Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1971

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0096|log89

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

sa nám v svetle vety 2 z tohto článku javí odôvodnenou. Ide totiž pri riešení týchto rovníc o rozklad na činitele a konštatovanie deliteľnosti, avšak všetky možné prípady týchto okolností nemožno pri numericky neudaných číslach súčasne brať do počtu.

Nakoniec dokážeme vetu, ktorou sa v istom zmysle rozširuje veta R. OBLÁTHA (pozri [4] 1.3 str. 16), ktorá hovorí, že číslo $4/b$ je číslom A_3 (tj. rovnica (1) pre $a = 4$ má riešenie), ak $b + 1$ má deliteľa tvaru $4t + 3$.

Veta 3. *Číslo a/b, $(a, b) = 1$ je číslom A_3, ak buď b, buď $b + 1$ má deliteľa tvaru $at - r$, $t \geqq 1$, kde $b \equiv r \pmod a$, $0 < r < a$.*

Dôkaz. K riešeniu rovnice podľa vety 2 položme $yuv = b(b + at - r)$ pričom buď $at - r \mid b$, buď $at - r \mid b + 1$. Ľahko zistíme, že $b^2 < yuv \leqq 3b^2$. Voľme

$$y = b + at - r\,, \quad u = b\,, \quad v = 1\,.$$

Splnenie ostatných podmienok (14) a (15) budeme konštatovať dodatočne z okolnosti, že nájdené rišenia tvoria prirodzené čísla $x \leqq y \leqq z$. Podľa (13) po malej úprave dostaneme

$$x = \frac{b + at - r}{a}\,, \quad y = \frac{(b + at - r)(b + 1)}{a(at - r)}\,, \quad z = \frac{(b + at - r)b(b + 1)}{a(at - r)}\,.$$

Pretože buď 1) b, a teda aj $b + at - r$, buď 2) $b + 1$ má podla predpokladu deliteľe $at - r$ a pretože $(at - r, a) = 1$, platí v prípade 1) $a(at - r) \mid b + at - r$ a v prípade 2) $a \mid b + at - r$, $at - r \mid b + 1$, a teda x, y, z, sú prirodzené a tvoria riešenia rovnice (1), o ktorom sa ľahko dokáže, že $x \leqq y \leqq z$.

Tým je veta dokázaná.

Poznámka. Zdá sa, že by bolo hodno študovať vlastnosti čísel b, ktoré nespĺňajú predpoklady vety 3. Pre $a = 4$, $r = 1$ sa zdá, že sú to práve párne mocniny tých nepárnych čísel, ktoré nemajú deliteľa tvaru $4t - 1$.

Literatúra

[1] *Bartoš P.:* Poznámka k počtu riešení rovnice $1/x + 1/y = b/a$ v prirodzených číslach. Časopis pro pěstování matematiky *95* (1970), 411–415.

[2] *Sierpiński, W.:* Elementary theory of numbers, Warszawa 1964.

[3] *Bartoš, P.:* O prolongabilných riešeniach optickej rovnice. Časopis pro pěstování matematiky, *95* (1970), 278–289.

[4] *Sierpiński, W.:* O rozkładach liczb wymiernych na ułamky proste. Warszawa 1957.

[5] *Palama, G.:* Si una congettura di Sierpiński relativa alla possibilita in numeri naturali della $5/n = 1/x + 1/y + 1/z$. Boll. Un. Mat. Ital. (3), *13*, 1958, str. 65–72.

[6] *Erdös, P.:* Az $1/x_1 + 1/x_2 + \ldots + 1/x_n = a/b$ egyenlet egészszámú megoldásairól. Mat. Lapok I, (1949), str. 192–210, Budapest.

Adresa autora: Pavel Bartoš, Bratislava, Sibírska 9, *Katarína Pehartzová-Bošanská,* Želiezovce, o. Levice, Fučíkova 27.