der Länge k. Dann gilt

$$p_n(2n + 1, 3) \leqq Q(G_1, 3) < 2p_n(2n + 1, 3)\,, \tag{10}$$

$$p_n(2n + 1, 4) \leqq Q(G_1, 4) < 6p_n(2n + 1, 4)\,. \tag{11}$$

Beweis. Es sei G_1 so ein ξ-Turnier, welches die Kanten (8) enthält. Es sei $C_3 = (v_{i_1}, v_{i_1}v_{i_2}, v_{i_2}, v_{i_2}v_{i_3}, v_{i_3}, v_{i_3}v_{i_1}, v_{i_1})$ ein Zyklus des Graphes G_1 der Länge 3. Es ist ersichtlich, dass $\{i_1, i_2, i_3\} \subset \{1, 2, \ldots, 2n + 1\}$ ist. Die Kantenlängen des Zyklus C_3 bilden nach (6) die Zahlenfolge $\{d_{i_1i_2}, d_{i_2i_3}, d_{i_3i_1}\}$, für die es gilt, dass deren jedes Glied eine ganze positive Zahl nicht grösser als n ist und dass die Summe aller 3 Glieder $2n + 1$ ist; also, die angeführte Zahlenfolge schafft die Zerlegung der Zahl $2n + 1$ in 3 Zahlen, die nicht grösser als n sind. Darum bekommen wir auf Grund des Eingeführten und der Bemerkung 1 die Anzahl $Q(G_1, k)$ aller unisomorphen Zyklen des Graphen G_1 der Länge 3, wenn wir alle Zerlegungen der Zahl $2n + 1$ in 3 Zahlen nicht grösse als n finden und wenn wir aus diesen Zerlegungen alle verschiedene unzyklische Permutation bilden. Wenn alle drei oder zwei Zahlen in dieser Zerlegung verschiedenen sind, dann bekommen wir eine unzyklische Permutation. In diesem Fall ist $Q(G_1, 3) = p_n(2n + 1, 3)$. Wenn alle drei Zahlen in der angeführten Zerlegung verschieden sind, dann existieren zwei unzyklische Permutationen von diesen Zahlen und es ist $Q(G_1, 3) = 2p_n(2n + 1, 3)$. Für $k = 4$ durchläuft der Beweis analogisch ausser dem Fall, dass $Q(G_1, 4) = p_n(2n + 1, 4)$ für die Zerlegung der Zahl $2n + 1$ in 4 gleiche oder drei gleiche Zahlen ist; in dem Fall von zwei verschiedenen und zwei gleichen Zahlen in derselben Zerlegung ist $Q(G_1, 4) = 3p_n(2n + 1, 4)$. Endlich in dem Fall, wenn alle Zahlen in der Zerlegung verschieden sind, ist $Q(G_1, 4) = 6p_n(2n + 1, 4)$. Damit haben wir den Satz 4 bewiesen.

In der Tabelle 2 sind die Zahlen $Q(G_1, 3)$ und $Q(G_1, 4)$ angeführt, wenn G_1 ein ξ-Turnier ist, welches 3, 5, 7, 11, 13 und 15 Knotenpunkten enthält.

Tab. 2

Anzahl der Knotenpunkten des Graphen G_1	3	5	7	9	11	13	15
$Q(G_1, 3)$	1	1	2	4	5	7	10
$Q(G_1, 4)$	0	1	4	10	20	35	56

Literatur

[1] *Kotzig A.:* Über Zyklen in Turnieren, Beiträge zur Graphentheorie, Leipzig 1968, 85–89.

Anschrift des Verfassers: Košice, Nám. Februárového víť. 9 (Vysoká škola technická).