Werk

Label: Abstract

Jahr: 1972

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0097|log57

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Z definice ψ je vidět, že každé sudé číslo se vyskytuje jen na hranách jediné úrovně, a proto nemůže být obsaženo v $\boldsymbol{y}$. Kromě toho nemůže $\boldsymbol{p}$ obsahovat žádnou hranu úrovně 2. Buď $2n + 1$ nejmenší liché číslo z $\boldsymbol{y}$, které je větší než 1. To se vyskytuje na hranách úrovně $2n - 1$ a $2n + 2$. $\boldsymbol{p}$ tudíž obsahuje po jedné hraně těchto úrovní. Obsahuje tedy i hranu úrovně $2n$ (plyne ze souvislosti cesty).

Avšak v $\boldsymbol{p}$ nejsou hrany úrovně 2, je tedy $n > 1$; ψ přiřazuje hraně úrovně $2n$ $(n > 1)$ liché číslo $2n - 1$ – spor.

Dále zobrazuje ψ zřejmě množinu hran grafu $\mathscr{D}_n$ do množiny $\{1, \ldots, n + 2\}$ a je tedy $\mathscr{D}_n \in \mathfrak{C}_{n+2}$. Podle výše citované věty 1 z [2] je konečně $\mathscr{D}_n \in \mathfrak{K}_{n+2}$.

Kromě triviálního $\mathscr{D}_1 \in \mathfrak{K}_2$ je třeba ještě dokázat, že $\mathscr{D}_n \notin \mathfrak{K}_{n+1}$. Provedeme to sporem. Nechť tedy $n > 1$ a $\mathscr{D}_n$ je částečným podgrafem $\mathscr{K}_{n+1}$. Nazveme hrany $\mathscr{K}_{n+1}$, které nejsou hranami $\mathscr{D}_n$, „novými". Nových hran je $(n + 1) 2^n - (2^{n+1} - 2) = (n - 1) 2^n + 2$. Žádná nová hrana nespojuje dva uzly stupně 1 grafu $\mathscr{D}_n$, neboť by vznikla kružnice liché délky, která, jak známo, se v $\mathscr{K}_{n+1}$ nevyskytuje. Jsou tedy nové hrany, incidující s navzájem různými uzly stupně 1 grafu $\mathscr{D}_n$, navzájem různé a jejich počet je $n \cdot 2^n$. Musí tudíž platit $n \cdot 2^n \leqq (n - 1) 2^n + 2$, to však je spor s předpokladem $n > 1$. Q.E.D.

Literatura

[1] *Sedláček, J.:* Kombinatorika v teorii a praxi. NČSAV, Praha, 1964.

[2] *Havel, I., Morávek, J.:* B-valuations of graphs. Vyjde v Czech. Math. Journ. *22* (1972).

Adresa autorů: Praha 1, Žitná 25 (Matematický ústav ČSAV v Praze).

Summary

EMBEDDING THE DICHOTOMIC TREE INTO THE n-CUBE

IVAN HAVEL, PETR LIEBL, Praha

The following theorem is proved: The complete dichotomic tree $\mathscr{D}_n$ $(n > 1)$ can be embedded into the graph of the $n + 2$-dimensional cube but not into that of the $n + 1$-dimensional one.

Here $\mathscr{D}_n = \langle V, E \rangle$, where $V = \{1, \ldots, 2^{n+1} - 1\}$, $E = \{(p, q);\ 1 \leqq p \leqq 2^n - 1,\ b = 2p \text{ or } q = 2p + 1\}$.