

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1973

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0098|log20

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

vždy v témž trojrozměrném prostoru s bodem S a lze tedy sestavit jejich příčky q_α ($\alpha = 2, 3, \dots, n - m$), procházející bodem S . Pro $n - m - 1$ přímek $q_2, q_3, \dots, q_{n-m}$ platí (jak se snadno přesvědčíme) $L(q_2, q_3, \dots, q_{n-m}) = E^{n-m-1}$ (kdyby totiž $q_{n-m} \subset L(q_2, q_3, \dots, q_{n-m-1})$, pak v důsledku $L(q_2, q_3, \dots, q_{n-m-1}) \subset L(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = E^{n-1}$ by též ${}^1A_n A_n \subset E^{n-1}$ a tedy i $A_n \subset E^{n-1}$, což je ve sporu s předpokladem o rozměru konfigurace K_n^n ; analogicky ani žádná jiná přímka q_α nemůže ležet v prostoru vytvořeném zbývajícimi). Vezmeme-li nyní centrální projekci $\mathcal{P}$ v E^n s basí $[E^{n-m-1}, {}^1E^m]$, je nejprve v důsledku $S \subset E^{n-m-1}$ $\mathcal{P}K_{m+1}^{m+1} = \overline{\mathcal{P}K_{m+1}^{m+1}} = {}^1D_{m+1}^m$. Označíme-li $A_{m+\alpha}^c = {}^1A_{m+\alpha} A_{m+\alpha} \cap q_\alpha$, $B_{m+\alpha}^c = {}^1B_{m+\alpha} B_{m+\alpha} \cap q_\alpha$ ($\alpha = 2, 3, \dots, n - m$), je $\mathcal{P}A_{m+\alpha} = A_{m+\alpha}^c A_{m+\alpha} \cap {}^1E^m = {}^1A_{m+\alpha}$, $\mathcal{P}B_{m+\alpha} = B_{m+\alpha}^c B_{m+\alpha} \cap {}^1E^m = {}^1B_{m+\alpha}$, $\alpha = 2, 3, \dots, n - m$. Je tedy $\mathcal{P}K_n^n = {}^1D_n^m = \mathcal{A}^0 D_n^m$.

b) Je-li $n = m + 1$, plyne tvrzení bezprostředně z věty 2.

Věta 6. *Nechť je dána kartézská konfigurace $K_n^n \equiv \{O, A_i, B_i^\infty\} \subset E^n$ a degenerovaná konfigurace ${}^0D_n^m \equiv \{{}^0O, {}^0A_i, {}^0B_i\} \subset {}^0E^m$ ($2 \leq m < n$). Nechť 0B_i ($i = 2, 3, \dots, m + 1$) jsou vlastní body a nechť $L({}^0O {}^0B_2, {}^0O {}^0B_3, \dots, {}^0O {}^0B_{m+1}) = {}^0E^m$. Označme $\lambda_i = 1 - ({}^0O {}^0A_i {}^0B_i)$, $i = 2, 3, \dots, m + 1$.*

Postačující podmínkou pro existenci centrální projekce $\mathcal{P}$ v E^n s basí $[E^{n-m-1}, {}^1E^m]$, v níž $\mathcal{P}K_n^n \cong {}^0D_n^m$, je existence reálných čísel $\mu > 0$, $k > 0$ takových, že v konfiguraci ${}^0D_n^m$ platí ${}^0O {}^0B_i = k \sqrt{(\mu^2 + (1/\lambda_i^2))}$, ${}^0B_i {}^0B_j = k \sqrt{((1/\lambda_i^2) + (1/\lambda_j^2))}$, $i \neq j$; $i, j = 2, 3, \dots, m + 1$.

Důkaz. a) Nechť $n > m + 1$. Uvažujme konfiguraci $K_{m+1}^{m+1} \equiv \{O, A_i, B_i\}$, která je částí konfigurace K_n^n a konfiguraci ${}^0D_{m+1}^m \equiv \{{}^0O, {}^0A_i, {}^0B_i\}$, která je částí konfigurace ${}^0D_n^m$. Poněvadž podle předpokladu existují čísla $k > 0$, $\mu > 0$ tak, že ${}^0O {}^0B_i = k \sqrt{(\mu^2 + (1/\lambda_i^2))}$, ${}^0B_i {}^0B_j = k \sqrt{((1/\lambda_i^2) + (1/\lambda_j^2))}$, $i \neq j$; $i, j = 2, 3, \dots, m + 1$, lze na konfiguraci K_{m+1}^{m+1} a ${}^0D_{m+1}^m$ užít větu 4 a v prostoru $E^{m+1} = L(x_1, x_2, \dots, x_{m+1})$ ($x_i = OA_i$) existuje tedy centrální projekce $\mathcal{P}$ s basí $[S, {}^1E^m]$ ($S \in x_1$, $S \neq O$) tak, že ${}^0D_{m+1}^m \cong \mathcal{P}K_{m+1}^{m+1} = {}^1D_{m+1}^m \equiv \{{}^1O, {}^1A_i, {}^1B_i\}$. Sestrojíme v ${}^1E^m$ konfiguraci ${}^1D_n^m \equiv \{{}^1O, {}^1A_i, {}^1B_i\}$ shodnou s ${}^0D_n^m$ tak, aby obsahovala ${}^1D_{m+1}^m$ jako svoji část. Analogicky jako v důkazu předchozí věty pak nalezneme, že v centrální projekci $\mathcal{P}$ s basí $[E^{n-m-1}, {}^1E^m]$, kde $E^{n-m-1} = L(q_2, q_3, \dots, q_{n-m})$ je prostor vytvořený příčkami q_α mimoběžek ${}^1A_{m+\alpha} A_{m+\alpha}$, ${}^1B_{m+\alpha} B_{m+\alpha}$ ($\alpha = 2, 3, \dots, n - m$) vedenými bodem S , je $\mathcal{P}K_n^n = {}^1D_n^m \cong {}^0D_n^m$.

b) Je-li $n = m + 1$, plyne tvrzení bezprostředně z věty 4.

Literatura

- [1] L. Drs: Centrální axonometrie v n -rozměrném prostoru. Časopis pro pěstování matematiky, 85 (1960), 274–290.
- [2] V. Havel: O základních větách vícerozměrné centrální axonometrie I, II, III. Matem. fys. časopis SAV, VII, 2 – 1957 a VIII, 2 – 1958.