

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1958

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0083|log77

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Není tedy $C(H)$ (množina všech spojitých funkcional na topologickém K -lineálu H) K -lineálem a neplatí též $C(H) \subset R(H)$ (množina všech regulárních funkcional na K -lineálu H).

Buď Y K -lineál, ve kterém je definována topologie, při níž jsou algebraické a svazové operace spojitě; buď $\mathfrak{B}$ systém všech okolí nuly. Řekneme, že Y má vlastnost T_1 , jestliže ke každému okolí $U \in \mathfrak{B}$ existuje takové okolí $V \in \mathfrak{B}$, že $x - y \in V \Rightarrow x_+ - y_+ \in U$; řekneme, že Y má vlastnost T_2 , jestliže ke každému $U \in \mathfrak{B}$ existuje takové $V \in \mathfrak{B}$, že $0 \leq x \leq y \in V \Rightarrow x \in U$. Na str. 19 v [1] je vlastně dokázáno, že z vlastnosti T_1 plyne vlastnost T_2 ; pokládá se však za zřejmé, že každý K -lineál s topologií, při níž jsou algebraické a svazové operace spojitě a jednobodové množiny uzavřené, má vlastnost T_1 . Avšak K -lineál H z našeho příkladu nemá vlastnost T_2 a nemůže tedy mít ani vlastnost T_1 (o čemž se lze snadno přesvědčit přímo).

Snadno se zjistí, že naopak také z vlastnosti T_2 plyne vlastnost T_1 .

To dokážeme takto: Buď $U \in \mathfrak{B}$. Protože $x = x_+ - x_-$, $x_+ \leq |x|$, $x_- \leq |x|$, plyne z vlastnosti T_2 a ze spojitosti algebraických operací, že ke každému $U \in \mathfrak{B}$ existuje takové $U_1 \in \mathfrak{B}$, že $|x| \in U_1 \Rightarrow x \in U$. Z vlastnosti T_2 plyne dále existence takového $U_2 \in \mathfrak{B}$, že $0 \leq x \leq y \in U_2 \Rightarrow x \in U_1$. Ze spojitosti algebraických a svazových operací pak plyne, že existuje takové $V \in \mathfrak{B}$, že $x \in V \Rightarrow |x| \in U_2$. Jestliže nyní $x - y \in V$, je $|x - y| \in U_2$; protože podle [1], str. 8, odst. 17 platí $|x_+ - y_+| \leq |x - y|$, je $|x_+ - y_+| \in U_1$ a tedy $x_+ - y_+ \in U$. Tím je důkaz ukončen.

Vlastnost T_1 vyjadřuje stejnoměrnou spojitost zobrazení $x \rightarrow x_+$ a tedy (za předpokladu spojitosti algebraických operací) také stejnoměrnou spojitost svazových operací; to znamená, že ke každému $U \in \mathfrak{B}$ existuje $V \in \mathfrak{B}$ tak, že platí implikace:

$$x_1 - y_1 \in V, x_2 - y_2 \in V \Rightarrow (x_1 \vee x_2) - (y_1 \vee y_2) \in U, (x_1 \wedge x_2) - (y_1 \wedge y_2) \in U.$$

K -lineál Y , v němž je definována topologie, při níž jsou algebraické a svazové operace spojitě a jednobodové množiny uzavřené, se v [1], str. 19 nazývá topologickým K -lineálem. Viděli jsme však, že tato definice není vhodná. Chceme-li pro topologické K -lineály zachovat aspoň hlavní věty, dokázané v [1] pro K -lineály s obecnou normou, musíme požadovat více, např. některou z vlastností T_1 , T_2 nebo stejnoměrnou spojitost svazových operací.

LITERATURA

- [1] J. Mařík: Vrcholy jednotkové koule v prostoru funkcional na daném polouspořádaném prostoru, Časopis pro pěstování matematiky 79 (1954), 3—40.