Časopis pro pěstování matematiky, roč. 91 (1966), Praha

POZNÁMKA O POČTU KOSTER GRAFU

IVA ROHLÍČKOVÁ, Praha

(Došlo dne 27. května 1965)

V teorii grafů se řada autorů zabývala tímto problémem: Určit počet koster v konečném neorientovaném souvislém grafu. Počet koster úplného grafu stanovil CAYLEY [1]. Metodu pro určení počtu koster grafu, založenou na výpočtu jistého determinantu, udal TRENT, který také stanovil vzorce pro počet koster dvou zvláštních případů grafů [2]. Týmiž dvěma typy grafu se zabýval roku 1958 WEINBERG v práci, v níž uvedl jednoduchou metodu pro výpočet determinantu, který udává počet koster [3]. Počet koster pro úplné sudé grafy uvedli téhož roku FIEDLER a SEDLÁČEK [4]. Ještě obecnějším případem[1]) se zabýval AUSTIN [5]. V roce 1961 jsem uveřejnila vzorec pro počet koster jiného typu grafů [6].[2]) V témže roce uvedl BEDROSIAN vzorce pro počty koster grafů, které vznikly z úplného grafu vynecháním jistých skupin hran [7]. Udal celkem čtyři typy grafů, mezi nimi oba případy Weinbergovy. Zobecnění obou Weinbergových typů grafů podal O'NEIL [8] v roce 1963. Bedrosian v roce 1964 navázal na svou dřívější práci a stanovil způsob výpočtu počtu koster grafu, který z daného grafu vznikne přidáním nebo ubráním jisté skupiny hran [9].

V tomto článku uvádím vzorec pro počet koster dalšího typu grafu.

Věta. *Budiž $G = [U, H]$ souvislý neorientovaný graf s množinou uzlů $U = \bigcup_{i=1}^{r} U_i$ a množinou hran $H = \bigcup_{i=1}^{r} H_i$, kde $r \geqq 3$ (přičemž pro $i \neq j$ je $U_i \cap U_j = H_i \cap H_j = \emptyset$) a $U_i = \{u_{i,1}, u_{i,2}, \ldots, u_{i,n_i}\}$, $H_i = \{u_{i,k}u_{i+1,l} \mid 1 \leqq k \leqq n_i,\ 1 \leqq l \leqq n_{i+1}\}$, přičemž $n_i \geqq 1$, $n_0 = n_r$, $n_{r+1} = n_1$. Pak počet koster grafu G je dán vzorcem*

$$\prod_{i=1}^{r} n_i (n_{i-1} + n_{i+1})^{n_i - 1} \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{n_i \,.\, n_{i+1}}\,.$$

---

[1]) Množinu uzlů každého sudého grafu obsahujícího alespoň dva uzly, lze rozložit do dvou disjunktních tříd tak, že žádné dva různé uzly z téže třídy nejsou spojeny hranou. Austinova práce se týká grafu, jehož uzly jsou rozloženy do r disjunktních tříd ($r \geqq 2$) obdobné vlastnosti. Jde vlastně o případ jednoho z typů grafů zkoumaných též Weinbergem.

[2]) Viz též zprávu o prvním celostátním semináři z teorie grafů a jejich aplikací, pořádaném r. 1961 v Liblicích — Časopis pro pěstování matematiky, *86* (1961), 501—502.