charakter na $\mathsf{E}(G)$ lze podle věty 2,2 [1] rozšířit do omezeného charakteru ψ na G, a tudíž do idempotentního charakteru $|\psi| \in G^{\wedge}$.

Důkaz věty 2. Jsou-li pologrupy G, $G^{\wedge\wedge}$ isomorfní, potom jsou též isomorfní pologrupy $\mathsf{E}(G)$, $\mathsf{E}(G^{\wedge\wedge})$, a tudíž podle lemmatu 4 jsou isomorfní pologrupy $\mathsf{E}(G)$, $[\mathsf{E}(G)]^{\wedge\wedge}$. Z věty 2 práce [5] plyne, že pologrupa $\mathsf{E}(G)$ je konečný řetězec. Podle věty 1,10 a důsledku 1,12 [1] existuje

a) antiisomorfní zobrazení χ množiny $\mathsf{E}(G)$ na množinu $\mathsf{E}(G^{\wedge})$, přičemž $G^{\wedge}_{\chi(e)} \cong \cong [G_e]^{\wedge}$ pro každé $e \in \mathsf{E}(G)$,

b) antiisomorfní zobrazení $\chi^{\wedge}$ množiny $\mathsf{E}(G^{\wedge})$ na množinu $\mathsf{E}(G^{\wedge\wedge})$, přičemž $G^{\wedge\wedge}_{\chi^{\wedge}(e^{\wedge})} \cong [G^{\wedge}_{e^{\wedge}}]^{\wedge}$ pro každé $e^{\wedge} \in \mathsf{E}(G^{\wedge})$.

Jestliže φ je isomorfismus pologrupy G na pologrupu $G^{\wedge\wedge}$, potom pro každé $e \in \mathsf{E}(G)$ je $\varphi(e) \in \mathsf{E}(G^{\wedge\wedge})$ a $G^{\wedge\wedge}_{\varphi(e)} \cong G_e$. Kromě toho je φ isomorfismus množiny $\mathsf{E}(G)$ na množinu $\mathsf{E}(G^{\wedge\wedge})$ a protože $\mathsf{E}(G)$ je konečný řetězec, platí nutně $\varphi = \chi^{\wedge} \circ \chi$ na $\mathsf{E}(G)$. Odtud plyne, že pro každé $e \in \mathsf{E}(G)$

$$[G_e]^{\wedge\wedge} \cong [G^{\wedge}_{\chi(e)}]^{\wedge} \cong G^{\wedge\wedge}_{\chi^{\wedge}\circ\chi(e)} = G^{\wedge\wedge}_{\varphi(e)} \cong G_e .$$

Podle lemmatu 3 jsou všechny grupy G_e konečné. Pologrupa G je sjednocením konečného počtu konečných grup a tedy konečná.

Poznámka. Předpoklad, že množina všech idempotentů tvoří řetězec, je ve větě 2 nutný, jak ukazuje následující příklad. Nechť G je interval $\langle 0, 1 \rangle$, ve kterém je násobení definováno způsobem:

$$x \circ y = 0, \text{ je-li } 1 \neq x \neq y \neq 1;$$

$$x \circ y = \min(x, y) \text{ v ostatních případech.}$$

Snadno se dokáže, že G je Abelova nekonečná inversní pologrupa, která je isomorfní s pologrupami $G^{\wedge}$ a $G^{\wedge\wedge}$.

Literatura

[1] *R. J. Warne, L. K. Williams:* Characters on inverse semigroups. Czech. Math. J. 11 (86), 1961, 150—155.

[2] *E. Hewitt, H. S. Zuckerman:* Finite dimensional convolution algebras. Acta Math. 93 (1955), 67—119.

[3] *V. Dlab:* D-hodnost Abelovy grupy. Čas. pro pěst. mat. 82 (1957), 314—334.

[4] *L. Fuchs:* Abelian groups, Budapest, 1958.

[5] *O. Kowalski, B. Pondělíček:* O charakterech řetězců. Čas. pro pěst. mat. 91 (1965), 1—3.

Adresa autora: Poděbrady — zámek (Fakulta elektrotechnická ČVUT).