAL LINGUISTICS 4, Praha 1972, Academia, Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, 254 strany, 65,— Kčs.

Prague Studies in Mathematical Linguistics je sborník, který začal vycházet v roce 1965. V roce 1972 vychází jeho čtvrtý svazek za redakce Jána Horeckého, Petra Sgalla a Marie Těšitelové, recensentem je František Zítek, výkonným redaktorem Jiří Kraus. Již ze složení redakce, která obsahuje význačné představitele naší matematické lingvistiky z řad lingvistů, je znát zaměření sborníku: Shrnuje především výsledky našich lingvistů, kteří ve svých pracích užívají matematických metod, a teprve v druhé řadě práce matematiků rozvíjejících metody, jež mají aplikace v lingvistice.

Rozumíme-li totiž matematickou lingvistikou tu vědní disciplinu, která řeší lingvistické problémy matematickými metodami, lze práce z tohoto oboru rozdělit v podstatě na dvě skupiny: Do první z nich náleží práce, které řeší lingvistické problémy standardními matematickými metodami, tj. metodami, které byly již dříve vypracovány k jiným účelům. Jsou to tedy práce, jež neobsahují nových matematických výsledků; jejich přínos je především lingvistický. Práce tohoto druhu pocházejí převážně od lingvistů. Druhá skupina prací propracovává matematický aparát, jehož se při řešení lingvistických problémů užívá. Práce této skupiny čerpají své pojmy z prací skupiny první, snaží se o jejich systematické matematické zpracování a o vyšetření jejich vztahů k jiným matematickým pojmům. Obsahují tedy hlavně výsledky matematické, jejichž bezprostřední lingvistická interpretace nebývá vždy patrná. Práce toho druhu píší většinou matematikové.

Sborník Prague Studies in Mathematical Linguistics je věnován především pracím první skupiny, tedy pracím užívajícím standardních matematických metod. Pro matematického čtenáře tedy nemá smyslu popisovat tyto metody podrobně. Zaměříme se proto většinou jen na stručnou formulaci řešených problémů.

Matematická lingvistika se většinou dělí podle povahy matematických prostředků, jichž bylo při řešení lingvistických problémů použito, na lingvistiku statistickou neboli kvantitativní, lingvistiku strojovou a lingvistiku algebraickou. Strojová lingvistika, jejíž podstatou je užití počítačů k řešení lingvistických problémů, v tomto sborníku téměř schází, ačkoliv v minulých svazcích byla zastoupena; práce K. Paly, která sem náleží, je zařazena mezi příspěvky z algebraické lingvistiky. Příspěvky sborníku jsou tedy rozděleny na dvě části: kvantitativní lingvistiky se týká 9 příspěvků, algebraické 7 příspěvků.

Všimneme si nyní problémů kvantitativní lingvistiky, jež jsou ve sborníku řešeny. M. Těšitelová v práci „*On the statistical choice of language material for the purposes of lexical analysis*“ (O statistickém výběru jazykového materiálu pro účely lexikální analýzy), str. 9—33, si všímá poměru počtu nových slov k počtu slov, která se v textu vyskytla již dříve. Ukazuje se, že při pozorování textu o celkovém rozsahu 5000 slov je počet nových slov vyšší nežli počet slov opakovaných v krátkých počátečních úsecích textu; vyrovnání nastává v počátečním úseku textu o délce zhruba 1000 slov v textu beletristickém a zhruba 500 slov v textu odborném. Dále vyšetřovala, jaká část textu je pokryta 10 nejčastějšími slovy, 20 nejčastějšími slovy, 30 nejčastějšími slovy a 100 nejčastějších slov. Konečně sledovala počet slov s frekvencí 1, 2, ..., 10 a $\geqq 11$ v různých textech. Výsledky jsou zachyceny tabulkami a grafy. J. Krámský v příspěvku „*A contribution to the investigation of the frquency of occurrence of nominal and verbal elements in English*“ (Příspěvek k zkoumání frekvence výskytu nominálních a verbálních prvků v angličtině), str. 35—45, zjišťuje v různých vzorcích textů různého typu procento výskytu pro podstatná jména a pro slovesa. Výsledky shrnuje do tabulek. J. V. Bečka v příspěvku „*The lexical composition of specialized texts and its quantitative aspect*“ (Lexikální složení specialisovaných textů a jeho kvantitativní aspekt), str. 47—64, si všímá rozložení pomocných a plnovýznamových slov podle frekvence; mezi plnovýznamovými slovy vyznačuje a zvláště zkoumá odborné termíny. Své zkoumání založil na excerpci 70 textů ze 7 vědních oborů. Ke každému slovu přiřadil uspořádanou trojici čísel skládající se z celkové frekvence, z počtu textů, v nichž se slovo vyskytovalo, a z počtu vědních disciplin, v nichž se slovo vyskytovalo. Práce „*Statistical methods on evaluating words for indexing purposes*“ (Statistické metody vyhodnocování slov pro potřeby indexování), str. 65—76, J. Helbicha popisuje způsob, jak lze ke každému slovu určitého vědního oboru přiřadit číslo vyjadřující jeho specifičnost pro tento obor. L. Klimeš napsal pro sborník článek „*An attempt at a quantitative analysis of social dialects*“ (Pokus o kvantiativní analysu sociálních dialektů), str. 77—93. Vyšetřuje v něm slang horníků, poštovních zaměstnanců, železničářů, fotbalistů a středoškolských studentů. Zjišťuje v nich podstatné rozdíly zejména v tom ohledu, že poslední dva slangy obsahují veliký počet synonym ve srovnání s ostatními. (Synonyma jsou různá slova téhož významu.) Ukázal dále, že studentský slang podléhá poměrně rychlým časovým změnám, zatím co slang horníků je relativně stálý. J. Kraus v článku „*On the stylistical-semantic* *analysis of adjectives in journalistic style (a quantitative approach)*“ (O stylisticko-sémantické analyse adjektiv v novinářském stylu (kvantiativní přístup)), str. 95—106, použil známé Waringovy-Herdanovy formule k výpočtu pravděpodobnosti, že adjektivum se v daném textu vyskytne právě *n*-krát. Srovnával v daném vzorku nalezené hodnoty s hodnotami podle této formule vypočtenými. Srovnával dále výskyt adjektiv v novinářském stylu s jejich výskytem v normálním českém textu. Článek L. Uhlířové má název „*On the quantitative analysis of clause and utterance in Czech*“ (O kvantitativní analyse věty a výpovědi v češtině), str. 107—128. Studuje se v něm především poloha jednotlivých větných členů ve větě; ukazuje se např., že v převážné většině českých vět je podmět na prvním místě. M. Königová v práci „*Application of dichotomous algebra in syntax*“ (Aplikace dichotomické algebry v syntaxi), str. 129—140, dichotomickou algebrou rozumí pravděpodobnostní pole takové, že existuje konečný počet jevů $A_1, A_2, \ldots, A_n$ s touto vlastností: Každý jev pole lze vyjádřit ve tvaru $A_1^{i_1} \cap A_2^{i_2} \cap \ldots \cap A_n^{i_n}$, kde $i_j = 0$ nebo $i_j = 1$ a $A_i^1 = A_i$ a A_i^0 je komplement A_i. Tento model se aplikuje na věty a jejich klasifikaci podle jistých znaků. Konečně poslední práce z kvantitativní lingvistiky je od M. Ludvíkové a má název „*Some quantitative aspects of the Czech syllable*“ (Některé kvantitativní aspekty české slabiky), str. 141—154. Autorka roztřídila slabiky podle začáteční (koncové) hlásky a pro každou z těchto tříd určila její frekvenci. Dvě slabiky mají týž typ, jestliže jsou stejně dlouhé a jestliže na sobě odpovídajících místech mají obě současně souhlásku nebo obě současně samohlásku. Autorka našla jednotlivé typy českých slabik a určila jejich frekvenci.

Všimneme si nyní obsahu prací z algebraické lingvistiky. M. Novotný v článku „*On some relations defined by languages*“ (O některých relacích definovaných pomocí jazyků), str. 157—170, chápe jazyk jako uspořádanou dvojici (V, L), kde V je množina a L libovolná podmnožina volného monoidu V^* nad V. Pro $x \in V^*$ klade $x \in \nu(V, L)$, existují-li $u, v \in V^*$ tak, že $uxv \in L$; pro $x, y \in V^*$ klade $(x, y) \in\, > (V, L)$, jestliže při každém $u, v \in V^*$ z podmínky $uxv \in L$ plyne $uyv \in L$. Konečně definuje relaci $\equiv(V, L) = \,>(V, L) \cap (>(V, L))^{-1}$. Autor úplně charakterisoval tyto tři relace algebraickými prostředky v rámci teorie pologrup. Tyto relace jsou v algebraické lingvistice důležité, neboť slouží k definici konfigurací jazyků. V práci „*Two functions of context-free grammar*“ (Dvě funkce nekontextové gramatiky), str. 171—176, upozorňuje L. Nebeský na nesnáze, které plynou z požadavku Chomského, aby přirozený jazyk byl generován nekontextovou gramatikou a aby zároveň frázové ukazatele (v intuitivním slova smyslu) byly definovány nekontextovou gramatikou. Autor ukazuje na příkladě, že oba požadavky nelze obecně splnit touž nekontextovou gramatikou. V práci „*The generative description of language*“ (Generativní popis jazyka), str. 177—190, podává J. Horecký přehled pravidel, která vystupují v generativní gramatice slovenštiny. E. Benešová v článku „*On the semantic description of verbal modality*“ (O semantickém popisu slovesné modality), str. 191—214, nachází všechny možné významy modálních sloves v češtině a podává jejich přehled. Další článek zařazený do oddílu „Algebraická lingvistika“ napsala S. Machová. Článek má název „*The adverbial of cause in a generative description of Czech*“ (Příslovce příčiny v generativním popisu češtiny), str. 215—228, a je příspěvkem ke generativnímu popisu češtiny ve smyslu P. Sgalla. K. Pala v práci „*On some conflicts between grammar and poetics*“ (O některých konfliktech mezi gramatikou a poetikou), str. 229—240, vyšetřuje situaci, kdy věty generované nekontextovou gramatikou, splňují jisté požadavky kladené na básnický jazyk. Nejsou-li tyto požadavky splněny, dochází ke konfliktu. Autor navrhuje algoritmus vedoucí k odstranění těchto konfliktů. O. Sechser v článku „*A note on the substitution of one document retrieval language into another document retrieval language*“ (Poznámka o substituci selekčního jazyka do jiného selekčního jazyka), str. 241—254, se zabývá dvojicí selekčních jazyků a popisuje operaci substituce pro dvojici takových jazyků. Popis je ilustrován na konkrétním případě.

Obsah sborníku dává dobrý přehled o práci lingvistů v matematické lingvistice u nás.

Miroslav Novotný, Brno

Derek J. S. Robinson: FINITENESS CONDITIONS AND GENERALIZED SOLUBLE GROUPS Part I and II. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Band 62 und 63. Springer Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1972. Part I str. XVI + 210, cena DM 48,—, Part II str. XIV + 254, cena DM 64,—.

Ve sbírce Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, kterou vydává nakladatelství Springerovo od roku 1932, vyšla obsáhlá monografie o podmínkách konečnosti v grupách a o zobecněných řešitelných grupách od Dereka J. S. Robinsona. Vyšetřování tohoto druhu problémů sahají až k samým počátkům abstraktní teorie nekonečných grup, k Otto Juljeviči Šmidtovi a pak ke škole A. G. Kuroše v Moskvě. A. G. Kuroš a jeho skupina shrnula výsledky dosažené v tomto oboru za necelých 15 let od konce války do tří velkých referujících monografií: Úsp. mat. nauk *2*, č. 3, (1947) 18—59, *13*, č. 4, (1958) 89—172, *14*, č. 5, (1959) 45—96. Mimoto vyšly ještě později dvě nebo tři malé sovětské monografie, týkající se však vždy jen speciálních úseků. Po válce se ve světě v této oblasti velmi intenzívně pracovalo. Byly vybudovány celé teorie různých tříd grup do této oblasti patřících. Tyto teorie souvisely jedna s druhou v mnohých bodech, v jiných bodech se opět od sebe lišily. To vše je uloženo v množství vědeckých článků roztroušených po matematických časopisech. Proto je velmi záslužné, že celé toto odvětví bylo systematicky a podrobně vyloženo v monografii Robinsonově.

Sbírka „Ergebnisse" má během několika desetiletí své existence ustálený charakter výkladu. Jednotlivé svazky podávají ucelený přehled nějaké matematické disciplíny s pokud možno nejnovějšími výsledky. Dále obsahují i stručné důkazy všech vět důležitých pro vykládanou teorii a velmi podrobnou bibliografii. Tento ráz zachovává i Robinsonova monografie. Výsledky jsou formulovány ve větách, za nimiž následují sice stručné, ale úplné důkazy. Jen u vedlejších výsledků nebo u výsledků, na něž není v dalším navazováno, jsou místo důkazů odkazy na literaturu, jejíž seznam na konci knihy má 46 stránek. Důkazy nutno ovšem velmi pečlivě čísti, neboť jsou formulovány stručně a pro zkrácení výkladu užívají ve velké míře symboliku, která je vyložena v přehledu na začátku knihy a někdy i v textu, je-li užíváno příslušného značení jen v jednom paragrafu. Seznam symbolů je otištěn na začátku každého dílu. Do přehledu je třeba při četbě stále nahlížet, neboť si nelze všechny symboly pamatovat. To sice při čtení zdržuje, ale jinak nebylo by možno docílit v důkazech dosti velké stručnosti a objem knihy by neúnosně vzrostl. Výsledkům ve větách dá se rozumět při znalosti definicí a symbolů bez znalosti důkazů. Kniha předpokládá znalost základů obecné teorie grup tak, jak ji zná dnes každý algebraik. Nepředpokládá nic z homologické algebry nebo z teorie kategorií. Ostatně těchto dvou disciplín autor téměř neužívá.

1. kapitola nazvaná „*Základní pojmy z teorie nekonečných grup*" má úvodní charakter a týká se obecné teorie grup, nikoliv vlastní látky knihy. Kniha vyšetřuje různé třídy grup. Pod třídou rozumí autor každou třídu $\mathfrak{A}$, která obsahuje jednotkovou grupu a s každou grupou i všechny grupy s ní izomorfní. Je definována jednou nebo více grupovými vlastnostmi, které musí splňovat všechny grupy třídy. Je jasné, že můžeme vyšetřovat buď třídy nebo vlastnosti, kterými jsou třídy definovány. To autor též střídavě dělá. Příklady: grupy konečné, grupy konečně generované, grupy periodické (torzní), grupy Abelovy atd. Pro třídy grup se zavádí pojem operace jakožto zobrazení φ, které přiřazuje každé třídě grup $\mathfrak{A}$ jednoznačně určenou třídu grup $\mathfrak{A}\varphi$. Přitom požadujeme, aby toto zobrazení φ bylo pro inkluzi izotonní tj. aby platilo

$$\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B} \Rightarrow \mathfrak{A}\varphi \subseteq \mathfrak{B}\varphi\,. \tag{1}$$

V moderní algebře hrají velmi důležitou roli uzávěrové operace tj. operace φ, které kromě (1) jsou ještě extenzívní

$$\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{A}\varphi$$

a idempotentní

$$(\mathfrak{A}\varphi)\,\varphi = \mathfrak{A}\varphi\,.$$

Je-li φ uzávěrová operace, pak třídy $\mathfrak{A}$, pro něž platí $\mathfrak{A}\varphi = \mathfrak{A}$, se nazývají uzavřené pro operaci φ. Odtud plyne, že $\mathfrak{A}\varphi$ je vždy nejmenší třída, která obsahuje třídu $\mathfrak{A}$ a je pro φ uzavřená. $\mathfrak{A}\varphi$ se pak nazývá uzávěr (φ - uzávěr) třídy $\mathfrak{A}$. Příkladem takových uzávěrových operací je na příklad to, že k dané třídě přidáme pro každou její grupu i všechny podgrupy této grupy. To je uzávěrová operace. Dostaneme tak třídu uzavřenou pro podgrupy. Jiné takové uzávěrové operace jsou: přidání všech epimorfních (homomorfních) obrazů grup ve třídě, přidání všech kartézských součinů grup ze třídy. Třídy grup, které jsou uzavřené pro všechny tři právě uvedené operace se nazývají variety (varieties, mnogoobrazija, Manigfaltigkeiten).

Buď $\mathfrak{A}$ nějaká třída grup. Důležitým pojmem je lokální $\mathfrak{A}$-třída. Robinson ji definuje podle D. H. McLaina jakožto třídu takových grup, v nichž každá konečná množina prvků je obsažena v nějaké podgrupě, která patří do třídy $\mathfrak{A}$. To je definice poněkud obecnější, než je definice. která se obvykle v teorii grup užívá. Podle ní lokální $\mathfrak{A}$-třída je třída grup, v nichž každá konečně generovaná podgrupa patří do třídy $\mathfrak{A}$. Jako příklady uveďme třídy: lokálně konečných grup, lokálně Abelových grup, lokálně nilpotentních grup.

Máme-li dánu grupu G, můžeme v množině všech podgrup z G vytknout různé její části. Nejdůležitější z nich jsou množina všech normálních podgrup a množina všech subnormálních podgrup. Podgrupa H v G je subnormální podgrupa, když existuje konečný řetězec podgrup

$$G = G_0 \rhd G_1 \rhd G_2 \rhd \ldots \rhd G_r = H, \tag{2}$$

v němž každá podgrupa je normální podgrupou v předcházející podgrupě.

Kapitola jedná dále o řadách podgrup (subgroup series). Stručně můžeme říci, že řada je množina podgrup, která obsahuje G a podgrupu jednotkovou U a která je lineárně uspořádaná. Přitom požadujeme, aby uspořádání bylo úplné (bez mezer) a aby ve skocích každá dolní podgrupa skoku byla normální podgrupou v horní podgrupě skoku. Speciálnější případ je rostoucí (transfinitní) řada (ascending series). Je to řada, která je inkluzí vzestupně dobře uspořádaná. Duálně se definuje klesající (transfinitní) řada (descending series). Můžeme dále požadovat, aby všechny podgrupy řady měly stanovené vlastnosti, např. byly normální. Často se požaduje, aby faktorové grupy $G_\lambda / G_{\lambda+1}$ skoků $G_\lambda \rhd G_{\lambda+1}$ měly předepsané vlastnosti, byly např. konečné, Abelovy, torzní atd. Omezíme-li se jen na konečné řady, dostáváme řady subnormální, které mají tvar

$$G = G_0 \rhd G_1 \rhd \ldots \rhd G_{r-1} \rhd G_r = U. \tag{3}$$

Řadu, která není vlastní částí jiné řady se stejnými vlastnostmi, nazývá autor kompoziční řadou.

Nyní můžeme definovat, co autor rozumí podmínkou konečnosti. Je to každá vlastnost teoretickogrupová, kterou mají všechny konečné grupy. Takovou vlastností je na příklad vlastnost mít konečný počet generátorů, být grupou periodickou (torzní), mít konečnou kompoziční řadu nebo vlastnost, že podgrupy grupy splňují maximální nebo minimální podmínku (Max nebo Min) nebo splňují podmínky obě. Max (Min) znamená, že každá množina podgrup grupy má maximální (minimální) podgrupy. Další konečné vlastnosti dostaneme, když podmínku Max nebo Min vztáhneme jen na podgrupy mající jisté vlastnosti (na příklad na normální podgrupy). Můžeme též říci, že třída podgrup $\mathfrak{A}$ definovaná pomocí podmínek konečnosti je každá třída, která obsahuje třídu konečných grup $\mathfrak{F}$ tj. pro kterou platí

$$\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{A}. \tag{4}$$

2. kapitola nazvaná „*Řešitelné a nilpotentní grupy*" patří vlastně ještě do obecné teorie grup. Jedná nejdříve velmi přehledným způsobem o komutátorech a o počítání s nimi. Komutátor grupy G je prvek

$$[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy, \quad x, y \in G. \tag{5}$$

Podgrupa generovaná v G všemi komutátory, se nazývá komutant G' (commutator subgroup), lépe řečeno první komutant, značení $[G, G]$. Utvoříme-li komutant $G'' = [G', G']$ grupy G', dostaneme druhý komutant. Tento postup můžeme transfinitně pokračovat, dokud $G^{(\alpha+1)} \neq G^{\alpha}$. Dostaneme tak transfinitní klesající posloupnost komutantů

$$(6) \qquad G = G^{(0)} \supseteqq G^{(1)} \supseteqq G^{(2)} \supseteqq \ldots \supseteqq G^{(\alpha)} \supseteqq \ldots$$

Zde platí $G^{(\lambda)} = \bigcap_{\alpha < \lambda} G^{(\alpha)}$ pro limitní λ. Všechny tyto podgrupy jsou úplně charakteristické. Jsou-li H a K dvě podgrupy grupy G, pak jejich vzájemný komutant $[H, K]$ je podgrupa generovaná všemi komutátory (5), kdež $x \in H$, $y \in K$.

Grupa G se nazývá řešitelná, má-li aspoň jednu subnomrální řadu (3), v níž všechny grupy faktorové G_{i-1}/G_i jsou Abelovy. To nastává právě tehdy, je-li klesající řada komutantů konečná a končí jednotkovou podgrupou U. Grupa G se nazývá nilpotentní, když klesající transfinitní řada vzájemných komutantů (dolní centrální řada)

$$(7) \qquad G = \gamma_0(G) \supset \gamma_1(G) = [G', G] \supset \ldots \supset \gamma_{\alpha+1}(G) = [\gamma_\alpha(G), G] \supset \ldots$$

je konečná a končí U. To nastává právě tehdy, když stoupající transfinitní řada (horní centrální řada)

$$(8) \qquad \zeta_0(G) = U \subset \zeta_1(G) \subset \zeta_2(G) \subset \ldots$$

je konečná a končí celou grupou G. Zde značí $\zeta_1(G) = \zeta(G)$ centrum grupy G a $\zeta_{\alpha+1}(G)/\zeta_\alpha(G)$ je centrum grupy $G/\zeta_\alpha(G)$. V tomto případě mají řady (7) a (8) stejnou délku. Třída nilpotentních grup je vlastní podtřída třídy grup řešitelných. Připomeňme, že obě třídy nejsou třídy s podmínkami konečnosti.

Vlastní vyšetřování grup s podmínkami konečnosti počíná 3. kapitolou, která jedná o grupách, které splňují maximální podmínku (Max) nebo minimální podmínku (Min) pro podgrupy. O těchto dvou třídách je celkově ještě málo známo, ačkoliv různí autoři je velmi intenzívně vyšetřovali. To platí i o podmínce Min, která daleko silněji omezuje grupy než podmínka Max. V kapitole jsou vyšetřovány i třídy grup, které splňují Max nebo Min pro speciální třídy podgrup, jako jsou podgrupy subnormální, normální nebo Abelovy. 4. kapitola jedná o grupách, které jsou definovány tím, že požadujeme jisté podmínky konečnosti pro třídy konjugovaných prvků. Uvedu zde jen tak zvané grupy FC, tj. grupy, v nichž každá třída konjugovaných prvků je konečná. Takové podmínky jsou dále kombinovány ještě s jinými podmínkami konečnosti.

Poslední 5. kapitola první části jedná o podmínkách konečnosti týkajících se normálních a subnormálních podgrup, tj. o podmínkách Max a Min pro normální nebo subnormální podgrupy, po případě Max a Min pro různé podtřídy těchto tříd podgrup. V kapitole je přitom věnována značná pozornost nekonečným jednoduchým grupám.

Druhá část knihy začíná touto definicí: Buď $\mathfrak{A}$ nějaká třída grup, třída $\mathfrak{B}$ zobecněných $\mathfrak{A}$-grup je třída taková, že každá konečná $\mathfrak{B}$-grupa je $\mathfrak{A}$-grupou, tj., je to třída $\mathfrak{B}$, pro niž platí

$$(9) \qquad \mathfrak{F} \cap \mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B}\,.$$

Třída zobecněných konečných grup je třída, která splňuje nějakou podmínku konečnosti. Rovněž každá třída, která splňuje lokálně nějakou podmínku konečnosti $\mathfrak{A}$, je zobecněná $\mathfrak{A}$-třída.

Kapitola 6. pojednává o zobecněných nilpotentních grupách. Požadujeme-li na příklad, aby grupa měla transfinitní klesající řadu (7), která končí U, nebo aby měla stoupající transifinitní řadu (8), která končí G, dostaneme dvě od sebe různé velmi významné zobecněné nilpotentní třídy. O tom, kdy z platnosti jedné z těchto dvou podmínek plyne druhá, je velmi málo známo.

Kapitola 8. je věnována třídám zobecněných řešitelných grup a pak tak zvaným lokálním teorémům. Třída $\mathfrak{A}$, která je totožná s lokální $\mathfrak{A}$-třídou, nazývá se lokálně uzavřená. Teorém o tom, že daná třída je lokálně uzavřená, nazývá se lokální teorém. Malcev vymyslil první důmyslnou metodu pro důkazy, že daná třída je lokálně uzavřená. Jiné metody sestrojili Kuroš, McLain, Cleave.

Kapitola 9. jedná o třídě residuálně konečných grup, tj. o třídě $R\mathfrak{F}$, pro niž platí: Je-li $G \in R\mathfrak{F}$ a $N_\lambda \lhd G$, $\lambda \in \Lambda$, $G/N_\lambda \in \mathfrak{F}$, pak i $G/\bigcap_{\lambda \in \Lambda} N_\lambda \in \mathfrak{F}$. ($\mathfrak{F}$ třída konečných grup). Konečně poslední 10. kapitola vyšetřuje podrobně nekonečné řešitelné grupy.

Je velmi záslužné, že byl shrnut v jedné velké monografii obor, který nebyl monograficky zpracován déle než 15 let. Velkou předností knihy je rozvržení látky, které je velmi soustavné a logické. Kniha vyniká tím, že zavádí přesné definice tam, kde dosud se jen neurčitě naznačovalo. Je to zvláště definice podmínek konečnosti (4) a definice zevšeobecněné třídy grup (9). Dříve se na příklad říkalo, že třída definovaná podmínkami konečnosti je třída, která je nějakým způsobem blízká konečným grupám, což ovšem není žádný matematický výrok. Kniha v každém paragrafu uvádí hned to, co ještě není o věci známo a často odhaduje i obtížnost řešení příslušných problémů. V knize je konstruována řada zajímavých příkladů. Jak jsem již řekl v úvodě, četba knihy není lehká. Bude však nezbytná pro ty, kteří budou chtít pracovat v oblasti teorie grup, o níž kniha pojednává. Ale i pro pracovníky v jiných oblastech teorie grup lze najít v knize mnoho příkladů, které pro jejich vyšetřování mohou sloužit jako příklady pro opak. Další takové příklady dají se metodami v knize vyloženými sestrojovat. Domnívám se proto, že kniha má velkou důležitost i obecně pro abstraktní teorii grup. V teorii grup se v přítomné době provádí značná přestavba terminologie. Některé názvy zděděné z minulosti se nahrazují v mnohých moderních knihách názvy novými tak, aby názvosloví bylo systematické a název více vystihoval jím definovaný pojem. Zde autor zůstal jen na polovině cesty. Z prací, které vznikly na území naší republiky, jsou v knize citovány práce Dlabovy a Kořínkovy.

Vladimír Kořínek, Praha

Carl Faith: ALGEBRA: RINGS, MODULES AND CATEGORIES I (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 190), Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1973, XVIII + 565 strán, 54,— DM.

Táto kniha je prvým sväzkom dvojdielnej učebnice venovanej teórii okruhov, modulov a kategórií. Z výberu látky a z metódy výkladu je vidieť, že autor kladie približne rovnaký dôraz na klasické vety o štruktúre okruhov (porov. napr. knihu Jacobsonovu „*Structure of rings*") a na metódy homologickej algebry a teórie kategórií; svojím zameraním leží teda Faithova kniha asi uprostred medzi citovanou knihou Jacobsonovou a knihou „*Homological algebra*" Cartana a Eilenberga.

Obsah knihy je nasledujúci. Úvodná časť (42 strán) pojednáva o axiomatike Zermelo-Fraenkelovej teórie množín, o binárnych reláciách, čistatočne usporiadaných množinách a sväzoch, a o kardinálnych a ordinálnych číslach. Ďalší text knihy je rozdelený na štyri časti.

Časť I (283 strán) má názov „*Úvod do operácií: monoid, pologrupa, grupa, kategória, okruh a modul*". Má 6 kapitol. Prvá kapitola obsahuje základné definicie a vlastnosti pologrúp, grúp a kategórií. Z názvov ďalších kapitol uveďme: súčiny a kosúčiny, okruh a modul, projektívne moduly a štruktúra jednoduchých Noetherovských okruhov, algebry, abelovské kategórie.

Názov časti II je „*Štruktúra Noetherovských poloprostých okruhov*" (85 strán); táto časť sa skladá z kapitol: Obecné Wedderburnove vety, Polojednoduché moduly a homologická dimenzia, Noetherovské polojednoduché okruhy, Rády v semilokálnych okruhoch matíc.

Časť III s názvom „*Tenzorová algebra*" (68 strán) má tri kapitoly, pojednávajúce o tenzorových súčinoch, Moritovej vete a o algebrách nad telesom.

Časť IV má názov „*Štruktúra abelovských kategórií*" (51 strán). Skladá sa z troch kapitol, v ktorých sa preberajú Grothendieckove kategórie, podielové kategórie a torzné teórie.

Každá z týchto štyroch častí obsahuje úvodný paragraf, v ktorom sa podáva prehľad hlavných výsledkov a motivácia postupu; zároveň sa popisuje náväznosť na predošlé ako aj na nasledujúce časti knihy. V záverečných paragrafoch jednotlivých častí (prípadne aj jednotlivých kapitol) sa nachádza krátky prehľad o ďalších výsledkoch, otvorených problémoch a základných tendenciách vývinu v príslušnej oblasti. Zoznam literatúry, uvedený na konci knihy, má 13 strán. Okrem toho sa nachádzajú zoznamy literatúry aj za jednotlivými kapitolami.

Spôsob výkladu v prvej časti knihy je veľmi podrobný a dokonale metodicky premyslený (pripomínal mi — hoci ide o inú oblasť — metódu výkladu akad. Jarníka v jeho knihách Diferenciálny počet a Integrálny počet). V ďalších častiach, v ktorých sa autor snaží priviesť čitateľa až k „prvým frontovým líniám" súčasného výskumu teórie okruhov, je výklad stručnejší.

Celkove možno knihu charakterizovať ako veľmi zdarilú a doporučiť ju ako učebnicu pre študentov a ašpirantov aj ako užitočnú príručku pre špecialistov v oblasti teórie okruhov a kategórií.

Ján Jakubík, Košice

Ivan Singer: BASES IN BANACH SPACES I, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1970. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 154). Stran VIII + 668. Cena DM 112,—; US $ 30.80.

Toto objemné dílo podává velmi podrobně výsledky, metody a problémy inspirované přes čtyřicet let odolávajícím problémem Schauderových basí. Je v něm shrnuto mnoho materiálů obsažených dosud jenom v časopisech.

První díl, který vyšel v r. 1970, sestává ze dvou obšírných kapitol. První pojednává o vlastnostech basí v obecných i konkrétních prostorech. Autor správně tušil (str. 109), že bude existovat separabilní Banachův prostor bez Schauderovy base, a tak v jednom paragrafu též formuluje postačující podmínky pro takový prostor. O některých důležitých prostorech však stále není rozhodnuto, zda mají basi. Jiný paragraf se zabývá nejlepšími aproximacemi v prostorech s basí. V druhé kapitole jsou diskutovány speciální třídy basí. Věty jsou uvedeny samozřejmě i s důkazy a geometrická povaha věcí je často zřetelná.

Obsah monografie tohoto druhu lze stěží plně vyjádřit byť jenom názvy jednotlivých paragrafů (v nynějším prvém díle je jich celkem pětačtyřicet). Obě kapitoly jsou však komentovány historickými a dalšími poznámkami s příslušnými odkazy, které umožní čtenáři lépe do knihy proniknout a najít v ní řadu zajímavých výsledků i dosud neřešených problémů. Kniha končí bibliografií (276 titulů), přehledem označení a rejstříkem autorským i věcným. Bylo by dobře, kdyby druhý díl obsahoval kromě slíbených kapitol (týkajících se zobecnění pojmu base, aplikací ve studiu struktury Banachových prostorů a některých vlastností basí v konkrétních prostorech) též nejnovější výsledky a problémy, které vznikly od r. 1972 v souvislosti s rozřešením aproximačního problému.

Závěrem budiž poznamenáno, že r. 1969 vydal J. T. Marti knihu *Introduction to the Theory of Bases* (rovněž Springer-Verlag), která vzhledem k střízlivějšímu výběru látky může býti vhodným úvodem do této oblasti funkcionální analysy. Předběžná znalost problematiky usnadní pak orientaci v Singerově monografii.

Jaroslav Zemánek, Praha

Karel Rektorys a spolupracovníci: PŘEHLED UŽITÉ MATEMATIKY. Třetí, nezměněné vydání. SNTL, Praha 1973. 1140 stran, 404 obrázky. Cena Kčs 99,—.

Kdyby se vedla dlouhodobá tabulka matematických bestsellerů, zaujímala by v ní jistě přední místo posuzovaná publikace. Vždyť tímto třetím vydáním dosáhl její celkový náklad na naše poměry úctyhodného čísla — 35 600 výtisků (1. vydání — 1963 — 10 200 výtisků; 2. vydání — 1968 — 15 200 výtisků; 3. vydání — 1973 — 10 200 výtisků), nemluvě o vydání anglickém, které vyšlo v roce 1969 v koedici s nakladatelstvím Iliffe Books Ltd, London.

Zdá se, že žádné z předchozích vydání nebylo v tomto časopise recenzováno; připadalo by mi však značně formální psát recenzi nyní, tak říkajíc k 10. výročí jejího prvního vydání (či spíše — vzhledem k známým lhůtám našich matematických časopisů — k výročí dvanáctému). O užitečnosti této knihy svědčí její náklad a lze bez újmy na obecnosti předpokládat, že většina čtenářů tohoto časopisu ji už měla v rukou, ví, co v ní je obsaženo, atd. Nezbývá tedy než složit poklonu K. Rektorysovi, který se nejen podstatnou měrou podílí na knize autorsky (napsal $15\frac{1}{2}$ kapitoly z celkového počtu 35 kapitol), ale dokázal také zorganizovat a koordinovat činnost osmnáctičlenného autorského kolektivu. Která z těchto dvou činností asi byla těžší?

Nyní už můžeme jen čekat, v jakém nákladu vyjde v roce 1978 vydání čtvrté a jaká bude jeho cena; 1. vydání stálo 82,— Kčs, druhé 92,—Kčs a třetí 99,— Kčs.

Alois Kufner, Praha

Allan M. Krall: LINEAR METHODS OF APPLIED ANALYSIS. Addison-Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Reading, Massachusetts 1973, XLV + 706 stran.

Základní představu o obsahu této knihy poskytne soupis názvů jednotlivých kapitol: 1. Některé nerovnosti, 2. Lineární prostory a lineární operátory, 3. Věty o existenci a jednoznačnosti, 4. Lineární obyčejné diferenciální rovnice, 5. Obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu, 6. Stoneova-Weierstrassova věta, 7. Hilbertovy prostory, 8. Lineární operátory v Hilbertově prostoru, 9. Kompaktní operátory v Hilbertově prostoru, 10. Speciální funkce, 11. Fourierův integrál, 12. Singulární Sturmova-Liouvilleova úloha, 13. Úvod do parciálních diferenciálních rovnic, 14. Distribuce, 15. Laplaceova rovnice, 16. Rovnice pro vedení tepla, 17. Vlnová rovnice. Připojeny jsou dva dodatky: 1. Spektrální reprezentace neohraničeného samoadjungovaného operátoru a 2. Odvození rovnice pro vedení tepla, vlnové rovnice a Laplaceovy rovnice.

Jak je vidět z výčtu kapitol, jde o knihu s velmi širokým záběrem. Nejde však o vědeckou monografii. Dalo by se (podle našich zvyklostí) říci, že kniha je konglomerátem několika vysokoškolských skript, přičemž je k jednotnému výkladu podstatně využito to, co je jednotlivým tématům společné. Ten, kdo by v knize hledal aplikace (v tom smyslu jak se o nich obvykle mluví) bude zklamán. Autor sám v předmluvě píše, že knihu psal z hlediska matematika a ne z hlediska fyzika nebo inženýra. K tomu, aby bylo možné výsledky použít při aplikacích, je třeba studovat zvlášť ještě fyziku nebo techniku. Název je pro celou knihu příznačný, jde o metody aplikované matematiky a ne o aplikovanou matematiku.

Pokud jde o samotné obory z jednotlivých kapitol, jsou o každém z nich uvedena základní fakta. Výklad nejde do přílišných detailů a hloubek, využívá moderních postupů, jednotících hledisek funkcionální analýzy a je v tomto smyslu progresivní.

Kniha je vydána fotografickým reprodukováním autorovy — s velkou péčí provedené — rukopisné předlohy.

Učitelům matematiky (např. na technikách) by kniha mohla dobře posloužit k základní informaci o moderním pojetí výkladu aplikovatelné lineární matematiky. V každém případě je v ní vymezeno, podle mého názoru, minimum znalostí z lineární matematiky, které by každý učitel matematiky na technice měl bezpodmínečně ovládat a které by každý absolvent fyziky nebo techniky mohl při své práci používat.

Štefan Schwabik, Praha

F. a *R. Nevanlinna:* ABSOLUTE ANALYSIS. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973, 270 str., cena 88,— DM.

Kniha je zaměřena jako systematický výklad základů pro obecný infinitezimální počet, který je fundován „absolutně" — bez souřadnic, nezávisle na dimensi vektorových prostorů.

Tento přístup k analýze má svůj původ v moderní funkcionální analýze a jeho využití v klasické analýze vede k jisté jednotě pohledu a jednoduchosti výkladu, odhaluje algebraickou strukturu analýzy. Výklad v knize je sice redukován na teorii v konečně mnoha proměnných, „absolutnost" výkladu však vede k tomu, že výsledky lze přímo, nebo po nepatrných modifikacích, přenést také na případ nekonečně dimenzionálních prostorů (Hilbertův, resp. Banachův prostor).

Výklad v knize je rozvržen do šesti kapitol. První kapitola má úvodní charakter a je věnována lineární algebře. Je zpracována z hlediska potřeb analýzy, která je předmětem dalších kapitol. Mluví se zde o simplexech, multilineárních funkcích a metrizaci afinních prostorů.

Vlastní analýza začíná druhou kapitolou, která nese název Diferenciální počet. Je zaveden pojem derivace a diferenciálu funkce způsobem známým z funkcionální analýzy (Gâteaux, Fréchet). Je pojednáno o Taylorově formuli, větě o střední hodnotě. Velká pozornost je věnována implicitním funkcím. Třetí kapitola se zabývá integrálním počtem. Ústředním bodem této kapitoly je afinní integrál z alternujícího diferenciálu přes omezený simplex; integrál je definován podobně jako Riemannův integrál (v podstatě jde o integrál Grassmanova typu z vnější diferenciální formy). Je uvedena Stokesova věta.

Čtvrtá kapitola je nazvána Diferenciální rovnice. Zde jsou vyšetřovány normální systémy (rovnice s jednou nezávisle proměnnou, tj. obyčejné diferenciální rovnice), obecné rovnice 1. řádu (nezávisle proměnných je více, tj. jde o parciální diferenciální rovnice 1. řádu) a lineární rovnice 1. řádu. Zde obzvláště vynikne jednotící schopnost absolutního přístupu k analýze.

Teorie křivek a m dimenzionálních ploch v n dimenzionálním, resp. $m + 1$ dimenzionálním prostoru je uvedena v páté kapitole. Zde je také „nesouřadnicové" podání tenzorového počtu, který je nutný pro teorii křivek a ploch.

Závěr knihy tvoří informativní a přehledná kapitola o afinní diferenciální geometrii a riemannovské geometrii.

Štefan Schwabik, Praha

Horst Schubert: CATEGORIES. Vydalo nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Cena 93 DM, stran XI + 386, cena 93,— DM.

Tato kniha, která vyšla mimo obvyklé Springerovy matematické řady, je rozšířeným překladem (pořízeným Evou Grayovou) dvoudílných *Kategorien* z Heidelberger Taschenbücher 65, 66. Rozšíření se týká hlavně toho, že pro anglické vydání byl připsán nový jedenadvacátý odstavec.

Obsah knihy lze nejlépe stručně charakterizovat názvy a rozsahem jednotlivých odstavců: 1. Categories (1—5). 2. Functors (15). 3. Categories of categories and categories of functors (24). 4. Representable functors (32). 5. Some special objects and morphisms (36). 6. Diagrams (44). 7. Limits (61). 8. Colimits (68). 9. Filtered colimits (79). 10. Setvalued functors (95). 11. Objects with an algebraic structure (108). 12. Abelian categories (122). 13. Exact sequences (138). 14. Colimits of monomorphisms (151). 15. Injective envelopes (165). 16. Adjoint functors (186). 17. Pairs of adjoint functors between functor categories (218). 18. Principles of universal algebra (255). 19. Calculus of fractions (289). 20. Grothendieck topologies (318). 21. Triples (372).

Z autorovy předmluvy se dovídáme, že kniha je zamýšlena jako učebnice. Skutečně je také výklad velmi podrobný; i když motivace je zde diskutována méně podrobně než v jiných podobných knihách, najde se tu poměrně mnoho objasňujících poznámek a hlavně hodně cvičení.

Ilustrující příklady jsou vzaty hlavně z algebry; analytici se budou nadále těšit na knihu o kategoriích, kde se bude hovořit také např. o dynamických systémech, ergodické teorii nebo harmonické analýze.

Karel Karták, Praha

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 100 (1975), Praha

ZPRÁVY

SEDMDESÁT LET AKADEMIKA JOSEFA NOVÁKA

ZDENĚK FROLÍK, FRANTIŠEK ZÍTEK, Praha

Dne 19. dubna 1975 se dožil sedmdesáti let akademik JOSEF NOVÁK, ředitel Matematického ústavu ČSAV, předseda vědeckého kolegia matematiky a předseda Jednoty československých matematiků a fyziků. Srdečně blahopřejeme a do dalších let přejeme mnoho úspěchů v osobním životě, ve vědecké práci i v práci pro celou československou matematickou obec.

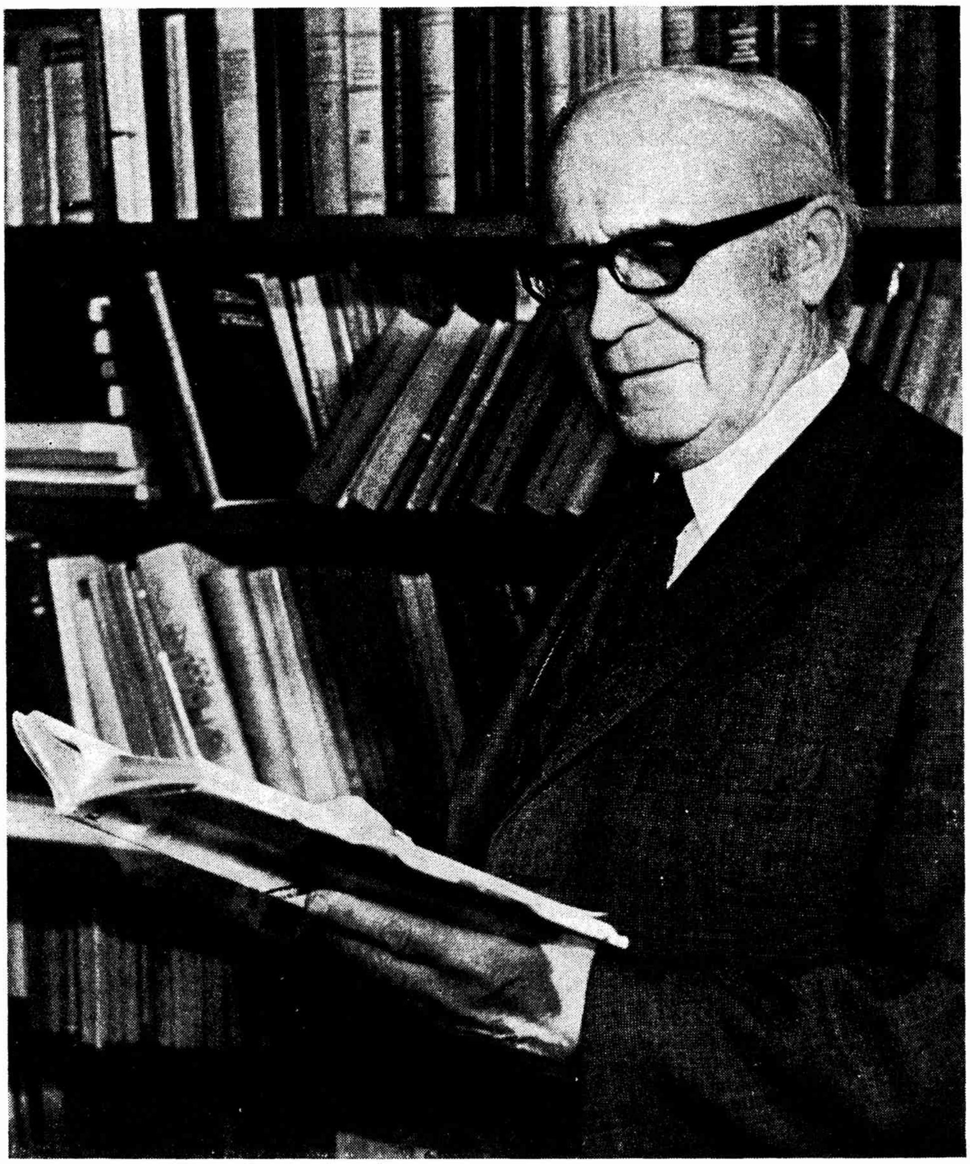
Časopis pro pěstování matematiky přinesl již před deseti lety, u příležitosti šedesátých narozenin akademika Nováka, obšírný článek[1]) obsahující popis běhu života jubilantova i zevrubné vylíčení jeho vědecké, pedagogické i vědecko-organisační činnosti. Při svém hodnocení vycházeli autoři onoho článku z explicitně formulovaného předpokladu, že šedesát let života je doba dost dlouhá, aby takové zhodnocení bylo možno spolehlivě provést a aby poskytlo dostatečně věrný obraz jubilantovy vědecké osobnosti.

Zkušenost posledních deseti let však ukázala, že tento předpoklad nebyl zcela oprávněný. Akademik Novák v této době ještě znásobil svou tak usilovnou a významnou činnost, takže toto desetiletí patří bezpochyby k nejefektivnějším v jeho životě.

To se týká především jeho vědecko-organisátorské činnosti a jejího významu pro celou československou matematiku. Akademik Novák zastával zajisté již dříve různé funkce v řídicích orgánech ČSAV a v naší vědě vůbec. Avšak právě uplynulá léta, v nichž se řešení generačních problémů v naší matematice zkomplikovalo problémy a pohyby celospolečenskými, znamenala zvýšené nároky na vůdčí postavy vědeckého života u nás. Bylo pak štěstím pro celou naši matematiku, že se akademik Novák s plnou intensitou ujal závažných úkolů spojených s řešením aktuálních problémů života vědy, vědců a vědeckých institucí.

S Matematickým ústavem ČSAV je akademik Novák spjat od jeho vzniku. Po dlouhá léta zde vedl oddělení pravděpodobnosti a matematické statistiky. Dařilo se mu přitom udržovat ve stabilní rovnováze teoretickou práci v pravděpodobnosti — sám byl zainteresován zejména na jejích topologických základech — s často velmi

[1]) Svazek *90* (1965), str. 236—249.



Akademik JOSEF NOVÁK

konkrétními praktickými aplikacemi metod matematické statistiky ve výzkumu zemědělském, biologickém, lékařském. Když se pak v letech 1970–71 řešila po odchodu prof. V. Knichala otázka vedení celého ústavu, shledalo se záhy, že není pro tuto funkci vhodnějšího kandidáta, nežli je právě akademik Novák. Vedle svého smyslu pro vyvážené spojení teorie s praxí si do své funkce ředitele ústavu přinesl akademik Novák i velký rozhled, rozhodnost spojenou se schopností jednat s lidmi a další cenné osobní vlastnosti, které pomohly překonat kritické období.

Organisátorských schopností a umění jednat akademika Nováka je v ČSAV využíváno prakticky bez přestávky po celou dobu jejího trvání. Pro matematiku je zvláště důležitá funkce předsedy vědeckého kolegia matematiky, kterou akademik Novák zastává od r. 1966.

Vědecko organisační činnost akademika Nováka není však omezena jenom na Akademii. Působil ve vědeckých radách různých ústavů, fakult a institucí, je členem, resp. předsedou několika komisí pro obhajoby kandidátských či doktorských prací, a členem České komise pro vědecké hodnosti, atd.

Celostátně velice významná je účast akademika Nováka na státním programu základního výzkumu. Od r. 1970 je předsedou rady stěžejního úkolu I-4, který representuje v podstatě veškerou výzkumnou práci v teoretické matematice u nás. Právě zde měl akademik Novák mnohokráte příležitost prokázat své umění v tom, jak sladit odlišné názory a zájmy různých pracovišť tak, aby výsledkem byla harmonicky se rozvíjející a efektivní práce v matematickém základním výzkumu. Akademik Novák i v této náročné funkci osvědčil svou zásadovost a koncepčnost v práci.

Pro období posledních let je charakteristická také intensivní činnost akademika Nováka v Jednotě čs. matematiků a fyziků. V letech 1962–69 byl členem jejího ústředního výboru, poté členem hlavního výboru její české části a r. 1972 se stal předsedou Jednoty. Svou iniciativou přispěl pak akademik Novák nemalou měrou k aktivisaci Jednoty, která se v poslední době opět stává významnou silou v našem matematickém životě. Svědčí o tom mj. i uspořádání dvou úspěšných konferencí v Olomouci (1973) a v Ostravě (1974); na obou má akademik Novák podstatnou zásluhu. Olomoucká konference přehledně ukázala, kde všude je matematika užitečná, na ostravské konferenci, která byla po sjezdu v roce 1955 prvním celostátním setkáním československých matematiků, byla prodiskutována koncepce rozvoje naší matematiky na další období.

Rozhled, schopnosti a zkušenosti akademika Nováka jsou známy a oceňovány nejen v ČSSR ale i v zahraničí. Není proto divu, že byl přizván ke spolupráci v různých mezinárodních institucích. Již po řadu let spolupracuje akademik Novák jako předseda čs. národního komitétu pro matematiku s Mezinárodní matematickou unií, na jejíchž sjezdech několikráte ČSSR representoval. Od r. 1966 je rovněž členem jedné z komisí Unie, totiž Mezinárodní komise pro vyučování matematice (ICMI).

V r. 1972 byl akademik Novák pověřen mezinárodně významnou funkcí: je členem Poradní komise pro využití vědy a techniky pro rozvoj při OSN.

Když bylo v r. 1972 založeno Mezinárodní matematické centrum S. Banacha ve Varšavě, stal se akademik Novák, který se účastnil již přípravných prací, členem vědecké rady centra a zástupcem ČSAV.

Akademiku J. Novákovi zřejmě zbývá čas i na vlastní vědeckou práci. Připomeňme si, že J. Novák pracuje především v obecné topologii na problémech blízkých klasické teorii množin a že vynikl především důmyslnými a překvapujícími konstrukcemi, které v řadě případů našly značně širší uplatnění. Největší vliv na rozvoj topologie měly asi konstrukce regulárního prostoru, na němž je každá spojitá funkce konstantní, a konstrukce dvou spočetně kompaktních prostorů, jejichž součin není spočetně kompaktní. Nemáme přehled o nepublikovaných pracích J. Nováka. Poznamenejme jen, že jedna konstrukce z článku P. Erdös, A. Hajnal: On the structure of set-mappings, Acta Math. Acad. Sci. Hungar. *9* (1958), 111–131, autory připsaná J. Novákovi, měla značný význam v logice (Jönssonovy algebry).

V posledním desetiletí akademik Novák publikoval asi 10 prací. Zabýval se především dalším rozpracováním teorie sekvenčních prostorů s ohledem na vytvoření obecnějšího modelu pro pravděpodobnostní pole. Technicky, J. Novák budoval teorii grup a algeber opatřených konvergencí, přičemž algebraické operace jsou spojité vzhledem ke konvergenci. Základním příkladem sekvenční algebry je algebra podmnožin dané množiny; grupová operace je symetrická diference, násobení je průnik a konvergenční struktura je množinová konvergence množin (tj. $A = \lim A_n$ právě když $A = \lim\inf A_n = \lim\sup A_n$). Využívá se toho, že pro pravděpodobnosti je σ-aditivita ekvivalentní sekvenční spojitosti. Vyjasnění nejzákladnějších otázek je velice obtížné; např. zkušeností z teorie topologických grup a z teorie uniformních prostorů nelze použít. Ostatně je známo ze zkušenosti, že sekvenční přístup je velice přirozený, ale přináší vždy specifickou a obtížnou problematiku.

J. Novák proanalyzoval základní definice, zavedl pojem zúplnění (není to reflexe, např. není určeno jednoznačně) a formuloval základní problémy, které se zdají být značně netriviálními. Neví se např., kdy se dá „uniformně" spojitá omezená funkce rozšířit na zúplnění (v případě pravděpodobnosti to jde ve výše uvedeném příkladě). Na Novákovy práce v tomto zaměření navázali jeho žáci R. Frič (CSc., 1972) a P. Kratochvíl (CSc., 1975).

Teorie sekvenčních grup, okruhů, algeber a sekvenčních uniformních prostorů je ještě značně nepřehledná a proto upouštíme od rozboru jednotlivých prací a odkazujeme na práce [50], [53], [54] a [56].

Zajímavá je poslední práce [57], ve které se mohutnost množiny hromadných bodů totálně divergentní posloupnosti (žádná podposloupnost nekonverguje) odhaduje zdola jistou charakteristikou $\beta N - N$, která se už v jednom článku vyskytla pod názvem „Novákovo číslo", a bez jakýchkoliv předpokladů z teorie množin se dokazuje, že tato charakteristika je větší než $\aleph_1$.

Akademik J. Novák se zasloužil o matematiku nejen vlastní vědeckou prací a výchovou několika generací matematiků na mnoha pracovištích, ale i jako velice operativní a důsledný předseda organisačního výboru všech tří dosavadních pražských topologických symposií.

Neméně významná je činnost akademika Nováka v disciplíně zdánlivě tak odlehlé, jakou je genetika. Zušlechťovací proces v podmínkách socialistické zemědělské velkovýroby v ČSSR se nemohl opírat o klasickou genetiku let třicátých, ale o nově se vytvořivší odvětví vzniklé syntézou mendelistické genetiky a teorie pravděpodobnosti, tj. o genetiku populací.

Je zásluhou akademika Nováka, že se tento vědní obor na základě smluvně uzavřené spolupráce MÚ ČSAV a VÚŽV v Uhříněvsi začal u nás již koncem padesátých let velmi intenzivně rozvíjet. V roce 1961 se pak již v této cestě systematicky pokračovalo pořádáním pravidelně konaných seminářů. Tyto semináře plnily a dosud úspěšně plní dvojí funkci. Jednak ryze pracovní, kdy se řeší konkrétní výzkumné problémy, jednak programovou, kdy se dále rozpracovávají s přihlédnutím k světovému trendu teoretické základy selekce, šlechtění a hybridizace.

Konkrétní přínos akademika Nováka v této oblasti spočívá především v rozvedení principů genetických procesů v panmiktické populaci pro populaci bisexuální, dále v rozvedení modelu rovnoměrné a nerovnoměrné selekce se třemi selekčními koeficienty.

Akademik Novák v tomto případě navázal na své původní práce z let čtyřicátých, kdy působil v Zemských výzkumných ústavech zemědělských v Brně. Uvedené modely byly ověřeny na klasickém objektu genetiky, tj. na banánové mušce Drosophile melanogaster a stále více se ve svých principech stávají součástí selekčních a hybridizačních programů v chovu hospodářských zvířat.

Zájmy akademika Nováka v matematice nejsou omezeny na sféru čistě vědeckou. Je např. dobře známa jeho dlouholetá pomoc poskytovaná významné celostátní matematické soutěži pro žáky našich středních a základních škol: matematické olympiádě. Prakticky po celou dobu existence olympiády u nás je akademik Novák členem Ústředního výboru, který soutěž řídí (15 let byl jeho předsedou). Pro práci v olympiádě dovedl akad. Novák zainteresovat i další pracovníky Matematického ústavu. Také nyní jako u ředitele ústavu nachází matematická olympiáda u akademika Nováka vždy plné pochopení a podporu.

Zájem o matematickou olympiádu ostatně souvisí s širším zájmem akademika Nováka o otázky školské matematiky vůbec. Akademik Novák si vždy plně uvědomoval význam problematiky vyučování matematice pro rozvoj matematiky jako celku a proto usiloval o zabezpečení základního výzkumu v oblasti modernisace vyučování matematice. Trvale se snaží zajistit dobré podmínky pro práci Kabinetu pro modernisaci vyučování matematice, který je v posledních letech i organisačně součástí Matematického ústavu ČSAV.

Akademik Novák rozhodně není typem vědce uzavřeného do úzké oblasti vlastních zájmů. Neuhýbá před společenskou a politickou angažovaností, o jejímž významu pro vědeckého pracovníka je přesvědčen, jak to ostatně dovedl sám vyjádřit svými projevy a činy i celou svou činností ve vedoucích funkcích v ČSAV i mimo ni. V tomto duchu působí také na své mladší spolupracovníky a žáky.

Zásluhy akademika Nováka o vědu byly již několikráte oceněny. V r. 1965 mu byl propůjčen Řád práce, v r. 1970 Zlatá plaketa B. Bolzana. Palackého universita mu udělila v r. 1968 zlatou a v r. 1973 Pamětní medaili.

DOPLNĚK K SEZNAMU PRACÍ AKADEMIKA JOSEFA NOVÁKA

[45] On convergence spaces and their sequential envelopes. Czechoslovak Math. J. *15* (*90*) (1965), 74—100.

[46] Eine Bemerkung zum Begriff der topologischen Konvergenzgruppen. Simposio di Topologia (Messina, 1964). Edizioni Oderisi, Gubbio, 1965, 71—74.

[47] O vlivu selekce monohybridů na genové složení potomků. Živočišná výroba, zvláštní číslo *1*, 1965, 169—188.

[48] a) On a convergence topological ring of couples of disjoint sets. Nachr. Österreich. Math. Gesellsch. *19* (*79*) (1965), 50.
b) Extension theory of convergence structures and its application to probability theory. Contributions to Extension Theory of Topological Structures (Proc. Sympos., Berlin, 1967). Deutsch. Verlag. Wissensch., Berlin, 1969, 171—172.

[49] On topological convergence rings. Atti del' VIII Congresso dell'Unione Matematica Italiana (Trieste, 1967), Bologna, 1968, 417—418.

[50] On sequential envelopes defined by means of certain classes of continuous functions. Czechoslovak Math. J. *18* (*93*) (1968), 450—456.

[51] On some topological spaces represented by systems of sets. Proc. Internat. Sympos. on Topology and its Applications (Herceg-Novi, 1968). Savez Društava Mat. Fiz. i Astronom., Beograd, 1969, 269—270.

[52] On probabilities defined on a certain class of non-Boolean algebras. VII. Österreichischer Mathematikerkongress (Linz, 1968). Nachr. Österreich. Math. Gesellsch. *23* (*91*) (1970) 89—90.

[53] On convergence groups. Czechoslovak Math. J. *20* (*95*), (1970), 357—374.

[54] On some problems concerning the convergence spaces and groups. General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra (Proc. Conf., Kanpur, 1968). Academia, Praha, 1971, 219—229.

[55] On some topologies defined by a class of real-valued functions. General Topology and Appl. *1* (1971), 247—251.

[56] On completions of convergence commutative groups. General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra, III (Proc. Third Prague Topological Sympos., 1971). Academia, Praha, 1972, 335—340.

[57] a) On side points in compact Hausdorff spaces. Proc. Internat. Sympos. on Topology and its Applications (Budva, 1972). Savez Društava Mat. Fiz. i Astronom., Beograd, 1973, 184.
b) On side points in compact Hasudorff spaces. General Topology and Appl. (v tisku).

XVI. MEDZINÁRODNÁ MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

V dňoch 4.—17. 7. 1974 sa v NDR konala už XVI. MMO, ktorej poriadateľmi boli Ministerstvo školstva NDR, Mathematische Gesellschaft der DDR a Ústredný výbor FDJ. Súťaže sa zúčastnil rekordný počet krajín: Bulharsko, ČSSR, Fínsko, Francúzsko, Holandsko, Juhoslávia, Kuba, Maďarsko, Mongolsko, NDR, Poľsko, Rakúsko, Rumunsko, Švédsko, Veľká Británia, Vietnamská demokratická republika, USA a ZSSR. S výnimkou Kuby a VDR boli všetky družstvá osemčlenné. Po prvý raz sa na MMO zúčastnili družstvá USA a VDR a obe dosiahli veľmi dobré výsledky.

Vlastná súťaž sa konala v Erfurte, kde po 2 dni riešilo 140 účastníkov súťaže celkom 6 pomerne náročných matematických úloh z elementárnej matematiky. Na riešenie 3 úloh mali každý deň 4 hodiny čistého času. Podľa dosiahnutých výsledkov bolo na záver súťaže odmenených 71 žiakov, z toho 10 dostalo I. cenu, 24 II. a 37 III. cenu. Okrem toho 3 žiaci dostali zvláštne ceny za originálne a zvlášť elegantné riešenia niektorých úloh.

Zo zúčastnených družstiev dosiahlo najlepšie výsledky — ako je tomu už niekoľko rokov — družstvo ZSSR. Na ďalších miestach v neoficiálnom hodnotení krajín skončili: USA, Maďarsko, NDR, Juhoslávia, Rakúsko, Rumunsko, Francúzsko, Veľká Británia, Švédsko, Bulharsko, ČSSR, VDR, Poľsko, Holandsko, Fínsko, Kuba, Mongolsko.

Československé družstvo v zložení Balanda (Č. Těšín), Kindlmann (Č. Budějovice), Navrátil (Olomouc), Širáň (Bratislava), Trlifaj (Praha), Valášek (Praha), Vencovská (Praha), Voldřich (Vimperk) dosiahlo celkom 158 bodov z 320 možných a 2 z jeho členov: Alena Vencovská a Pavel Kindlmann, získali III. cenu.

Po organizačnej stránke bola XVI. MMO pripravená veľmi dobre. Popri vynikajúcej odbornej príprave bola značná pozornosť venovaná tiež stránke spoločenskej. Účastníci olympiády sa mali možnosť zoznámiť tiež s viacerými mestami hostiteľskej krajiny a s ich pamätihodnosťami. Okrem dejiska súťaže Erfurtu to boli predovšetkým Výmar, Oberhof, Suhl, Eisenach, Wartburg, Buchenwald, Postupim a v neposlednej miere hlavné mesto NDR — Berlín, kde sa uskutočnilo slávnostné zakončenie súťaže a vyhlásenie výsledkov. XVI. MMO sa stretávala v hostiteľskej krajine tiež s primeranou pozornosťou dennej tlače a ostatných masovokomunikačných prostriedkov.

Počas svojho pobytu na olympiáde mali možnosť nádejné matematické talenty nadviazať celý rad vzájomných priateľstiev, ktoré sa môžu stať veľmi dobrým základom pre budúcu úspešnú spoluprácu.

Budúca — XVII. MMO sa uskutoční v júli 1975 v Bulharsku alebo v Mongolskej ľudovej republike.

Jozef Moravčík, Žilina

LETNÁ ŠKOLA „DIFFORD — 74“

Stalo sa už dobrým zvykom trocha vyplniť dlhú medzeru medzi konferenciami „Equadiff“ usporiadavaním letných škôl z obyčajných diferenciálnych rovníc zhruba v jej prostriedku. Takýmito akciami boli letná škola v r. 1965 v Jeseníkoch a letná škola v r. 1970 v Krpáčovej, na ktorú letná škola „DIFFORD — 74“, ktorá sa konala od 23. do 28. 9. 1974 v Starej Lesnej vo Vysokých Tatrách a ktorú usporiadal Matematický ústav SAV v spolupráci s ďalšími štyrma inštitúciami na Slovensku i v českých zemiach, nadväzovala.

Koncepcia týchto letných škôl sa už ustálila: ťažiskom programu sú prednášky, resp. série prednášok pozvaných popredných odborníkov zo zahraničia pre československých účastníkov. Hlavnou myšlienkou je tu umožniť intenzívny kontakt s nimi širokému fóru pracovníkov z ČSSR v oblasti obyčajných diferenciálnych rovníc, o ktorého existencii iste nemožno pochybovať.

Toho roku prišlo do Starej Lesnej 62 účastníkov z ČSSR, traja z Maďarska a po jednom z Poľska, Rumunska a ZAR. Z pozvaných prednášateľov zo zahraničia prišli ôsmi: štyria zo ZSSR, po jednom z Belgicka, NSR, Poľska a Talianska. Patrí im naša vďaka za to, že pripravili skutočne veľmi hodnotné prednášky a najmä za to, že neodmietli našu prosbu, aby k nim vypracovali písomné texty. Ďalšia naša vďaka patrí pracovníkom Prírodovedeckej fakulty UJEP a ich tlačového strediska, ktorí ich vydanie na úrovni umožnili.