

Werk

Label: Other

Jahr: 1952

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0077|log26

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

2. Ve kterých případech a jakým způsobem lze převést studium obecné pologrupy s jádrem na studium jednoduchých pologrup.

Ukázalo se užitečným zavést při vyšetřování pojem n -potentní množiny a pojem radikálů. Budiž M část pologrupy S . Tato část se nazývá n -potentní, existuje-li přirozené číslo q takové, že $M^q \subseteq n$ (ve smyslu násobení komplexů). Nejmenší takové q nazývá Schwarz index n -potence. Sjednocení všech n -potentních dvoustranných ideálů nazývá Schwarz radikál r pologrupy. Je to zřejmě opět dvoustranný ideál. V r jsou pak obsaženy i všechny n -potentní levé a pravé ideály. S je pologrupa bez vlastního radikálu, když $r = n$, t. j. když neexistuje v S n -potentní ideál obsahující n .

Hlavní výsledek o struktuře jednoduchých levých ideálů je tento: 1. Budiž S pologrupa s jádrem, která má aspoň jeden jednoduchý levý ideál. Pak každý jednoduchý levý ideál z S , který obsahuje aspoň jeden idempotent neležící v n , je sjednocení disjunktních navzájem isomorfních grup a jedné n -potentní pologrupy s indexem n -potence 2. Všechny grupy z rozkladu jakéhokoli takového jednoduchého levého ideálu jsou navzájem isomorfní. Hlavní výsledek o struktuře jednoduché pologrupy je tento: 1. Budiž S jednoduchá pologrupa s jádrem, která má aspoň jeden jednoduchý levý ideál. Nechť S obsahuje aspoň jeden idempotent, který neleží v jádru. Pak S je sjednocení dvou disjunktních množin $S = \mathfrak{G} + p$. $\mathfrak{G}$ je sjednocení disjunktních isomorfních grup a $\mathfrak{P}$ sjednocení n -potentních pologrup s indexem n -potence 2. Průnik všech pologrup z $\mathfrak{P}$ je n . O jednoduchých dvoustranných ideálech dokazuje autor několik vět, z nichž uvádím: Budiž S pologrupa s jádrem n . Budiž M jednoduchý dvoustranný ideál v S takový, že $M^2 \neq n$. Pak M je jednoduchá pologrupa s jádrem n a každý jednoduchý levý ideál z M je i jednoduchým levým ideálem v S . Obráceně, každý jednoduchý levý ideál $L^{(s)}$ z S , takový, že $L^{(s)} \cap M \subseteq n$, je jednoduchým levým ideálem v M a tedy $L^{(s)} \subseteq M$.

V posledních dvou paragrafech práce studuje autor jednak pologrupy bez vlastního radikálu, které mají poměrně přehlednou strukturu, jednak pologrupy s vlastním radikálem, které jsou složitější, o nichž však odvozuje řadu zajímavých vlastností.

Vl. Kořínek, Praha.

B) KNIHY

И. О. Натансон: Теория функций вещественной переменной. (I. O. Natanson: Theorie funkcí reálné proměnné.) Gostechizdat, Moskva-Leningrad, 1950, 400 str., náklad 10 000, cena 16,40 rublů.

Theorie funkcí reálné proměnné je nauka, která vznikla ve druhé pol. XIX. stol. z nutnosti položit základy analýzy. Vytvoření theorie funkcí reálné proměnné bylo zahájeno, když se objevilo přesné učení o reálném čísle, vyložené v theorii Dedekindově a Kantorově. Hned za tím se objevil v matematice pojem nekonečné množiny, mocnosti (čili „počtu“ prvků) nekonečné množiny. Na tomto základě jsou podrobně vyšetřovány a dále zobecňovány pojmy limity, konvergence, funkce a dále pojmy derivace a integrálu. Vyšetřování derivace a integrálu je úkolem metrické theorie funkcí reálné proměnné. Sem také patří otázky spojené s rozlišenými vyjádřeními funkcí, speciálně s otázkou vyjádření funkce ve tvaru součtu trigonometrické řady. Jiná větev, věnovaná studiu bodových množin a nespojitých funkcí a směřující k podrobnému vyšetření struktury číselné přímky, se jmenuje deskriptivní theorie množin.

Metody theorie funkcí reálné proměnné se ukázaly být užitečné nikoliv pouze v otázkách fundace analýzy.

Užití myšlenek theorie funkcí na geometrii vedlo ke vzniku nové disciplíny geometrie — topologie, v níž byly podrobeny hlubokému rozboru pojmy prostoru a spojitého zobrazení. V důsledku užití method funkcí na vyšetřování diferenciálních rovnic vznikla kvalitativní theorie diferenciálních rovnic, zkoumající charakter průběhu křivek, definovaných obyčejnými diferenciálními rovnicemi.

Konečně velmi důležitým odvětvím moderní matematiky, vzniknuvším v důsledku spojení method theorie funkcí a klasické analýsy, je funkcionální analýsa. Zahnuje celou řadu otázek souvisejících s rovnicemi matematické fyziky a má velký význam pro problémy současné theoretické fyziky.

Řada významných výsledků z oblasti theorie funkcí byla nalezena sovětskými matematiky. Vedoucí místo ve světovém rozvoji theorie funkcí má sovětská škola, jejímž zakladatelem je vynikající ruský matematik *N. N. Luzin*.

Recenzovaná kniha je kurzem theorie funkcí reálné proměnné, a to hlavně metrické theorie funkcí a mající sloužit jako učebnice pro studenty vyšších ročníků a aspiranty matematických fakult na universitách.

V knize je se značnou úplností vyložena metrická theorie funkcí jedné proměnné a objasněny základní otázky metrické theorie funkcí několika proměnných. Mimo to jsou vyšetřovány elementární otázky deskriptivní theorie funkcí (transfinitní čísla a Bairova klasifikace). V kapitole XVI jsou uvedeny některé výsledky z funkcionální analýsy. Sluší poznamenati, že práce *I. P. Natanson*a je v ruské literatuře prvním kursem theorie funkcí reálné proměnné, obsahující tak rozsáhlý materiál. Jeho výběr je v podstatě proveden zdařile. Místy jsou však dotčena velmi speciální témata, která mohla být bez velké újmy vypuštěna, zatím co některé základní otázky theorie funkcí nejsou vyloženy vůbec. Tak na př. kapitola o singulárních integrálech (tištěna, petitem) má velmi speciální charakter. Část této kapitoly, vztahující se k trigonometrickým rozvojem, bylo by lépe vyložit nezávisle na theorii singulárních integrálů. Vůbec otázky, týkající se trigonometrických rozvojem, jsou v knize roztroušeny v kapitole VII a X. Měla by se jim věnovat zvláštní kapitola. V theorii trigonometrických řad čtenář také najde některé velmi speciální věty, při čemž není vyložena řada základních. Na př., když vyjádřil součet S_n Dirichletovým integrálem, autor se vůbec nezdržuje u otázky konvergence Fourierových řad, dokonce ani neuvádí, co je zde známo a co je otevřenou otázkou a přímo, odkávaj čtenáře ke knize Zygmundově, přejde k otázce sčítání Fourierových řad Cesarovou methodou.

Bylo by třeba v knize uvést byt i úplně stručný výklad o Denjoyově integrálu. Formulace problému vyhledání primitivní funkce je vyložena podrobně a dobře; v kapitolách V a IX je dokazována věta o primitivní funkci integrovatelné derivace. O úplném řešení problému je řečena pouze jedna věta na konci § 7.

Je třeba si přát lepší způsob výkladu. I když důkazy jednotlivých vět jsou ve většině případů podány prostě a jednoduše, kniha, jak už bylo řečeno, je přeplněna maličkostmi, které jsou postaveny do jedné řady se základními větami theorie funkcí. To se ještě stupňuje tím, že mnohé základní věty, na př. věta Kantor-Bernštejnova (str. 26), Bairova věta o funkcích první třídy (str. 341) a některé jiné jsou autorem rozděleny na několik menších, což naprosto ztěžuje osvojení obsahu a method důkazu.

Věta Borel-Lebesgueova (kap. II) o pokrytích je v jedné řadě s naprosto nevýznamnými větami. Formulace některých vět jsou oslabeny. Tak ve formulaci věty D. F. Jegorova (str. 90) je řečeno: „Existuje taková měřitelná množina...“, ačkoli důkaz není o nic obtížnější, jestliže nahradíme slovo „měřitelná“ slovem „dokonalá“. Věta N. N. Luzina o struktuře měřitelných funkcí je dokázána neúplně. Současně není zdůrazněna ta okolnost, že C je vlastnost, nikoliv jen nutná, nýbrž i postačitelá k měřitelnosti funkce. Kromě toho se zde čtenář opět setkává s rozdrobením důkazů na několik samostatných vět.

Výklad theorie míry je přecpán dokazováním ošivdých faktů, které by bylo možno přenechat čtenáři. Některé věty se dokazují odděleně pro míry otevřených a míry uzavřených množin a potom se už uvádí obecná definice míry a tytéž věty se dokazují pro obecný případ.

Neobratně je dokazována podmínka integrovatelnosti (R), která může být lehce získána jednoduchým odhadem.

Druhý paragraf kapitoly XVI je věnován pojmu kompaktnosti. Avšak autor se

vůbec nezdržuje u pojmu kompaktního prostoru, a bezprostředně uvádí pojem „kompaktní množiny“, a chápe pod ním to, co se ve funkcionální analýze nazývá „množinou kompaktní v daném prostoru“. Taková definice může vést k záměně pojmu kompaktnosti s tímž pojmem, známým z geometrické teorie množin. Měl by se zavést pojem kompaktního prostoru, a potom zdůraznit, že kompaktnost nebo nekompaktnost množiny bezprostředně závisí na struktuře prostoru, ve kterém je tato množina definována.

Uvedeme ještě řadu nedostatků při výkladu některých otázek, souvisejících se základy matematiky v kapitole XIV. Na str. 323 autor „dokazuje“ princip úplné indukce. To dělá několika slovy, při čemž se autor opírá o úplnou uspořádanost přirozené řady, jež je dokázána na str. 318. Poslední důkaz se opírá o lemma, které říká, že v uspořádané konečné množině A je první prvek.

Autor postupně vybírá prvky z A a poznamenává, že jestliže některý zvolený prvek a z A není první, pak možno z A vybrat prvek a^1 , předcházející a , a potom ukazuje, že nekonečnost tohoto procesu je ve sporu s konečností množiny A . Avšak proces vyjmutí nekonečné posloupnosti prvků z A , jestliže má být proveden podrobně, se opírá o princip úplné indukce. Tak dostáváme *circulus vitiosus*. Princip úplné indukce a tvrzení o úplné uspořádanosti přirozené řady, při známých podmínkách, jsou ekvivalentními axiomy a proto nemohou být oba dokázány.

Na str. 328 autor formuluje Zermelův axiom a říká, že tento axiom vyvolává velké spory, avšak nevyjasňuje příčiny těchto sporů a omezuje se na větu: Autor této knihy stojí na stanovisku bezvýhradného uznání Zermelova axiomu. Dotýká se otázky přípustnosti Zermelova axiomu bylo by třeba, byť i krátce, se pozastavit u gnoseologických nesnází s ním spojených, uvést některé důvody jak pro, tak i proti jeho uznání.

Na str. 322 jsou úvahy o „zákonitosti“ množin, avšak není jasno co tím autor myslí. Jak se zdá, autor ztotožňuje zákonnost s bezsporností. Avšak potom jsou these jím vyslovené v poznámce pod čarou o zákonných množinách nesprávné.

V kapitole XVII věnované úloze ruských vědců v rozvoji teorie funkcí reálné proměnné, není dostatečně vylíčen význam sovětské školy teorie funkcí, vzniknuvší pod vedením *N. N. Luzina* — školy, která během více než 30 let hraje vedoucí úlohu v rozvoji teorie funkce reálné proměnné. V knize je prostě poznamenáno; že tato škola má první místo ve světě, avšak není vůbec řečeno a vyjasněno její vědecké zaměření. Zatím však vyložený materiál to umožňuje. Autorem podané vylíčení úspěchů sovětských matematiků v oblasti teorie funkcí je pouhým výčtem výsledků bez jakékoliv souvislosti mezi sebou a přitom daleko ne úplným. První paragraf této kapitoly — o deskriptivní teorii množin — je velmi krátký a schematický. Neuvádí řadu podstatných výsledků, není upozorněno na souvislosti mezi deskriptivní teorií množin a otázkami základů matematiky. Paragrafy 2 a 3, týkající se metrické teorie funkcí, jsou napsány značně lépe a podrobněji. Základní výsledky metrické teorie funkcí jsou podány s dostatečnou jasností. Autor dokonce vykládá celou řadu podružných výsledků, takže bije do očí rozdíl s popisem výsledků sovětských vědců v deskriptivní teorii množin, kde nejsou uvedeny některé podstatné výsledky.

Je třeba podotknout, že na jiných místech knihy jsou práce sovětských vědců vyloženy dostatečně úplně.

Velkou předností monografie je to, že jsou v ní úlohy, uvedené na konci každé z prvních jedenácti kapitol. Řešení těchto úloh pomůže čtenáři ovládnout metody metrické teorie funkcí.

Recenzovaná práce obsahuje velký a zajímavý materiál z teorie funkcí reálné proměnné. Nehledě na existující nedostatky, jediná v ruské literatuře dává takový úplný výklad metrické teorie funkcí. Otázky deskriptivní teorie množin a zvláště otázky vztahující se k základům matematiky, jsou vyloženy v knize neuspokojivě a jejich studium z této knihy není užitečné.

L. V. Keldyš, P. S. Novikov. — Přeložil *O. Vejvoda*, Praha.

