марной; такая подгруппа H существует, как следует из [1], § 50, пример 2. Очевидно, что периодической частью группы U/H будет группа $\mathscr{S}_U(H)/H$, где $\mathscr{S}_U(H)$ — наименьшая сервантная подгруппа группы U, содержащая подгруппу H. Если $\mathscr{S}_G(H)$ — наименьшая сервантная подгруппа всей группы G, содержащая подгруппу H, то группа $\mathscr{S}_G(H)/H$ будет периодической частью фактор-группы G/H. Так как $\mathscr{S}_U(H) \subseteq \mathscr{S}_G(H)$, то, очевидно, $\mathscr{S}_U(H)/H \subseteq \mathscr{S}_G(H)/H$. Теперь докажем, что группа $\mathscr{S}_U(H)/H$ служит p-примарным слагаемым для группы $\mathscr{S}_G(H)/H$.

Итак, пусть $g \in \mathscr{S}_G(H)$ такой элемент, что $p^k g \in H$. Так как $H \subseteq U$, то по (6) должно быть

$$p^k g = h = k_1 x_1 + k_2 x_2 + \ldots + k_n x_n \,. \tag{7}$$

Но в силу того, что элементы x_i $(i = 1, 2, \ldots)$ p-независимы (в G), из (7) следует, что $p^k \mid k_i$ $(i = 1, \ldots, n)$, или $k_i = p^k \,.\, k'_i$ $(i = 1, \ldots, n)$. Это значит, что

$$p^k g = p^k(k'_1 x_1 + k'_2 x_2 + \ldots + k'_n x_n) \,,$$

или также

$$g = k'_1 x_1 + k'_2 x_2 + \ldots + k'_n x_n \in U \,.$$

Если теперь напомним определение группы $\mathscr{S}_U(H)$, то видим, что необходимо будет $g \in \mathscr{S}_U(H)$. Таким образом мы доказали, что всё p-примарное слагаемое группы $\mathscr{S}_G(H)/H$ содержится в группе $\mathscr{S}_U(H)/H$; но так как группа $\mathscr{S}_U(H)/H$ по предположению p-примарна, то $\mathscr{S}_U(H)/H$ является p-примарным слагаемым группы $\mathscr{S}_G(H)/H$. Прежде всего это значит, что группа $\mathscr{S}_U(H)/H$ служит прямым слагаемым для группы $\mathscr{S}_G(H)/H$. Но группа $\mathscr{S}_G(H)/H$, как периодическая часть расщепляемой группы G/H, является прямым слагаемым группы G/H. В силу предшествующего подгруппа $\mathscr{S}_U(H)/H$ также служит прямым слагаемым для группы G/H и для каждой её подгруппы, которая содержит всю группу $\mathscr{S}_U(H)/H$. Отсюда, в частности, получаем, что группа $\mathscr{S}_U(H)/H$ является прямым слагаемым группы U/H; но это противоречит тому факту, что группа U/H нерасщепляема.

Итак, каждый p-базис группы G должен быть конечным, чем теорема доказана.

Литература

[1] *L. Fuchs*: Abelian groups. Budapest 1958.

[2] *L. Fuchs*: Notes on abelian groups II. Acta Math. *XI*, 1—2, 1960, 117—125.

[3] *A. Kurosch*: Primitive torsionsfreie abelsche Gruppen vom endlichen Range. Annals of Math., *38* (1937), 175—203.

[4] *Л. Прохазка:* О расщепляемости фактор-групп абелевых групп без кручения конечного ранга. Чех. мат. ж. *11* (*86*), 1961, 521—557.

[5] *Л. Прохазка:* Заметка о расщепляемости смешанных абелевых групп. Чех. мат. ж. *10* (*85*), 1960, 479—492.

[6] *Л. Прохазка:* О p-ранге абелевых групп без кручения конечного ранга. Чех. мат. ж. *12* (*87*), 1962, 3—43.