

## Werk

**Label:** Other

**Jahr:** 1972

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X\\_0097|log89](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0097|log89)

## Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

**STRUČNÉ CHARAKTERISTIKY ČLÁNKŮ UVEŘEJNĚNÝCH V TOMTO ČÍSLE  
V CIZÍM JAZYKU**

**TOMÁŠ KEPKA**, Praha: *On one class of quasigroups.* (O jedné třídě kvasigrup.)

V každé kvasigrupě  $Q$  platí  $ab \cdot c = a(b \cdot S_{a,b}(c))$ ,  $c \cdot ab = (T_{a,b}(c) \cdot a)b$ , kde  $S_{a,b} = L_b^{-1}L_a^{-1}L_{ab}$ ,  $T_{a,b} = R_a^{-1}R_b^{-1}R_{ab}$ . Protože zobrazení  $S_{a,b}$  a  $T_{a,b}$  jsou automorfismy v každé grupě, je zajímavé vyšetřovat třídy všech kvasigrup majících tuto vlastnost. V článku jsou uvedeny některé základní vlastnosti takových kvasigrup.

**FRANTIŠEK PÚCHOVSKÝ**, Žilina: *On a class of generalized Jacobi's orthonormal polynomials.* (O triede zobecnených Jacobiovi ortonormálnych polynómov.)

V tomto pojednaní sú vyšetrované niektoré vlastnosti polynómov  $Q_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k^{(n)} x^{n-k}$ ,  $a_0^{(n)} > 0$ , ortonormálnych s váhou  $Q(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta e^{u(x)}$ . Hlavný výsledok je diferenciálna rovnica  $Q^{-1}(x) d((1-x^2) Q'_n(x) Q(x))/dx + (1-x^2) b_n(x) Q'_n(x) + (n(n+\alpha+\beta+1) + a_n(x)) Q_n(x) = 0$ . Táto rovnica platí napríklad vtedy, keď funkcia  $(u'''(x) - u'''(t))/(x-t)$  je ohraničená pre  $x \in [-1, 1]$  a  $t \in [-1, 1]$ ;  $a_n(x)$  a  $b_n(x)$  sú funkcie premennej  $x$  také, že pre všetky hodnoty indexu  $n$  a  $x \in [-1, 1]$  platia nerovnosti  $|a_n(x)| < cn$ ,  $|b_n(x)| < cn^{-1}$ ,  $|b'_n(x)| < cn^{-1}$ , kde  $c$  je konštantá, ktorá nezávisí na  $n$  a na  $x$ .

**VÁCLAV ZIZLER**, Praha: *Uniform extension of linear functionals.* (Stejnoměrné rozšiřování lineárních funkcionálů.)

V článku se vyšetruje uniformizace rozšiřování lineárních funkcionálů v souvislosti s hladkostí a rotunditou prostoru.

**BOHDAN ZELINKA**, Liberec: *Embedding infinite trees into a cube of infinite dimension.* (Vnoření nekonečného stromu do krychle nekonečné dimenze.)

**I. Havel a P. Liebl** vyšetřovali vnoření konečného stromu do  $n$ -dimensionální krychle, kde  $n$  je konečné. V tomto článku je dokázána věta o vnoření nekonečného stromu.

**KAREL ČULÍK a ANTONÍN VRBA**, Praha: *On the number of initial segments of a finite set of sequences (finite language).* (O počtu počátečních úseků konečné množiny posloupností čili konečného jazyka.)

Jsou uvedeny dva podstatně rozdílné způsoby pro určení počtu (neprázdných a navzájem různých) počátečních úseků posloupností (či slov či řetězů), které patří dané konečné množině posloupností (či danému konečnému jazyku). Je položeno několik otevřených otázek.

RECENSE

J. L. Lions, E. Magenes: PROBLÈMES AUX LIMITES NON HOMOGÈNES ET APPLICATIONS. Díl 3. Dunod, Paříž 1970. XVIII + 328 stran. Cena 94 F.

Dva význační odborníci v teorii parciálních diferenciálních rovnic — profesor pařížské university a profesor university v Pávii — sepsali a nakladatelství Dunod vydalo třídílnou monografii. Do redakce však řízením osudu (či pošty) došel pouze poslední díl; dodejme tedy pro úplnost, že první díl vyšel v roce 1968, má XX + 372 stran a stojí 94 F, zatím co druhý díl, který vyšel v téže roce, má XVI + 252 stran a stojí 71 F. Tato recenze se pochopitelně týká celé trilogie, která vyšla jako sv. 17, 18 a 20 v edici *Travaux et recherches mathématiques*, řízené A. Lichnerowiczem.

Trilogie je věnována lineárním problémům. Nehomogenní okrajovou úlohou nazývají autoři tuto úlohu: Je-li  $\Omega$  otevřená množina v  $\mathbb{R}^N$  s hranicí  $\partial\Omega$ ,  $F$  jistý prostor funkcí definovaných na  $\Omega$  a  $G_j$  ( $j = 1, \dots, v$ ) jisté prostory funkcí definovaných na  $\partial\Omega$  a konečně  $f$  resp.  $g_j$  dané funkce z  $F$  resp.  $G_j$ , jest najít funkci  $u$  z prostoru  $\mathcal{U}$  tak, aby platilo

$$(1) \quad Pu = f \text{ na } \Omega, \quad Q_j u = g_j \text{ na } \partial\Omega \quad (j = 1, \dots, v),$$

kde  $P$  a  $Q_j$  jsou dané lineární diferenciální operátory na  $\Omega$  a  $\partial\Omega$ . Operátory  $Q_j$  se přitom mohou na části hranice  $\partial\Omega$  anulovat (jinými slovy: podmínka  $Q_j u = g_j$  má být splněna jen na části  $\partial\Omega$ ) — to nastává velmi často v okrajových úlohách evolučního typu.

Prostory  $\mathcal{U}$  a  $\{F; G_j\}$  lze ovšem volit velmi rozmanitým způsobem: autoři to v předmluvě ilustrují na příkladu Dirichletova problému pro Laplaceovu rovnici, kde klasická formulace úlohy pracuje s jinými prostory než zobecněná formulace, používající aparátu Sobolevových prostorů. Při jistém zjednodušení lze říci, že autoři si v monografii kladou tento úkol: určit takové třídy prostorů  $\mathcal{U}$  a  $\{F; G_j\}$ , které s okrajovou úlohou (1) souvisejí „přirozeným“ způsobem a jsou přitom vhodné i pro aplikace. Jedná se jim ovšem vždy o volbu takových prostorů, které zaručují jednoznačnou řešitelnost úlohy (1) a spojitou závislost řešení  $u$  na daných funkčích  $f$  a  $g_j$ . Tento úkol tedy autoři řeší pro daný systém operátorů  $\{P; Q_j\}$ , přičemž svůj postup dělí na tyto etapy: (i) studují regularitu problému (1) (tj. předpokládají, že  $f$  a  $g_j$  jsou v jistém smyslu regulární, a usuzují pak na odpovídající regularitu řešení  $u$ ); (ii) transpozici etapy (i) zkoumají řešení problému (1) pro  $f$  a  $g_j$  z prostorů distribucí; (iii) interpolaci etap (i) a (ii) pak dospívají k „intermediárním“ výsledkům.

Již první etapa poskytuje mnoho možností, které autoři z pochopitelných důvodů nevyčerpávají. Vycházejí v etapě (i) v podstatě ze dvou hledisek a tato hlediska také dělí trilogii na dvě odlišné části. První část tvoří oba první díly. Zde autoři vyšetřují problém (1) pro některé speciálnější třídy operátorů  $\{P, Q_j\}$  v Sobolevových prostorech hilbertovského typu (autoři je značí  $H^s$  resp.  $H^{2s,s}$ ). V etapě (i) uvažují prostory kladného řádu ( $s > 0$ , i když může být necelé), transpozici z etapy (ii) však dospívají i k prostorům záporného řádu. První kapitola, nazvaná „Hilbertovská teorie prostorů stop a interpolačních prostorů“, je věnována vlastnostem všech takových prostorů, kterých se pak v dalším podstatně využívá. Má tedy pomocný charakter, současně však podává velmi pěkný přehled teorie Sobolevových prostorů. V kapitole druhé, nazvané „Elliptické operátory. Hilbertovská teorie“ je pak vyšetřován případ, kdy operátor  $P$  je eliptický

(je pak značen  $A$ ) s odpovídajícími hraničními operátory  $B_j$  (které zde zastupují operátory  $Q_j$ ), zatím co v kapitole třetí („Variační evoluční rovnice“) jsou uvažovány především okrajové úlohy pro operátory  $P$  typu  $(\partial/\partial t) + A$ ,  $(\partial^2/\partial t^2) + A$  a  $(\partial/\partial t) + iA$ . Tyto tři kapitoly tvoří *první díl*. Díl druhý je pak věnován především podrobnějšímu vyšetřování speciálních evolučních rovnic. Základní množina  $\mathcal{O}$  zde má tvar  $Q = \Omega \times (0, T)$ , kde  $\Omega$  je oblast v  $\mathbb{R}^N$  s hranicí  $\Gamma$ , a značná část čtvrté kapitoly, nazvané „Parabolické evoluční rovnice. Hilbertovská teorie“ je věnována definici a vlastnostem různých (anisotropních) Sobolevových prostorů na oboru  $Q$ ; aparát téhoto prostoru hraje v dalších částech tohoto dílu důležitou roli. Pátá kapitola je pak věnována obdobnému studiu hyperbolických rovnic (ve smyslu Petrovského) a rovnic Schrödingerova typu. V kapitole šesté jsou výsledky obou předcházejících kapitol aplikovány na úlohy optimální regulace, které jsou popsány evolučními rovnicemi, a druhý díl uzavírá dodatek, nazvaný „Okrajové úlohy a prodlužování operátorů“ a obsahující charakterizaci všech korektně formulovaných úloh pro rovnice, uvažované v předchozích odstavcích knihy.

Třetí díl pak tvoří zmíněnou druhou část trilogie, odlišující se od první části tím, že v etapě (i) autoři vycházejí z prostorů funkcí nekonečně diferencovatelných nebo analytických nebo z tříd funkcí Gevreyova typu; etapa (ii) pak umožňuje zkoumání okrajové úlohy (1) v prostoroch distribucí, analytických funkcionálů a ultradistribucí Gevreyova typu. Přístup zde užity je méně obvyklý a také obtížnější než v části první. Potíže jsou topologického rázu a souvisejí mj. s tím, že se zde už nemusí jednat o Hilbertovy nebo Banachovy prostory. Proto je třetí díl uveden kapitolou 7, nazvanou „Skalární a vektorové ultradistribuce“ a obsahující minimum, nutné pro pochopení dalších partií knihy. Následující kapitoly pak představují analogii kapitol 3–6: jsou zde z daného hlediska zkoumány rovnice elliptické (kap. 8), obecné evoluční rovnice (kap. 9), parabolické rovnice (kap. 10) a rovnice hyperbolické (kap. 11). Je třeba poznamenat, že v této druhé části trilogie se autoři soustředí na první dvě z výše zmíněných tří etap. Celá monografie je pak uzavřena dodatkem, jehož obsah vystihuje název: „Variační počet v prostoroch Gevreyova typu“.

Tolik tedy velmi stručně k obsahu díla, z něhož je snad patrné, že se zde jedná o moderní teorii parciálních diferenciálních rovnic, využívající bohatě metod funkcionální analýzy. Pro ilustraci uvedme charakteristickou formulaci jednoho z výsledků (autoři ji uvádějí v předmluvě): Jedná se o Dirichletovu úlohu pro Laplaceovu rovnici

$$\Delta u = f \text{ na } \Omega, \quad u = g \text{ na } \Gamma,$$

kde  $\Omega$  je oblast v  $\mathbb{R}^N$  s hranicí  $\Gamma$ , a jedno z tvrzení kapitoly 2 říká, že operátor  $u \rightarrow \{\Delta u, u|_{\Gamma}\}$  je isomorfismem prostoru  $H^{s+2}(\Omega)$  na kartézský součin  $H^s(\Omega) \times H^{s+3/2}(\Gamma)$  pro každé  $s \geq 0$ .

Podle textu na záložce bude kniha „zajímat matematiky čisté i aplikované, především pak odborníky v parciálních diferenciálních rovnicích a v teorii regulace, kteří najdou v knize i velký počet otevřených problémů, které mohou být předmětem jejich dalšího zkoumání“. Trilogie tedy poslouží těm, kteří se chtějí *teorií* parciálních diferenciálních rovnic hlouběji zabývat, a bude pro ně dobrým odrazovým můstkom i zdrojem inspirace. K orientaci čtenáře ve složité a rozsáhlé problematice přispívá i (u Lionsových knih už tradiční) bohatý a zasvěcený přehled po literatuře, který je obsažen v komentáři k jednotlivým kapitolám. Tento komentář a seznam otevřených problémů různého stupně obtížnosti také každou kapitolu uzavírá. Postrádal jsem u této monografie rejstřík, který by jistě přispěl k orientaci čtenáře v kvantu materiálu, obsaženého v trilogii; je ovšem třeba říci, že celé dílo působí velmi přehledným dojmem a že obsah jednotlivých dílů je členěn velmi detailně.

Trilogie představuje završení jedné etapy rozvoje moderní teorie parciálních diferenciálních rovnic a český čtenář jistě uvítá skutečnost, že se připravuje ruský překlad, který mu bude dostupnější než francouzský originál.

*Alois Kufner, Praha*

*Jean-Pierre Kahane: SÉRIES DE FOURIER ABSOLUMENT CONVERGENTES.* Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970. VIII + 170 stran. Cena DM 44,—.

Teorie Fourierových řad je jednou z nejhezčích partií matematické analýzy, a ačkoliv její kořeny sahají dosti daleko do minulosti, je stále zdrojem nových idejí. Dokazuje to i posuzovaná kniha, jejímž předmětem je studium funkcí z třídy  $A$  — tj. třídy funkcí spojitých na kružnici, jejichž Fourierova řada konverguje absolutně — a funkcí z třídy  $A(E)$ , tvořené restrikcemi funkcí z  $A$  na uzavřenou množinu  $E$  na kružnici.

První kapitola shrnuje známé výsledky o Fourierových řadách spojitých funkcí a obsahuje vedle definic základních tříd funkcí i některé jejich vlastnosti. Kapitola druhá nese název „Deskriptivní teorie“, čímž je míněno srovnání vlastnosti funkce  $f$  patřící do  $A$  s jinými vlastnostmi (především jsou to podmínky na modul spojitosti, konečnost variace funkce  $f$  apod.); tato problematika má svůj původ již v pracích Bernštejniových, jehož výsledky se však zde objevují v novém světle. Jsou tu uvedeny podmínky nutné a postačující k tomu, aby funkce patřila do  $A$  resp. do  $A(E)$ , a též řada zajímavých příkladů a protipříkladů. Další vlastnosti tříd  $A(E)$  lze zkoumat pomocí pseudoměr (= spojitých lineárních forem na  $A$ ); to je předmětem kapitoly třetí a čtvrté. Pomocí metody, pocházející od M. G. Krejna, je ve čtvrté kapitole dokázáno, že jistá podmínka, nutná k tomu, aby  $f \in A(E)$ , je postačující za jistých předpokladů o  $E$ ; na příkladu, který sestrojili Katznelson a McGehee, je současně ukázáno, že tato podmínka není postačující vždy. Dále jsou zde studovány Helsonovy množiny, tj. takové množiny  $E$ , že každá funkce spojitá na  $E$  už patří do  $A(E)$ . Pátá kapitola je věnována problematice harmonické (nebo spektrální) syntézy, tj. úloze hledat množiny  $E$ , pro něž je prostor  $M(E)$  měr soustředěných na  $E$  slabě hustý v prostoru  $PM(E)$  pseudoměr na  $E$ . Kapitola šestá se zabývá zkoumáním asymptotického chování normy  $\|e^{inf}\|_A$  pro  $n \rightarrow \infty$  (třída  $A$  je Banachova algebra, v níž je norma funkce definována jako součet absolutních hodnot jejich Fourierových koeficientů); tento problém souvisí úzce s klasickou větou Wienerovou-Lévyovou o složených funkčích. Sedmá kapitola je věnována studiu Kroneckerových a Dirichletových množin; v osmé kapitole je k dosažení nových výsledků užito metody tensorových algeber, kterou zavedl Varopoulos v roce 1965, a je zde ukázána též zajímavá souvislost s algebrou absolutně konvergentních Walshových-Fourierových řad. Devátá kapitola se zabývá otázkou isomorfismu dvou algeber  $A(E)$  a  $A(E')$ , kapitola desátá lakunárními řadami a předmětem jedenácté kapitoly je shrnutí některých výsledků o absolutně konvergentních Taylorových řadách.

Kniha je doplněna třemi stránkami bibliografických poznámek, rozsáhlým seznamem literatury (172 citací), jmenným a věcným rejstříkem a seznamem označení. Úvod ke knize podává zasvěcený přehled o širších souvisech vyšetřované problematiky i o historii předmětu.

I při poměrně malém rozsahu obsahuje knižka řadu moderních výsledků a odkrývá nové zajímavé pohledy i na výsležky již klasické. Je psána dosti stručným stylem a vyžaduje mj. též dobré znalosti z funkcionální analýzy. Ačkoliv je členěna velmi účelně do krátkých paragrafů, nezdá se mi její celkové uspořádání nejpřehlednější. Také označení není vždy vhodně voleno — uvedeme např. symboly  $e^{inf}$  a  $e^{inf}$ , kde k matení čtenáře přispívá též občasné střídání kursivy a antikvy v exponentu.

Kniha předpokládá zasvěceného čtenáře, které v ní však vedle poučení najde v řadě otevřených problémů i podněty pro svou další práci.

*Alois Kufner, Praha*

*J. Lévy-Bruhl: INTRODUCTION AUX STRUCTURES ALGÉBRIQUES.* Vydal Dunod, Paris 1968, 323 str., cena váz. 76 F.

Kniha se skládá ze 7 kapitol hlavního textu, za nimiž následuje 5 dodatků. Vznikla z autorových přednášek na Faculté des Sciences de Reims a autor pro její četbu nepředpokládá žádné speciální předběžné znalosti. Kapitoly 0 a 1 mají úvodní charakter a jsou věnovány jednak přehle-

du základních pojmu a faktů týkajících se množinového a algebraického jazyka používaného dále v knize, jednak výkladu elementárních faktů o základních algebraických strukturách jako jsou grupoidy, kategorie, struktury s vnější operací, okruhy a tělesa, algebry a moduly. Po tomto úvodním výkladu se přistupuje ke studiu již méně elementárních vlastností algebraických struktur. Přitom základní autorova idea výkladu je idea částečně uspořádané algebrické struktury, jejíž operace je kompatibilní s relací uspořádání (kapitola 2). Ve třetí kapitole se vykládá teorie grupoidů s involucí, které jsou objektem vlastní autorovy vědecké práce. V rámci této teorie je též vyložena teorie homomorfismů algebraických struktur v teorii binárních relací. Podrobnějším studiu některých klasických kategorií je věnována čtvrtá kapitola; celkem lze říci, že kategorie jsou vyloženy čistě algebraickým způsobem. Pátá kapitola je věnována kategorií s involucí, šestá radikálům a sedmá pojednává o relacích modularity a normality ve svazech a polosvazech. Obecný způsob výkladu, jakož i snaha nezatěžovat příliš hlavní text, vedly autora k tomu, že aplikacím teorie vyhradil místo na konci knihy v pěti dodatkách, které lze chápout též jako cvičení. Dodatek A pojednává o některých aplikacích algebraických struktur v souvislosti s konečnými množinami, např. aplikace v kombinatorické analýze a teorii matic. Dodatek B je věnován studiu množiny částí grupoidu (normalita, centralizátor, komutátory aj.). Některým speciálním příkladům ideálů a radikálů je věnován dodatek C a dodatek D pojednává o speciálních příkladech a aplikacích kategorií (např. kategorie množin, kategorie grup, diferenciální moduly aj.). V posledním dodatku E se autor zmíňuje o distributivních svazech, Booleových algebrách, logických teoriích a topologických svazech.

*Jaroslav Morávek, Praha*

**Bernard Roy: ALGÈBRE MODERNE ET THÉORIE DES GRAPHES ORIENTÉES VERS LES SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES, tome 2, Dunod, Paris 1970 — 753 stran.**

Jde o druhý díl knihy, o jejímž prvním dílu pojednávala recenze v čísle 3 ročníku 95 tohoto časopisu. Kniha je rozdělena do pěti kapitol, přičemž jejich číslování navazuje na číslování kapitol prvního dílu, začíná tedy šestou kapitolou. Jsou to tyto kapitoly: VI. Sous-ensembles de sommets remarquables d'un graphe. VII. Arrangements remarquables d'arcs ou d'arêtes d'un graphe. VIII. Problèmes d'ordonnancement et ensembles de potentiels sur un graphe. IX. Problèmes de circulation et flots sur un graphe. X. Procédures d'exploitation, procédure par séparation et évaluation progressive et description segmentée.

V prvním dílu byly vyloženy základní pojmy teorie grafů; v druhém dílu přistupuje autor nejprve k hlubšímu zkoumání jednotlivých vlastností grafů. Tyto vlastnosti jsou rozděleny do prvních dvou kapitol podle toho, zda se týkají určitých podmnožin uzlů nebo určitých vzájemných uspořádání uzlů a hran. V šesté kapitole se zkoumá číslo vnitřní a vnější stability, úplné podgrafy, jádro grafu, centrum, poloměr grafu, base a antibase orientovaného grafu, kořen grafu a řezy grafu. Sedmá kapitola se zabývá extrémálními podgrafy o daném stupni souvilsti, cestami extrémální délky, eulerovskými a hamiltonovskými tahy a jejich zobecněními (tzv. „hyperparcours préeuleriens et préhamiltoniens“). Osmá kapitola zavrhuje podává teorii potenciálu na grafu. Devátá kapitola se zabývá problémy toku na grafu, v podstatě tedy dopravními problémy. Konečně desátá kapitola zkoumá obecné metody řešení problémů uvedených v předešlých kapitolách. Stejně jako v prvním dílu je za každou kapitolou řada příkladů, rozdělených na teoretické a praktické (označené písmenem T nebo P).

V celé knize se v maximální míře přihlíží k možným aplikacím, zejména ekonomickým. Ráz knihy je veskrze praktický, není tu příliš mnoho teoretických vět, zato je tu však řada algoritmů pro řešení různých úloh. Ve srovnání s prvním dílem jde o knihu značně náročnější, její četba je dosti obtížná. Stejně jako první díl je i tento určen spíše pro ekonomy, pro matematiky však rozhodně není bez významu.

*Bohdan Zelinka, Liberec*

*G. Szász: THÉORIE DES TREILLIS.* Akadémiai kiadó, Budapest, 1971.

Po maďarském vydání této knihy, které vyšlo r. 1959, následovalo vydání německé (1962) a anglické (1963). Německé vydání bylo recenzováno v Časopise pro pěstování matematiky 88 (1963), str. 377.

Proti německému vydání nedoznala francouzská verze podstatných změn. Změny se týkají zejména přesunu některých paragrafů a rozdělení některých paragrafů na dva. Nově je vložen § 25 o kompaktních prvcích a kompaktně generovaných svazech. Jím je uveden paragraf o svazu podalgeber algebry, jenž představuje významný příklad kompaktně generovaných svazů. Jiný příklad udává věta 85, rovněž neobsažená v německém vydání. Nečetné nově zařazené vložky (jako např. odstavec s pokazem na nemožnost obrácení věty 36, pojem konvexní podmnožiny v § 6, věta 81 v § 54) a nezbytné formální úpravy, související s dělením paragrafů, mění tvářnost dila jen nepatrně. Úhrn cvičení je rozšířen asi o 30 úloh, seznam literatury o 50 titulů. Kniha je překně typograficky upravena a přes poněkud rozšířený obsah má jen 227 stran proti 251 stranám německého vydání.

*František Šik, Brno*

*L. M. Blumenthal, K. Menger: STUDIES IN GEOMETRY.* W. H. Freeman and Company, San Francisco 1970. Str. XVI + 512.

Předmětem knihy, určené pokročilým studentům a jejich učitelům, jsou vztahy různých geometrických teorií k algebře a topologii. L. M. Blumenthal napsal části I (Geometrie svazů) a III (Metrická geometrie), K. Menger pak části II (Projektivní a příbuzné struktury) a IV (Teorie křivek). Úvod začíná L. M. Blumenthal takto:

»„Algebraický“ pojem *svazu* a „geometrická“ idea *metrického prostoru* jsou dva důležité objevy, které sjednocují rozsáhlé oblasti matematiky. Ačkoliv dějiny matematiky naznačují, že velcí matematikové minulosti dosáhli svých klasických výsledků řídíce se antickým návodem *divide et impera*, moderní badatelé učinili mnoho ze svých nejpozoruhodnějších příspěvků přijetím velmi odlišného principu *conjugate et impera* (spoju a panuj).«

K. Menger končí předmluvu slovy:

»Dále je jiná skupina, která může těžit ze studia této knihy — studenti filosofie. Nejen filosofové vědy, ale každý filosof by měl rozumět sjednocujícím aspektům některých moderních matematických teorií, detailům některé zvláštní axiomatické partie a postupu vysvětlujících pojmu, které nejsou nikde ukázány jasněji než v teorii křivek. Filosofové, kteří o tom pochybuji, by si měli připomenout slavná slova, která Platón napsal na bránu své akademie: *Nechť nevstupuje nikdo, kdo nezná geometrii.*«

Část I (str. 3—132) začíná teorií svazů a jejimi geometrickými hledisky. Pokračuje studiem abstraktní geometrie, kterou založil L. M. Blumenthal před necelými dvaceti lety. Každým dvěma elementům  $a, b$  z Booleovy algebry  $B$  se přiřadí v  $B$  „vzdálenost“  $d(a, b) = ab' + a'b$ , kde čárkou je označen komplement. Tato vzdálenost má formální vlastnosti metriky. Kongruence dvou útvarů z  $B$  se definuje jako jedno-jednoznačná příbuznost mezi jejich elementy, zachovávající vzdálenost. Po studiu pohybu jakožto kongruenze  $B$  s  $B$  je závěr věnován topologickým vlastnostem prostoru  $B$ .

Část II (str. 135—233) obsahuje aplikaci teorie svazů na projektivní geometrii. Východiskem je známé Birkhoffovo začlenění. První oddíl obsahuje axiomatiku projektivní geometrie na algebraickém základě. Druhý pokračuje studiem projektivních a příbuzných rovin a trojrozměrných prostorů včetně konečných projektivních rovin, obsahuje Coxeterův důkaz Hessenbergova teoremu a ústí v aplikace na Einstainovu-Minkowskiiho kinematiku.

Část III (str. 237—387) začíná kapitolou 6 s „metrisačním programem“ — určit ty vlastnosti, které má „vzdálenost“ v normovaném lineárním prostoru navíc oproti situaci v obecném metrickém prostoru. Pokračuje pak kapitolami 7 a 8 o metrických postulátech pro Banachovy a eukli-

dovské prostory. Kapitola 9 o integrální geometrii metrických oblouků má v čele důvtipnou Schoenbergovu konstrukci rovnostranné lomené čáry [s délkou strany  $\lambda(n)$ ] vepsané do oblouku, pokračuje studiem rektifikovatelnosti, vztahem  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \lambda(n)$  pro délku  $l$  oblouku a končí vyšetřováním kontinua  $K$  s tou vlastností, že (zhruba řečeno) ke každému bodu z  $K$  existuje okolí, v němž z každé trojice bodů z  $K$  lze utvořit tupý úhel;  $K$  je pak buďto oblouk nebo jednoduchá uzavřená křivka. Nejrozšířejší kapitoly 10 (str. 319–361) a 11 (str. 362–387) jednají o metrisaci křivosti oblouku a plochy. Těchto kapitol si všimneme podrobněji.

Část IV (391–506) patří topologické teorii křivek, podnícené neočekávaným Peanovým objevem z roku 1890 o spojitém zobrazení úsečky a nezávisle rozvinuté ve dvacátých letech P. Urysohnem a K. Mengerem, který ve spolupráci s G. Nöbelingem shrnul svou teorii v knize „Kurventheorie“ (Leipzig—Berlin 1932, reprint New York 1967). Její podstatné části autor nově rekapituluje a doplňuje.

Vraťme se nyní ke kapitolám 10 a 11 o křivosti.

Budě  $q, r, s$  tři vzájemně různé body kontinua  $K$ . Křivostí bodové trojice  $\{q, r, s\}$  se rozumí podíl  $k_M(q, r, s) = 2(\sin \angle qrs) : qs$  a metrickou křivostí v bodě  $p \in K$  pak  $k_M(p) = \lim_{q, r, s \rightarrow p} k_M(q, r, s)$  pro  $q, r, s \rightarrow p$ . Jedna ze základních vět říká: Má-li  $K$  v každém bodě konečnou křivost, je  $K$  buďto rektifikovatelný oblouk anebo rektifikovatelná jednoduchá uzavřená křivka (tj. homeomorfní s kružnicí). Pro analytickou křivku dává  $k_M(p)$  v jejím regulárním bodě  $p$  klasickou první křivost. Podobně, jen vycházejí z čtevřice bodů v  $K$ , se definuje metrická torse. Protějšek k určnosti křivky přirozenými rovnicemi v klasické diferenciální geometrii v  $E_3$  pak zní: Nutná a postačující podmínka, aby dva analytické oblouky v  $E_3$  s pozitivní metrickou křivostí a torsí byly kongruentní, je existence jedno-jednoznačné korespondence mezi jejich body, která zachovává oblouk i metrickou křivost a metrickou torsu. Jsou uvedeny ještě jiné definice metrické křivosti a torsa a je obsáhle vyšetřována jejich ekvivalence.

Daleko obtížnější jsou analogie pro plochy. Budíž  $Q = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$  čtevřice bodů metrického prostoru  $M$ . Tato čtevřice má — v Blumenthalově terminologii — vnořenou křivost  $K(Q) = k = 0$  resp.  $>0$  resp.  $<0$ , lze-li ji kongruentně vnořit do euklidovské roviny resp. kulové plochy s křivostí  $k$  resp. hyperbolické roviny s křivostí  $k$ . Nikoliv každá čtevřice má vnořenou křivost a ne vždy je vnořená křivost určena jednoznačně. V roce 1936 vyslovil A. Wald definici křivosti, která pro kompaktní a metricky konvexní prostory splývá s Gaussovou křivostí, definovanou v geodetických souřadnicích jako součinitel ve známé diferenciální rovnici 2. řádu pro koeficient první základní formy.  $M$  má v hromadném bodě  $p$  Waldovu křivost  $K_W(p)$ , jestliže k libovolnému  $\varepsilon > 0$  existuje  $\delta > 0$  tak, že pro každou čtevřici  $Q = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$  z  $M$ , pro niž  $pp_i < \delta$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), platí  $|K_W(p) - K(Q)| < \varepsilon$ . Kapitola vrcholí modifikací, již Waldovu křivost podrobil W. Kirk v roce 1964, a srovnáním s křivostí, kterou zavedl W. Rinow v knize „Die innere Geometrie der metrischen Räume“, Berlin 1961.

Zbyněk Nádeník, Praha

*Herbert Busemann: RECENT SYNTHETIC DIFFERENTIAL GEOMETRY. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970. Str. VI + 110. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, sv. 54.)*

Je to třetí kniha známého amerického geometra k stejné tematice. První byla „Metric Methods in Finsler Spaces and in the Foundations of Geometry“, Princeton 1942, druhá pak (\*) „The Geometry of Geodesics“, New York 1955 (ruský překlad 1962). Její podstatné části pojaly nově W. Rinow v knize „Die innere Geometrie der metrischen Räume“, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1961. S problematikou souvisí volněji i společná učebnice H. Busemanna a P. Kellyho „Projective Geometry and Projective Metrics“, New York 1953 (ruský překlad 1957), kap. IV o Minkowského a Hilbertové geometrii.

Nová syntetická diferenciální geometrie — co znamenají tyto přívlastky? Nejsnadněji objasníme první. Kniha velmi úzce navazuje na monografii (\*). Je jejím pokračováním, shrnuje autorovy objevy i výsledky jiných geometrů za posledních patnáct let a podává tak nejnovější přehled o stavu nauky, kterou H. Busemann založil.

V představách mnoha našich matematiků splývá diferenciální geometrie s tensorovým anebo Cartanovým počtem. Vskutku se často nelze ubránit dojmu, že metoda je v ní povýšena nad obsah. I. M. Яглом v předmluvě k ruskému překladu knihy (\*) mluví o „bakchanálii indexů“ a ani vnější formy nejsou prosty nebezpečí podobného sklouznutí. Reakcí na komplikovaný analytický aparát je v diferenciální geometrii hodně, ale nejvýrazněji a nejrozsáhleji se prosadily tři směry. Jeden založil A. D. Alexandrov knihou „Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей“, Moskva 1948 (německý překlad 1955), druhý L. Blumenthal\* dílem „Theory and Applications of Distance Geometry“, Oxford 1953, další pak H. Busemann. Diferencovatelnost je v Busemannově geometrii nahrazena požadavkem existence geodetické čáry spojující dva body s možností prodloužení za ně.

Nechť  $R$  je topologický prostor s body  $x, y, \dots$  a nechť v  $R \times R$  je definována vzdálenost  $xy$  splňující požadavky  $xx = 0$ ,  $xy \geq 0$ , ale nikoliv nutně  $xy = yx$ . Úsečkou  $T(x, y)$  se rozumí Jordánův oblouk mezi  $x$  a  $y$ , který je isometrický s intervalm délky  $xy$  na číselné ose;  $T(x, y)$  lze tedy se spojitou funkcí  $z(t)$ ,  $t \in \langle \alpha, \alpha + xy \rangle$ , vyjádřit ve tvaru  $z(\alpha) = x$ ,  $z(\alpha + xy) = y$  a pro  $t_1 < t_2$   $z(t_1) z(t_2) = t_2 - t_1$ . Geodetika v  $R$  je spojitý a lokálně isometrický obraz číselné osy do  $R$ . Při ní je  $t \in (-\infty, \infty)$  a kolem každého  $t$  existuje interval, v němž platí (\*\*). Geodetika je přímka, platí-li (\*\*) pro všecka  $t_1 < t_2$ . Jak ukázal zvláště E. M. Zautinský asi před deseti lety, lze teorii prostorů se souměrnou vzdáleností přenést na nesymetrický případ alespoň v důležitých situacích. Autor se v (\*) i v recenzované knize omezil — nikoliv tedy jen pro jednoduchost — na souměrnou vzdálenost a obšírně studuje tzv. G-prostory, definované těmito požadavky: Jsou metrické, finitně kompaktní a k daným dvěma bodům existuje úsečka, kterou lze jediným způsobem lokálně prodloužit za koncový bod. Písmeno G připomíná geodetiku. Připojme hned ukázku intesivní práce a obtížné otevřené problematiky: Už v (\*) dokázal autor, že jedno- a dvourozměrné G-prostory jsou topologické variety. Otázku z (\*), zda je tomu tak i pro dimensi 3, zodpověděl pozitivně před třemi roky B. Krakus a v recenzované knize uvádí autor jeho důkaz. Pro konečnou dimesi  $> 3$  je však problém zatím nepřistupný.

Možnost jednoznačného prodloužení geodetiky byl první krok k diferenciální geometrii. Naznačíme ještě další, asi zřetelnější. Je-li  $xyz$  geodetický trojúhelník v Riemannově prostoru a  $y', z'$  středy stran s vrcholy  $x, y$  a  $x, z$ , pak křivost tohoto prostoru je nikoliv pozitivní tehdy a jen tehdy, když  $2y'z' \leq yz$ . Tato vlastnost přirozeně vede k definici, podle níž má G-prostor zápornou (nulovou) křivost, jestliže pro nedegenerované trojúhelníky  $2y'z' < yz$  ( $2y'z' = yz$ ). Připojme, že tato definice umožnila přenést na G-prostory teorii Riemannových prostorů nekladné křivosti. Máme tak další z neformálních náběhů k představě, proč v názvu knihy je přívlastek „diferenciální“. Stejně stručně uvedme ještě jiný důvod. Busemannova teorie zahrnuje Finslerovy prostory ( $n$ -rozměrný Finslerův prostor se pojímá jako  $n$ -rozměrná topologická varieta, která je opatřena diferencovatelnou strukturou a na které každému jejímu bodu a každému vektoru z  $n$ -dimensionálního affinního prostoru je předpisem, splňujícím jisté podmínky, přiřazeno číslo) a umožňuje i oprostit se od lokálního studia, na které se klasické metody nutně omezovaly. V Busemannově pojetí nesouvisí tedy označení „diferenciální“ vůbec s metodou. Vystihuje studium prostorů, které byly dříve výhradně doménou aplikací diferenciálního počtu.

„Syntetická“ geometrie — to zni velmi příjemně některým našim geometrům, kteří nechtějí vidět posun různých disciplín. Ale Busemannova „syntetická diferenciální“ geometrie nemá vůbec nic společného se starou známou syntetickou geometrii, v niž třeba vyrýsování kuželosečky z pěti

\* ) Srv. recensi knihy L. M. Blumenthal, K. Menger: „Studies in Geometry“, San Francisco 1970, v Čas. pěst. mat. 97 (1972), 425—426.

jejich bodů patřilo k obligátním úkolům. Jeho pojmenování není ani analogií k projektivní diferenciální geometrii, která je sjednocením dvou geometrií — projektivní a diferenciální. Busemannovo adjektivum „syntetická“ označuje eliminaci analytických metod.

G-prostoř, v němž všecky geodetiky jsou přímky, nazývá autor stručně přímkový. Teorie těchto prostorů — recensovaná kniha obsahuje i její zobecnění — vede k hluboké analyse rovnoběžnosti a kolmosti a široce rozvíjí otázky, které D. Hilbert zhustil ve čtvrtém problému své slavné přednášky na pařížském kongresu v roce 1900\*). Souvislost se základy geometrie je podtržena axiomatickým postupem, ale ještě více historickým vývojem. V něm není jistě pro nás bez zajímavosti, že k prvnímu soustavnému rozvoji Hilbertovy problematiky, z niž H. Busemann vyšel, došlo v Praze — zasloužili se o to L. Berwald\*\*) a P. Funk (1886—1969), kteří působili na bývalých pražských německých vysokých školách a na jejichž práce autor i v recensované knize úzce navazuje.

Připojme závěrem, že Busemannova teorie se váže i k variačnímu počtu i k teorii relativity. Jde za Darbouxův pokus založený na klasické Eulerově rovnici („*Leçons sur la théorie générale des surfaces*“ III, Paris 1894) určit v rovině všecky variační problémy, jejichž řešenimi jsou přímky. Při indefinitní metrice zahrnuje Lorentzův prostor a umožňuje i studium obecnějších případů. Těchto vztahů se už recensovaná kniha nedotýká.

Její četba je mnohem obtížnější než studium monografie (\*). Je daleko stručnější, sevřenější, důkazy jsou často jen naznačeny. Bez znalosti (\*) je z větší části nepřístupná.

Zbyněk Nádeník, Praha

*I. Gomovski, C. Mira: L'OPTIMISATION — LA THÉORIE ET SES PROBLÈMES* (Monographies universitaires de mathématiques), Dunod, Paris 1970, XI + 327 str.

Recenzovaná kniha je rozšířený překlad díla obou autorů „Optimization in control theory and practice“, které vyšlo v nakladatelství Cambridge University Press v roce 1968. Recenze původní verze byla otištěna v časopise Aplikace matematiky 14 (1969), 6, str. 85.

Jde o pozoruhodné syntetické dílo věnované hledání extrémů funkcionálů jak v pojetí úloh variačního počtu tak úloh optimální regulace. Ukazuje se, že optimalizační úlohy přirozeným způsobem vedou k okrajovým úlohám pro parciální diferenciální rovnice. Některé úlohy variačního počtu, potom jsou speciálním případem zobecněného Huyghensova principu — tento přístup k variačním úlohám pochází od C. Carathéodoryho. Autoři v tomto směru rozšiřují teorii optimální regulace a ukazují že současné metody optimalizace (Eulerovy rovnice, princip maxima (Pontrjagin), princip dynamického programování (Bellman)) jsou speciálními případy této teorie.

Ve srovnání s anglickou verzí knihy je tato verze rozšířena o několik odstavců týkajících se pojmu strukturální stability a na několika místech je zdokonalen původní text.

Pro zájemce je kniha k dispozici v knihovně Matematického ústavu ČSAV v Praze.

Štefan Schwabik, Praha

*Harold R. Jacobs: MATHEMATICS, A HUMAN ENDEAVOR.* Freeman & Comp., San Francisco 1970. xvii + 529 str., cena neuvedena.

V deseti kapitolách pojednává autor o tématech z různých odvětví matematiky — o posloupnostech, funkciích, křivkách, logaritmech, pravidelných mnohoúhelnících, o kombinatorice, statistice i topologii. Snaží se ukázat možné aplikace probíraných témat a oživuje látku pokusy,

\*) Srovnej recensentův článek „Čtvrtý Hilbertův problém“, Pokroky matematiky a fyziky 17 (1972), 16—23.

\*\*) Jeho nekrolog se soupisem prací je v Čas. pěst. mat. 92 (1967), 229—238.

matematickými hříčkami, řadou obrázků, grafů a fotografií i kreslenými vtipy a krátkými comicsy (zejména známého amerického kreslíře J. Harta), které často souvisí s látkou jen velmi vzdáleně. Jednotlivé kapitoly jsou doplněny řadou cvičení rozmanitého charakteru. K některým cvičením jsou uvedena řešení; těžko však posoudit důvody, proč právě to či ono řešení bylo vynecháno.

Je dost těžké rozhodnout, komu je knižka určena. Její podtitul zní „Učebnice pro ty, kteří si myslí, že nemají rádi matematiku“. Zpracováním a konec konců i výběrem látky se však blíží knihám typu „zábavné matematiky“. Čtenáři — nematematikovi poskytne jistě řadu zajímavých poznatků i náměty k přemýšlení. Srovnáme-li ji však s klasickým dílem H. Steinhause, které vyšlo již v r. 1938, nezdá se, že by její přínos odpovídal třiceti letům dalšího vývoje matematiky.

Jiří Jarník, Praha

*F. L. Bauer, G. Goos: INFORMATIK, 1. díl, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971 (Heidelberger Taschenbücher, Sammlung Informatik), stran XII + 213 (110 obr.), cena brož. výtisku DM 9,80.*

Kniha je první částí připravovaného dvoudílného přehledného úvodu do oblasti informatiky (= nový název pro computer science). Je napsána tak, aby jí bylo možno použít jako podkladu pro dvousemestrovou úvodní přednášku (informatika byla nedávno zavedena na vysokých školách v NSR jako samostatný studijní obor). Hlavní náplní informatiky jsou otázky, které souvisí s programováním pro počítače. Toto téma také tvoří jádro recenzované knihy. Kromě toho autoři pro úplnost přehledu zařadili do knihy některé části další, jejichž cílem je stručnou formou jednak ozřejmit všeobecné základy informatiky, jednak ukázat, jak spolu souvisí speciální téma, kterým jsou v rámci studia informatiky věnovány samostatné přednášky. Názvy jednotlivých kapitol knihy jsou tyto: 1. Informace a zpráva. 2. Pojmové základy programování. 3. Strojové algoritmické jazyky. 4. Sítě a obvody.

Kniha je napsána přístupně, přitom však moderním způsobem a obsahuje značné množství konkrétního materiálu. Jejím nejvýznačnějším rysem je nesporně to, že za základ, na kterém jsou ve 2. kapitole demonstrovány principy výstavby programovacích jazyků, je vzat Algol 68. V textu tohoto druhu je to patrně poprvé. Autoři vycházejí z názoru, že v teorii programování je účelné postupovat od obecného ke speciálnímu a vynout se zprvu technickým komplikacím, které jsou podmíněny speciálními vlastnostmi jednotlivých počítačů a nepřispívají k vyjasnění podstaty věci. Tomuto stanovisku podřizují způsob výkladu a uspořádání látky.

V 1. kapitole jsou shromážděny údaje a instruktivní příklady, které osvětlují povahu znaků a způsoby kódování zpráv. Jsou též mj. připomenuty některé hlavní výsledky z teorie informace. V ústřední, 2. kapitole knihy jsou postupně probrány základní pojmové konstrukce, na kterých spočívají moderní programovací jazyky: objekty (jsou to dvojice, zahrnující jak označení, tak i hodnotu), jména (jakožto objekty s tzv. referenční hodnotou), proměnné, operace a formulé, procedury, parametry, bloky, seznamy, pole atd. Závěrem je zařazeno několik příkladů konkrétních programů. I když se výklad neváže na nějaký jednoznačně určený programovací jazyk, je veden v duchu Algoisu 68, s použitím obdobných syntaktických prostředků, ovšem podaných podstatně jednodušším způsobem a bez formálních definic. Je zdůrazněna sémantická stránka věci, výklad má deskriptivní charakter. Autoři se zmiňují o tom, že přesnéjší analýza některých zatím pouze nadhozených otázek bude obsažena ve 2. dílu knihy. 3. kapitola je věnována převodu původních programů do strojových jazyků (při použití tříadresového a pak jednoadresového principu), způsobu zpracování formulí z hlediska použití paměti, využití kolaterálních (parallelních) výpočtů, realizaci podprogramů atd. Výklad se opět soustředuje především na podstatu věci. Závěrečná 4. kapitola přechází stručnou formou k další konkretizaci: Je věnována booleovským funkcím, jejich realizaci pomocí binárních sítí, sítím s paměťovými elementy a popisu

skutečného uspořádání jednotlivým funkčním částí počítačů (spolu se zmínkou o hranicích současné technologie).

Dosáhnout cíle, který si autoři v knize vytkli, je úloha značně nesnadná. Je známo, jaké potíže jsou spojeny s volbou základního hlediska, ze kterého by měl vycházet výklad obecných principů programování, aby byl srozumitelný, aby se však přitom neomezoval na popis receptů, použitelných pouze ve speciálních případech. Vyjít přitom z koncepcí Algolu 68, dnes nejbohatšího a pojmově nejpracovanějšího programovacího jazyka, je idea odvážná, ale přitažlivá a recenzent se domnívá, že v budoucnu půjde i řada dalších autorů podobným směrem. Nejde přitom ani tak o to reprodukovat právě formální rysy Algolu 68, ale o to vyjít ze stupně analýzy podstaty programování, kterého v tomto jazyce bylo dosaženo. Autoři recenzované knihy našli takovou cestu a v tom je nesporně jejich zásluha. Praxe ukáže, nakolik jejich pojetí bude záhodno modifikovat resp. výklad doplnit. Nelze si totiž dělat iluze v tom, že jde o látku přístupnou. Analýza programování algoritmických procesů je přinejmenším tak komplikovaná (navíc dosud není definitivně uzavřena) jako analýza sémantiky a syntaxe formálních jazyků, kterou provádí matematická logika; dokonce jde v některých směrech dále, protože zahrnuje řadu nových konstrukcí. Na druhé straně existuje u programování jistá výhoda v tom, že nesprávná analýza se zpravidla reálně projeví nežádoucími situacemi ve výpočtovém mediu. V tom smyslu má význačné místo kontrola na konkrétních příkladech. K osvětlení některých zvlášť důležitých základních pojmu jako je např. jméno nebo proměnná by skutečně přispělo, kdyby byly v textu knihy bezprostředně ilustrovány pomocí příkladů. Tím by bylo možno kompenzovat fakt, že zvolený, ne zcela formální způsob podání necharakterizuje tyto pojmy dostatečně úplně. Lze očekávat, že prohloubení těchto a dalších otázek bude věnována ta část 2. dílu knihy, která má souhrnně pojednávat o syntaxi a sémantice programovacích jazyků. Uvedme pro informaci ještě přehled některých témat z připravovaného 2. dílu: dynamické využití paměti; vnější paměti a periferní zařízení; informační systémy; automaty a formální jazyky.

Tuto podnětnou a pečlivě napsanou knihu lze doporučit jak těm, kteří se zajímají o pochopení podstaty programování a informatiky, tak i odborníkům, kteří o principech programování přednášeji studentům.

*Jiří Bečvář, Praha*

**ZPRÁVY**

**DVACET LET ČESKOSLOVENSKÉ AKADEMIE VĚD**

JOSEF Novák, Praha

Před dvaceti lety, dne 17. listopadu 1952 byla založena Československá akademie věd. Jako vrcholná vědecká instituce Československé socialistické republiky dostala za úkol zaměřit svou činnost k rozvoji vědy a techniky, a tím sloužit budování socialismu a blahu lidu. Vznikla přebudováním Královské české společnosti nauk, České akademie věd a umění, Matice slovenské a Slovenské akademie věd a umění, a tím navazuje na české a slovenské vědecké tradice.

Zřízení Československé akademie věd vyplynulo logicky z potřeb naší socialistické společnosti a z požadavku na vědu, jež pronikajíc do takřka všech oborů lidské činnosti, do hospodářského života i společenského dění, stává se postupně výrobní silou. Její úloha nepochybňuje ještě vzrost v období vědecko-technické revoluce. Bylo to historické vítězství dělnické třídy v našich zemích, jemuž vděčíme za vznik vědecké instituce pracovního typu se samostatnými vědeckými ústavy řízenými vědeckými pracovníky.

Za dvacet let své činnosti vyrostla Československá akademie věd z nepatrných počátků ve vědecký kolos, jenž podstatným způsobem ovlivňuje rozvoj vědy v ČSSR. Mezi prvními sedmi vědeckými ústavy akademie byl též Matematický ústav ČSAV, který byl založen r. 1950 a měl název Ústřední ústav matematický. Tím nastala v našich zemích nová éra rozvoje matematických věd. Před r. 1950 pěstovaly se tyto vědy na katedrách matematiky vysokých škol a v menší míře též v některých výzkumných ústavech a podnikových zařízeních. Od r. 1950 a zejména 1953 začíná systematický plánovaný rozvoj matematiky, k němuž velkou měrou přispívá Matematický ústav ČSAV. Vyžadovalo by příliš mnoho místa vypočítat všechny vědecké práce jeho zaměstnanců a zhodnotit je. Omezme se jen na hlavní směry vědecké práce rozvíjené v ústavu.

Od založení Československé akademie věd se rozvíjely v Matematickém ústavu především kvantitativní matematické metody. Z nich pak zvláštní pozornost a péče byla věnována rozvoji diferenciálních rovnic obyčejných i parciálních. Je to obor velmi důležitý pro aplikace matematiky hlavně ve fyzice a technice, který byl však v době prve republiky zanedbáván. Hned od začátku byla též rozvíjena teorie pravděpodobnosti a matematická statistika s jejími aplikacemi zejména ve výzkumu lékař-

ském a zemědělském. Později pak byla pěstována též funkcionální analýza, v níž se dosáhlo pozoruhodných vědeckých výsledků. Na úseku numerické analýzy byla vědecká práce zaměřena jednak k teoretickému výzkumu, jednak k ověřování klasických numerických metod z hlediska využití samočinných počítačů.

Ze základních matematických struktur se v Matematickém ústavu intensivně pěstuje topologie, v níž bylo dosaženo vynikajících výsledků, dále teorie grafů, jež hraje stále větší a důležitější roli, a pak matematická logika.

Všechny vyjmenované obory jsou zařazeny do státních plánů výzkumu.

Význačnou událostí v historii Československé akademie věd bylo zřízení Slovenské akademie věd jako nejvyšší národní a regionální vědecké instituce na Slovensku. Vznikla r. 1963 jako organická součást ČSAV. Svým dílem zajišťuje rozvoj celého československého teoretického bádání a iniciativně rozvíjí vědeckou práci se zřetelem na potřeby hospodářského a kulturního rozvoje Slovenska. Už v r. 1959 byl založen Matematický ústav SAV. Vědeckou práci rozvíjí v matematické analýze a v algebraických a kombinatorických metodách matematických.

V r. 1968 vznikl Matematický ústav ČSAV v Brně, který je nyní organizačně začleněn do Matematického ústavu v Praze.

Vědeckou činnost pracovišť ČSAV řídily po deset let Sekce akademie. Bylo jich celkem osm. O rozvoj matematiky pečovala Sekce matematicko-fyzikální, při níž se vytvořila Matematická komise. Roku 1963 došlo ke změně struktury ČSAV. Sekce byly nahrazeny vědeckými kolegii. Jsou to nové organizační složky Akademie pečující o rozvoj příslušných vědních oborů. A tak vznikla též vědecká kolegia matematiky ČSAV a SAV. Obě tato kolegia v úzké spolupráci posuzují základní vědecké otázky v oblasti matematiky a zajišťují rozvoj matematických věd v rámci ČSAV a SAV. Projednávají zásadní otázky vědeckých styků se zahraničím. Obě kolegia kladně přijala zásadu integrace vědy socialistických zemí a podpořila návrh na zřízení Mezinárodního matematického centra S. Banacha ve Varšavě, na jehož realizaci mají podíl. Zvláštní pozornost se věnuje aplikacím matematických metod v praxi. Vedle ještě dalších povinností sledují též činnost Jednoty československých matematiků a fyziků.

V současné době vypracovávají vědecká kolegia perspektivní plány rozvoje jednotlivých vědních oborů na dalších dvacet let. V oboru matematiky se budou vedle dosavadních směrů rozvíjet také hraniční oblasti matematiky, z nich zejména informatika (computer science), teoretická kybernetika a matematické metody v ekonomii. Do perspektivního plánu jsou zařazeny též vědecké problémy vyučování matematiky.

Komunistická strana Československa a vláda Československé socialistické republiky věnovaly soustavnou péči budování Československé akademie věd. Máme plnou naději, že s jejich podporou dosáhne Akademie v dalších dvaceti letech význačných úspěchů a přispěje k rozvoji naší socialistické společnosti.

## STO LET ČASOPISU PRO PĚSTOVÁNÍ MATEMATIKY

V letošním roce uplynulo již sto let od vyjítí prvého čísla Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky, jehož přímým pokračováním je i náš Časopis pro pěstování matematiky. Poněvadž vydávání časopisu bylo za druhé světové války na několik let přerušeno, má letošní ročník teprve číslo 97.

K devadesátému výročí založení Časopisu (spojenému se 100. výročím založení Jednoty českých matematiků a fysiků) jsme před deseti lety přinesli přehledný článek, z něhož se lze seznámit s historií Časopisu (F. Veselý: *Devadesát let Časopisu pro pěstování matematiky*, Čas. pěst. mat. 87 (1962), 132–147).

V posledních deseti letech vycházel Časopis zcela pravidelně. Stejně jako už od roku 1953 jej vydával Matematický ústav ČSAV. Ve funkci vedoucího redaktora se při tom postupně vystřídali: do roku 1970 (roč. 95) JAROSLAV KURZWEIL, v roce 1971 (roč. 96) LADislav Mišík a od letošního ročníku vede redakční radu zástupce vedoucího redaktora FRANTIŠEK ZÍTEK. Po odchodu JOSEFA HOLUBÁŘE do důchodu v roce 1964 stal se výkonným redaktorem VLADIMÍR DOLEŽAL.

Druhý matematický časopis, který je pokračovatelem původního Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky je Czechoslovak Mathematical Journal, vydávaný též Matematickým ústavem ČSAV. Tento časopis řídil ve funkci vedoucího redaktora až do roku 1970 (roč. 20) JAN MAŘÍK. Nyní je vedoucím redaktorem ALOIS ŠVEC.

V roce 1975 dovrší náš Časopis svou prvou stovku ročníků. K této příležitosti redakce připravuje článek, který čtenáře seznámí s tím co v Časopise vyšlo nejzajímavějšího a nejvýznamnějšího.

*Redakce*

### ZEMŘEL PROFESOR JAN BÍLEK

VÁCLAV VILHELM, Praha

V pátek 10. března 1972 zemřel ve věku necelých pětašedesáti let prof. RNDr. JAN BÍLEK, vedoucí katedry matematiky Vysoké školy chemicko-technologické a děkan její chemicko-inženýrské fakulty. Zákeřná choroba ukončila život člověka plného plánů do budoucna a pracovního elánu, který všichni jeho známí u něho dobře znali a obdivovali. Připomeňme si v těchto rádích osobnost a dílo profesora Jana Bílka.

Prof. Jan Bílek se narodil 15. května 1907 ve Žďáru u Mnichova Hradiště. Na střední školu chodil do tehdejší reálky v Turnově. Doslova chodil: pěšky z domova ve Žďáru do Turnova a zpět. Rád později vyprávěl, jak často svízelná byla v prvních letech studia tato sedmikilometrová cesta v šeru zimního rána. Prof. Bílek maturoval na turnovské reálce v roce 1926 a po maturitě se zapsal na přírodovědeckou fakultu Karlovy university v Praze. Studoval tu matematiku a fyziku a v roce 1931 studium

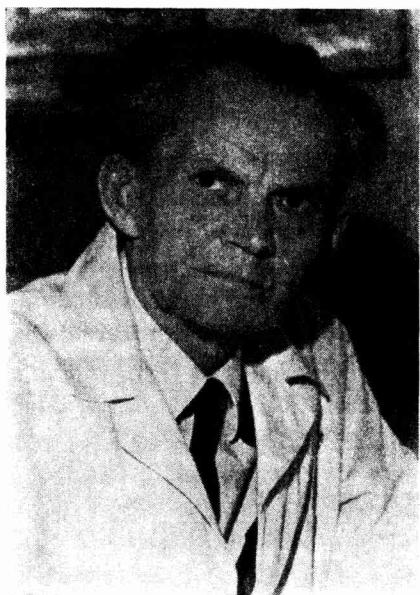
ukončil státními zkouškami pro učitelství. V této hospodářské obtížné době byla ovšem velká nouze o volná učitelská místa; musel se tedy až do roku 1935 spokojit s učitelováním na obecných, později na měšťanských školách. Na matematiku nezapomíнал však ani v této době a využil jí k sepsání disertační práce „*Degenerace Bertiniho involuce*“. V roce 1936 dosáhl doktorátu přírodních věd. Od roku 1935 pak už působil jako středoškolský profesor postupně na gymnasiích a učitelských ústavech v Plzni, Karlových Varech a v Praze.

Po válce přešel v roce 1946 jako asistent matematiky na Vysokou školu chemicko-technologickou, které zůstal věrný až do konce života. Na této škole byl v roce 1952 jmenován docentem a o sedm let později profesorem matematiky. Již od roku 1949 byl vedoucím katedry matematiky; v této funkci se významně zasloužil o vyučování matematice na Vysoké škole chemicko-technologické. Stejně obětavě působil pak ve funkci děkana, kterou zastával v letech 1953–56 a od roku 1966 až do konce života.

Hlavním oborem vědeckého zájmu prof. Bílka byla algebraická geometrie.\* ) Byl žákem akademika Bydžovského a vyšel tedy z klasické algebraické geometrie. V tomto duchu jsou také psány Bílkovy práce [1], [2], [3], [5], [6], jejichž společný základ tvoří Cremonovy transformace. Práce [1] navazuje na výsledky B. Bydžovského a B. Machytky. Prof. Bílek tu studuje Bertiniho involuci určenou komplexem roviných sextik majících v daných osmi bodech dvojnásobné body a její speciální případy při zvláštní poloze těchto osmi bodů a odvozuje odtud řadu nových vlastností roviných kubik. Podobného rázu je práce [3], v níž je studována kubická plocha v trojrozměrném projektivním prostoru pomocí jisté prostorové kubické involutorní Cremonovy transformace. Zbývající práce uvedené pětice jsou věnovány studiu některých speciálních involutorních roviných Cremonových transformací. V práci [2] je vyšetřena transformace určená svazkem kuželoseček a svazkem kubik jdoucích společnými čtyřmi body svazku kuželoseček; studiem transformace dané svazkem kubik a sítí eliptických kvartik majících v daných osmi bodech báze svazku dvojnásobné body se zabývá práce [5]. Tématem práce [6] je transformace stanovená svazkem kubik a sítí kvartik, které procházejí body báze svazku kubik a mají v jednom z nich dvojnásobný bod.

Zcela jiného rázu jsou Bílkovy práce [4] a [7], v nichž se už obráží prudký rozvoj, který prodělala algebraická geometrie před druhou světovou válkou a během ní a který je charakterisován využitím metod abstraktní algebry v této disciplině. Prof. Bílek s elánem sobě vlastním prosazoval studium těchto metod a sám se jim plně věnoval. Jeho práce [4] a [7] navazují na výsledky jedné z vůdčích postav tohoto směru algebraické geometrie, A. Weila. V nich už vyšetřuje z obecného hlediska algebraické korespondence mezi dvěma algebraickými varietami a odvozuje zde

\* ) Upozorněme tu čtenáře na článek K. Kartáka a V. Vilhelma (Čas. pro pěst. mat. 92 (1967) 366–368) věnovaný šedesátinám prof. Bílka.



základní vlastnosti takových korespondencí, dosud známé pro variety nad tělesem charakteristiky 0, pro variety nad libovolným tělesem.

Druhá polovina našeho století přinesla do algebraické geometrie další mohutný rozmach, který algebraické geometrii poskytlo spojení metod abstraktní algebry s metodami topologickými a který je charakterizován pracemi Hirzebruchovými, Serrovými a zejména Grothendieckovými a zahrnuje v sobě mimo jiné geometrisaci komutativní algebry. Na svém semináři o algebraické geometrii, který vedl prof. Bílek po více než patnáct let, se s horlivostí a velkou obětavostí pouští do studia těchto neprávě snadných metod a je jeho velkou zásluhou, že do této významné a aktuální problematiky systematicky uváděl účastníky svého semináře, kteří sem přicházeli i z mimopražských matematických pracovišť, i ze Slovenska. Byl to nemalý výkon, který zde prof. Bílek podal, zejména když uvážíme jeho pracovní zatížení přednáškami a náročnými funkemi na škole. Prof. Bílek udržoval čilé styky s matematiky z Německé demokratické republiky; v NDR měl řadu přednášek o algebraické geometrii a na oplátku v jeho semináři příležitostně přednášeli zase němečtí matematikové.

Seminář prof. Bílka jasně ukazuje, jak s jeho vědeckou prací byla úzce spjata činnost pedagogická. Učil vskutku rád a škole se věnoval s opravdovou láskou. Své bohaté pedagogické zkušenosti vložil prof. Bílek do řady učebních pomůcek, napsaných s velkým smyslem pro dobrou srozumitelnost a studenty oblíbených. Byl autorem nebo spoluautorem několika úspěšných skript napsaných pro potřeby studentů na VŠCHT, ale často používaných i na jiných školách. Svých zkušeností s vyučováním na středních školách využil jako spoluautor učebnice aritmetiky pro střední školy. Své pedagogické schopnosti uplatňoval i při své činnosti v JČSMF; jako člen komise JČSMF pro vyučování matematice na technikách podnětně přednášel o této problematice na konferencích JČSMF věnovaných otázkám výuky matematiky na těchto školách.

Prof. Bílek byl obětavý a neúnavný pracovník s vřelým a neutuchajícím zájmem o matematiku, školu i o potřeby svých blížních, byl výborným pedagogem, znamenitým a oblíbeným společníkem a aktivním sportovcem. Do posledních chvil se věnoval své práci, kterou měl tak rád. Jeho odchodem utrpěla naše matematika těžkou ztrátu.

## SEZNAM PUBLIKACÍ PROF. BÍLKA

### Vědecké práce

- [1] Některé vlastnosti sextik s dvojnásobnými body odvozené pomocí Cremonových transformací. *Věstník Král. č. spol. nauk* 1947, čís. 5, 1–10.
- [2] O jedné rovinné involuci  $J_{11}$  2. třídy a její degeneraci. *Čas. pro pěst. mat. a fys.* 73 (1948), 17–30.
- [3] O jedné kubické involuci v prostoru a jejím použití k stanovení počtu přímek na obecné kubické ploše. *Čas. pro pěst. mat. a fys.* 73 (1948), D 37-D 42.
- [4] Algebraické korespondence na abstraktních varietách (výtah sdělení předneseného na sjezdu čs. a polských matematiků v r. 1949). *Čas. pro pěst. mat. a fys.* 74 (1949), 247–249.
- [5] Jedna Cremonova involuce 14. stupně a její degenerace. *Čas. pro pěst. mat. a fys.* 75 (1950), D 282-D 287.
- [6] O jednom vytvoření Jonquièresovy involuce 5. stupně. *Čas. pro pěst. mat.* 76 (1951), 141–144.
- [7] Algebraické korespondence. *Čas. pro pěst. mat.* 83 (1958), 33–40.

### Ostatní publikace

- [1] Aritmetika I–IV pro střední školy (spoluautor). Praha 1949.
- [2] Matematika I., 1. část (skripta); 1. vydání 1950, 2. přepracované 1960.
- [3] *B. Segre: Lezioni di geometria moderna* (recenze). *Čas. pro pěst. mat. a fys.* 75 (1950), D 203-D 208.
- [4] Matematika I., 2. část (skripta); 1951.
- [5] Příklady z matematiky (skripta); 1. vydání 1955, 2. přepracované 1960 (společně s *J. Míčkou a O. Schmidtem*).
- [6] Úvod do analytické geometrie (skripta); 1956.
- [7] Akademik B. Bydžovský osmdesátníkem. *Čas. pro pěst. mat.* 85 (1960), 226–227.
- [8] Vektorové prostory I. Sborník VŠCHT, oddíl fak. anorg. a org. technologie 4, část 2 (1960), 411–435.
- [9] Základy vektorové analýzy a tenzorového počtu (skripta); 1964 (společně s *K. Kartákem*).
- [10] Matematika I., 3. část (skripta); 1965.
- [11] Základy teorie funkcí komplexní proměnné (skripta); 1966 (společně s *O. Schmidtem*).
- [12] *P. Samuel: Méthodes d'algèbre abstraite en géométrie algébrique* (recenze). *Čas. pro pěst. mat.* 93 (1968), 361.
- [13] Poznámky k lineární algebře a lineárnímu programování (učební text). Institut pro výchovu vedoucích pracovníků chem. průmyslu, Praha 1968.
- [14] Základy lineární algebry (skripta); 1970.

## ŠEDESÁT LET PROFESORA ALOISE URBANA

ZDENĚK VANČURA, Praha

Dne 9. října 1972 se dožil uprostřed pilné, činorodé práce šedesáti let prof. RNDr. ALOIS URBAN, vedoucí katedry deskriptivní geometrie na strojní fakultě Českého vysokého učení technického v Praze.

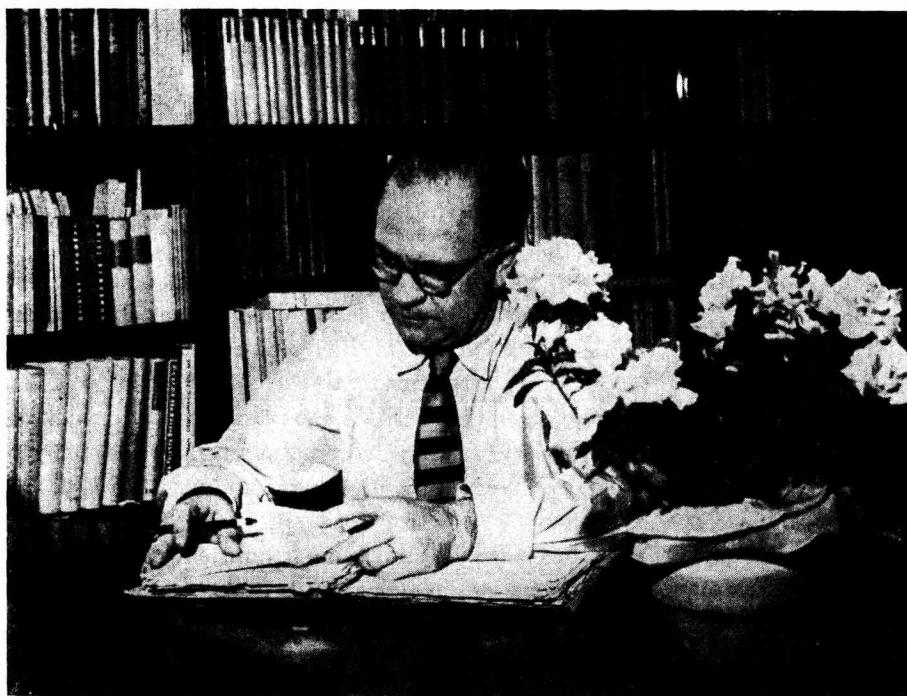
Narodil se v Ústí nad Orlicí, odkud po vychození obecné školy a počáteční návštěvě školy měšťanské přestoupil na st. reálku v České Třebové, kde v r. 1931 s vyznamenáním maturoval. Studium matematiky a deskriptivní geometrie na přírodovědecké fakultě KU v Praze ukončil v r. 1935 s vyznamenáním složenými státními zkouškami, jimiž získal aprobatu profesora matematiky a deskr. geometrie na středních školách. V r. 1937 dosáhl na Karlově Universitě v Praze hodnosti doktora přírodních věd.

Ještě před ukončením svých vysokoškolských studií nastoupil v r. 1935 jako vědecký pomocník v Ústavu II. matematiky Vysoké školy speciálních наук, kde zůstal i po absolvování university, protože nebylo možné najít umístění na střední škole. V lednu 1937 nastoupil jako asistent pro matematiku a deskr. geometrii na 1. st. průmyslové škole v Praze I v Betlémské ulici. Ve funkci asistenta, zatímžho profesora a nakonec profesora působil pak na nově založené české průmyslové škole v Liberci a po okupaci pohraničních území znovu v Praze I v Betlémské ulici.

V r. 1942 byl z průmyslové školy totálně nasazen v továrně ETA v Praze-Vršovicích jako odb. instruktor v učňovské škole; fakticky však zde až do osvobození působil jako interní učitel matematiky a ostatních základních technických teoretických předmětů. Současně učil externě na večerní průmyslové škole při Dělnické akademii.

Po osvobození byl po dobu pěti let každoročně uvolňován ze svých povinností profesora průmyslových škol, aby mohl být pověřován funkcí asistenta při geometrickém semináři na přírodovědecké fakultě KU v Praze, kde byl potom r. 1950 jmenován odb. asistentem pro geometrii. Zde vedl nejen cvičení z deskr. geometrie a analysy, ale (po odjezdu prof. V. Hlavatého do USA) také přednášky z deskriptivní geometrie. Mimo to působil v těchto letech externě jako přednášející a examinátor deskriptivní geometrie na Vysoké škole lesnické, později také na Vysoké škole strojní a elektrotechnické, kde rovněž vedl (po zesnulém prof. Kounovském) ústav deskriptivní geometrie.

V r. 1948 pracoval velmi intensivně a s plným úspěchem během svého půlročního stipendijního studijního pobytu u jedné z vedoucích osobností moderní diferenciální geometrie (tensorového zaměření) prof. J. A. Schoutena v Epe v Holandsku. V letech 1949 – 1950 proběhlo jeho habilitační řízení pro obor matematika na přírodovědecké fakultě KU v Praze, které v důsledku zrušení tehdy platných předpisů nemohlo však již být uzavřeno udělením venia docendi. Místo toho byl RNDr. A. Urban s účinností od 1.5. 1951 jmenován státním docentem pro obor geometrie na strojní fakultě ČVUT v Praze, kam přešel z university, a kde od té doby působí nepřetržitě. Na základ-



dě konkursního řízení byl s účinností od 1. 9. 1954 jmenován profesorem deskriptivní geometrie na strojní fakultě ČVUT v Praze (později, po vytvoření kategorie řádných a mimořádných profesorů, řádným profesorem téhož oboru). V letech 1954–1960 vedl katedru matematiky a deskriptivní geometrie na strojní fakultě ČVUT. Při reorganisaci ČVUT v r. 1960 byl do r. 1964 (v rámci katedry) vedoucím ústavu deskriptivní geometrie. Od r. 1964 je vedoucím nově zřízené katedry deskriptivní geometrie strojní fakulty ČVUT.

Na strojní fakultě působil a působí v celé řadě funkcí. V letech 1953–1955 byl proděkanem pro pedagogickou činnost. Členem vědecké rady strojní fakulty je nepřetržitě od svého vstupu na fakultu. Je předsedou poradního sboru rektora ČVUT pro matematiku, předsedou komise pro obhajoby kandidátských prací z oboru 0103a (geometrie) na ČVUT, členem st. zkušební komise pro obhajoby diplomních prací v oboru 04-1-01 (zaměření str. technologie). Jeho vynikající práce, obětavé úsilí a mimořádné zásluhy byly fakultou strojní a ČVUT zvlášť oceněny čestnými uznáními, čestným odznakem a pamětní medailí.

Prof. Urban pracuje od r. 1935 odborně a vědecky především v diferenciální a deskriptivní geometrii. Počet jeho prací vědeckých, odborných, vysokoškolských a středoškolských učebnic a vysokoškolských skript se blíží šedesáti. Z toho tvoří vědecké práce více než třetinu, učebnice a skripta čtvrtinu.

Jeho vědecké práce (viz seznam) až na práce [18], [19], věnované klasickým problé-

mům z teorie kuželoseček a práci [20], věnovanou dvojsíťovému promítání, náležejí do známých okruhů prací z diferenciální geometrie. Práce [1]–[11] do okruhu známého některými pracemi V. Hlavatého a J. A. Schoutena. Práce [12]–[17] do okruhu známého některými pracemi E. Čecha.

Práce [8], [9] náležejí do diferenciální geometrie křivek a ploch trojrozměrného prostoru  $R_3$ . V hyperbolickém bodě plochy platí známý Bonnetův vzorec, vyjadřující vztah mezi geodetickou křivostí asymptotické křivky plochy a křivostmi křivky, mající s asymptotickou křivkou v hyperbolickém bodě společnou tečnu a oskulační rovinu; vztah, jehož speciálním případem pro rovinnou křivku je tzv. Beltramiho věta. V práci [8] se ukazuje, že v obyčejném parabolickém bodě plochy (tj. v bodě, v němž druhý základní tensor plochy má hodnost 1) platí vztahy analogické k Bonnettově vzorci i Beltramiho větě. V práci [9] se studují vlastnosti tzv. druhého vektoru křivosti (společného všem křivkám plochy o společné tečně) a zejména geometricky interpretuje Codazziho skalár, který s druhým vektorem křivosti úzce souvisí.

Do teorie Riemannových prostorů náležejí práce [1], [3], [4], [5]. V práci [1], která je výtahem poměrně rozsáhlé (nepublikované) práce disertační, nálezá A. Urban, jako žák V. Hlavatého, zdařilé zobecnění Hlavatého práce o komplexech normál  $V_2$  v  $R_4$ , opírající se ve své podstatě o geometrickou interpretaci vhodných tensorů spjatých s  $V_2$  ve  $V_4$ . Práce [3] úplně řeší problém určení diferenciální rovnice všech křivek takové  $V_{n-1}$  ve  $V_n$ , j. jíž všechny body jsou umbilikální (tj.  $h_{ij} = cg_{ij}$ ,  $c \neq 0$ ,  $i, j = 1, \dots, n-1$ , kde  $g_{ij}/h_{ij}$  je první /druhý/ fundamentální tensor  $V_2$ ). Práce [4] a [5] jsou ve své podstatě originálními geometrickými interpretacemi vektorové hustoty  $\mathfrak{N}^\lambda = \alpha a^{\lambda\mu} K_\mu$  váhy 2 zavedené T. Y. Thomasem, kde  $a^{\lambda\mu}$  jsou kontravariantní složky fundamentálního tensoru Riemannova prostoru,  $\alpha = \det(a_{\lambda\mu})$  a  $K_\mu$  derivace Gaussovy křivosti  $K$ . A to práce [5] tím, že nalézá vztah mezi zmíněnou hustotou a tensorem křivosti dvojrozměrného projektivního Riemannova prostoru. Práce [4] pak tím, že v dvojrozměrném Riemannově prostoru konstruuje skalární hustotu  $\gamma = \mathfrak{N}^\lambda \mathfrak{N}^\mu \nabla_\lambda \mathfrak{M}_\mu$  váhy 5 ( $\mathfrak{M}_\mu = K_\omega a_{\lambda\mu} \mathfrak{E}^{\omega\lambda}$ ,  $\mathfrak{E}^{\omega\lambda}$  je bivektorová hustota váhy 1 se složkami  $\mathfrak{E}^{11} = \mathfrak{E}^{22} = 0$ ,  $\mathfrak{E}^{12} = -\mathfrak{E}^{21} = 1$ ), která je takovým geodetickým invariantem, jehož nulovost na  $V_2$  (při  $K \neq \text{konst}$ ) je ekvivalentní s tím, aby ortogonální trajektorie křivek  $K = \text{konst}$  byly geodetické křivky.

Práce [6], [7], [10] se zabývají obecnějšími konexemi. Prvé dvě studují geometrii úplně integrabilního systému lineárních parciálních diferenciálních rovnic 2. řádu  $\partial_{\mu\lambda}^2 z = \Gamma_{\mu\lambda}^\kappa \partial_\kappa z + \Gamma_{\mu\lambda} z$ . Užitím koeficientů systému je danému systému přiřazen takový  $(n+1)$ -rozměrný prostor  $A_{n+1}$  s projektivní konexí, že každé řešení daného systému reprezentuje geodetickou nadplochu prostoru  $A_{n+1}$ . Geometrickými metodami je potom k danému systému diferenciálních rovnic konstruován známý Bianchiho konjugovaný systém. Práce [10] ukazuje, že tzv.  $U$ -prostor zavedený S. I. Husainem v jeho teorii jednotného pole gravitace a elektromagnetismu je semimetrický a semisymetrický a zároveň odvozuje některé detailnější vlastnosti konexí tohoto typu.

Práce [2] doplňuje výsledky týkající se Frenetových vzorců nerozvinutelných

přímkových ploch (uvedené V. Hlavatým v jeho známé učebnici diferenciální přímkové geometrie) v tom směru, že opouští od zjednodušujícího předpokladu, že osy oskulační lineární kongruence nerozvinutelné přímkové plochy podél její přímky mají s plochou styk stejného řádu.

V práci [11] z teorie geometrických objektů odvodil autor nutné a postačující podmínky pro to, aby jisté geometrické objekty  $r$ -té třídy (počet komponent se rovná dimensi prostoru) byly ekvivalentní.

Práce [12]–[16], náležející do klasické diferenciální projektivní geometrie, zabývají se vesměs zvyšováním řádu styku křivek promítáním. Základní výsledek, obsažený v práci [14], přináší důležité zobecnění jedné věty o styku dokázané E. Čechem, věty, která vyjadřuje nutnou a postačující podmínu pro to, aby dvě křivky, které ve společném bodě mají styk řádu  $s - 1$ , měly v něm skutečný styk řádu  $s + \sigma - 1$ , při čemž se předpokládá  $1 \leq \sigma \leq s$  ( $s, \sigma$  přirozená čísla). Z obecnění záleží v tom, že zmíněný omezující předpoklad byl vypuštěn. Dokázaná obecnější věta umožnila potom autorovi geometrické konstrukce hlavních rovin, přímek a bodů, z nichž lze dané křivky promítnout do křivek, které mají vyšší styk než dané křivky, i pro případ  $s = 1$ , tj. pro dvojici protínajících se křivek (což je, jak se analyticky i geometricky ukazuje, případ složitější než případ  $s > 1$ ).

Práce [17] není pak ve své podstatě než aplikací obecné teorie o zvyšování řádu styku křivek pro jednoduchý případ kuželoseček.

Otázky týkající se styku zůstávají i nadále hlavním předmětem vědecké práce prof. Urbana.

Odborné práce prof. Urbana zahrnují více než dvacet zasvěceně napsaných článků z oboru matematiky, deskriptivní geometrie a jejich historie. Podle svého zaměření byly otištěny především v Pokrocích matematiky, fyziky a astronomie, Časopise pro pěstování matematiky, Matematicko-fyzikálních rozhledech a Matematice ve škole.

Své hluboké znalosti odborné, metodické, pedagogické a své rozsáhlé zkušenosti učitelské mohl a dovedl prof. Urban plně uplatnit v celé řadě středoškolských učebnic deskriptivní geometrie a geometrie, v celé řadě svých vysokoškolských skript z deskriptivní geometrie a zejména pak ve své známé dvojdílné vysokoškolské učebnici „Deskriptivní geometrie I, II“ (pro posluchače strojních, elektrotechnických a hornických fakult). Tato jeho skripta (v několika vydáních) a jeho vysokoškolská učebnice výběrem látky i koncepcí významně ovlivnily výuku deskriptivní geometrie na strojních fakultách našich vysokých škol.

Odborně pracoval a pracuje prof. Urban také v různých matematických časopisech. Redigoval matematickou a geometrickou část Rozhledů matematicko-přírodo-vědeckých, byl členem redakce časopisu Sovětská věda-matematika, členem redakce Pokroků matematiky, fyziky a astronomie, členem redakce Czechoslovak Mathematical Journal. Je členem redakce Časopisu pro pěstování matematiky. Pracoval jako recenzent vědeckých prací pro Реферативний журнал а обdobнě (od r. 1958) pracuje pro Mathematical Reviews.

Byl aktivním účastníkem sjezdů čsl. matematiků v letech 1949, 1953 a jedním z hlavních organizátorů a přednášejících na 1. čsl. konferenci o diferenciální geometrii v r. 1961. Ve svých přednáškách na konferencích o vyučování matematice a deskriptivní geometrii na vysokých školách technických propracovává a zdůvodňuje takovou koncepcí výuky deskriptivní geometrie, v níž by se dosavadní metody syntetické vhodně kombinovaly s metodami analytickými.

Také jeho činnost v JČMF byla a je intenzívní. Byl dlouholetým členem ÚV JČMF, předsedou její pobočky pro středočeský kraj, členem předsednictva HV JČMF pro české země. Je členem HV JČMF pro české země, členem předsednictva Ústřední komise pro vyučování matematice a deskriptivní geometrii na vysokých školách technických a předsedou české terminologické komise pro matematiku.

Úspěšná vědecká, odborná, pedagogická a organizační práce prof. A. Urbana spolu s jeho charakteristickými lidskými vlastnostmi – neobyčejnou pracovitostí, houzevnatostí, opravdovostí a obětavostí – vzbuzují úctu všech těch, kteří se s ním pracovně sblížili. Šedesáté narozeniny prof. A. Urbana jsou nejen pro ně všechny, ale i pro celou naši matematickou veřejnost příležitostí, aby mu vyslovili zasloužené uznání za vykonanou práci a upřímně popřáli dalších mnoha let pevného zdraví, úspěchů v práci a spokojenosti v soukromém životě.

#### SEZNAM VĚDECKÝCH PRACÍ PROF. A. URBANA

- [1] Le complexe de normales de  $V_2$  dans  $V_4$ . Spisy přírodověd. fakulty KU, Praha 1937.
- [2] Frenetovy vzorce nerozvinutelných přímkových ploch. Rozpravy II. tř. Čes. Akademie, roč. LII, 1942, č. 8 (s německým výtahem).
- [3] Diferenciální rovnice křivek na speciální  $V_{n-1}$  ve  $V_n$ . Rozpravy II. tř. Čes. Akademie, roč. LVII, 1947, č. 9 (s francouzským výtahem).
- [4] On the Geodesic Representation between Twodimensional Riemannian Spaces. Proceedings van koninklijke Nederlandsche Akademie van Wetenschappen, LI, 1948, No 2.
- [5] Note on the T. Y. Thomas's paper: On the Projective Theory of Two Dimensional Riemann Spaces. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, 73 (1948).
- [6] On the Geometry of a System of Partial Differential Equations of the Second Order. Proc. v. kon. Nederlandsche Akademie v. Wetensch. LII, No. 8, 1949.
- [7] Geometrisace jistého systému parciálních diferenciálních rovnic druhého řádu. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, roč. 74 (1950).
- [8] Beltramiho věta pro parabolické body plochy. Časopis pro pěstování matematiky, roč. 77 (1952).
- [9] Druhý útvar křivosti plochy v  $R_3$ . Časopis pro pěstování matematiky, roč. 78 (1953).
- [10] On Space of an Unified Field Theory of Gravitation and Electromagnetism. Tensor (New Series), Vol. 9, No. 3 (1959), Sapporo, Japan.
- [11] Sur l'équivalence de certains objets géométriques de  $r^{\text{ième}}$  classe. Tensor (New Series), vol. I3 (1963).
- [12] O styku křivek v projektivním prostoru. Časopis pro pěstování matematiky, roč. 81 (1956).
- [13] Styk křivek v projektivním prostoru. Věstník 1. věd. konf. ČVUT-fak. stroj. inž. v r. 1955, SNTL 1956.

- [14] Théorème fondamental de la théorie du contact des courbes. Czechoslovak Mathematical Journal 7 (82), 1957.
- [15] Zvýšení styku křivek promítáním. Matematicko-fyzikálny časopis SAV, VII (1957).
- [16] Zvýšení styku křivek promítáním (případ protínajících se křivek trojrozměrného prostoru). Sborník II. věd. konference fak. stroj. ČVUT, SNTL 1958.
- [17] Elementární prostorové určení oskulačních kružnic kuželoseček I. Matematicko-fyzikálny časopis SAV, 15 (1965).
- [18] Zobecnění normál kuželoseček. Rozhledy matematicko-přírodovědecké, roč. 23, 1943/44.
- [19] Geometrické místo středů podobných kuželoseček v síti podobných kuželoseček. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, 72 (1947).
- [20] Dvojsítové promítání na jednu průmětnu s redukovanou basí. Acta polytechnica, Práce ČVUT v Praze, 1972.

#### ZDENĚK FROLÍK LAUREÁTEM STÁTNÍ CENY KL. GOTTWALDA

Za vytvoření a aplikaci obecné deskriptivní teorie prostorů a množin byla letos dr. ZDENKOVI FROLÍKOVÍ, DrSc., udělena státní cena Kl. Gottwalda.

Z. Frolík začínal svou vědeckou dráhu aspiranturou v Matematickém ústavu Karlovy univerzity pod vedením M. Katětova. Během této doby zadal do tisku více než 10 původních vědeckých článků a aspirantu ukončil ve zkrácené lhůtě 2 let v r. 1959. Většina jeho prací vytvořených okolo r. 1960 (v letech 1961–1966 byl vědeckým pracovníkem Matematického ústavu Karlovy university, od r. 1966 je vědeckým pracovníkem Matematického ústavu Čs. Akademie věd) mají charakter základních prací svého oboru a jsou neustále citovány. Připomeňme si alespoň práce o topologicky úplných prostorech či o reálně kompaktních prostorech a jejich zobecněních, práci „*The topological product of pseudocompact spaces*“, Czech Math. J. 10 (1960), 339–349, týkající se rovnosti  $\beta(P \times Q) = \beta P \times \beta Q$  a práci „*On the topological product of paracompact spaces*“ Bull. Acad. Polon. Sci. 8 (1960), 747–750, jejíž základní myšlenky se opět objevily později při studiu *M*-prostorů K. Mority a *p*-prostorů A. Archangelského. Je zajimavé si na tomto místě všimnout, že některých pojmu a tvrzení vytvořených Z. Frolíkem před více než 10 lety se začalo intensivně používat právě v posledních letech (pseudo-*m*-kompletnost, *z*-uzavřená zobrazení aj.). Přibližně ve stejně době začaly vycházet i první Frolíkovy práce o separabilní deskriptivní teorii prostorů a množin, které vyvrcholily sdělením „*A contribution to the descriptive theory of sets and spaces*“ předneseným na prvním topologickém symposiu v Praze r. 1961. Frolíkovo výsledky v deskriptivní teorii byly v souladu s ostatními výsledky v tomto směru, kterých po 2. světové válce dosáhl hlavně G. Choquet, byly však obecnější a s možností dalšího rychlého rozvoje. Frolíkovo zobecnění nebylo motivováno jen potřebami topologie a mělo dopad i na jiné partie matematiky (teorie pravděpodobnosti, matematická analýza).

Klasická deskriptivní teorie v separabilních metrických prostorech je v jistém smyslu postavena na spojitých zobrazeních z prostoru  $\Sigma$  iracionálních čísel; např. analytické prostory ve třídě všech metrických separabilních prostorů jsou právě spojité obrazy prostoru  $\Sigma$ . Z. Frolík zobecnil tuto teorii užitím mnohoznačných zobrazení. Mnohoznačné zobrazení  $f: P \rightarrow Q$  se nazývá *shora polospojité (usco)*, jestliže vzory uzavřených množin jsou uzavřené, *kompaktní*, jestliže hodnoty  $f(x)$  jsou kompaktní a konečně *disjunktivní shora polospojité (dusco)*, jestliže je usco a obrazy různých bodů jsou disjunktní. Pro čtenáře méně seznámené s deskriptivní teorií naznačíme před uvedením hlavních Frolíkových výsledků některé základní pojmy. *Borelovské množiny* jsou prvky nejmenší  $\sigma$ -algebry podmnožin daného topologického prostoru, která obsahuje všechny uzavřené množiny; *baireovské množiny* jsou prvky nejmenší  $\sigma$ -algebry obsahující množiny tvaru  $f^{-1}[0]$ , kde  $f$  probíhá spojité reálné funkce (tj. nejmenší  $\sigma$ -algebry, při nichž jsou všechny spojité reálné funkce měřitelné).

V dalším se pro jednoduchost omezíme jen na úplně regulární Hausdorffovy prostory. Z. Frolík nazval prostor *analytický* (resp. *borelovský*), jestliže je obrazem  $\Sigma$  při usco-kompaktním zobrazení (resp. dusco-kompaktním zobrazení). Prostor  $P$  nazval *bianalytický*, jestliže  $P$  i  $\beta P - P$  jsou současně analytické prostory (pak borelovské prostory jsou právě prosté spojité obrazy bianalytických prostorů). Zřejmě každý analytický (a tedy i borelovský a bianalytický) prostor je Lindelöfův a tedy omezením uvedených definic na metrizovatelné prostory dostaneme separabilní prostory; v tomto případě se lze omezit na jednoznačná spojité zobrazení a borelovské a bianalytické prostory pak splývají se separabilními absolutně baireovskými metrizovatelnými prostory. Do obecného případu se dají přenést základní tvrzení z metrizovatelných prostorů; uvedeme některá z nich (připomeňme, že Suslinovy množiny se dají definovat jako obrazy  $\Sigma$  při mnohoznačných zobrazeních s uzavřeným grafem — též Frolíkův výsledek): (1) *Třída všech analytických (borelovských) prostorů je uzavřeně dědičná, spočetně součinová a uzavřená při usco-kompaktních zobrazeních (dusco-kompaktních zobrazeních)*; (2) *Analytické prostory jsou právě absolutní Suslinovy prostory*; (3) *Je-li A analytický podprostor P, B Suslinova množina v P disjunktivní s A, pak existuje baireovská množina C tak, že A ⊂ C ⊂ P - B a dále existuje spojité zobrazení f z P do separabilního metrizovatelného prostoru tak, že f[A] ∩ f[B] = ∅*. Navíc Z. Frolík dokázal v obecném případě některá tvrzení, která, použita v metrizovatelném případě, dala dosud neznámé a hledané výsledky. To je např. vnitřní charakterisace borelovských prostorů. K jejímu uvedení si musíme nejdříve zavést následující pojem: soustava pokrytí prostoru  $P$  se nazývá *úplná*, jestliže libovolný filtr v  $P$  obsahující aspoň jednu množinu z každého prvku soustavy má hromadný bod. Borelovské prostory jsou právě prostory, v nichž existuje úplná spočetná soustava

$$\{\mathcal{M}_n\}_{1}^{\infty} \text{ disjunktivních spočetných pokrytí s vlastností: } \bigcap_{n=1}^{\infty} M_n = \overline{\bigcap_{n=1}^{\infty} \overline{\bigcap_{k=1}^{\infty} M_n}}, \text{ jakmile } M_n \in \mathcal{M}_n$$

(tuto vlastnost lze nahradit vlastností: prvky  $\mathcal{M}_n$  jsou analytické podprostory  $P$ ). Podobně lze charakterizovat analytické prostory jsko prostory, v nichž existuje úplná posloupnost spočetných pokrytí. Všechna tato a další tvrzení lze nalézt v již zmíněném příspěvku publikovaném v Proc. Prague Top. Symp. 1961.

V dalších letech Z. Frolík výsledky rozšiřoval a prohluboval. Nemůžeme zde podrobně hovořit o všech jeho výsledcích z deskriptivní teorie (prací Z. Frolíka týkající se tohoto oboru je hodně přes 30). Zmínime se jen o několika z nich. V článku „On the Souslin graph theorem“, Comment. Math. Univ. Carolinae 9 (1968), 243–249, je dokázána obdoba známé věty o uzavřeném grafu z teorie Banachových prostorů: *Nechť E je topologický lineární prostor induktivně vytvořený homomorfismy z topologických lineárních prostorů 2. kategorie a F je analytický lokálně konvexní prostor; je-li f homomorfismus E do F, jehož graf je Suslinova množina v E × F, pak f je spojité*. V práci „Stone-Weierstrass theorems for C(X) with the sequential topology“, Proc. Amer. Math. Soc. 27 (1971), 486–494, je dokázána následující analogie Stone-Weierstrassovy věty: *Je-li P analytický prostor, A algebra spojitých funkcí na P rozlišující body, pak A je hustá v C(P) v topologii bodové konvergence posloupnosti*. V práci „A measurable map with analytic domain and metrizable range is quotient“, Bull. Amer. Math. Soc. 76 (1970), 1112–1117, je zobecněna Luzinova věta na případ vystížený titulem práce.

Zmínili jsme se zatím jen o separabilní deskriptivní teorii. Pokud se jedná o zobecnění deskriptivní teorie z metrických (i neseparabilních) prostorů, je situace značně složitější, ale i zde již bylo dosaženo značného pokroku a to zejména Z. Frolíkem a A. H. Stonem. Vzhledem k mnohem větší složitosti tu nebude uvedené uvádět podrobnosti; ty lze spolu s bohatou literaturou najít v přehledné práci „A survey of descriptive theory of sets and spaces“, Czech. Math. J. 20 (1970), 406–467, kde je publikován souhrn předchozích výsledků týkajících se deskriptivní teorie množin a prostorů a současně jsou uvedeny možnosti dalšího zobecnění, užije-li se jiného prostoru než  $\Sigma$  a tedy i zobecněné Suslinovy operace. Na tyto Frolíkovy výsledky navázala řada matematiků (jako např. C. A. Rogers, J. E. Jayne, R. W. Hansell).