rotace jen o úhly $\pi/j, 2\pi/j, \ldots, (2j - 1)\pi/j$ pro jisté liché $j$, nebo že jde o běžnou euklidovskou geometrii. V této větě jde o isometrické transformace poměrně speciální M. roviny; lze ji však snadno upravit na mnohem obecnější tvar: Existuje-li centroafinní transformace M. roviny, která převádí každou přímku do přímky k ní kolmé, pak jde o běžnou euklidovskou geometrii. Tato transformace totiž nemá reálné vlastní vektory (neboť žádná přímka M. roviny není sama k sobě kolmá), tedy ve vhodně zvoleném systému souřadnic bude mít tytéž rovnice jako součin jisté rotace kolem centra s podobností o středu v centru. Podle definice kolmosti v M. rovině může být jedině otočením o úhel $\frac{1}{2}\pi$, nebo $-\frac{1}{2}\pi$ (neboť jednotková kružnice M. roviny je uzavřená křivka); jde tedy skutečně o běžnou euklidovskou geometrii.

Poslední výsledek ještě uvedeme v terminologii teorie dispersí diferenciální rovnice (1). Netriviální integrály této rovnice tvoří přirozeným způsobem projektivní prostor. Ten lze ztotožnit s projektivním prostorem průměrů centroafinní roviny $y_1, y_2$, tj. se svazkem přímek procházejících centrem. Integrálu $\alpha\, y_1(t) + \beta\, y_2(t)$ přitom odpovídá průměr $\alpha y_1 + \beta y_2 = 0$. *Projektivností* mezi integrály rovnice (1) se rozumí (podle [1]) regulární projektivní transformace tohoto prostoru na sebe. Budeme říkat, že dva integrály naší rovnice jsou *sdružené*, jestliže každý z nich má tytéž kořeny, jako derivace druhého. Ukážeme, že pouze v případě rovnice trigonometrických nebo hyperbolických funkcí existuje projektivnost, která každému (netriviálnímu) integrálu přiřazuje sdružený.

Především je vidět, že v centroafinní rovině $y_1, y_2$ odpovídají sdruženým integrálům takové průměry, že tečny ke křivce $Y(t)$ v průsečících jednoho z nich jsou rovnoběžné s druhým. Pro naši rovnici tedy splynou disperse $\omega(t), \chi(t)$. Jestliže tyto disperse mají neprázdný definiční obor, bude podle výsledků předchozí kapitoly křivka $Y(t)$ konvexní, podle výsledků v této kapitole bude symetrická vzhledem k centru a tedy indukuje v rovině $y_1, y_2$ jistou M. metriku. Příslušná projektivnost pak vede na takovou centroafinní transformaci M. roviny, že každá přímka je převáděna do přímky k ní kolmé; jde pak o euklidovskou geometrii a o rovnici trigonometrických funkcí. Právě tento případ tedy odpovídá výše uvedené větě o M. rovině. V každém případě však průměry odpovídající sdruženým integrálům tvoří involuci, křivka $Y(t)$ je tedy regulární kuželosečka a naše rovnice jsou buď rovnicemi trigonometrických nebo hyperbolických funkcí.

Poznámka. Úlohy vyšetřované v této práci formuloval asi před pěti lety prof. O. Borůvka ve svém semináři o diferenciálních rovnicích. O její konečnou úpravu a vyjití má značné zásluhy recensent J. Vrkoč.

### *Literatura*


[1] *O. Борувка:* О колеблющихся интегралах дифференциальных линейных уравнений 2-ого порядка. Чехосл. матем. ж., *3 (78)*, 1953, 199—256.

[2] *J. Radon:* Über eine besondere Art ebener konvexer Kurven. Ber. Verh. Sächs. Akad., Leipzig *68*, 1916, 123—128.

[3] *H. Busemann, J. Kelly:* Projective Geometry and Projective Metrics. New York 1953.