Kniha vyniká tím, že při každé definici je hned ukázáno na příkladech, že pojem v ní definovaný není prázdný. Tak na příklad při definici jednoduché grupy je ihned ukázáno sestrojením příkladů, že existují nekomutativní jednoduché grupy libovolné mohutnosti větší než 4. Rovněž dosah jednotlivých vět je ihned v zápětí ilustrován na příkladech a příkladech o opaku. Kniha je napsána svěže a velmi podnětně, díky především velkému počtu příkladů.

Tuto dosti podrobnou a moderně napsanou teorii grup dlužno vřele uvítati, neboť jsme takovou knihu již dávno postrádali. Jest jen velmi litovati toho, že kniha je dnes nedostupná. Prof. Kuroš měl ji v podstatě hotovou při vypuknutí sovětsko-německé války v roce 1941. Válečnými událostmi zdrželo se vydání knihy až do roku 1944. Avšak již v roce 1946 byla kniha rozebrána.

Vl. Kořínek.

Aleksandr G. Kuroš: Курс высшей алгебры. Огиз. Государственное издательство техникотеоретической литературы. Москва-Ленинград 1946. Стр. 314.

Tato Kurošova kniha je určena jakožto učebnice posluchačům matematiky na sovětských universitách v prvním roce studia. Název „vyšší algebra" znamená tedy v naší universitní terminologii elementární algebru. Slova vyšší je zde patrně použito jakožto protivy proti algebře vykládané na střední škole. Podle předmluvy shrnul autor v knize látku svých přednášek o algebře pro studující prvního roku, které koná již řadu let na moskevské universitě. Jsou to podle předmluvy věci, které musí znát každý studující „matematiky, mechaniky, fysiky a astronomie, aby mohl dále studovat své obory". Na sovětských universitách navazuje na tento kurs v druhém roce pro studující matematiky kurs lineární algebry a ve vyšších rocích studia kurs o teorii grup a těles. Protože je z knihy patrno, jaký obsah má takový kurs elementární algebry na sovětských universitách, bude snad zajímavo blíže si tohoto obsahu všimnouti.

Látka kursu i knihy je tedy stabilně dána svým určením. Autor si však vzal za úkol vyložit tuto klasickou látku z hledisek, ze kterých nové směry algebraického bádání přebudovaly celou algebru v posledních čtyřiceti letech, ale učinit to tak, aby výklady byly srozumitelné začátečníkům. Je to úkol, před kterým stojí každý moderní učitel, který má vykládat algebru na vysoké škole pro začátečníky. Do nedávna zela totiž propast mezi starým „klasickým" pojetím algebry, ve kterém byla algebra vykládána v začátečnických přednáškách, a moderním abstraktním pojetím přednášek pro pokročilé. Podívejme se, jakým způsobem řeší autor tento problém.

Hned v prvním paragrafu definuje autor nejdříve úplně abstraktně algebraickou operaci na dané množině M. Je to předpis, kterým se přiřaďuje každé uspořádané dvojici prvků z M opět prvek z M. Definuje pak okruh jakožto množinu, kde jsou definovány dvě takové algebraické operace: sčítání a násobení, a vykládá jejich základní vlastnosti. V § 2 definuje těleso a vykládá pojem nadtělesa a podtělesa. Sestrojuje těleso mající jen dva prvky a obecně těleso mající jen p prvků (p prvočíslo). Pak přistupuje ihned k výkladu pojmu isomorfismu tělesa a okruhu. V § 3 sestrojuje na základě tělesa čísel reálných těleso čísel komplexních pomocí dvojic čísel reálných a provádí podrobný rozbor celé otázky. V dalším paragrafu zavádí geometrické znázornění komplexních čísel v Gaussově rovině, jejich goniometrické vyjádření a Moivreův vzorec. § 5 je věnován goniometrickému řešení rovnic $x^n - 1 = 0$, $x^n - a = 0$ a dále teorii n-tých odmocnin z jedné. Tím je první, úvodní, kapitola skončena.

Kapitoly 2. až 4. jsou věnovány lineární algebře. Nejdříve jeden paragraf obsahuje velmi pěkný výklad o permutacích, v němž autor činí rozdíl mezi pořadím n prvků a permutací n prvků, což je prosté zobrazení množiny n

prvků na sebe. Determinanty definuje obvyklým způsobem jakožto součet $n!$ součinů prvků čtvercové matice a z této definice odvozuje obvyklou cestou vlastnosti determinantů, i větu Laplaceovu a větu o násobení determinantů. O axiomatické definici determinantů má na konci 2. kapitoly dvoustránkovou poznámku.

V kapitole 3. je vyložena teorie lineárních rovnic. Kramerovo pravidlo pro soustavu n rovnic o n neznámých a o nenulovém determinantu bylo již vyloženo v kap. 2. V této kapitole je vyložen pojem n-rozměrného vektorového prostoru nad tělesem T, sčítání vektorů, násobení vektorů prvkem z tělesa T, lineární závislost a nezávislost vektorů, Steinitzova věta o výměně, pojem vektorového podprostoru a pojem dimense vektorového prostoru. Na základě těchto pojmů vykládá pak teorii lineárních rovnic obvyklým způsobem pomocí determinantů. Vychází při tom z věty o hodnosti matice. Překvapuje, že teorii lineárních rovnic bez determinantů je věnována jen malá stránková poznámka, ač autor má již vše potřebné připraveno obsáhlou teorií n-rozměrného vektorového prostoru. Rovněž tvrzení na str. 113, že použití determinantů je nezbytné, chceme-li dostat metody pro praktický výpočet řešení, není po mém soudu správné. Právě řešení lineárních rovnic bez determinantů dává po mém soudu daleko kratší a lepší metody pro praktický výpočet řešení soustavy lineárních rovnic s numerickými koeficienty, zvláště při větším počtu neznámých. Význam determinantů spočívá v tom, že dávají explicitní výrazy pro řešení. Kapitola 4. pojednává o maticích a kvadratických formách. Autor vykládá o násobení matic čtvercových, probírá podrobně lineární substituce jakožto lineární zobrazení vektorového prostoru do sebe a zasazuje teorii okruhu čtvercových matic do širšího rámce algebry nad daným tělesem. Zákon setrvačnosti kvadratických forem vykládá obvyklým způsobem, nezabývá se však transformacemi kvadratických forem pomocí ortogonálních substitucí.

Kapitola 5. je věnována vyšetřování těch vlastností polynomů jedné neurčité nad tělesem T, které platí pro libovolné základní těleso T. Autor konstruuje obor integrity těchto polynomů pomocí konečných posloupností prvků z T. Vykládá stručně, proč pojem polynomů jakožto funkcí nedostačuje pro algebru. Pojednává o dělitelnosti polynomů a rozkladu jich v součin ireducibilních polynomů na základě Eukleidova algoritmu. Dokazuje pro ireducibilní polynomy nad tělesem T existenci kořenového nadtělesa nad T, v němž polynom má aspoň jeden kořen, a existenci rozpadového nadtělesa, nad nímž se polynom rozpadá v součin lineárních faktorů. Definuje vícenásobné kořeny a odvozuje jejich vlastnosti. Na konec vykládá, jak metodou tvoření zlomků lze vytvořit těleso racionálních funkcí jedné neurčité. Další 6. kapitola je věnována polynomům více neurčitých, symetrickým funkcím, resultantě dvou polynomů a diskriminantu. U každé věty, která neplatí nad tělesem charakteristiky p, je to vždy uvedeno s příslušným příkladem o opaku. Jinak se však autor tělesy charakteristiky p nezabývá.

7. kapitola jedná o polynomech a rovnicích s číselnými koeficienty. Nejdříve je stručně vyloženo algebraické řešení rovnic 2., 3. a 4. stupně, při čemž je vysvětlen casus irreducibilis kubické rovnice, ale nepodáno jeho goniometrické řešení. Pak následuje základní věta algebry. Jsou vyloženy dva její důkazy, nejdříve 2. důkaz Gaussův v moderní úpravě a zjednodušení, pak důkaz Cauchyův spočívající v tom, že pro polynom $f(x)$ funkce $|f(x)|$ dosahuje svého infima aspoň v jednom bodě a že při $f(x) \neq 0$ nemůže $|f(x)|$ být infimem. Následuje exkurs o kvaternionech a paragraf o vyšetřování racionálních kořenů rovnice s racionálními koeficienty. Na konci kapitoly je exkurs o algebraických číslech, kde je dokázáno, že množina všech algebraických čísel je algebraicky uzavřené těleso. Kniha je zakončena kapitolou o numerickém řešení rovnic, která je poměrně stručná a nedotýká se technických otázek výpočtu.