ČASOPIS PRO PĚSTOVÁNÍ

MATEMATIKY A FYSIKY

ROČNÍK 72 — SEŠIT 4

Jč
m+f

PRAHA 1947

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

ČASOPIS PRO PĚSTOVÁNÍ MATEMATIKY A FYSIKY

Vydává a nakládá Jednota československých matematiků a fysiků v Praze

Ročník 72 • Sešit 4 • 1947

Ročně 4 sešity **Roční předplatné Kčs 120,—**

Redakce a administrace: Praha II, Žitná 25. Telefon 29308. V pracovní dny od 8 do 12 a od 14 do 16 hodin kromě soboty. Účet poštovní spořitelny: Jednota čs. matematiků a fysiků, čís. 13103. Knihtiskárna Prometheus v Praze VIII, Rokoska 94. Telefon RR8139. Novinová sazba povolena ředitelstvím pošt a telegrafů 18. listopadu 1933, čís. 288250/VII. Dohlédací poštovní úřad Praha 25. Tento sešit vyšel 20. dubna 1948

Vědecké práce Bedřicha Pospíšila.

Eduard Čech, Praha.

RNDr. Bedřich Pospíšil se narodil 25. září 1912. V letech 1931 až 1935 byl posluchačem přírodovědecké fakulty Masarykovy university v Brně, kde byl promován na doktora přírodních věd dne 14. ledna 1937. Od 1. září 1936 až do násilného zavření českých vysokých škol byl asistentem při 2. ústavu matematiky na české technice v Brně, načež byl profesorem na 1. reálném gymnasiu v Brně. Dne 29. dubna 1941 byl gestapem zatčen a odsouzen na tři léta do káznice, odkud se vrátil 17. května 1944 ve stavu tak zuboženém, že přes nejpečlivější ošetřování zemřel dne 27. října 1944 v mladistvém věku 32 let.

V roce 1939 podal Pospíšil na můj podnět žádost o habilitaci z matematiky na přírodovědecké fakultě Masarykovy university; práci [11] (viz seznam prací na konci tohoto článku) předložil jako práci habilitační. Žádost byla v komisi příznivě vyřízena, ale k jejímu projednání v profesorském sboru tehdy již nedošlo v důsledku zavření našich vysokých škol. Teprve 10. dubna 1946 se stal posmrtně docentem přírodovědecké fakulty Masarykovy university. Současně byly jeho vynikající vědecké výkony oceněny tím, že byl jmenován mimořádným členem in memoriam druhé třídy České akademie věd a umění (3. května 1946).

S výjimkou prací [1], [2] a [3], které vznikly již za studentské doby a ke kterým v dalším už nebudu přihlížeti, jsou Pospíšilovy vědecké práce věnovány jednak obecné topologii, jednak theorii Booleových okruhů, kteréžto dva obory spolu ovšem úzce souvisejí.

Pospíšilovy práce vznikly většinou v topologickém semináři, který jsem v Brně založil v červnu 1936 a vedl až do zavření vysokých škol v listopadu 1939. Moje zásluha je však pouze v tom, že jsem Pospíšila seznámil s významnými a většinou obtížnými nerešenými problémy jakož i s literaturou týkající se látky, ze které problémy byly brány. Pospíšilovy odpovědi na otázky mnou kladené byly zpravidla takové, že samy vedly k položení dalších otázek a většinou teprve po několikerém vystřídání otázek a odpovědí vznikla definitivní práce. Nikdy jsem však Pospíšilovi ne-poradil žádnou cestu k řešení mnou položených otázek a neváhám prohlásiti, že mnohé své problémy, které Pospíšil úspěšně rozřešil, sám bych byl asi nikdy nezdolal.

Velmi významnou roli v celé vědecké dráze B. Pospíšila hrál problém, který jsem položil (pro $\mathfrak{m} = \aleph_0$) v topologickém semináři 25. ledna 1937:

(H) Jakou mohutnost může nejvýše míti Hausdorffův prostor P, který obsahuje hustou část dané nekonečné mohutnosti $\mathfrak{m}$?

Jestliže označíme podle Pospíšila exp $\mathfrak{m}$ mohutnost soustavy všech částí množiny mohutnosti $\mathfrak{m}$, nahlédne se velmi snadno, že hledaná mohutnost nemůže býti větší než exp exp $\mathfrak{m}$, daleko obtížnější však bylo dokázati, že hledaná mohutnost není menší než exp exp $\mathfrak{m}$. Pospíšil velmi vtipnou konstrukcí nalezl v práci [4] prostor $P(H)$ mohutnosti exp exp $\mathfrak{m}$, ve kterém leží hustě isolovaná množina H mohutnosti $\mathfrak{m}$. Ukázalo se pak, že tento prostor $P(H)$ má základní důležitost jednak pro theorii charakteru bodu, jednak pro theorii bikompaktních prostorů a Booleových okruhů.

Charakterem bodu a v topologickém prostoru P rozumíme minimální mohutnost $\chi(a)$ úplného systému okolí bodu a v prostoru P. U libovolného metrického prostoru P je charakter každého bodu spočetný ($\chi(a) = 1$ pro bod isolovaný, $\chi(a) = \aleph_0$ pro bod hromadný). Že však ani u spočetného topologického prostoru nemusí každý bod míti spočetný charakter, ukázal P. Urysohn (Math. Annalen, **94**, 1925, str. 288), který sestrojil regulární spočetný prostor, který má v jednom svém bodě nespočetný charakter. Ale tento fakt se zdál pouze paradoxním zjevem, ze kterého teprve Pospíšil učinil východisko velmi krásné obecné theorie. Urysohnův výsledek byl po prvé zlepšen Jos. Novákem (Časopis 67, 1938, str. 97), který sestrojil spočetný prostor, jehož každý bod má charakter exp $\aleph_0$.

Snadno se dokáže, že v prostoru P mohutnosti $\mathfrak{m}$ jest $\chi(a) \leqq \leqq$ exp $\mathfrak{m}$. Jestliže však $P(H)$ má hořejší význam a jestliže zvolíme libovolně bod $a \in P(H) - H$, obdržíme prostor $P_a = H + a \subset \subset P(H)$ mohutnosti $\mathfrak{m}$, ve kterém bod a má charakter rovný exp $\mathfrak{m}$. Jelikož pro $a \neq b$ zobrazení f prostoru P_a na prostor P_b, při kterém $f(a) = b$, $f(x) = x$ pro $x \in H$, není zobrazením homeomorfním, obdržíme takto celkem exp exp $\mathfrak{m}$ různých topologií na množině mohutnosti $\mathfrak{m}$. Jelikož se lehko dokáže, že počet topologií nemůže být větší, dospíváme (viz práci [5]) z základní větě obecné topologie: Počet všech možných topologií na nekonečné množině mohutnosti $\mathfrak{m}$ je roven exp exp $\mathfrak{m}$. Táž metoda dá obecnější výsledek: Budiž $\aleph_0 \leqq \mathfrak{a} \leqq$ exp $\mathfrak{m}$; pak počet těch topologií na nekonečné množině mohutnosti $\mathfrak{m}$, při kterých charaktery bodů nepřevýší $\mathfrak{a}$, je roven exp $\mathfrak{a}$. Je zajímavé, že počet topologií se nesníží, zavedeme-li některý separační axiom (regularitu, normalitu nebo úplnou normalitu). Naproti tomu počet všech L-topologií na nekonečné množině mohutnosti $\mathfrak{m}$ je roven exp $(\mathfrak{m}^{\aleph_0})$ (viz práci [13]), tedy na př. pro $\mathfrak{m} = \aleph_0$ roven exp exp $\mathfrak{m}$, ale pro $\mathfrak{m} =$ exp $\aleph_0$ roven exp $\mathfrak{m} <$ exp exp $\mathfrak{m}$.

Soustavnou teorii charakterů vybudoval Pospíšil až v práci [11], ve které dochází k výsledkům, jejichž obecnost je překvapující a která sama o sobě by stačila k tomu, aby autor mohl býti zařazen mezi velké badatele. Pospíšil tu zcela obecně přiřazuje každému bodu x nekonečné množiny P mohutnosti $\mathfrak{m}$ nekonečné kardinální číslo podrobené pouze nutné podmínce $\chi(x) \leqq$ exp $\mathfrak{m}$ a důmyslným způsobem sestrojuje v P takovou topologii, při které charakterem každého bodu x je právě $\chi(x)$. Při tom je v jeho metodě tolik stupňů volnosti, že se mu podaří vyčísliti počet všech topologií při předepsaných charakterech $\chi(x)$; tento počet je exp $\Sigma\chi(x)$. Ve skutečnosti předpisuje tu Pospíšil vedle charakterů $\chi(x)$ ještě pseudocharaktery $\psi(x)$, kde $\psi(x)$ je minimální mohutnost takového systému okolí bodu x, jehož průnik obsahuje pouze bod x. Pospíšil nalézá, že pseudocharaktery jsou podrobeny pouze triviálním podmínkám $\psi(x) \leqq \mathfrak{m}$, $\psi(x) \leqq \chi(x)$ a že i při předepsaných pseudocharakterech počet možných topologií zůstává roven exp $\Sigma\chi(x)$. Počet topologií se nesníží, žádáme-li regularitu, normalitu nebo úplnou normalitu. To vše je obsahem první části práce [11]; ve druhé části řeší tytéž problémy za dalšího předpokladu, že je předepsáno, aby určitá část množiny P ležela v prostoru P hustě. Ve vzpomenuté již práci [13] jsou výsledky práce [11] částečně přeneseny na L-topologie.

Výše vzpomenutý Pospíšilův prostor $P(H)$ rozřešil však ještě jednu důležitou otázku týkající se bikompaktních prostorů. Na základě jedné Tychonovovy práce z r. 1930 zavedli Stone a Čech (nezávisle jeden na druhém) důležitý pojem bikompaktního obalu $\beta(S)$ normálního (po případě jen úplně regulárního) prostoru S; v případě normálního S lze $\beta(S)$ charakterisovati takto: (1) $\beta(S)$ je bikompaktní Hausdorffův prostor, (2) S leží hustě v $\beta(S)$, (3) jsou-li F_1, F_2 dvě disjunktní uzavřené části prostoru S, pak také uzávěry množin F_1, F_2 v prostoru $\beta(S)$ jsou disjunktní. Pomocí prostoru $P(H)$ dokázal Pospíšil v práci [15], že když S je isolovaný nekonečný prostor mohutnosti $\mathfrak{m}$, pak $\beta(S)$ má mohutnost exp exp $\mathfrak{m}$. Jestliže (stále za předpokladu, že S je isolovaný prostor mohutnosti $\mathfrak{m}$) odstraníme z prostoru $\beta(S)$ všecky otevřené množiny mohutnosti menší než $\mathfrak{m}$, zbude bikompaktní prostor $\alpha(S)$, jehož mohutnost je stále exp exp $\mathfrak{m}$. Velmi lehko se nahlédne, že charakter žádného bodu v prostoru $\alpha(S)$ nebo $\beta(S)$ nemůže přesáhnouti exp $\mathfrak{m}$. V práci [14] dokázal Pospíšil, že každý z obou prostorů

$\alpha(S)$ a $\beta(S)$ obsahuje exp exp $\mathfrak{m}$ takových bodů, jejichž charakter je roven exp $\mathfrak{m}$; zdali charakter každého bodu v $\alpha(S)$ je roven exp $\mathfrak{m}$, je velice obtížný neřešený problém. Mimo to ukázal Pospíšil tamtéž pro $\mathfrak{m} = \aleph_0$, že každá hustá část prostoru $\alpha(S)$ má mohutnost alespoň exp $\mathfrak{m}$; zda platí totéž i pro $\mathfrak{m} > \aleph_0$, není známo.

Z ostatních topologických výsledků Pospíšilových prací budiž zde uveden ještě jen jeden. V práci [10] dokázal Pospíšil, že kartézský součin nespočetně mnoha (samozřejmě více než jednobodových) prostorů nikdy není úplně normální, z čehož odvodil v práci [14], že prostory $\alpha(S)$, $\beta(S)$ nejsou úplně normální (při isolovaném S); z toho už snadno plyne obecně, že na př. při jakémkoli metrickém S není $\beta(S)$ úplně normální (je-li ovšem $\beta(S) \neq S$). Zcela jiným způsobem je týž výsledek odvozen v práci [12].

Výše vzpomenuté výsledky o prostorech $\alpha(S)$ a $\beta(S)$ mají základní důležitost v theorii Booleových okruhů. Jak známo, nazýváme v algebře okruhem množinu, ve které je definováno sčítání a násobení tak, že je vyhověno obvyklým pravidlům až na to, že může býti $ab = 0$ i když je $a \neq 0 \neq b$. Zobrazení f okruhu A na okruh B se jmenuje homomorfní, jestliže obrazem součtu je součet obrazů a obrazem součinu je součin obrazů. Prosté homomorfní zobrazení se jmenuje isomorfní. Část $\mathfrak{a}$ okruhu A se nazývá ideál, jestliže jednak

$$a \in \mathfrak{a}, \quad b \in \mathfrak{a} \Rightarrow a + b \in \mathfrak{a}$$

a jednak

$$a \in \mathfrak{a}, \quad b \in A \Rightarrow ab \in \mathfrak{a}.$$

Každý ideál $\mathfrak{a}$ okruhu A definuje rozdělení okruhu A na třídy, při čemž třída (a) prvku a je množina všech prvků tvaru $a + x$, kde x probíhá ideál $\mathfrak{a}$, takže zejména $(0) = \mathfrak{a}$. Vztahy

$$(a) + (b) = (a + b), \ (a) \,.\, (b) = (ab)$$

definují potom jednoznačně sčítání a násobení tříd a vzhledem k těmto operacím tvoří třídy okruh, který se značí $A/\mathfrak{a}$. Při každém ideálu $\mathfrak{a}$ je okruh $A/\mathfrak{a}$ homomorfním obrazem okruhu A; obráceně je-li f homomorfní zobrazení okruhu A na okruh B, je B isomorfní s okruhem $A/\mathfrak{a}$, při čemž ideál $\mathfrak{a}$ se skládá z těch $x \in A$, pro něž $f(x) = 0$. Ideál $\mathfrak{a}$ okruhu A se nazývá prvoideál, jestliže

$$a \in A, \quad b \in A, \quad ab \in \mathfrak{a} \ \Rightarrow \text{ buďto } a \in \mathfrak{a} \text{ nebo } b \in \mathfrak{a}.$$

Okruh A se jmenuje Booleův, jestliže každý prvek jest idempotentní, t. j. jestliže $x \in A \Rightarrow x^2 = x$. Zřejmě každý homomorfní obraz Booleova okruhu je zase Booleův okruh.

Důležitý příklad Booleova okruhu dává libovolné množinové těleso. Je-li S libovolná základní množina, rozumíme množinovým tělesem v oboru S takovou soustavu částí množiny S, která spolu s každou množinou a obsahuje také komplementární množinu (skládající se přesně z těch prvků množiny S, které nepatří do množiny a) a která dále spolu s libovolnými dvěma množinami a, b obsahuje vždy také jejich sjednocení a jejich průnik. Každé množinové těleso jest Booleův okruh, jestliže součinem ab rozumíme průnik množin a a b a součtem $a + b$ rozumíme množinu těch prvků základní množiny S, které náležejí přesně do jedné z obou množin a a b, takže k množině a je komplementární množina $1 + a$ ($S = 1$ je jednotkou Booleova okruhu) a sjednocením množin a, b je množina $a + b + ab$. Ideálem množinového tělesa T je zřejmě každá taková $\mathfrak{a} \subset T$, pro kterou platí

$$a \in \mathfrak{a}, \quad b \in \mathfrak{a} \Rightarrow a + b \in \mathfrak{a}, \tag{1}$$

$$a \in \mathfrak{a}, \quad b \in T \Rightarrow ab \in \mathfrak{a}, \tag{2}$$

při čemž místo (1) můžeme také žádati

$$a \in \mathfrak{a}, \quad b \in \mathfrak{a} \Rightarrow a + b + ab \in \mathfrak{a},$$

kde na pravé straně máme sjednocení množin a a b. Protože $T/\mathfrak{a}$ je homomorfní obraz okruhu T, je $T/\mathfrak{a}$ zase Booleův okruh. Specielně tvoří tedy Booleův okruh na př. soustava všech měřitelných množin reálných čísel a to i tehdy, jestliže identifikujeme dvě množiny, které se liší pouze o množiny míy nula. (Zde je T soustava všech měřitelných množin a $\mathfrak{a}$ je soustava všech množin míry nula.)

V každém topologickém prostoru B je množinovým tělesem soustava všech množin, které podle Pospíšila nazveme obojetné, t. j. které jsou současně uzavřené i otevřené. Zmíněný již americký matematik Stone dokázal r. 1937 základní větu, že každý Booleův okruh A je isomorfní s množinovým tělesem všech obojetných částí Booleova prostoru B, při čemž Booleovým prostorem rozumíme každý Hausdorffův bikompaktní prostor, který je totálně nesouvislý, t. j. jehož každý bod má úplný systém okolí skládající se z obojetných množin. Je tedy studium Booleových okruhů úplně ekvivalentní se studiem Booleových prostorů, takže algebra Booleových okruhů je speciální kapitolou obecné topologie. Je-li A Booleův okruh všech obojetných částí Booleova prostoru B, pak ideálům $\mathfrak{a}$ okruhu A odpovídají uzavřené množiny F prostoru B v tom smyslu, že $\mathfrak{a}$ je soustava všech obojetných množin obsažených v otevřené množině $B - F$; z toho plyne, že k Booleově algebře $A/\mathfrak{a}$ příslušným Booleovým prostorem je právě F. Specielně prvoideály $\mathfrak{p}$ okruhu A odpovídají jednotlivým bodům p prostoru B v tom smyslu, že $\mathfrak{p}$ je soustava všech těch obojetných množin, které neprocházejí bodem p. Charakterem $\chi(\mathfrak{a})$ ideálu $\mathfrak{a}$ v Booleově okruhu rozumíme podle Pospíšila minimální mohutnost soustavy generátorů, t. j. takové části $\mathfrak{a}$, která není obsažena v žádném menším ideálu. Platí potom $\chi(\mathfrak{a}) = \chi(F)$ a specielně $\chi(\mathfrak{p}) = \chi(p)$, kde napravo jsou charaktery v topologickém smyslu.

Budiž nyní S libovolná nekonečná množina mohutnosti $\mathfrak{m}$. Soustava A všech částí množiny S je množinové těleso, ve kterém soustava $\mathfrak{a}$ všech těch částí množiny S, jejichž mohutnosti jsou menší než $\mathfrak{m}$, je ideálem. Nyní k Booleově okruhu A příslušný Booleův prostor je $\beta(S)$ a k Booleovu okruhu $A/\mathfrak{a}$ podobně přísluší $\alpha(S)$, kde při definici prostorů $\beta(S)$, $\alpha(S)$ vycházíme ovšem od isolované topologie prostoru S. Proto (viz práci [14]) Booleovy okruhy A, $A/\mathfrak{a}$ obsahují po exp exp $\mathfrak{m}$ prvoideálech a specielně mají exp exp $\mathfrak{m}$ prvoideálů s charakterem rovným exp $\mathfrak{m}$. Táž metoda dovolila Pospíšilovi určení počtu prvoideálů v řadě běžných množinových těles. Jestliže na př. zase T znamená soustavu všech měřitelných množin reálných čísel, $\mathfrak{a}$ soustavu všech množin míry nula, je v práci [14] dokázáno, že Booleův okruh $T/\mathfrak{a}$ má právě exp $\aleph_0$ prvků, právě exp exp $\aleph_0$ ideálů, a exp exp $\aleph_0$ prvoideálů s charakterem exp $\aleph_0$. Každé z obou množinových těles T a $\mathfrak{a}$ má právě exp exp $\aleph_0$ prvků, právě exp exp exp $\aleph_0$ ideálů a exp exp exp $\aleph_0$ prvoideálů s charakterem exp exp $\aleph_0$.

Právě naznačené Pospíšilovy výsledky z theorie Booleových okruhů, která je jednou ze základních kapitol matematické logiky, vzbudily velkou pozornost a redakce vedoucího množinového časopisu Fundamenta Mathematicae požádala Pospíšila o nové jejich zpracování v té formě, že by v nich topologickou řeč přeložil do řeči algebraické a tím je učinil přístupnými širšímu okruhu čtenářů; na tuto čestnou výzvu odpověděl Pospíšil prací [17], která však není pouhým přepracováním prací [14] a [15], nýbrž obsahuje také nové pozoruhodné výsledky, které však zde už nebudu uváděti.

V posledních svých pracích [8], [9], [18] a [19] založil Pospíšil theorii t. zv. spojitých distribucí. Vyložím zde pouze některé hlavní výsledky práce [18]. Budiž J soustava všech těch množin reálných čísel, z nichž každá je sjednocením konečného počtu jednobodových množin a intervalů; J je tedy nejmenší množinové těleso na množině R všech reálných čísel, které obsahuje všecky intervaly. Dále budiž na zcela libovolné množině S dáno libovolné množinové těleso A. Reálnou funkci $f(x)$ v oboru S nazveme A-měřitelnou, jestliže pro každé $i \in J$ množina

$$\varphi(i) = f^{-1}(i), \tag{1}$$

t. j. množina těch $x \in S$, pro něž $f(x) \in i$, náleží do A. (Aby tomu tak bylo, k tomu ovšem stačí, aby $\varphi(i) \in A$ platilo pro každý interval i.) Je tedy φ zobrazení množinového tělesa J do množinového tělesa A a toto zobrazení je homomorfní, t. j. platí

$$\varphi(i_1 + i_2) = \varphi(i_1) + \varphi(i_2), \quad \varphi(i_1 i_2) = \varphi(i_1)\varphi(i_2), \tag{2}$$

$$\varphi(R) = S. \tag{3}$$

Mimo to platí:

(4) Je-li $\{i_n\}$ posloupnost intervalů s prázdným průnikem a je-li $a \in A$, $a \,.\, \varphi(i_n) = a$ pro všecka n, pak je $a = 0$.

Je-li funkce $f(x)$ ohraničená, pak

$$\varphi(i) = S \tag{5}$$

pro vhodně volený ohraničený interval i.

Budiž nyní obecněji A libovolný Booleův okruh. Distribucí v A rozumí Pospíšil každé zobrazení φ množinového tělesa J do Booleova okruhu A, které má vlastnost (2); platí také (3), mluví o distribuci na A. Distribuce se nazývá spojitá, platí-li (4), a ohraničená, jestliže pro některý ohraničený interval i platí (5). Je-li tedy A množinové těleso na množině S, je každé A-měřitelné funkci $f(x)$ v oboru S pomocí vztahu (1) přiřazena spojitá distribuce na A, která je ohraničená tehdy a jen tehdy, když $f(x)$ je ohraničená. Nemusí však obráceně každá spojitá distribuce na A tímto způsobem vzniknouti. Jestliže však A je množinové σ-těleso, t. j. takové množinové těleso, které spolu se spočetně mnoha množinami vždy obsahuje také jejich sjednocení, pak každá spojitá distribuce na A vznikne pomocí (1) z nějaké A-měřitelné funkce.

Budiž stále A množinové těleso na množině S a budiž dán ideál $\mathfrak{a}$ na A. Pro každé $a \in A$ označme $[a]$ příslušný prvek Booleova okruhu $A/\mathfrak{a}$. Dvě A-měřitelné funkce $f_1(x)$, $f_2(x)$ nazveme ekvivalentní, jestliže množina těch $x \in A$, pro něž $f_1(x) \neq f_2(x)$, je je nulová, při čemž nulovou množinou rozumíme každou množinu patřící do $\mathfrak{a}$. Množinu patřící do A nazveme A-měřitelnou. Pravíme, že $\mathfrak{a}$ je σ-ideál, jestliže každé sjednocení spočetně mnoha nulových množin je nulová množina; pravíme, že $\mathfrak{a}$ je σ'-ideál, jestliže každé A-měřitelné sjednocení spočetně mnoha nulových množin je nulová množina. Je-li nyní dána libovolná A-měřitelná funkce v oboru S, přiřadíme ji pomocí vztahu

$$\varphi(i) = [f^{-1}(i)] \tag{6}$$

distribuci φ na $A/\mathfrak{a}$. Jestliže $\mathfrak{a}$ je σ'-ideál, je φ spojitá distribuce. Dvěma ekvivalentním funkcím $f_1(x)$, $f_2(x)$ přiřazuje (6) touž distribuci. Jestliže $\mathfrak{a}$ je σ-ideál, pak dvěma neekvivalentním funkcím přiřazuje (6) dvě různé distribuce. Jestliže A je množinové σ-těleso a jestliže $\mathfrak{a}$ je σ-ideál, pak každá ohraničená spojitá distribuce na $A/\mathfrak{a}$ vznikne pomocí (6) z nějaké ohraničené A-měřitelné funkce. Tyto předpoklady jsou splněny na př. jestliže $S = R$, A je soustava všech Lebesgueovsky měřitelných množin a $\mathfrak{a}$ je soustava všech množin míry nula. Naproti tomu v tomto případě existují ohraničené spojité distribuce na A, které nevzniknou pomocí (1) z žádné A-měřitelné funkce a dokonce totéž zůstane v platnosti, i když A nahradíme libovolným s A isomorfním množinovým tělesem na jakékoli množině S.

Budiž nyní dán zcela libovolný Booleův okruh B. Potom lze udati na vhodné množině S množinové těleso A a σ-ideál $\mathfrak{a}$ na A tak, že existuje isomorfní zobrazení $h(B) = A/\mathfrak{a}$ a že platí toto. Každé ohraničené spojité distribuci φ na B lze přiřaditi A-měřitelnou funkci $f(x)$ v oboru S tak, že pro $i \in J$ jest

$$h\varphi(i) = [f^{-1}(i)],$$

kde lomená závorka opět znamená přechod od A k $A/\mathfrak{a}$.

Tyto a mnohé jiné výsledky odvodil Pospíšil na základě theorie charakterů spojitých distribucí a měřitelných funkcí. Slovo charakter má zde však zcela jiný význam než na dřívějších místech tohoto článku. Vyložím tento pojem pouze v jedné z jeho u Pospíšila se vyskytujících formulací. Budiž zase A množinové těleso na množině S, $\mathfrak{a}$ ideál na A; Φ nechť znamená soustavu všech ohraničených A-měřitelných funkcí. Potom charakter k přiřazuje každé funkci $f \in \Phi$ reálné číslo $k(f)$ tak, že (1) $k(f_1 + f_2) = k(f_1) + k(f_2)$, (2) $k(f_1 f_2) = k(f_1) \,.\, k(f_2)$, (3) pro žádný otevřený interval i obsahující číslo $k(f)$ není $f^{-1}(i) \in \mathfrak{a}$. Pro každý charakter k s pro libovolnou spojitou funkci g n reálných proměnných platí $kg(f_1, f_2, \ldots, f_n) = g(kf_1, kf_2, \ldots, kf_n)$. Jestliže na př. S znamená množinu všech přirozených čísel, A množinu všech částí množiny S, $\mathfrak{a}$ množinu všech konečných částí množiny S, pak pro každý charakter k jest

$$k(f) = \lim_{x \to \infty} f(x) \tag{7}$$

u všech těch funkcí $f \in \Phi$, u kterých pravá strana existuje. Přes to však počet všech charakterů v tomto příkladě je exp exp $\aleph_0$. V témž příkladě dvě funkce $f_1 \in \Phi$, $f_2 \in \Phi$, pro něž při každém charakteru k je $k(f_1) = k(f_2)$, nemusí býti ekvivalentní, jak plyne právě ze (7). Jestliže však $\mathfrak{a}$ je σ'-ideál, pak z rovnosti $k(f_1) = k(f_2)$ platné pro všecky charaktery k následuje ekvivalence funkcí f_1, f_2.

Z provedeného velmi neúplného rozboru Pospíšilových vědeckých prací lze si snad již učiniti dobrý obraz o rozmanitosti a hloubce výsledků, o něž obohatil matematickou vědu za necelých šest let, které uplynuly od vystudování university do jeho zatčení. Co vše by byl ještě vykonal, kdyby byl místo pouhých šesti let mohl vědě zasvětit aspoň let třicet! Vždyť Pospíšil nikterak nebyl jen topolog. Měl přes svoje mládí velmi všestranné znalosti na př. v základech geometrie, ve funkcionální analyse, v počtu pravděpodobnosti i v jiných matematických disciplinách, a kdyby mu bylo dopřáno ve vědecké práci pokračovati, nepochybuji o tom, že by jeho další výsledky vzbudily mezi matematiky všeobecně týž zájem a obdiv, jaký vzbudily jeho publikované práce u pěstitelů obecné topologie a matematické logiky. Všecky oprávněné naděje však zlomil hrubý zákrok gestapa, který mu nejprve podlomil zdraví a posléze připravil o mladý život a tak z našeho okruhu vyrval muže, který by byl jistě vyspěl ve vedoucího ducha české matematiky. Ztráta, kterou česká obec matematická utrpěla předčasným odchodem Bedřicha Pospíšila z tohoto světa, je ztráta velmi těžká a věru nenahraditelná.

Seznam vědeckých prací B. Pospíšila.

[1] Principe général pour déduire les équations fondamentales de la physique. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, **64**, 1935, str. 203 až 210.

[2] Un théorème sur n courbes simples dans le plan. Tamtéž, **64**, 1935, str. 293 až 297.

[3] Sur un problème de MM. S. Bernstein et A. Kolmogoroff. Tamtéž, **65**, 1936. str. 64 až 76.

[4] Mohutnost prostoru s hustou částí dané mohutnosti. Tamtéž, **67**, 1938, str. 89 až 96.

[5] Sur le nombre des topologies d'un ensemble donné. Tamtéž, **67**, 1938, str. 100 až 102.

[6] Théorèmes d'existence pour les caractères de points. Tamtéž, **67**, 1938, str. 249 až 255.

[7] Eine Bemerkung über vollständige Räume. Tamtéž, **70**, 1941, str. 38 až 41.

[8] Eine Bemerkung über stetige Verteilung. Tamtéž, **70**, 1941, str. 68 až 72.

[9] Eine Bemerkung über Funktionenfolgen. Tamtéž, **70**, 1941,*) str. 119 až 121.

[10] Trois Notes sur les espaces abstraits. Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Masarykovy university, č. **249**, 1937, str. 1 až 9.

[11] Sur les caractères des points dans les espaces topologiques. Tamtéž, č. **256**, 1938, str. 1 až 23.

[12] (Společně s E. Čechem.) Sur les espaces compacts. Tamtéž, č. **258**, 1938, str. 1 až 7.

[13] (Společně s E. Čechem.) Sur les caractères des points dans les espaces L. Tamtéž, č. **258**, 1938, str. 7 až 14.

[14] On bicompact spaces. Tamtéž, č. **270**, 1939, str. 1 až 16.

[15] Remark on bicompact spaces. Annals of Mathematics, **38**, 1937, str. 845 až 846.

[16] Sur les fonctions continues. Fundamenta Mathematicae, **31**, 1938, str. 262 až 268.

[17] Wesentliche Primideale in vollständigen Ringen. Tamtéž, **33**, 1939,**) str. 66 až 74.

[18] Über die meßbaren Funktionen. Mathematische Annalen, **117**, 1940, str. 327 až 355.

[19] Von den Verteilungen auf Booleschen Ringen. Tamtéž, **118**, 1941, str. 32 až 40.

---

*) 4. číslo tohoto ročníku obsahující Pospíšilův článek vyšlo ve skutečnosti až v roce 1946.

**) Tento svazek vyšel jako celek teprve v prosinci 1945, ale separátní otisky Pospíšilovy práce vyšly v roce 1939.

VYUČOVÁNÍ

Akustické intervaly.

Václav Skalický, Pardubice.

Akustické intervaly se předvádějí obyčejně na dvou stejně naladěných strunách polychordu, při čemž jedna z nich se postupně posuvnou kobylkou patřičně zkracuje. Výhodou je tu okolnost, že tvoříme intervaly postupně k témuž tónu základnímu. Při provádění pokusu však mnohý učitel, jenž nemusí být obdařen hudebním sluchem, narazí na zmíněnou nutnost stejného naladění obou strun. Výpomoc schopného žáka v tomto směru je sice vítána, neboť odpovídá duchu t. zv. činné pracovní metody, někdy však je ztráta času nežádoucí a neúměrná zisku z tohoto postupu plynoucímu.

Chceme-li demonstrovati j a k o u k o l i kvintu nebo jiný interval, můžeme užíti struny jediné a nestarati se vůbec o tón, na který je naladěna. Jedná-li se na př. o kvintu ($\frac{3}{2}$), rozdělíme kobylkou strunu v poměru 2 : 3 a předvedeme tóny obou jejích částí po sobě. Stupeň konsonance či disonance předváděného akordu ukáže se při tom postačujícím způsobem a víc zpravidla nepotřebujeme. Sestavíme-li si předem tabulku délek obou částí struny pro různé akordy, můžeme rychle předvésti jejich konsonanci bez jakýchkoli obtíží. Můžeme také dáti podobnou tabulku připraviti žákům jako cvičení. Pro polychord délky 100 *cm* jsou hodnoty uvedeny v připojené tabulce.

Při praktickém provádění pokusu předvádím žákům také interval 7/4 („přirozená septima“), jenž je lahodnější než malá sexta i obě septimy, nepatří však do zavedené hudební soustavy. Příslušná poznámka*) upozorní hudebně zainteresované žáky na některé moderní soustavy hudební (čtvrttóny). V posledních řádcích tabulky jsou zařazeny velký a malý celý tón, velký a malý půltón a diatonické koma.

Rozdíl mezi velkým a malým celým tónem, jenž je dán intervalem komatu, je hudebnímu sluchu postřehnutelný. Neodvážil bych se však s dobrým svědomím předváděti interval komatu

*) Nachtikal, Technická fysika, 2. vyd., Praha 1937, str. 228.

Interval	$b : a$	a/cm	b/cm
oktáva.........	2 : 1	33,33	66,67
kvinta	3 : 2	40	60
kvarta.........	4 : 3	42,86	57,14
v. sexta........	5 : 3	37,5	62,5
v. tercie	5 : 4	44,44	55,56
m. tercie	6 : 5	45,45	54,55
přiroz. septima .	7 : 4	36,36	63,64
m. sexta	8 : 5	38,46	61,54
m. septima	9 : 5	35,71	64,29
v. celý tón	9 : 8	47,06	52,94
m. celý tón	10 : 9	47,37	52,63
v. septima	15 : 8	34,78	65,22
v. půltón.......	16 : 15	48,39	51,61
m. půltón	25 : 24	48,98	51,02
diatonické koma	81 : 80	49,69	50,31

s dvěma strunami. V popsané úpravě pokusu je naprostá jistota, že předváděný interval, při němž obě části struny se liší svými délkami o zřetelný rozdíl, je skutečně diatonické koma. Doporučuji provést s žákem, jehož sluch je hudebně citlivý, pokus v tom smyslu, že mu předvádíme střídavě nahodile přesnou primu a koma tak, aby na pokus neviděl (a ovšem též, aby nemohl být ostatními žáky upozorněn), a dáme mu za úkol rozhodnouti sluchem, co je právě předváděno. Zjistíme tak bezpečně fakt, že interval komatu je hudebnímu sluchu skutečně zřetelný.

Druhý pohybový zákon.

B. Weiner, rg, Pardubice.

Při výkladu Newtonova 2. pohybového zákona se kladou poměrně velké požadavky na chápavost žáků, jak na vyšším, tak zejména na nižším stupni středních škol, a proto je třeba věnovati této choulostivé části dynamiky pozornost, aby se předešlo všemu, co překáží plnému pochopení zákona.

Přístroj. Především není bez významu, jakým způsobem se platnost zákona demonstruje, jmenovitě na nižším stupni. V modernějších učebnicích se správně uvádí známý přístroj podle

Schulze (Höfler) s vozíčkem, taženým padajícím závažím, ve starších pak Atwoodův padostroj. Po mém názoru se Atwoodův padostroj nehodí zejména pro nižší stupeň ani k důkazu zákona o volném pádu, ani k demonstraci 2. pohybového zákona, neboť je velmi obtížné přijatelně pro žáky vysvětliti jeho funkci i na vyšším stupni. Pak je to zařízení příliš umělé, naprosto vzdálené běžné zkušenosti žáka, nesporně choulostivé, jehož přesnosti ubývá s jeho stářím. Dr. Vl. Novák uvádí ve své Fysice na str. 134: „... studium pohybu na padostroji Atwoodově je velmi složité a nevede k dostatečně přesným hodnotám pro zrychlení g. Proto sluší dáti přednost padostrojům, kde těleso skutečně volně padá." I když se nemůžeme u zařízení s vozíčkem zbaviti toho, že výsledné zrychlení setrvačné hmoty M není přesně $a = gm/M$, nýbrž $a = gm/(M + m)$, kde M setrvačná hmota vozíčku a m setrvačná hmota padajícího závaží, přece jen můžeme zmenšiti tření vozíčku na kolejích prakticky na nulu (nakloněním kolejí). Při tom vliv gravitačního pole na setrvačnou hmotu vozíčku je eliminován a vnější síla (padající závaží) jest zřetelně oddělena od setrvačné hmoty vozíčku. Tím pojem setrvačné hmoty vozíčku jasně vynikne a není ničím zbytečně maten. Nemělo by se proto na pokus s vozíčkem právě popsaný zapomínati ani v učebnicích a ovšem ani u výrobců fysikálních pomůcek. Kromě toho se tímto přístrojem může ukázati ještě celá řada dalších pokusů, které souvisí s tímto základním, i těch, které patří do jiných oborů mechaniky.

Methodický postup. Dále se domnívám, že není methodicky správné se při demonstraci 2. pohybového zákona opírati o vztah $P = Ma$ nebo z něho vycházeti, poněvadž působením vnější síly se uvádí nejdříve těleso do pohybu, čímž nabývá po určité době t určité okamžité rychlosti v, která kromě toho závisí nepřímo na setrvačné hmotě tělesa M, takže platí nejdříve vztah $M \cdot v = P \cdot t$, který se dá na vozíčkovém zařízení, vhodně upraveném, přesvědčivě dokázati. Při tom se zde staví před oči žáků viditelně všechny základní fysikální prvky celého děje přímo měřitelné: M, v, P, t. Ve vztahu $P = M \cdot a$ jsou však rychlost a čas skryty ve zrychlení, které, ať se již konstatuje jakýmkoliv způsobem, je fysikální veličinou složenou a nadto mnohdy žákům dlouho nejasnou. Kromě toho vztah $P = M \cdot a$ svádí žáky posuzovati celý zjev jen po určitých celých časových intervalech (jednotkách) a nikoliv spojitě, jak si zaslouží, to jest i v kratších intervalech po případě libovolně krátkých. Tím se stává, že žáci nikdy nepochopí úplně tento zjev, zvláště jeho dynamickou stránku, což kladu na prvé místo, a na vyšším stupni pak ještě celou řadu dalších důsledků z něho vyplývajících. Teprve po ověření vztahu $M \cdot v = P \cdot t$, může se poukázati na to, že při stálé síle P a stálé hmotě setrvačné M rychlost v roste úměrně s časem, takže výsledný pohyb tělesa je nutně rovnoměrně zrychlený se stálým zrychlením $a = v/t$, čímž vztah $M . v = P . t$ nebývá konečného tvaru $M . a = P$.

A nyní, když je již žákům úplně jasné, že síla P uvádí hmotu M vozíčku do pohybu rovnoměrně zrychleného s konstantním zrychlením a, lze konečně dalším pokusem ukázati, že síla P je při konstantním zrychlení a úměrná setrvačné hmotě M, kterou uvádí do pohybu, čili zvětší-li se hmota v témže poměru jako síla P, proběhne vozíček dřívější dráhu za stejnou dobu t a dosáhne na konci téže dráhy stejné rychlosti jako před tím, takže podíl v/t je stále konstantní a tím i zrychlení tohoto pohybu. Podobně můžeme ukázati, že zrychlení pohybu pohybující se hmoty setrvačné M je přímo úměrné síle P, která hmotu M uvádí v pohyb, t. j. zvětšíme-li sílu P pohánějící vozíček při konstantní hmotě vozíčku M, v jistém poměru (na př. dvakrát), zvětší se i zrychlení v témže poměru. Při tomto pokuse se však setkáme s jistými potížemi, ježto výsledný pohyb nemůžeme pozorovati po téže dráze jako dříve. Doba totiž, za kterou proběhne vozíček stejnou dráhu, je v tomto případě $t_1 = t : \sqrt{2}$, takže ji nelze prakticky dobře měřiti. Tím nemůžeme bez delšího počítání určiti přesněji výsledné zrychlení a proto se musíme uchýliti ke vztahu již dříve uváděnému, který nám zde poměrně snadno a přesvědčivě ukáže, že zrychlení se skutečně zdvojnásobilo. Ze vztahu $M . v = P . t$ totiž jasně vyplývá, že na př. zdvojnásobí-li se síla P při konstantní setrvačné hmotě vozíčku M musí se při téže době t zdvojnásobiti i rychlost konečná v čili vozíček se musí vlivem síly $2 . P$ pohybovati stejnou dobu jako dříve, čili po dráze dvojnásobné, takže konečná rychlost je $v_1 = 2v$ a výsledné zrychlení je $a_1 = 2v/t = 2a$. Jinak je také možno tomuto vztahu vyhověti, působí-li dvojnásobná síla pouze po dobu $\frac{1}{2}t$, čili vozíček již po poloviční dráze dosáhne téže konečné rychlosti jako původně a výsledné zrychlení je opět $a_2 = v : \frac{1}{2}t = 2v/t = a_1 = 2a$.

Dokazovati závislost zrychlení na síle při konstantní hmotě padostrojem Galileovým jmenovitě na nižším stupni pokládám methodicky za naprosto pochybené a pro chápavost žáků neúnosné, neboť zde není zřetelně oddělena síla P od setrvačné hmoty M, padající koule.

ÚLOHY

Úlohy o jedné prostorové křivce.*)

V pravoúhlých souřadnicích kartézských x, y, z je dána křivka v parametrickém vyjádření (t je proměnný reálný parametr):

$$x = t, \quad y = \frac{t^2}{\sqrt{2}}, \quad z = \frac{t^3}{3}. \tag{1}$$

Dokažte následující tvrzení:

Oblouk s křivky (1) je

$$s = \int_{t_1}^{t_2} (1 + t^2)\, dt = [x + z]_{t_1}^{t_2}.$$

Směrové kosiny tečny $\mathbf{t}$, resp. hlavní normály $\mathbf{n}$, resp. binormály $\mathbf{b}$ jsou

$$\mathbf{t}\left(\frac{1}{1+t^2}, \frac{\sqrt{2}t}{1+t^2}, \frac{t^2}{1+t^2}\right)$$

$$\mathbf{n}\left(\frac{-\sqrt{2}t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{\sqrt{2}t}{1+t^2}\right)$$

$$\mathbf{b}\left(\frac{t^2}{1+t^2}, \frac{-\sqrt{2}t}{1+t^2}, \frac{1}{1+t^2}\right).$$

Napište rovnici oskulační roviny v obecném bodě křivky (1) a vypočítejte první křivost k_1 (flexi) i druhou křivost k_2 (torsi). Protože je $k_1 = k_2$, je křivka šroubovicí na obecném válci a protíná tedy pod konstantním úhlem ω jeho površky, jejichž směrové kosiny označme a, b, c, takže platí

$$(1 + t^2) \cos \omega = a + \sqrt{2}tb + t^2c.$$

Derivujeme-li tuto rovnici dvakrát podle t, vypočítáme snadno

$$\omega = \frac{\pi}{4}, \quad a = c = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad b = 0,$$

*) Tyto úlohy se hodí jako cvičení z diferenciální geometrie křivek, kde se příklady v učebnicích omezují většinou na šroubovici na rotačním válci a na konickou spirálu na rotačním kuželi.

takže zmíněný válec má toto parametrické vyjádření (v parametrech t, u):

$$x = t + \frac{1}{\sqrt{2}} u, \quad y = \frac{t^2}{\sqrt{2}}, \quad z = \frac{t^3}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} u. \tag{2}$$

Základna tohoto válce v rovině kolmé na směr jeho površek (na příklad v rovině $x + z = 0$) je kubická křivka, vyjádřená v parametru t rovnicemi

$$x = \frac{t}{6}(3 - t^2), \quad y = \frac{t^2}{\sqrt{2}}, \quad z = -\frac{t}{6}(3 - t^2),$$

které lze transformací souřadnic

$$\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - z), \quad \bar{y} = y, \quad \bar{z} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + z)$$

převésti na tvar

$$\bar{x} = \frac{t}{3\sqrt{2}}(3 - t^2), \quad \bar{y} = \frac{t^2}{\sqrt{2}}, \quad \bar{z} = 0.$$

Odtud zjistíme, že tato křivka má dvojnásobný bod pro $t = \pm\sqrt{3}$ s tečnami o směrnicích $\pm\sqrt{3}$ (v soustavě $\bar{x}, \bar{y}$).

Určete střed a poloměr oskulační koule v obecném bodě křivky (1) a dokažte, že tato křivka leží na hyperbolickém paraboloidu $3z = \sqrt{2} \,.\, xy$ a na kuželi $3xz = 2y^2$. Do roviny $z = 0$ promítá se křivka (1) jako parabola $x^2 = \sqrt{2} \,.\, y$, do roviny $y = 0$ se promítá jako kubická křivka $x^3 = 3z$ (mající v počátku inflexní bod s tečnou v ose X) a do roviny $x = 0$ se promítá jako Neilova (semikubická) parabola $9z^2 = 2\sqrt{2} \,.\, y^3$ (která má v počátku bod vratu s tečnou v ose Y). Křivka (1) je souměrná podle osy Y.

Dr *M. Sypták*, Brno.

Úlohy o determinantech.

1. Budiž D_m ($m \geqq 1$) determinant m-tého stupně, jehož $(2i + 1)$-ní a $(2i + 2)$-há řádka jsou

$$\begin{matrix} 0, a_1^i, 0, a_2^i, 0, a_3^i, 0, \ldots \\ a_1^i, 0, a_2^i, 0, a_3^i, 0, a_4^i, \ldots \end{matrix} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots).$$

Dokažte, že

$$D_{2n+1} = 0, \; D_{2n} = (-1)^n \prod_{1 \leqq \mu < \nu \leqq n} (a_\mu - a_\nu)^2. \tag{1}$$

2. Budiž D'_m ($m \geqq 1$) determinant m-tého stupně, jehož ($2i + 1$)-ní a ($2i + 2$)-há řádka jsou

$$\begin{matrix} a_1^i, & 0, & a_2^i, & 0, & a_3^i, & 0, & a_4^i, & \dots \\ 0, & a_1^i, & 0, & a_2^i, & 0, & a_3^i, & 0, & \dots \end{matrix} \qquad (i = 0, 1, 2, \dots).$$

Dokažte, že

$$D'_{2n} = (-1)^n D_{2n},\ D'_{2n+1} =$$

$$(2) \qquad = (-1)^n \prod_{1 \leqq \lambda \leqq n} (a_\lambda - a_{n+1}) \cdot \prod_{1 \leqq \mu < \nu \leqq n} (a_\mu - a_\nu)^2.$$

(T. zv. prázdné součiny značí jedničku, takže v (1), (2) je nutno čísti na př. $D_2 = -1$, $D'_1 = 1$, $D'_3 = a_2 - a_1$.)

3. Budiž Δ_{2n} ($n \geqq 1$) determinant stupně $2n$, jehož první řádka jest

$$\sin k_1 s,\ \cos k_1 s,\ \sin k_2 s,\ \cos k_2 s,\ \dots,\ \sin k_n s,\ \cos k_n s,$$

a jehož ostatní řádky obdržíme z první postupně první, druhou, ..., ($2n - 1$)-ní derivací podle s. Dokažte:

Δ_{2n} nezávisí na s, načež z (1) dostanete

$$\Delta_{2n} = (-1)^n k_1 k_2 \dots k_n \cdot \prod_{1 \leqq \mu < \nu \leqq n} (k_\mu^2 - k_\nu^2)^2.$$

Dr *M. Sypták*, Brno.

Za vládním radou Ladislavem Červenkou.

Václav Ingriš, Praha.

Dne 24. dubna 1947 zemřel ve věku 73 let vládní rada Ladislav Červenka, zemský školní inspektor v. v., čestný člen Jednoty československých matematiků a fysiků, čestný předseda Středoškolské sociální péče pro zemi Českou, chevalier de la Légion d'honneur. Jeho šedesátin vzpomněla Jednota československých matematiků a fysiků delším obsažným článkem profesora Q. Vettera v Časopise pro pěstování matematiky a fysiky, roč. 63, str. D 33, jeho sedmdesátých narozenin pak bylo vzpomenuto v Rozhledech matematicko-přírodovědeckých, roč. 23, str. 113.

Svoji vzpomínku na jubilanta začínal tehdy profesor Q. Vetter těmito slovy: „Je věru těžko psáti o vládním radovi Červenkovi. Jak nalézti vhodná slova, která by naznačila aspoň část toho všeho krásného, co o něm vypravují jeho spolupracovníci, podřízení, žáci, přátelé, co my všichni cítíme, a nerozhněvat si jeho jemnou skromnost, vyhýbající se všem vnějším okázalostem ...".

Bolestná úloha připadla mně, když jsem měl dne 29. dubna 1947 jako zástupce Jednoty československých matematiků a fysiků a zemské školní rady v Praze prosloviti posmrtnou vzpomínku u rakve tak vynikajícího školského odborníka, jakým byl vládní rada Ladislav Červenka. Pro mne osobně pak to byl úkol tím bolestnější, neboť jsem mu stál po boku ještě za jeho aktivní služby jako jeho přidělený profesor a měl jsem tak příležitost poznati jeho dobré srdce, jeho skromnost a laskavost, jeho péči o zlepšení sociálních poměrů středoškolských studentů i jeho hluboký a stále živý zájem o všechny otázky, týkající se střední školy, zejména pak našich bývalých reálek.

Životní dílo zesnulého vládního rady Ladislava Červenky tvoří plodná činnost učitelská, vzorné zastávání funkce zemského školního inspektora, všestranná a svědomitá práce odborně spisovatelská, dlouholetá činnost v Jednotě československých matematiků a fysiků a blahodárné působení v Středoškolské sociální péči.

Narodil se 26. února 1874 v Pardubicích, kde také prožil šťastná a klidná léta svého mládí a kde již v 17 letech na reálce maturoval s vyznamenáním. Pilným studiem a hlubokým zájmem o literaturu krásnou a odbornou i o cizí řeči nabyl širokého všestranného vzdělání. Již na pardubické reálce se seznámil zásluhou profesora Kolaříka s činností Jednoty matematiků a fysiků, řeše příklady uveřejňované v Časopise Jednoty. Na vysoké škole, zprvu na technice, později na universitě, studoval opět velmi svědomitě, takže již ve 22 letech dosáhl aprobace pro střední školy z matematiky a deskriptivní geometrie, a ještě před státními zkouškami byl ustanoven asistentem při reálném gymnasiu v Praze II.

Po krátké době asistování na české technice v Praze u profesora matematiky Blažka ve šk. roce 1895/96 a po vykonaných státních zkouškách působil na reálce v Praze II. a v Praze III. Po vykonání vojenské presenční služby se stal profesorem na reálce v Kutné Hoře a po sedmi letech na reálce v Praze VII. Za svého působení na středních školách měl vládní rada Červenka to štěstí, že působil s řadou vynikajících učitelů a odborníků. Již na pardubické reálce jako student poznal autora dějin deskriptivní geometrie profesora Lavičku a pozdějšího profesora matematiky na české technice v Praze M. Vaněčka. Na reálce v Praze II. konal zkušební rok u pozdějšího profesora brněnské techniky Antonína Suchardy a jeho ředitelem tu byl pozdější profesor deskriptivní geometrie na české technice v Praze Vincenc Jarolímek. Na reálce v Kutné Hoře byl za Červenkova působení ředitelem znamenitý matematik a metodik a autor vzorných učebnic geometrie pro vyšší třídy středních škol Alois Strnad. Není tedy divu, že se nadaný a po odborné stránce dobře připravený profesor Červenka vypracoval také na zdatného učitele a znamenitého metodika. Že byl Červenka vynikajícím učitelem, o tom svědčí nejen to, že byl později pověřen funkcí zemského školního inspektora, nýbrž i radostné vzpomínky jeho bývalých žáků to potvrzují. Dovedl u nich nenásilně vzbuditi lásku a nadšení pro své zamilované předměty a vychovávati je v ušlechtilé lidi a opravdové charaktery. Jeho úspěšné působení na reálce v Praze VII. přerušila pak první světová válka, z níž se vrátil až po převratu.

A tu již nastoupil službu u zemské školní rady v Praze jako zemský školní inspektor, přejímaje tím úkol daleko těžší a odpovědnější, býti pedagogickým a didaktickým rádcem a učitelem učitelů středoškolských. I na tomto poli své činnosti získal si vládní rada Červenka svým osobním působením, svými odbornými znalostmi i širokým rozhledem a znalostí lidských povah nemalé zásluhy. Jaký byl poměr profesora Červenky k žákům, takový byl i poměr zemského školního inspektora Červenky k profesorům: přátelský a otcovský. Nenásilně, bez výtek i nařizování, ale radou, přesvědčováním a povzbuzováním budil u svých učitelů lásku a zájem o předměty, jimž učili. Nikdy neříkal učiteli „musíte to dělat tak a tak", ale vždy mu taktně poradil svým známým způsobem „na jiné škole jsem viděl učitele, který to dělal tak a tak, zkuste to také a sdělte mi své zkušenosti". Inspektor Červenka se rád dal také poučiti. Vzpomínám si, že mně po inspekci říkával: „To je zvláštní, že se člověk na každé inspekci zase něčemu novému naučí a někdy i u učitele, u něhož by to ani nečekal". Dozorčí činnost nepůsobila mu zvláštní potíže. Konal ji rád a z inspekcí se vracel zpravidla s veselou myslí, zejména když viděl úspěchy při školní práci. A přece jsem byl někdy svědkem i smutku v jeho tváři. To bývalo tenkrát, když přece jen se některý profesor dopustil nějakého poklesku a on jako dozorčí orgán měl zakročit. Pak býval nešťasten, zejména když vinník byl ženat a byli by trpěli za jeho provinění i jiní, žena a děti. Disciplinární případy, ať žáků či učitelů, působily mu trpké chvíle a velké starosti. Často mi říkával: „Inspektorská funkce by byla krásná, kdyby nebylo při ní disciplinárních případů, jimiž se musí inspektor také zabývati". Dovedl jsem si proto vysvětliti, když jsem mezi korespondencí, kterou mně při svém odchodu z úřadu do pense odevzdal, našel také jeho žádost, ve které žádal po jednoročním působení v dozorčí službě ministerstvo školství a osvěty za zproštění inspektorské funkce, proč tak učinil. Odůvodňoval své rozhodnutí tím, že se svou povahou právě pro tuto nepříjemnou stránku dozorčí služby k ní nehodí. Ministerstvo školství a národní osvěty však jeho žádosti nevyhovělo, vědělo, koho by ztratilo. A když po patnáctiletém působení v této funkci odcházel vládní rada Červenka do výslužby, uvědomil ho pan ministr školství a národní osvěty vlastnoručním dopisem o tom, že vláda republiky mu vyslovila při jeho odchodu do trvalé výslužby zvláštní dík a uznání za jeho vynikající činnost v úřadě zemského školního inspektora a úspěchů plné působení na poli školské i vědecké kultury vůbec.

Vládní rada Ladislav Červenka má také zásluhy o vybudování francouzského reálného gymnasia v Praze. Francouzská vláda ho jmenovala za tyto zásluhy rytířem Čestné legie.

Obsáhlá byla také Červenkova činnost v různých komisích pro reformu a osnovy středních škol při Jednotě československých matematiků a fysiků a při ministerstvu školství a národní osvěty a v sekci VI. sjezdu československých přírodovědců, lékařů a inženýrů v Praze v r. 1928 pro matematické a přírodovědné vyučování. O výsledcích prací v těchto komisích referoval vládní rada Červenka ve Věstníku českých profesorů a ve Věstníku uvedeného sjezdu.

Výčet jednotlivých Červenkových článků a referátů o učebnicích matematiky a deskriptivní geometrie, o vyučování matematice a deskriptivní geometrii, o odborné terminologii a učebních pomůckách jest uveden ve výše citované jubilejní vzpomínce profesora Q. Vettera.

Velmi cennou pomůckou pro učitele středních škol jest Červenkova „Přednáška o vyučování matematice (s deskriptivní geometrií) na středních školách, zvláště reálkách, proslovená v poradě profesorů matematiky šesti českých pražských reálek dne 3. dubna 1925“ a „Poznámky o vyučování přírodním vědám na středních školách“ z r. 1930. Obě tyto práce nebyly vytištěny, byly jen rozmnoženy a dány odborníkům na ústavech. Nejsou to soustavné práce metodické, jsou v nich podány jen zkušenosti, jichž Červenka nabyl dlouholetou činností inspektorskou, jsou to však velmi cenné metodické pomůcky pro učitele, i když jsou psány formou stručnou a zhuštěnou. Jest jen litovati, že nebyly vydány tiskem.

Nejvýznačnější z Červenkových prací jsou jeho učebnice aritmetiky pro I. až III. třídu středních škol, které vyšly v několika vydáních a byly vydány také v jazyce slovenském a podkarpatoruském.

Zemský školní inspektor Červenka dbal také, aby se při vyučování užívalo správné mluvy, přesné terminologie a jednotné symboliky. Účastnil se proto velmi horlivě s profesory Dr. Vojtěchem, Dr. Vyčichlem a se mnou prací v komisi pro jednotné názvosloví v matematice a deskriptivní geometrii, které pak bylo Jednotou československých matematiků a fysiků přijato a jako závazné pro české školy obecné, měšťanské, střední a odborné schváleno ministerstvem školství a osvěty pod názvem „Názvy a značky elementární matematiky“.

S životem a úkolem naší Jednoty seznámil Červenku již jeho učitel matematiky a deskriptivní geometrie na reálce v Pardubicích profesor Kolařík, který byl tehdy na reálce jednatelem Jednoty. Proto se také abiturient Červenka hned po příchodu na pražskou techniku účastnil veškerého spolkového života Jednoty jako její horlivý člen, později knihovník a zpravodaj. Odchodem z Prahy na reálku v Kutné Hoře byla mu sice další spolková činnost v Jednotě znemožněna, ale hned po příchodu z Kutné Hory na reálku v Praze VII. stal se Červenka opět knihovníkem Jednoty, později pak stálým členem výboru a účastnil se prací v různých sekcích a komisích Jednoty. Za svou horlivou práci v Jednotě a za zásluhy o její rozvoj byl jmenován jejím čestným členem a v roce 1934 zvolen na tři léta i jejím předsedou.

Vládní rada Ladislav Červenka byl nejen znamenitým učitelem, vychovatelem a inspektorem, nýbrž i opravdovým přítelem a dobrodincem české studující mládeže. Pečoval vždy o to, aby každý nadaný žák, i když nemajetný, mohl studovati. Usiloval proto o vybudování velké organisace, ve které by se soustředila veškerá sociální péče a zdravotní péče o středoškolské studentstvo. A tak došlo v r. 1922 z jeho popudu nejprve k založení „Středoškolské sociální péče v Praze", z níž vybudoval jako její předseda významnou sociální organisaci, která se stala důležitou složkou sociální práce v Praze. V roce 1927 pak došlo zásluhou Červenkovou k sjednocení středoškolské sociální péče v celých Čechách a k ustavení „Středoškolské sociální péče pro Čechy", jejímž předsedou byl po celých devět let. Za jeho předsednictví byl koupen velký činžovní dům v Praze II., Dittrichova ul.; který byl značným nákladem upraven pro účely dívčího internátu. Za jeho vedení vybudovala Středoškolská sociální péče pro Čechy velké rekreační tábory pro hochy na Koutech, v Padolí na Moravě a zřídila dívčí letní zotavovnu v Hřešihlavech. Za zásluhy, jichž si vládní rada Červenka získal o Středoškolskou sociální péči pro Čechy, zvolil ho sbor delegátů při jeho odchodu do výslužby čestným předsedou spolku a zřídil na jeho počest v tehdejších třech rekreačních táborech po jednom stipendijním místě, které každé nese jméno vládního rady Ladislava Červenky.

Ani po odchodu do výslužby v roce 1935, kterou trávil ve svých rodných Pardubicích a v nedalekých Cholticích, neztratil vládní rada Červenka zájem o školu a o vše, co souviselo s jejím životem. Také jeho zájem o život v naší Jednotě byl stále živý. Dopisy, které jsem od něho dostával, byly plny dotazů o nových reformních snahách v našem školství. Stále, jako by byl v aktivní službě, sledoval, kde jeho bývalí profesoři působí, zda ten či onen ještě žije, a ještě v minulém roce si vyžádal ode mne jako v letech minulých i program maturitních zkoušek, aby mohl sledovati, kdy se na jednotlivých ústavech maturuje a kdo při zkouškách maturitních předsedá. Dovedu si dobře představiti, s jakým zájmem si asi program prohlížel a jak se mu vybavovaly vzpomínky na doby, kdy sám při zkouškách předsedal. V tomto školním roce už se maturit nedočkal. Odešel nám ještě před jejich zahájením tam, odkud není návratu ...

Louče se se zesnulým v pardubickém krematoriu končil jsem těmito slovy:

„Drahý pane vládní rado!

Po letmém vylíčení Vaší celoživotní tak úspěšné práce nastává pro mne okamžik přetěžkého rozloučení s Vámi. Jménem zemské školní rady v Praze a jménem Jednoty československých matematiků a fysiků děkuji Vám za vše, čím jste se zasloužil o naše střední školství, o odbornou přípravu nesčetných žáků pro život i o jejich mravní výchovu. Neméně vděčně děkuji Vám za Vaši plodnou činnost odborně literární i za Vaši velkou a záslužnou činnost pedagogickou a didaktickou ve službě dozorčí, která byla u Vás vždy prodchnuta vřelou láskou k naší střední škole, k jejím žákům i k jejím učitelům. V dějinách našeho středního školství i v kronice Jednoty československých matematiků a fysiků zůstane Vaše jméno zapsáno trvale na místě nejpřednějším."

VYUČOVÁNÍ

Tečny a normály kuželoseček.

M. Kruml, rg. Poděbrady.

V hodinách analytické geometrie řeší se zpravidla úlohy o tečnách a normálách kuželoseček řešením soustav rovnic, kde neznámými jsou souřadnice dotykových bodů. Chci zde krátce poukázat na jinou methodu řešení těchto úloh, která není nová, ale vede rychleji k cíli.

1. Tečny kuželoseček.

Pro jednoduchost uvažujme rovnice kuželoseček v poloze středové (kružnice, elipsa, hyperbola) a vrcholové (parabola). Z podmínek pro to, aby daná přímka

$$a \equiv y = kx + q \tag{1}$$

byla tečnou kuželosečky, dostaneme za předpokladu konstantního k (směrnice přímky) pro příslušný úsek q na ose y tyto rovnice:

u kružnice .... $q = \pm r \,.\, \sqrt{k^2 + 1}$,
u elipsy a hyperboly ..... $q = \pm \sqrt{a^2 . k^2 \pm b^2}$,
u paraboly .... $q = \dfrac{p}{2k}$.

Potom rovnice přímky a jako rovnice tečny kuželosečky bude

u kružnice .... $t \equiv y = kx \pm r . \sqrt{k^2 + 1}$, (2)
u elipsy a hyperboly ..... $t \equiv y = kx \pm \sqrt{a^2 . k^2 \pm b^2}$, (3)
u paraboly .... $t \equiv y = kx + \dfrac{p}{2k}$. (4)

Rovnice tečny kuželosečky obsahují nyní jedinou neznámou veličinu k, čímž výpočet se stává snadnější a rychlejší. Uveďme si příklady:

1. Bodem A (— 2; 1) veďte tečny ku parabole $y^2 = 4x$.

Jelikož bod A bude na tečně ležet, musí jeho souřadnice vyhovovati rovnici tečny paraboly (4); tato rovnice po dosazení

souřadnic bodu A a polovičního parametru $p = 2$ a po úpravě dává rovnici:

$$2k^2 + k - 1 = 0,$$

jejíž kořeny jsou

$$k_1 = -1 \text{ a } k_2 = \tfrac{1}{2}.$$

Dosazením těchto veličin do rovnice (4) dostaneme ihned rovnice tečen:

$$t_1 \equiv x + y + 1 = 0 \text{ a } t_2 \equiv x - 2y + 4 = 0.$$

2. Napište rovnici tečny elipsy $9x^2 + 25y^2 = 225$, která stojí kolmo na danou přímku $a \equiv 5x + 4y - 8 = 0$.

Z dané podmínky kolmosti dostaneme pro směrnici tečny hodnotu $k_t = -\dfrac{1}{k_a} = \frac{4}{5}$; jejím dosazením do rovnice (3) dostaneme ihned rovnice tečen:

$$t_{1,2} \equiv 4x - 5y \pm 25 = 0.$$

3. Určete geometrické místo průsečíků tečen hyperboly $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2 . b^2$, které stojí na sobě kolmo.

Rovnice tečen na sebe kolmých jsou podle rovnice (3):

$$y = kx \pm \sqrt{a^2 . k^2 - b^2}$$

$$y = -\frac{1}{k} . x \pm \sqrt{\frac{a^2}{k^2} - b^2}.$$

Násobíme-li druhou rovnici k, obě rovnice umocníme a sečteme, dostaneme po menší úpravě:

$$(k^2 + 1) . x^2 + (k^2 + 1) . y^2 = (k^2 + 1) . (a^2 - b^2),$$

t. j. rovnici kružnice ve středové poloze

$$x^2 + y^2 = a^2 - b^2,$$

kde

$$r = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Geometrickým místem průsečíků tečen hyperboly, které stojí na sobě kolmo, jest tedy — jak je nám odjinud známo — kružnice soustředná s hyperbolou o poloměru rovném $\sqrt{a^2 - b^2}$.

2. Normály kuželoseček.

Abychom snadno našli rovnici normály kuželoseček, vyjdeme od rovnice přímky určené bodem dotyku $T(x_1, y_1)$ a směrnicí k:

$$y - y_1 = k\,(x - x_1). \tag{5}$$

Na příklad: Vyjděme od rovnice hyperboly, do níž dosadíme souřadnice bodu dotyku x_1, y_1; směrnice normály jest $k = -\frac{a^2 . y_1}{b^2 . x_1}$.

Řešením těchto dvou rovnic podle x_1 a y_1 dostaneme:

$$x_1 = \pm \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - k^2 . b^2}} \text{ a } y_1 = \mp \frac{k . b^2}{\sqrt{a^2 - k^2 . b^2}},$$

které po dosazení do rovnice (5) určují již rovnice normál hyperboly:

$$n_{1,2} \equiv y = kx \pm \frac{k . (a^2 + b^2)}{\sqrt{a^2 - k^2 . b^2}}$$

o známé směrnici k. Stejným způsobem lze odvoditi i rovnice normál ostatních kuželoseček, takže dostaneme:

u kružnice .... $y = k . x$ (6)

u elipsy a hyperboly ..... $y = kx \pm \frac{k . (a^2 \mp b^2)}{\sqrt{a^2 \pm k^2 . b^2}}$ (7)

u paraboly .... $y = k . x - \frac{kp}{2} . (k^2 + 2)$. (8)

Uveďme si opět několik příkladů:

1. K elipse $9x^2 + 64y^2 = 576$ jest vésti normálu rovnoběžnou s přímkou $a \equiv 2x - y + 3 = 0$.

Dosadíme směrnici normály $k_n = k_a = 2$ a délky poloos $a = 8$, $b = 3$ do rovnice (7) a dostaneme po úpravě ihned rovnice hledaných normál:

$$n_{1,2} \equiv 2x - y \pm 11 = 0.$$

2. Napište rovnici tečny ke kružnici $x^2 + y^2 = 1$, která jest současně normálou k elipse $x^2 + 4y^2 = 4$.

Dosazením hodnot r, a, b z daných rovnic do rovnice (2) a (7) a vzájemným srovnáním těchto dvou rovnic dostaneme trinomickou rovnici:

$$k^4 - 4k^2 + 4 = 0,$$

která má dva dvojnásobné kořeny:

$$k_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{2}.$$

Jejich dosazením do rovnice (2) nebo (7) dostaneme pak rovnice žádaných přímek:

$$\sqrt{2} . x - y \pm \sqrt{3} = 0,$$
$$\sqrt{2} . x + y \mp \sqrt{3} = 0.$$

O stylu středoškolských učebnic aritmetiky.

Václav Skalický, Pardubice.

Užívám-li ve svém článku slova „styl“, nikoli „sloh“, činím tak úmyslně. Myslím při tom na programové zaměření učebnice, methodické pojetí úkolu, vloženého na ni osnovami a ovšem též na její zpracování výkladu látky po stránce obsahové i formální. K poslednímu řadím i vnější úpravu textu (na př. rozčlenění v menší celky a pod.) a sloh učebnice ve smyslu jazykovém. Je tedy sloh učebnice v tomto smyslu jen dílčí otázkou otázky širší, týkající se methodického stylu učebnice vůbec.

Pokusu, učinit jakýkoli závěr z úvah o methodickém stylu učebnic aritmetiky, musí předcházet ujasnění, jaká je, nebo má být vlastně funkce aritmetické učebnice (a vlastně všech matematických učebnic na střední škole). Potřeba takového ujasnění se vnucuje již tím, co si jistě každý učitel matematiky na střední škole uvědomil: Učebnice matematiky se v plné její funkci málokdy užívá. V nižších třídách slouží téměř jen jako sbírka úloh, ve vyšších třídách, kde se užívá osvědčených, dobrých sbírek úloh, odpadá často i tato funkce. Jsou snad naše učebnice matematiky špatné, nebo není možné učit se matematice z knih? Je snad výklad nutnou podmínkou zdaru matematického učení? Žádné vysvětlení neobstojí docela. Lze však uvésti řadu momentů, jež mohou aspoň zčásti přispěti k vysvětlení.

K matematice je třeba jistého talentu a živého zájmu. Má-li žák matematické nadání a dovede-li učitel u něho vzbudit zájem, odnáší si takový žák ze školního výkladu vše až na několik formulí nebo vět, jež má zapsány v sešitě a pro něž nemusí sahat k učebnici. Není-li žák nadán, nebo nedovede-li u něho učitel vzbudit zájem o svůj předmět, nepocítí žák vůbec touhu zabývat se matematikou víc, než je nezbytně nutné, dře požadované formule ze sešitu a různých „matematických konserv v kostce“, opisuje více či méně domácí cvičení a spoléhá na štěstí, že dostane při zkoušce něco podobného; učebnice se ani v tomto případě neuplatní.

Touha po učitelské originalitě vede často k tomu, že se učitel přímo snaží podat výklad jinak než učebnice, aby tak ukázal nezávislost svého vědění na ní. To je lidsky zcela pochopitelné, uvážíme-li neustálou možnost kritiky učitele se strany žáků, jež bývá obyčejně spíše nepříznivá než příznivá; nepříznivá, protože jen vůči dobrým a nejlepším učitelům nezaujatá. Tato touha po původnosti by však neměla jít tak daleko, že by se učebnice stala zbytečnou, nebo nepřiléhající k učitelovu pojetí dotyčného předmětu ať již v celku či v jednotlivostech.

Mnohé z toho, co chci dále podrobněji rozvést, platí stejnou měrou o učebnicích aritmetiky i geometrie. Pokládám však povahu geometrického vyučování za natolik odlišnou, že její učebnice mají své speciální problémy; další výklady budou se proto týkat jen aritmetické části našeho předmětu.

Učebnice aritmetiky pro střední školu mohla by náležet k některému z těchto tří typů:

a) „Samoučebnice", jíž by mohl bez dalšího užívat na příklad privatista, nebo i kdokoli s patřičnými předběžnými znalostmi. Slovo, jímž označuji tento typ učebnice, není zvlášť šťastně utvořeno; nebudeme však hledati nic jiného, neboť školní učebnice aritmetiky v našem pojetí nemůže být „samoučebnicí".

b) „Zkušebnice".[1]) Představa tenké knížky, obsahující jen soubor toho, co má žák znát při zkoušení, a ponechávající vše ostatní učiteli, je jistě lákavá, a bylo by možno uvésti pro ni významné hlasy. V aritmetice však není zpravidla zkoušení ve smyslu jiných předmětů, ba ani pověstného a obávaného opakování. (To je totiž v tomto předmětě stálé.) Konečně v matematice není látka hlavní věcí, ač ji též žádáme; není ničím nepravdivým, že hlavní zisk matematického vyučování tkví v tom, co zbude, když už žák matematiku zapomněl. „Zkušebnice" není proto též vhodným typem aritmetické učebnice.

c) Učebnice ve vlastním slova smyslu je tím pravým řešením. Měla by to být kniha, odpovídající tomuto požadavku: Aby žák, průměrně nadaný, jenž byl přítomen vyučování, pozorně sledoval výklad a zúčastnil se činně společné práce ve škole, mohl s pomocí učebnice utvrdit matematické poznání, získané ve škole. Při tom nemyslíme matematickým „poznáním" jen výsledek logicko-matematického uvažování (formule, početní schema, mechanické nacvičení početní operace); mnohem více je tu v popředí výcvik matematického myšlení, schopnosti tvořit logicky správné řetězy soudů a též schopnosti přesného vyjadřování. Krátce řečeno, matematickým poznáním je nám i cesta, ba hlavně cesta k tomu, co se běžně za matematické poznání pokládá.

Učebnice je tedy určena především žákovi. Učiteli však má být současně vodítkem ve volbě prostředků, jimiž lze vésti žáky k trvalému osvojení vědomostí a schopností. Učitel má svou úlohu přizpůsobit zavedené učebnici; musí být veden vědomím, že na jeho výkladu i celém vedení školní práce bude žák stavět podle učebnice. Vedle toho je učebnice, zvláště v nižších třídách, sbírkou příkladů ke školnímu nacvičování i domácím úkolům.

Úkol, kladený na učebnici, ovlivňuje její náplň po stránce vnitřní i vnější. Výběr látky je normován učebnou osnovou. Naše

[1]) Název viz v článku: Dr. Jos. Hendrich: Jak měřiti učebnou látku? (Střední škola XXI. 1941, str. 1.)

pozornost musí se tudíž obrátit jen k způsobu podání této látky, tedy k jejímu methodickému pojetí. Má být partie v učebnici věrným obrazem vyučovací hodiny? Zdálo by se, že lze beze všeho přisvědčiti. Při bližším rozboru se však toto řešení neukáže nejvhodnějším, je-li pojato příliš doslovně. Příčinou není jen rozmanitost pojetí výkladu téže látky u různých učitelů; neboť, předpokládáme-li schopného učitele, není určitý způsob podání nutnou podmínkou úspěchu. Proto i kdyby se lišil výklad v učebnici (o níž samozřejmě předpokládáme, že její autor je schopný učitel) od výkladu žákova učitele, mohla by učebnice přece jen dáti žákovi potřebné poučení. Je to spíše rozmanitost žáků, co určuje náš názor na úpravu výkladu v učebnici. Jsou mezi nimi žáci různě matematicky nadaní, od takových, kdož si odnášejí téměř vše už ze školy, až k těm, jimž je učebnice poslední nadějí. Vhodné řešení musí do jisté míry vyhovovat všem těmto stupňům. Že musí být v jistém smyslu kompromisní, není nic divného, ani skličujícího; stejnou vlastnost má vlastně celá školní práce.

Za dobré řešení ve smyslu právě vyloženém je možné pokládat takové, jež obsah učebnice rozděluje v řadu menších celků, přibližně stejně obsažných, z nichž každý odpovídá asi jedné vyučovací hodině. Každý z nich pak obsahuje část methodickou, v níž je žák veden vhodnými otázkami, jednoduchými příklady atd. až k poznání aritmetického faktu, aniž však tento fakt je ihned vyslovován. Tato část může posloužit učiteli (zvláště mladšímu) za vodítko k jeho methodické přípravě. Druhá část obsahuje materiál určený žákovi k trvalému zapamatování (aritmetická fakta: věty, vzorce, schemata početních operací a pod.). Žák nadanější má v této části „zkušebnici", kterou jedině potřebuje, žák méně nadaný sáhne i po methodické části, jež mu může výklad učitelův obnovit nebo dodatečně utvrdit a ujasnit. Obě části musí být od sebe nějak odlišeny. Vhodné je rozlišení velikostí písma (borgis pro methodickou část, garmond pro část závaznou pro žáka). Třetí částí (petit) jsou vedlejší poznámky, historické i jiné a cvičební příklady. Tato úprava se již osvědčila v učebnicích aritmetiky i jiných předmětů vydávaných Jednotou československých matematiků a fysiků.

Okolnost, že učebnice je určena především žákovi, nesmí být pramenem neoprávněných požadavků vůči ní. Byly a jsou pronášeny příkré soudy o aritmetických učebnicích; vytýká se jim malá srozumitelnost, na př. v poučení o tom, jak se ten či onen početní výkon provádí. Zapomíná se však při tom jednak, že již sama látka aritmetiky je mnohdy příčinou menší srozumitelnosti, dále, že učebnice není „samoučebnicí" a že jen doplňuje výklad učitelův. Učebnice aritmetiky má být ostatně též učebnicí toho, co je při vyučování matematice na střední škole věcí hlavní. Nejde nám jen o nacvičení mechanismu početního, na př. násobení zlomku zlomkem, slučování čísel relativních, úpravy a řešení rovnic a pod. Matematické vyučování má být též výcvikem přesného myšlení a vyjadřování. Je pravda, že mnohé pravidlo vyjádřené s matematickou přesností (jinak v učebnici vyjádřeno být nemůže) nepřispívá k snadnějšímu nadření pouhého početního mechanismu. Rovněž nepochybujeme o tom, že představa příslušného početního mechanismu by pro žáka vyplynula bezprostředněji z takového znění pravidla, jež učebnice matematického myšlení přinést nemůže. Pravidlo: „Zlomek násobíme zlomkem, násobíme-li čitatel čitatelem a jmenovatel jmenovatelem" je na první pohled jasnější než znění „Zlomek znásobíme zlomkem, lomíme-li součin čitatelů součinem jmenovatelů", nebo než znění „Součin dvou zlomků je zlomek, jehož čitatel je součin čitatelů a jmenovatel součin jmenovatelů obou činitelů". Znění prvé by se však nemělo v učebnici vůbec vyskytnout, neboť nevyjadřuje pravidlo celé; neví-li žák, co učinit po znásobení čitatelů a jmenovatelů, nedovede podle pravidla výkon provést. Učebnice však musí mluvit jasně a přesně, i když to není pohodlné; bez jisté námahy není nic dosažitelné, ani matematické poznání.

Ostatně nezapomínáme, že učebnice není „samoučebnicí", že je tu učitel, jenž může a má učiniti vše, aby došel cíle, i to, co učebnice udělat nemůže; tak na př. uvede podle přesného znění i takové, jež by přísnou kritiku nesneslo. Stejně neobsahuje učebnice nic z toho, co nejen osvěžuje školní práci, nýbrž i přispívá k trvalejšímu zažití poznaného (vhodně umístěný vtip, okamžité využití žákovy chyby k jeho poučení a pod.[2])). Žák, který sledoval výklad, pochopí při opakování podle učebnice i „nepopulární", méně průhledné, avšak přesnější znění a jeho matematické myšlení bude obohaceno. Na této okolnosti nezmění nic ani žáci, kteří byli nepozorní, ani učitelé, kteří nic z toho, co bylo výše naznačeno, nedělají.

Vlastní sloh učebnice (ve smyslu jazykovém) tvoří samostatný dílčí celek v naší otázce. Všeobecně pojednal o slohu učebnic Dr. J. V. Bečka[3]). S jeho vývody lze plně souhlasiti. Pokud se týče našeho předmětu, je možno ještě stanovisko poněkud doplnit a vyslovit určitěji.

Snaha, vyjadřovati se matematicky přesně, nesmí vésti k slohu, který nevyhovuje duchu češtiny. Svědomitý učitel vždy pamatuje, že vyučovací hodina kteréhokoli předmětu, koná-li se aspoň zčásti česky, je už tím současně hodinou vyučovacího jazyka. Matematicky přesné vyjadřování však také k slohu, který se nevyjadřuje

[2]) Sem patří i t. zv. historické poznámky, jež mohou být v učebnici co nejstručnější. Lze je vždy podle okolností rozhojnit a rozšířit.

[3]) Dr. J. V. Bečka: O slohu učebnic. — Střední škola **21** (1941), s. 25.

správně a pěkně česky, vésti nemusí. Je ovšem jisté, že sloh učebnice aritmetiky bude se na př. vždy lišit od slohu povídky nebo románu, neboť funkce jazyka je v obou porovnávaných případech jiná.

Úplně souhlasím, klade-li Vilém Mathesius[4]) za úkol našim školám vypěstění prostého, ale jasného a plynulého slohu sdělovacího; cituji doslovně: „... Všecko úsilí v hodinách věnovaných mateřskému jazyku upnout na to, aby jasný a plynulý sloh sdělovací se stal u nás obecným aspoň u těch, kdo mají vzdělání středoškolské. Je to úkol splnitelný a dokud nebude tohoto cíle dosaženo, nebudeme národem vpravdě kulturním, neboť i v oblasti jazykové se dá kulturní propracovanost národa měřit jen průměrem, který je patrný vždy a všude." Souhlasím a doplňuji prohlášením, že směřovati k tomuto cíli je úkol předmětů všech.[5]) Matematik má v tomto smyslu úkol těžký, ale vděčný a záslužný: učit přesně a obratně se vyjadřovat v mateřštině o věcech nejabstraktnějších a uvádět tak žáka nejen do matematiky, ale též v to, co Vilém Mathesius pěkně nazývá podivuhodnou dílnou řeči.[6]) Je jisté, že každý učitel nesplní úkol podle tohoto přání; stejně je však jisté, že tak má učinit učebnice, k níž sáhne žák, aby upevnil poznatky získané ve škole.

Studium učebnice je už prvým opakováním a nikoli primárním výkladem; proto může a má být její sloh příkladem dokonalé mluvy odborné. Krása jazyka záleží tu v tom, jakou měrou dovede jasně a přesně vyjádřit odborný fakt. S tohoto požadavku nelze slevit ani v učebnicích určených primánům; i s malými dětmi se má mluvit co možná přesně a jasně. Jen tak ubude u našich žáků všeobecné i odborné neobratnosti vyjadřovací, jež může být povážlivá tam, kde přesnost je věcí nezbytnou a jasnost věcí krajně žádoucí; matematika sem rozhodně patří. Vypěstování prostého, jasného a plynulého odborného slohu sdělovacího je rozhodně úkol mnohem vyšší než pěstování pouhé jazykové správnosti; ta je podle Vil. Mathesia k vypěstování slohu jen přípravou terénu. Musí se jí dbát, ale nesmí se přeceňovat. Její požadavky nesmějí zacházet až do pedantického puntičkářství, zvláště tehdy, střetnou-li se s požadavkem (v matematice samozřejmým) pojmové přesnosti a zřetelnosti. Téhož názoru je vynikající autorita, prof. Trávníček, jenž v Lidových novinách vyložil svého času (9. V. 1942), proč pokládá za správné klásti u větších čísel po „rovná se"

[4]) Vilém Mathesius: Krása jazyka. — Listy pro umění a kritiku 4 (1936), s. 321. — Z článku jsou vzaty i některé další postřehy.

[5]) Stejný názor obsahuje též článek: L. Červenka: Matematika a jazyk vyučovací. — Čas. mat. a fys. 55 (1926), s. 113.

[6]) Sborník „Čtení o jazyce a poesii". Uspořádali Boh. Havránek a Jan Mukařovský. Družstevní práce, Praha 1942. Stať „Řeč a sloh".

číslovku v prvním pádě, tedy na př. „rovná se šest set sedmdesát devět". Výslovně uvádí, že vyslovování a čtení početních úkonů je odlišné od jiných jazykových projevů, kde čísla jsou poměrně řídká; odchylku lze v zájmu zřetelnosti připustiti bez násilí na jazyku.

Jiná vlastnost, kterou můžeme požadovati od jazyka se stanoviska funkčního, je jistá ustálenost, aby příslušné kolísání nevzbuzovalo dojem neukázněnosti a libovůle. Aplikováno na aritmetiku, znamená to přísně jednotnou terminologii. Že se jí přidrží učebnice, mělo by být zaručeno aprobačním řízením. Aby si ji osvojili i žáci, to budiž úkolem učitelovým. Dobrá učebnice musí mu být v tom nápomocna; to však bude možné jen tehdy, bude-li se k ní žák obraceti o pomoc. I proto je nutné působiti v tom smyslu, aby se učebnic aritmetiky plně užívalo.

Normalisovanou terminologii by vhodně doplňovala normalisovaná frazeologie. V matematice není ostré hranice mezi nimi. Povaha věci však vždy povede k tomu, že frazeologie nebude tak přísně vázána jako terminologie. Autoru aritmetických učebnic připadá tu dost nesnadný úkol, jejž však zvládnouti lze; pomůže tu srovnávací studium různých odborných spisů.

Jak již bylo řečeno, je učebnice aritmetiky v nižších třídách vždy, ve vyšších někdy, také sbírkou úloh k cvičení. Úlohy mají být i formálně určité; ne tedy „někdo, kdosi, kg nějakého zboží", nýbrž „studující, úředník, q uhlí, kg cukru". V dramatisaci úloh však není třeba jít daleko. Stačí, je-li v každé úloze aspoň kus života.

Také vnější forma (úprava tisku, obrazce atd.) patří k učebnici; může přispívat k splnění jejího úkolu, právě tak, jako mu může škodit. Už z důvodů esteticky výchovných by měla být učebnicím i po této stránce věnována všemožná péče. U aritmetických učebnic přistupuje k tomu ještě požadavek, aby vhodná úprava umožnila lepší přehlednost a čitelnost obtížného textu. Jen tak lze z učebnice udělat to, čím má vždy být: spolehlivého pomocníka žákova i učitelova.

ZPRÁVY

Prof. Dr František Nušl osmdesátníkem. V plné duševní i tělesné svěžesti, nezlomen trýznivými léty okupace, neoslaben ve svém vědeckém snažení, dožívá se prof. Nušl dne 3. prosince t. r. osmdesátého roku svého plodného života. Řada devíti let výslužby profesora astronomie university Karlovy a ředitele Státní hvězdárny v Praze nijak nepotlačila jeho vřelý zájem o podstatné složky vlastní vědecké činnosti, o observatoř v Ondřejově, jejímž byl kmotrem a vychovatelem, a o jeho původní stroje k zjišťování zeměpisných souřadnic, zejména o vynikající přístroj cirkumzenitál. Tento získal jubilantovi a české astronomii i konstruktérské zdatnosti firmy Dr J. J. Friče vynikající zájem a úspěchy i v cizině. Nušl pracuje na observatoři neustále, zdokonaluje své přístroje, zkoumá zdroje jejich malých chyb a snaží se odstraniti je neustálým zlepšováním. Přežil šťastně temnou dobu okupace, člen Mafie z prvé světové války, kdy observatoř byla obsazena Němci, i dožil se okamžiku, kdy s kopule observatoře zavlála opětně vlajka našich barev. Okupanti se ovšem velmi zajímali o hlavní přístroj Nušlův, o cirkumzenitál, zamýšlejíce ho použíti za základní přístroj k měření souřadnic ve svých budoucích koloniích. Tak aspoň hovořil k Nušlovi jejich zmocněnec, jenž si přijel pro poučení a pro přístroj do Ondřejova. Chtěli od Nušla získat cenné zkušenosti, ale marně: Nušl nevydal nic; vyhýbavě poukazoval v rozmluvách na různé, přerůzné obtíže, spojené s řešením určitých úkolů, pro něž se má stroj používat. Druhý exemplář přístroje, majetek Vojenského zeměpisného ústavu, odvezli však přece do Berlína. V poslední době pracuje prof. Nušl na definitivním modelu (III.) přístroje; jeho původního tvaru, pouhé improvisace, užil úspěšně v mezinárodním měření zeměpisných délek již r. 1933 a podle zkušeností, postupně získávaných, jej od té doby neustále zlepšoval. Ve dvouletém badatelském plánu se má tento model vyzkoušet na observatoři definitivně; bude na něm pracovat s autorem přístroje, rada Státní hvězdárny, Dr Vladimír Guth, jenž již má cenné poznatky z prací Nušlovými přístroji z doby minulé. Výkony přístroje se budou porovnávat s výkony modelu prvého a také s výsledky měření některým druhem klasických přístrojů k měření souřadnic, jako je především stroj průchodní. K tomu všemu přejeme jubilantovi, neochvějně důvěřujícímu vždy a zejména za okupace ve vítězství Pravdy, jak vědecké tak politické, trvalou svěžest, pevné zdraví a zdar v práci na mnohá léta! *Otto Seydl.*

25 let od úmrtí prof. Čeňka Strouhala. Dne 23. ledna 1922 zemřel ve věku 72 let profesor fysiky na Karlově universitě PhDr Čeněk Strouhal. Vzpomínáme na něho nejen jako na vynikajícího fysika své doby, budovatele fysikálního ústavu Karlovy university, ale též jako na vzácného člena Jednoty. Profesor Posejpal ve svém nekrologu (Čas. mat. a fys. 51 (1922), 234) píše o tom doslova: „Zachytiti a zhodnotiti význam Strouhalův pro Jednotu, jíž náležel téměř od jejího vzniku, znamenalo by téměř psáti dějiny této Jednoty. Tak málo je význačných událostí a vážných kroků ve vývoji naší Jednoty, s nimiž by jméno Strouhalovo nebylo spojeno."

Kromě svých vědeckých prací, jimiž si zajistil provždy význačné místo mezi experimentálními fysiky zvláště v akustice a v oboru magnetických a galvanických vlastností ocele, zanechal Strouhal po sobě první rozsáhlou učebnici Experimentální fysiku, jejíž čtyři díly sepsal v letech 1901 až 1919, částečně za spolupráce prof. Kučery a Nováka. První díl Mechaniku nově sepsal s užitím druhého vydání v r. 1933 zemřelý prof. Záviška jako první díl nového vydání Strouhalovy experimentální fysiky. K novému vydání dalších dílů (Akustika, Thermika, Optika) bohužel zatím nedošlo, ani k doplnění díla Elektřinou a Magnetismem, k jejímuž sepsání se Strouhal sám již nedostal. Tak si po dvacetipěti letech uvědomujeme, kolik jsme ještě jeho památce dlužni.

Strouhal je pochován ve své rodné obci Seči na Chrudimsku a na jeho rodném domě je pamětní deska instalovaná péčí Jednoty.

Redakce.

Mezinárodní konference o měřicích přístrojích a jejich použití v průmyslové praxi (Instruments and Measurements Conference Stockholm 1947) konala se ve Stockholmu v první polovině června 1947. Pořádala ji Královská švédská akademie technických věd a Společnost švédských technických fysiků se Společností švédských metalografů a Švédskou společností strojních inženýrů. Konference se zúčastnilo asi 500 osob, z nichž asi 100 cizinců, z Československa 11 osob.

Předsedou konference byl prof. E. Velander, ředitel Král. švédské akademie technických věd. Ve své zahajovací řeči mimo jiné zdůraznil, že nynější doba klade stále větší požadavky na výkonnost provozu, čímž stoupá zodpovědnost kontroly a zkušebních laboratoří, neboť pečlivý dozor nad provozními prostředky je velmi důležitý, chceme-li zameziti abnormální opotřebování nebo vady ve výrobcích. Konference sloužila tedy k mezinárodní výměně nových poznatků a informací o nových přístrojích a měřicích methodách.

Bylo prosloveno ve třech zájmových skupinách celkem 47 přednášek, které se týkaly metrologie, zkoušení materiálu, měření mechanických vlastností látek, měření a regulace teplot, průmyslového použití spektroskopie a pod. Z našich účastníků přednášeli dr A. Kochanovská o použití spektrální analysy sekundárního Röntgenova záření pro průmyslové účely a dr L. Jeníček o určování vlhkosti slévárenského písku.

V rámci konference byla uspořádána též mezinárodní výstava měřicích přístrojů a laboratorních zařízení, na které se zúčastnily firmy anglické, francouzské, holandské, italské, švédské, švýcarské, americké a 1 firma rakouská a 1 německá. Dále vystavoval náš národní podnik Meopta, závody Somet a Srb a Štys (měrky, mikrometry, mikroskopy a jiné optické přístroje) a firma J. a J. Frič (polarimetry).

Z vystavených přístrojů je třeba uvésti zvlášť elektronový mikroskop Philips se zvětšením 1000 až 50 000 (cena asi 1 milion Kčs) vedle podobného přístroje amerického a menšího typu švédského. *R.*

Poznámka k vyučování bez tabule. K článku kol. Římana v 70. ročníku podotýkám, že je účelnější, nesedí-li učitel při tomto způsobu vyučování za katedrou, ale přechází mezi lavicemi. Místo výpočtu, který by si sám psal, vidí tak zápisky žáků — nemusí si proto snad všechno pamatovat v hlavě. Má to při tom tu nespornou výhodu, že kontroluje, co žáci skutečně zapisují (často slyší žák jedno a píše něco jiného) a jak stačí diktujícímu.

Je-li při tom jen trochu bedlivým pozorovatelem, všimne si profesor také, které výpočty (nebo které jejich části) a které věty žáci dobře neovládají, vysvětlí je tedy (nebo zopakuje) na menším příkladu znova, připomene to které určité pravidlo a pod.

Stálou kontrolou a nepatrnými pokyny může profesor působit i na úpravu a psaní žáků. Kolik chyb vzniklo právě jen z nepořádného psaní!

Jinak nutno tuto methodu opravdu doporučiti, neboť posiluje sebedůvěru a cvičí samostatnou práci žáků. Dr *A. Hyška,* Olomouc.

O nových školních filmech. Ústav pro kreslený film podle zprávy „Filmu a diapositivu" dohotovil fysikální film „Dvoutaktní motor" a kreslí se Huygensův princip. Kromě toho byly v témže ústavu vyrobeny filmy geometrické o kuželosečkách. Dosud nebylo ve Věstníku MŠO publikováno schválení žádného ze jmenovaných filmů. Bylo by žádoucí, aby odborné komise pro matematiku, fysiku a chemii při JČMF byly zvány ke spolupráci na námětech i během výroby kreslených filmů. Veřejně předvedená ukázka filmu „Parabola" v Ústavu pro film a diapositiv středoškolským profesorům nebyla dokladem filmu uspokojujícího všechny základní didaktické požadavky na dobrý film. Zmiňuje se o tom také zems. insp. Holubář v časopise Film a diapositiv roč. 1, čís. 4, str. 57. *E. K.*

Seznamy základních pomůcek pro střední školy. *Geometrie.* Péčí zemské školní rady v Praze za součinnosti komise pro methodiku matematiky a deskriptivní geometrie při JČMF a VÚP byl pořízen seznam základních pomůcek z geometrie.

Chemie. Komise pro methodiku chemie při JČMF vypracovala seznam základních pomůcek z chemie. Jest úplný až na technologické obrazy.

Fysika. VÚP vypracoval návrh na seznam základních pomůcek z fysiky. Po doplnění podle připraveného materiálu komise pro methodiku fysiky při JČMF bude elaborát předložen komisi k definitivní recensi.

Seznamy z ostatních předmětů jsou připravovány. Všechny tyto seznamy budou jednotně upraveny a mají být předloženy ke schválení MŠO ještě v rámci dvouletého plánu. *E. K.*

Situace na trhu pomůcek se nezlepšuje, spíše se horší. Příčin je řada. Jedna z nejvážnějších je ta, že výrobci se během války přeorientovali na výrobu seriových výrobků pro jinou potřebu a ze stávající konjunktury nejsou ochotni se vrátit k výrobě pro školní potřebu. Výroba školních pomůcek — myslím tím pomůcky didaktické: fysikální přístroje, modely pro geometrii, krystalografii a pod. — není tak výhodná už proto, že odbyt je poměrně malý. Středních škol je v Čechách a na Moravě asi 250, částečně jsou kabinety pomůckami hojně — i když ne moderně — vybaveny. Skutečná potřeba středoškolských pomůcek je tedy taková, že by vedla k seriím zpravidla desítkovým. Připočítáme-li k tomu nízké dotace na kabinety, které zůstaly na předválečné úrovni, obtíže s dodávkami surovin, obtíže s obstaráváním objednávek, zpoždění platové, nedostatek odborných zaměstnanců, pochopíme chladný postoj bývalých výrobců školních pomůcek k obnově dřívější práce. Zdá se, že zájem o školní pomůcky je u nich spíše akademický, diktován hlavně předtuchou, že dnešní konjunktura je dočasná a že přijdou doby, kdy se škola stane opět ctěným, protože stálým a bezpečně platícím zákazníkem.

Zatím však jest třeba něco učiniti pro rychlé odstranění nejtíživější tísně, t. j. aby aspoň nejpotřebnější pomůcky byly vyráběny. V té věci Výzkumný ústav pedagogický s komisí pro učební pomůcky dal popud k akci, jež by urychleně učinila konec ve stagnaci výroby pomůcek. Za tím účelem bude pravděpodobně během podzimu uvedena v život subskripční akce. Školám bude oznámeno, které pomůcky a za kterou cenu jest možno v dohledné době vyráběti a zároveň budou vyzvány, aby závazně objednaly, co z toho potřebují. Protože jest akce v přípravném stadiu, nelze zatím nic bližšího sděliti. Příslušní referenti MŠO byli do věci zainteresováni a požádáni o organisační pomoc.

Druhá bolest jest oprava pomůcek a přístrojů. Zde jest to neméně tíživé. Školy mají mnoho pomůcek opravy schopných a opravy se buď nemohou dočkat nebo firmy vůbec odmítají opravy dělat. Myslím, že zde nebude možno čekat zlepšení, dokud nenastanou změny na pracovním trhu. *E. K.*

Pomůcky pro geometrii. Na popud zemské školní rady v Praze byl učiněn pokus opatřiti hromadně pomůcky z geometrie středním školám. Zemské školní rady obstaraly statistiku chybějících modelů. Ani s tímto materiálem nebylo možno pohnouti výrobou. Některé z těchto pomůcek — pokud víme — však lze jednotlivě dostati, a to u fy Logia v Praze XVI, Radlická 25 a u fy Ant. Bečica, Brno, Židenice, Rokycanova 5. Upozorňujeme však, že ani jednoduché modely nebývají vždy vyhovující. Nevyhovují jednak didakticky (neobsahují žádoucí řezy, příčky a pod.), jednak technicky (řezy dřevěných modelů velmi špatně provedeny, letování drátěných modelů nedrží atd.).

Proto doporučujeme, aby školy žádaly vždy od výrobců pomůcky doporučené Výzkumným ústavem pedagogickým. Připravuje se v této věci normalisace, která pravděpodobně nejdříve zasáhne právě pomůcky geometrické. Normy budou publikovány. *E. K.*

Návody pro fysikální praktika nebylo možno opatřiti pro hospodářské potíže. *E. K.*

LITERATURA

A. Recense vědeckých publikací.*)

Л. С. Понтрягин: Непрерывные группы (Математика в монографиях, основная серия, кн. III), Москва-Ленинград 1938, стр. 316.

Anglický překlad: **L. S. Pontrjagin:** Topological Groups. Princeton Mathematical Series, sv. 2. Princeton University Press, Princeton, 1939. IX + 299 str. $ 4,00.

Pontrjaginova monografie, věnovaná theorii spojitých čili topologických grup — první a zatím jediná ve světové literatuře — vyšla již před 9 léty, avšak dosud o ní nemohlo býti referováno. Theorie spojitých grup vznikla původně jako theorie grup spojitých transformací a to především Lieových grup, t. j. grup, v nichž lze zavést souřadnice. Lieovy grupy jsou však pouze velmi speciálním případem obecné topologické grupy, jejíž axiomatické zavedení leží nasnadě, jakmile máme pojmy topologického prostoru a abstraktní grupy. Ve své knize podává Pontrjagin jednak theorii topologických grup, při čemž se omezuje na separabilní lokálně kompaktní grupy, jednak moderní a logicky bezvadný výklad základů theorie Lieových grup.

První dvě kapitoly mají úvodní ráz a obsahují běžné definice a věty z theorie grup a topologických prostorů (u topologických prostorů se požaduje splnění axiomů $\overline{A+B} = \overline{A} + \overline{B}$ a $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$, jakož i uzavřenost jednobodových množin).

V III. kapitole jsou vyloženy základní pojmy theorie topologických grup a některé obecné výsledky, jejichž důkaz nevyžaduje hlubších úvah. Topologickou grupou nazýváme grupu G, jež je současně topologickým prostorem, při čemž grupové operace jsou spojité (stačí požadovat, aby xy^{-1} záviselo spojitě na x i y současně). Každá topologická grupa je regulárním topologickým prostorem (dokonce úplně regulárním prostorem; tato věta, jež pochází rovněž od Pontrjagina, není v knize uvedena). Podgrupou topologické grupy nazýváme podgrupu ve smyslu theorie abstraktních grup,[1]) jež je zároveň uzavřenou množinou. Definice normální podgrupy, faktorové grupy atd. jsou pak nasnadě. Zobrazení topologické grupy G do topologické grupy H se nazývá homomorfním, je-li spojité a zároveň homomorfní ve smyslu obstraktních grup; je-li homomorfní zobrazení prosté a je-li při tom inversní zobrazení spojité, pak mluvíme o isomorfním zobrazení (isomorfismu). Na rozdíl od abstraktních grup platí zde věta o homomorfismu (která praví, že každá grupa H, která je homomorfním obrazem dané grupy G, je isomorfní s jistou faktorovou grupou grupy G) obecně pouze za předpokladu, že jde o homomorfismus otevřený, t. j. takový, že obraz otevřené množiny je vždy otevřený. Předpokládáme-li však, že obě grupy G a H jsou separabilní lokálně kompaktní, pak každý homomorfismus je otevřený a věta o homomorfismu platí v plném rozsahu.

[1]) Grupu, v níž není zavedena topologie, nazýváme někdy abstraktní grupou (na rozdíl od topologické grupy).

*) Z obsahu recensí odpovídají podepsaní pp. recensenti sami.

Autor přechází pak k souvislým grupám a grupám dimense 0 a zakončuje kapitolu zavedením pojmu lokální topologické grupy (jejímž speciálním případem je Lieova grupa). Nechť G je topologický prostor. Nechť pro některé dvojice prvků $a \in G$, $b \in G$ je definován součin $ab \in G$, při čemž jsou splněny tyto podmínky: (1) $(ab)c = a(bc)$, kdykoli obě strany rovnosti mají smysl; (2) je-li definován součin ab, pak součin xy je definován pro všechna x a y dostatečně blízká k a a b a závisí spojitě na x a y; (3) existuje jednotkový prvek $e \in G$ takový, že $ae = a$ pro každé $a \in G$; (4) jestliže pro některé $a \in G$ existuje prvek $a^{-1} \in G$ takový, že $aa^{-1} = e$, pak pro libovolné okolí U prvku a^{-1} platí: pro každé x dostatečně blízké k a existuje prvek $x^{-1} \in U$ takový, že $xx^{-1} = e$.

Je zřejmé, že každé otevřené okolí jednotkového prvku v topologické grupě je lokální topologickou grupou. Naproti tomu není známo, zda každá lokální topologická grupa je lokálně isomorfní s některou topologickou grupou; tento problém je rozřešen (v kladném smyslu) pouze pro Lieovy grupy.

Pro lokální topologické grupy se definují pojmy podgrupy, faktorové grupy atd. způsobem, který leží celkem nasnadě. Uvedeme pouze definici lokálního isomorfismu. Nechť G a G' jsou lokální topologické grupy. Nechť $U \subset G$, $K' \subset G'$ jsou otevřená okolí jednotek $e \in G$ a $e' \in G'$. Nechť φ je homeomorfní zobrazení U na U', které převádí e v e' a splňuje podmínku $\varphi(ab) = \varphi(a)\,\varphi(b)$, kdykoli je definován součin ab nebo $\varphi(a)\,\varphi(b)$. Pak říkáme, že φ je lokální isomorfismus lokálních grup G a G'.

Ve IV. kapitole podává autor theorii lineárních representací separabilních kompaktních topologických grup, t. j. jejich homomorfních zobrazení do grupy regulárních matic n-tého řádu. Nejdříve definuje invariantní integrál na topologické grupě G jako operaci, která přiřazuje každé spojité funkci $f(x)$ na G číslo $\int f(x)\,\mathrm{d}x$, splňující mimo obvyklé podmínky, jež se kladou na integrál, ještě podmínku invariantnosti: je-li $f(x)$ spojitá funkce na x a je-li $g(x) = f(x^{-1})$ nebo $g(x) = f(xa)$ nebo $g(x) = f(ax)$, kde $a \in G$, pak $\int g(x)\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x$. Invariantní integrál na kompaktní grupě se nyní sestrojí jako limita (ve smyslu, jenž je v knize přesně definován) součtů $\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} f(xa_i)$, $a_i \in G$; dokáže se dále, že invariantní integrál je určen jednoznačně, požadujeme-li ještě $\int 1\,\mathrm{d}x = 1$.

Jakmile máme invariantní integrál, nečiní potíží přenést na integrály na grupě některé věty z theorie integrálních rovnic. Na základě těchto vět podává pak autor důkaz (jenž je zjednodušením původního důkazu, pocházejícího od Petera a Weyla) hlavní věty theorie lineární representace kompaktních grup. Tato věta praví v podstatě, že ke každému prvku $a \neq e$ ze separabilní kompaktní topologické grupy G existuje lineární representace g taková, že $g(a)$ není jednotková matice. — Kapitola končí některými důsledky hlavní věty a její aplikací na důkaz hlavní věty theorie skoro periodických funkcí.[2])

V. kapitola obsahuje theorii komutativních separabilních lokálně kompaktních grup, již vytvořil v podstatě Pontrjagin. Označme K grupu reálných čísel mod 1 (t. j. faktorovou grupu aditivní grupy reálných čísel podle

[2]) Říkáme, že komplexní funkce $f(x)$, definovaná pro všechna reálná x, je skoro periodická, jestliže z každé posloupnosti funkcí $f(x + a_n)$, $n = 1, 2, \ldots$ lze vybrat posloupnost stejnoměrně konvergentní. Zmíněná hlavní věta tvrdí, že každá skoro periodická funkce je stejnoměrnou limitou součtů tvaru $\sum_{n=1}^{m} e^{i\lambda_n x}$.

podgrupy čísel celých) nebo — což je až na isomorfismus totéž — grupu komplexních čísel z, $|z| = 1$, s násobením jako grupovou operací. Homomorfismus topologické grupy G do K nazveme charakterem grupy G. Předpokládejme nyní stále, že G je komutativní separabilní lokálně kompaktní topologická grupa. Z theorie lineárních representací pak plyne: pro každý prvek $x \in G$, různý od nuly,[3] existuje charakter α takový, že $\alpha(x) \neq 0$. V množině X všech charakterů grupy G definujeme nyní sčítání zřejmým způsobem a topologii tak, že za okolí nuly prohlásíme každou množinu, která se skládá ze všech $\alpha \in X$ takových, že $\alpha(F) \subset U$, kde $F \subset G$ je kompaktní a $U \subset K$ je okolí nuly. Snadno se dokáže, že X je pak separabilní lokálně kompaktní topologická grupa — t. zv. grupa charakterů grupy G. Mnohem obtížnější je důkaz Pontrjaginovy věty o dualitě, jenž zabírá značnou část kapitoly. Je totiž zřejmé, že zvolíme-li pevně $g \in G$ a přiřadíme každému $\alpha \in X$ prvek $\alpha(g) \in K$, pak dostaneme charakter grupy X. Zmíněná věta tvrdí pak, že každý charakter grupy X se dá vyjádřit tímto způsobem a že topologie grupy G, kterou dostaneme, když ji považujeme za grupu charakterů grupy X, je totožná s její původní topologií. V podstatě tvrdí tedy tato věta, že vztah mezi G a X je symetrický.

Mezi vlastnostmi grup G a X je vzájemně jednoznačná korespondence. Tak G je kompaktní (diskretní[4]), když a jen když X je diskretní (kompaktní); G je kontinuum (t. j. souvislá kompaktní), když a jen když X je diskretní grupa bez prvků konečného řádu. Zvlášť důležité je to, že studium kompaktní grupy G lze převést na zkoumání diskretní grupy X, t. j. na otázky abstraktní theorie grup (bez topologických úvah).

Theorie charakterů a věta o dualitě je dále v V. kapitole aplikována na souvislé lokálně souvislé grupy. Jejich struktura je úplně vyšetřena a je zřejmá z následující věty: každá souvislá lokálně souvislá[5]) separabilní lokálně kompaktní komutativní grupa je — až na isomorfismus — direktním součinem konečného počtu grup isomorfních s grupou reálných čísel a nejvýše spočetného počtu grup isomorfních s grupou K.

Kapitola končí větou o topologických tělesech, jež je jednou z nejkrásnějších aplikací theorie topologických grup. Tato věta, jež pochází rovněž od Pontrjagina, praví, že každé souvislé separabilní lokálně kompaktní topologické těleso (t. j. těleso ve smyslu algebry, jež je zároveň topologickým prostorem, při čemž operace sčítání a násobení jsou spojité) je isomorfní buď s tělesem reálných čísel nebo s tělesem komplexních čísel anebo s tělesem kvaternionů.

VI. kapitola uvádí čtenáře do theorie Lieových grup. Jak praví autor, klasické podání této theorie není s hlediska logické přesnosti zcela vyhovující, neboť se v něm leckdy předpokládá na př. existence derivace některých funkcí, aniž by se tato okolnost dokázala anebo výslovně uvedla jako předpoklad. Je tedy nutné nejdříve podat logicky bezvadným způsobem základy theorie, což právě činí autor v této kapitole. Nejprve je definována lokální Lieova grupa. Nechť G je lokální topologická grupa. Nechť existuje homeomorfní zobrazení $\varphi(x) = (x^1, \ldots x^r)$ jistého okolí jednotky v G na jisté otevřené okolí počátku v r-rozměrném euklidovském prostoru; čísla $x^1, \ldots, x^r$ nazveme souřadnicemi prvku x (při zobrazení čili „souřadném systému" φ). Položme

[3]) Ježto G je komutativní, myslíme si ji psanou aditivně a neutrální prvek nazýváme nulou.

[4]) Připomínáme, že topologickou grupu nazýváme diskretní, když každý její bod je isolovaný; je zřejmé, že stačí studovat takovou grupu jako grupu abstraktní (bez topologie).

[5]) Topologický prostor R je souvislý, když není $R = A + B$, A, B uzavřené, $AB = \emptyset$, $A \neq \emptyset \neq B$; je lokálně souvislý, když každý jeho bod má „libovolně malá" souvislá okolí.

pro dostatečně malá x^i, y^i $f^i(x^1, \ldots, x^r, y^1, \ldots, y^r) = z^i$, kde z^i jsou souřadnice prvku $z = xy$ a x, y jsou prvky o souřadnicích $x^1, \ldots, x^r$, resp. $y^1, \ldots, y^r$. Jestliže při vhodné volbě zobrazení φ platí (*) funkce f^i mají spojité derivace až do 3. řádu včetně; (**) funkce f^i jsou analytické, pak říkáme, že G je lokální Lieova grupa, a sice v případě (*) diferencovatelná, v případě (**) analytická. Zřejmě z (**) plyne (*); lze ukázat (důkaz je proveden v IX. kapitole), že také z (*) plyne (**), takže nemusíme rozlišovat dva druhy lokálních Lieových grup. Konečně Lieovou grupou nazveme separabilní topologickou grupu, která je zároveň lokální Lieovou grupou.

Nyní vznikají tyto otázky: (1) Mějme dva souřadné systémy $\varphi(x) = (x^1, \ldots, x^r)$, $'\varphi(x) = ('x^1, \ldots, 'x^r)$ v lokální Lieově grupě G. V okolí bodu $(0, \ldots, 0)$ jsou pak veličiny $'x^i$ funkcemi veličin x^i. Mají tyto funkce derivace, resp. jsou analytické? (2) Je každá podgrupa Lieovy grupy zase Lieovou grupou, t. j. dají se v ní zavést souřadnice splňující podmínky (*) resp. (**)? (3) Obdobná otázka pro faktorové grupy. Podstatný obsah VI. kapitoly spočívá nyní v kladné odpovědi na tyto otázky; tím je vyplněna mezera v klasické theorii.

VII. kapitola pojednává o vztazích mezi separabilními kompaktními topologickými grupami a kompaktními Lieovými grupami.

Hlavním výsledkem je věta: každá separabilní kompaktní topologická grupa je limitou posloupnosti kompaktních Lieových grup. Limitou je zde míněno toto: nechť je dána posloupnost topologických grup $G_1, G_2, \ldots$ a nechť pro každé n je dán homomorfismus g_n, který zobrazuje G_{n+1} na G_n. Buď H direktní součin grup G_n (t. j. množina všech posloupností $\{x_n\}$, $x_n \in G_n$, s evidentní definicí násobení a s topologií kartézského součinu). Buď G množina všech $x = \{x_n\} \in H$ takových, že $x_n = g_n(x_{n+1})$ $(n = 1, 2, \ldots)$ G je zřejmě podgrupa topologické grupy H. Říkáme, že topologická grupa G je limitou posloupnosti grup G_n s homomorfismy g_n. Z uvedené hlavní věty vyplývá jako důležitý důsledek kladné řešení Hilbertova problému pro kompaktní grupy, totiž věta: separabilní kompaktní topologická grupa, jež je lokálně homeomorfní s euklidovským prostorem, je Lieovou grupou.

Jsou-li dvě topologické grupy lokálně isomorfní, nemusí ještě být isomorfní; obecně je velmi nesnadné udat všechny grupy, jež jsou lokálně isomorfní s danou topologickou grupou. VIII. kapitola pojednává o speciálním případu souvislých lokálně souvislých a lokálně jednoduše souvislých topologických grup (jenž zahrnuje všechny souvislé Lieovy grupy), kdy můžeme snadno přehlédnout všechny grupy, jež jsou lokálně isomorfní s danou grupou.

Uvedeme nejdříve definici jednoduché souvislosti. Topologický prostor R se nazývá jednoduše souvislý, jestliže je souvislý a každá uzavřená křivka v R (čímž je zde míněn spojitý obraz kružnice) se dá spojitě převést v jednobodovou množinu.[6]) Vyslovíme nyní hlavní výsledek[7]) kapitoly: Nechť topologická grupa G je souvislá a má „libovolně malá" jednoduše souvislá okolí

[6]) Přesná definice: buď R topologický prostor; nazveme „cestou" v R každé spojité zobrazení f intervalu $[0, 1]$ do R; cesta f je uzavřená, když $f(0) = f(1)$. Uzavřené cesty f a g nazýváme homotopními, když existuje spojité zobrazení F čtverce $0 \leq t \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ do R takové, že $F(0, x) = f(x)$, $F(1, x) = g(x)$ a $F(t, 0) = F(t, 1)$. Prostor R je jednoduše souvislý, když (1) pro libovolné body $a \in R$, $b \in R$ existuje cesta f taková, že $f(0) = a$, $f(1) = b$; (2) každé dvě uzavřené cesty jsou navzájem homotopní.

[7]) Tento výsledek není u Pontrjagina výslovně uveden, je však bezprostředním důsledkem obou hlavních vět kapitoly VIII.

jednotky. Potom existuje jednoduše souvislá grupa G^* (určená jednoznačně až na isomorfismus), která má následující vlastnost: je-li souvislá topologická grupa G_1 lokálně isomorfní s G, pak G_1 je isomorfní s faktorovou grupou G^*/N, kde N je jistá diskretní normální podgrupa.

Poslední IX. kapitola pojednává o struktuře Lieových grup; na rozdíl od ostatních kapitol jsou zde některé výsledky uvedeny bez důkazů. Hlavním nástrojem při zkoumání Lieových jsou infinitesimální grupy. Autor definuje nejprve infinitesimální grupu jako vektorový prostor konečné dimense, v němž je definována operace $c = [a, b]$, splňující podmínky $[\lambda a, b] = \lambda[a, b]$, $[a_1 + a_2, b] = [a_1, b] + [a_2, b]$, $[a, b] = -[b, a]$, $[a, [b, c]] + [b, [c, a]] + [c, [a, b]] = 0$. Pro infinitesimální grupu se snadno zavedou pojmy podgrupy, faktorové grupy atd. Autor dále definuje infinitesimální grupu R přiřazenou lokální Lieově grupě G následujícím způsobem: R se skládá z tečných vektorů v bodě $e \in G$. Je-li $a \in R$, $b \in R$, zvolme křivky $x(t)$, $y(t)$, jež mají v bodě $e = x(0) = y(0)$ tečné vektory a resp. b a položme $q(t) = x(t) \cdot y(t)\,(x(t))^{-1}\,(y(t))^{-1}$, $z(t) = q(\sqrt{t})$ $(t \geq 0)$. Buď c tečný vektor křivky $z(t)$ v bodě $e = z(0)$; klademe $c = [a, b]$, čímž se, jak se snadno ukáže, R stává infinitesimální grupou.

Mezi Lieovou grupou a její infinitesimální grupou je velmi těsná souvislost. Především každá infinitesimální grupa patří k některé lokální Lieově grupě, jež je určena jednoznačně až na lokální isomorfismus. Dále mezi podgrupami lokální Lieovy grupy a příslušné infinitesimální grupy, mezi jejich normálními podgrupami, faktorovými grupami atd. je vzájemně jednoznačná korespondence, takže studium Lieových grup se do značné míry redukuje na studium infinitesimálních grup, tedy na otázky algebraického rázu. Tato okolnost umožňuje detailní vyšetření Lieových grup a pro kompaktní Lieovy grupy dokonce úplný rozbor jejich struktury a kompletní klasifikaci jednoduchých grup. Uvedeme pouze některé výsledky, týkající se kompaktních grup. Každá souvislá kompaktní Lieova grupa G je isomorfní s grupou G^*/N, kde G^* je direktní součin konečného počtu jednoduše souvislých kompaktních nekomutativních jednoduchých Lieových grup a konečného počtu grup, isomorfních grupě K, kdežto $N \subset G^*$ je diskretní normální podgrupa. Každá kompaktní jednoduchá Lieova grupa je lokálně isomorfní buď s grupou K nebo s některou z pěti „výjimečných" grup dimensí 14, 52, 78, 133, 248 anebo s některou z grup A_n, B_n, C_n $(n = 1, 2, \ldots)$, D_n $(n = 3, 4, \ldots)$, které nyní popíši. Grupy $A_n, \ldots, D_n$ se skládají z matic s determinantem rovným 1, a sice A_n se skládá z unitárních matic (s komplexními prvky) řádu $n + 1$, B_n se skládá z ortogonálních matic (s reálnými prvky) řádu $2n + 1$, C_n se skládá z těch unitárních matic řádu $2n$, vůči nimž je invariantní bilineární forma $x_1y_2 - x_2y_1 + x_3y_4 - x_4y_3 + \ldots + x_{2n-1}y_{2n} - x_{2n}y_{2n-1}$, a konečně D_n se skládá z ortogonálních matic řádu $2n$.

Z dalších výsledků IX. kapitoly uvedeme pouze zásadně důležitou větu: každá infinitesimální grupa patří k některé Lieově grupě čili, což je v podstatě totéž, každá lokální Lieova grupa se dá rozšířit v „úplnou" Lieovu grupu. — Kapitola končí stručným paragrafem o lokálních Lieových grupách transformací, t. j. o Lieových grupách v klasickém smyslu.

Pontrjaginova monografie je psána velmi jasným slohem. K jejím přednostem patří též značný počet příkladů. Kniha obsahuje dosti podrobný seznam literatury; v ruském vydání chybí bohužel rejstřík. *M. Katětov.*

Aleksandr G. Kuroš: Теория групп. Огиз. Государственное издательство техникотеоретической литературы. Москва-Ленинград 1944. Стр. 372.

Kniha známého algebraika moskevské university o teorii grup vyplňuje citelnou mezeru ve světové literatuře. O abstraktní teorii grup jsme měli dosud kromě starší a menší ruské knížky od známého polárního badatele Otto J. Šmidta jen ještě knihu H. Zassenhause Lehrbuch der Gruppentheorie, z níž vyšel jen první díl. Je proto neúplná a mimo to je napsána příliš stručně a je tudíž při četbě velmi těžká. Možno tedy říci, že Kurošova kniha je první podrobnější moderní učebnice teorie grup.

Kniha obsahuje 11 kapitol a rozpadá se na dvě části. V prvních 5 kapitolách knihy jsou obsaženy základní partie teorie grup a výklad je v nich podán velmi zevrubně. Podle předmluvy jejich obsah tvoří přibližně látku z teorie grup požadovanou při zkoušce na hodnost kandidáta nauk na aspirantech matematicích, jichž pracovním oborem není algebra. Že tyto požadavky pro nealgebraiky jsou značně rozsáhlé, je vidět z tohoto přehledu po obsahu uvedených kapitol: 1. kapitola jedná o definici grupy, základních vlastnostech grup a jejich isomorfismu. V 2. kapitole jsou výklady o podgrupách, normálních podgrupách, rozkladu grupy ve třídy podle dané podgrupy, o homomorfismu a větách o homomorfismu a isomorfismu, o grupě faktorové, konjugovaných prvcích a podgrupách. Poslední paragraf kapitoly je věnován grupám permutací, při čemž permutací dané i nekonečné množiny se rozumí prosté zobrazení této množiny na sebe, které se liší od identického zobrazení jen pro konečný počet prvků. To umožňuje autorovi konstruovat řadu zajímavých příkladů grup k vykládané teorii. 3. kapitola je věnována grupám, které jsou definovány pomocí generátorů (vytvořujících prvků) a relací, které platí mezi generátory. Tím dostává autor další způsob, kterým konstruuje vhodné příklady. 4. kapitola jedná o automorfismech a endomorfismech (t. j. homomorfní zobrazení grupy do sebe) grupy, o grupách s operátory, o větě Jordan-Hölderově a příbuzných otázkách. Konečně 5. kapitola obsahuje teorii Abelových grup majících konečný počet generátorů, mezi nimiž jsou jako speciální případ obsaženy i všechny konečné Abelovy grupy.

6. kapitola přimyká se ještě k této první části, neboť obsahuje výklady o direktních součinech grup a o tak zvaném rozšíření grupy, kteréžto dvě otázky mají rovněž obecný význam v teorii grup.

Druhá část knihy je věnována třem speciálnějším skupinám problémů. První skupině je věnována kapitola 7. Jsou to problémy, jež jsou obzvláště horlivě studovány v Moskvě. Jedná se o tuto otázku: Které vlastnosti konečných grup platí i pro obecnější kategorie grup? Tak na příklad grupu, jejíž každý prvek má konečný řád, nazývá Kuroš periodickou. Jedná se nyní o otázku, které vlastnosti konečných grup lze přenésti i na grupy periodické. Nebo p-grupa je grupa, jejíž každý prvek má za řád mocninu prvočísla p. Opět se naskytá otázka, které vlastnosti konečných p-grup se dají přenésti na obecné p-grupy. V těchto a podobných otázkách objevili sovětští matematikové řadu zajímavých vět a stále se na těchto problémech v Moskvě pracuje.

Druhé skupině problémů jsou věnovány kapitoly 8 a 9. V nich je vyložena poměrně velmi úplně teorie Abelových grup, pokud je dnes známa: Prüferova a Ulmova teorie periodických Abelových grup, teorie Abelových grup konečné hodnosti, jichž všechny prvky kromě jednotkového mají nekonečný řád, i to, co je známo o Abelových grupách smíšených, t. j. grupách, které mají prvky konečného i nekonečného řádu.

Konečně třetí skupina problémů je probírána v kapitole 10. Jedná se o volné grupy a volné součiny grup. Tato důležitá, ale též těžká teorie je, myslím, knižně zpracována po prvé. Kniha je zakončena 11. dodatkovou kapitolou o použití teorie svazů v teorii grup. Tato druhá část knihy je již oproti části první daleko stručnější. Kniha neobsahuje teorii konečných grup, což je po mém soudu škoda; některé věci jsou však vyloženy v kap. 7. Naproti tomu myslím, že autor správně nezvětšoval rozsah knihy teorií representace grup maticemi, která se dá daleko lépe vyložit v teorii algeber.

Kniha vyniká tím, že při každé definici je hned ukázáno na příkladech, že pojem v ní definovaný není prázdný. Tak na příklad při definici jednoduché grupy je ihned ukázáno sestrojením příkladů, že existují nekomutativní jednoduché grupy libovolné mohutnosti větší než 4. Rovněž dosah jednotlivých vět je ihned v zápětí ilustrován na příkladech a příkladech o opaku. Kniha je napsána svěže a velmi podnětně, díky především velkému počtu příkladů.

Tuto dosti podrobnou a moderně napsanou teorii grup dlužno vřele uvítati, neboť jsme takovou knihu již dávno postrádali. Jest jen velmi litovati toho, že kniha je dnes nedostupná. Prof. Kuroš měl ji v podstatě hotovou při vypuknutí sovětsko-německé války v roce 1941. Válečnými událostmi zdrželo se vydání knihy až do roku 1944. Avšak již v roce 1946 byla kniha rozebrána.

Vl. Kořínek.

Aleksandr G. Kuroš: Курс высшей алгебры. Огиз. Государственное издательство техникотеоретической литературы. Москва-Ленинград 1946. Стр. 314.

Tato Kurošova kniha je určena jakožto učebnice posluchačům matematiky na sovětských universitách v prvním roce studia. Název „vyšší algebra" znamená tedy v naší universitní terminologii elementární algebru. Slova vyšší je zde patrně použito jakožto protivy proti algebře vykládané na střední škole. Podle předmluvy shrnul autor v knize látku svých přednášek o algebře pro studující prvního roku, které koná již řadu let na moskevské universitě. Jsou to podle předmluvy věci, které musí znát každý studující „matematiky, mechaniky, fysiky a astronomie, aby mohl dále studovat své obory". Na sovětských universitách navazuje na tento kurs v druhém roce pro studující matematiky kurs lineární algebry a ve vyšších rocích studia kurs o teorii grup a těles. Protože je z knihy patrno, jaký obsah má takový kurs elementární algebry na sovětských universitách, bude snad zajímavo blíže si tohoto obsahu všimnouti.

Látka kursu i knihy je tedy stabilně dána svým určením. Autor si však vzal za úkol vyložit tuto klasickou látku z hledisek, ze kterých nové směry algebraického bádání přebudovaly celou algebru v posledních čtyřiceti letech, ale učinit to tak, aby výklady byly srozumitelné začátečníkům. Je to úkol, před kterým stojí každý moderní učitel, který má vykládat algebru na vysoké škole pro začátečníky. Do nedávna zela totiž propast mezi starým „klasickým" pojetím algebry, ve kterém byla algebra vykládána v začátečnických přednáškách, a moderním abstraktním pojetím přednášek pro pokročilé. Podívejme se, jakým způsobem řeší autor tento problém.

Hned v prvním paragrafu definuje autor nejdříve úplně abstraktně algebraickou operaci na dané množině M. Je to předpis, kterým se přiřaďuje každé uspořádané dvojici prvků z M opět prvek z M. Definuje pak okruh jakožto množinu, kde jsou definovány dvě takové algebraické operace: sčítání a násobení, a vykládá jejich základní vlastnosti. V § 2 definuje těleso a vykládá pojem nadtělesa a podtělesa. Sestrojuje těleso mající jen dva prvky a obecně těleso mající jen p prvků (p prvočíslo). Pak přistupuje ihned k výkladu pojmu isomorfismu tělesa a okruhu. V § 3 sestrojuje na základě tělesa čísel reálných těleso čísel komplexních pomocí dvojic čísel reálných a provádí podrobný rozbor celé otázky. V dalším paragrafu zavádí geometrické znázornění komplexních čísel v Gaussově rovině, jejich goniometrické vyjádření a Moivreův vzorec. § 5 je věnován goniometrickému řešení rovnic $x^n - 1 = 0$, $x^n - a = 0$ a dále teorii n-tých odmocnin z jedné. Tím je první, úvodní, kapitola skončena.

Kapitoly 2. až 4. jsou věnovány lineární algebře. Nejdříve jeden paragraf obsahuje velmi pěkný výklad o permutacích, v němž autor činí rozdíl mezi pořadím n prvků a permutací n prvků, což je prosté zobrazení množiny n

prvků na sebe. Determinanty definuje obvyklým způsobem jakožto součet $n!$ součinů prvků čtvercové matice a z této definice odvozuje obvyklou cestou vlastnosti determinantů, i větu Laplaceovu a větu o násobení determinantů. O axiomatické definici determinantů má na konci 2. kapitoly dvoustránkovou poznámku.

V kapitole 3. je vyložena teorie lineárních rovnic. Kramerovo pravidlo pro soustavu n rovnic o n neznámých a o nenulovém determinantu bylo již vyloženo v kap. 2. V této kapitole je vyložen pojem n-rozměrného vektorového prostoru nad tělesem T, sčítání vektorů, násobení vektorů prvkem z tělesa T, lineární závislost a nezávislost vektorů, Steinitzova věta o výměně, pojem vektorového podprostoru a pojem dimense vektorového prostoru. Na základě těchto pojmů vykládá pak teorii lineárních rovnic obvyklým způsobem pomocí determinantů. Vychází při tom z věty o hodnosti matice. Překvapuje, že teorii lineárních rovnic bez determinantů je věnována jen malá stránková poznámka, ač autor má již vše potřebné připraveno obsáhlou teorií n-rozměrného vektorového prostoru. Rovněž tvrzení na str. 113, že použití determinantů je nezbytné, chceme-li dostat metody pro praktický výpočet řešení, není po mém soudu správné. Právě řešení lineárních rovnic bez determinantů dává po mém soudu daleko kratší a lepší metody pro praktický výpočet řešení soustavy lineárních rovnic s numerickými koeficienty, zvláště při větším počtu neznámých. Význam determinantů spočívá v tom, že dávají explicitní výrazy pro řešení. Kapitola 4. pojednává o maticích a kvadratických formách. Autor vykládá o násobení matic čtvercových, probírá podrobně lineární substituce jakožto lineární zobrazení vektorového prostoru do sebe a zasazuje teorii okruhu čtvercových matic do širšího rámce algebry nad daným tělesem. Zákon setrvačnosti kvadratických forem vykládá obvyklým způsobem, nezabývá se však transformacemi kvadratických forem pomocí ortogonálních substitucí.

Kapitola 5. je věnována vyšetřování těch vlastností polynomů jedné neurčité nad tělesem T, které platí pro libovolné základní těleso T. Autor konstruuje obor integrity těchto polynomů pomocí konečných posloupností prvků z T. Vykládá stručně, proč pojem polynomů jakožto funkcí nedostačuje pro algebru. Pojednává o dělitelnosti polynomů a rozkladu jich v součin ireducibilních polynomů na základě Eukleidova algoritmu. Dokazuje pro ireducibilní polynomy nad tělesem T existenci kořenového nadtělesa nad T, v němž polynom má aspoň jeden kořen, a existenci rozpadového nadtělesa, nad nímž se polynom rozpadá v součin lineárních faktorů. Definuje vícenásobné kořeny a odvozuje jejich vlastnosti. Na konec vykládá, jak metodou tvoření zlomků lze vytvořit těleso racionálních funkcí jedné neurčité. Další 6. kapitola je věnována polynomům více neurčitých, symetrickým funkcím, resultantě dvou polynomů a diskriminantu. U každé věty, která neplatí nad tělesem charakteristiky p, je to vždy uvedeno s příslušným příkladem o opaku. Jinak se však autor tělesy charakteristiky p nezabývá.

7. kapitola jedná o polynomech a rovnicích s číselnými koeficienty. Nejdříve je stručně vyloženo algebraické řešení rovnic 2., 3. a 4. stupně, při čemž je vysvětlen casus irreducibilis kubické rovnice, ale nepodáno jeho goniometrické řešení. Pak následuje základní věta algebry. Jsou vyloženy dva její důkazy, nejdříve 2. důkaz Gaussův v moderní úpravě a zjednodušení, pak důkaz Cauchyův spočívající v tom, že pro polynom $f(x)$ funkce $|f(x)|$ dosahuje svého infima aspoň v jednom bodě a že při $f(x) \neq 0$ nemůže $|f(x)|$ být infimem. Následuje exkurs o kvaternionech a paragraf o vyšetřování racionálních kořenů rovnice s racionálními koeficienty. Na konci kapitoly je exkurs o algebraických číslech, kde je dokázáno, že množina všech algebraických čísel je algebraicky uzavřené těleso. Kniha je zakončena kapitolou o numerickém řešení rovnic, která je poměrně stručná a nedotýká se technických otázek výpočtu.

Celkem možno říci, že kniha, která se krásně čte, dobře splňuje cíl, který si autor vytkl. Knihu možno doporučit všem studentům začátečníkům a to tím spíše, že je stále velký nedostatek moderních učebnic elementární algebry.

Vl. Kořínek.

B. Recense didaktických a jiných publikací.*)

Prof. dr Josef Kounovský: Zborcené plochy, jako 36. svazek knihovny „Cesta k vědění" vydala Jednota čs. matematiků a fysiků v Praze roku 1947, stran 136, krámská cena Kčs 46,—.

V značném počtu dnes existujících výkladů o plochách zborcených, od názorných podání synthetických zaměřených k praktickým cílům až po korektní theorie diferenciálně geometrické, řadí se Kounovského knížka zřetelně blíže k prvé kategorii. Je to zcela snadno pochopitelné, neboť vznikla z autorových přednášek v rámci deskriptivní geometrie na Vysokém učení technickém. Tam je — a to nejen pokud jde o zborcené plochy — nutno obejíti se bez znalosti analysy a algebry přiměřeně k vědomostem posluchačů prvých dvou semestrů, do kterých učebná osnova tyto přednášky od nepaměti zařadila. Tento celá desetiletí trvající stav nutí přednášejícího vynalézati množství více či méně přesných obratů, jimiž je možno obejíti korektní důkazy, založené na úplné analytické definici útvaru. Tak vzniklo jedno z četných podání nauky o zborcených přímkových plochách, které — třebaže je nelze pokládati za rovnocenné s dnešním stavem vědecké přímkové geometrie — je pro svou přístupnost vhodné pro zájemce z řad techniků a prakticky upotřebitelů. V uvedeném smyslu autor zde shromáždil množství vtipných drobných úvah a obratů t. zv. ryzí geometrie, namnoze i infinitesimální, s jejichž pomocí se dopracoval k základním poučkám a oskulačním útvarům, týkajícím se infinitesimálního okolí tvořící přímky a to prvého, druhého a z části i třetího řádu. A tak po úvodní prvé části spisu přirozený postup vede v druhé jeho části od rotačního hyperboloidického regulu k obecnému (t. j. na obecném jednoplochém hyperboloidu ležícímu — přimlouvám se na tomto místě za vymýcení ne dosti logického názvu zborcený hyperboloid) a k paraboloidickému; po zjištění rozložení tečných rovin a asymptotických tečen v bodech tvořící přímky jsou přeneseny tyto vlastnosti v části III. na obecné plochy zborcené, kde se kromě toho odvozují vzorce pro stupeň zborcené plochy, definované řídícími algebraickými křivkami (tvrzení o souvislosti transcendentnosti plochy a řídicí křivky na str. 45 není ovšem správné).

V další, t. j. čtvrté části jsou vyloženy základní vlastnosti technicky neb jinak důležitých algebraických ploch, z nichž uvedeny kulový a eliptický konoid, šikmý průchod, Frézierův cylindroid, plochy normál podél kuželoseček na plochách druhého stupně čili normálie, konoidy Küpperův a Plückerův, jakož i některé zborcené plochy, užívané jako lícové plochy ve stereotomii a j.

Pátá část je věnována zborceným plochám šroubovým a jejich užití v praxi (šrouby, propellery) a v nejstručnější části VI. je podáno řešení některých úkolů o plochách topografických na základě ploch zborcených.

Jak je ze stručně zde uvedeného obsahu patrno, Kounovského spis obsahuje množství geometrické látky a — což zejména zdůrazněme — velmi četné dovedné ukázky použití zborcených ploch v nejrůznějších oborech technických; při jednoduchosti prostředků, kterých autor používá, dosahuje velmi pěkných a pro technika cenných a srozumitelných výsledků. Proto je možno knížku vřele doporučiti k studiu zejména posluchačům vys. škol technického směru, jakož i každému, kdo potřebuje osvojiti si používání zborcených ploch v praxi.

Jiří Klapka.

C. Publikace československých matematiků a fysiků.

O. Borůvka: Theorie rozkladů v množině. Část I. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 278 (1946), 37 str.

J. Čermák-J. Klapka: Spojnicové nomogramy pro termodynamické výpočty parních kotlů. Sborník vys. školy tech. v Brně, 15/55 (1946), 85—116.

K. Čupr: Poznámky k diferenčním rovnicím ve vyrovnávacím počtu. Sborník vys. školy tech. v Brně, 15/56 (1946), 117—124.

Z. Horák: Koeficient restituce a dynamická pružnost. Sborník MAP 20 (1946), 255—278.

B. Hostinský: Nové úlohy o resonanci. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 282 (1946), 28 str.

A. Huťa: Zovšeobecnenie opráv štatistických momentov. Sborník prír. fak. Sloven. univ. 10 (1946), 32 str.

J. Kazda: O zvláštních případech resonance. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 283 (1946), 15 str.

J. Klapka: O přímkových plochách v lineárním prostoru o lichém počtu rozměrů. Práce Mor. přír. společ. 12/4 (1940), 22 str.

L. Perek: O vztahu mezi prostorovou rychlostí a průměrem u hvězd typu G. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. 281 (1946), 31 str.

R. Pospíšil: Mikroradiografie. Hutnické listy 1 (1947), 193—197.

A. Prokeš: Příspěvek k normalisaci výškových měření. Zprávy veř. služ. tech. 1946, 24 str.

B. Ptáček: Maximum složité pravděpodobnosti. Chem. obzor 19 (1944), 99—101.

L. Seifert: Nadplocha třetího stupně s bodem bispaciálním v prostoru čtyřrozměrném. Rozpravy II. tř. ČA, 55/7 (1946), 19 str.

J. Staríček: Rovinná vlna elektromagnetická v prostredí elektricky aj magneticky anizotropnom. Sbor. prír. fak. Sloven. univ. 18 (1946), 46 str.

A. Vaško: Investigations of near infra-red-radiations by means of image converters. Nature 1946, 235.

A. Vaško-M. Peleška: Visual diagnosis of eye diseas by means of infra-red radiation. Brit. Journal of Ophthalmology 1947, 419—421.

Q. Vetter: L'histoire des sciences en Tchécoslovaquie. Lychnos X (1939), str. 2.

Q. Vetter: Příspěvky do VI. svazku Poggendorff: Biogr.-liter. Handwörterbuch f. Math. atd. (Životopisy čes. odborníků).

Q. Vetter: Taftl v Ottově slovníku nové doby.

Q. Vetter: Co víme o čísle. Věda a život, 1940/1, 320.

Q. Vetter: O počítání. Věda a život, 1941/2, 390.

Q. Vetter: Dějiny číslic a přehled vývoje matematiky. Věda a život, 1942/3, 18.

Q. Vetter: Německé výrazy matematické. Věstník pedag. XX, 431.

Q. Vetter: Ještě N. Kopernikus u nás. Říše hvězd XXIV, 193.

Q. Vetter: Geometrie a české výtvarné umění od konce XI. do konce XV. stol. Věda a život, 1945, 302.

Q. Vetter: Czech Science during the war. Scripta mathem. XII, 141.

D. Publikace redakci zaslané.

F. Běhounek: Atom děsí svět. Praha 1947. 8° 272 str. 90 obr. Brož. 150,— Ing. Mikuta.

A. Černý: E. S. Fedorov. 1946. B6. 32 str. Brož. 6,— Kdo je, 34. Orbis.

A. Červín: Svět moderní chemie. Praha 1946. A5. 616 str. 129 obr. Brož. 240,— Práce.

V. Čihalík: Geodesie ve stavební praxi. Praha 1945. A5. 303 str. 306 obr. Brož. 110,— Práce.

E. Dvořák: Uhlí. Praktická příručka pro tepelného technika. Praha 1947. 8° 150 str. Brož. 75,— Práce.

J. Grossmann: Akustika ve stavitelské praxi. Praha 1947. 8° 166 str. Brož. 100,— Práce.

V. Guth-F. Link: Hvězdářská ročenka na rok 1947. Praha 1947. 8° 96 str. 21 obr. Brož. 35,— Máj.

V. Haškovec: 30 let sovětské vědy. Praha 1947. 8° 16 str. Brož. 6,— Orbis.

A. Havlíček: Mazání strojů a hospodaření s oleji v průmyslových podnicích. 1947. A5. 272 str. 94 obr. Brož. 100,— Práce.

E. Hirschfeld: Tvrdé kovy. Obrábění materiálů, vývoj tvrdých kovů a jejich použití. 2. vyd. 1946. A5. 276 str. 90 obr. Brož. 160,— Práce.

A. A. Hoch: Slovníček dějin techniky a vynálezů. Praha 1947. 8° 234 str. Brož. 75,— Orbis.

K. Chochola: Spalovací motory. 3. vyd. 1947. A5. 192 str. 167 obr. Brož. 75,— Orbis.

L. Jetmar: Ozubená kola čelní. Normativní příručka pro praxi. Praha 1947. 8° 170 str. obr. Váz. 160,— Práce.

O. Koblic: Přirozená soustava atomových jader všech chemických prvků. 1946. A5. 20 str. Brož. 35,—.

L. Mumford: Technika civilisace. Přel. V. Roháček. Praha 1947. 8° 501 str. 12 obr. příl. Brož. 170,— Práce.

R. Prchal: Technický materiál v kovoprůmyslu v otázkách a odpovědích. 1947. A5. 64 str. Brož. 20,— Práce.

Meteorologické zprávy. Vyd. Stát. meteor. ústavy v Praze a Bratislavě. 1947. Roč. 1. 4° 6 seš. ročně. Předpl. 72,—.

J. Ryšavý: Vyšší geodesie. Praha 1947. 524 str. 367 obr. 2 příl. (36 str.). Brož. 390,— ČMT.

R Schneider: Pozorujeme počasí. Praha 1947. A5. 128 str. 31 obr. 2 příl. Brož. 40,— Orbis.

J. Streit: Josef Božek. 1946. B6. 31 str. Brož. 6,— Kdo je, 37. Orbis.

Tabulky srážek daně ze mzdy pro denní, týdenní, čtrnáctidenní, dvacetiosmidenní, měsíční a roční mzdové období. Praha 1947. A4 64 str. 45,—. Ústř. svaz průmyslu.

P. Tykal: Prach v průmyslu. Praha 1947. 8° 180 str. Brož. 90,— Práce.

A. Václavovič-J. Šlosar: Opracování vnitřních povrchů. 1947. A5. 328 str. 494 obr. Brož. 130,— Orbis.

V. Vlček: Dnešní Moskva slovem i obrazem. Praha 1947. 4° 64 str. 100 obr. na 31 příl. Brož. 190,— Svaz přátel SSSR.

A. Zápotocký: Tvoříme nový řád. Praha 1947. A6. 66 str. Brož. 9,— ÚRO.

Publikace vydané JČMF v r. 1945 až 1947 (kromě středoškolských učebnic — chronologicky):

Václav Elznic-Miloslav Valouch: Geoma. Pětimístné tabulky hodnot a logaritmů goniometrických funkcí v setinném dělení, tabulky geodetické a katastrální. 1944. 8° 320 str. br. 178,—.

Jan Bayer-Josef Klepešta: Uranometria. Figurální atlas význačných souhvězdí. 1938 (1944). 8° 48 str. s obr. 30,—.

Karel Čupr: Numerické řešení rovnic. 1945. Cesta, 28. Rozebráno (viz dále).

Názvy a značky elementární fysiky. Normy přijaté JČMF. 1945. 8° 8 str. br. 5,—.

Kadeřávek-Klíma-Kounovský: Deskriptivní geometrie. Díl I. 2. vyd. 1945. Knihovna, 16. Rozebráno (viz 3. vyd.).

Jan Vojtěch: Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických. Část první. 6. vyd. 1945. Část druhá. 5. vyd. 1945. Knihovna, 2 a 7. Rozebráno (viz dále).

Vladimír Ryšavý: Počátky vyšší matematiky v řešených úlohách. Rozebráno — nové vyd. se chystá.

Pavel Potužák: Praktická geometrie. Část první. 1945. Cesta, 30. Rozebráno — nové vyd. se chystá.

Miroslav Katětov: Jaká je logická výstavba matematiky? 1946. 8° 104 str. br. 46,— Cesta, 31.

Josef Klepešta: Fotografie hvězdné oblohy. 1946. 8° 248 str. 196 obr. br. 140,—.

Oldřich Tomíček: Chemické indikátory. 1946. 8° 248 str. 33 obr. br. 130,—.

Jan Vojtěch: Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických. Část první. 7. vyd. 1946. 8° 424 str. 90 obr. br. 170,— Knihovna, 2. (Rozebr.) — Část druhá, 6. vyd. 1946. 8° 400 str. 40 obr. br. 180,— Knihovna, 7.

František Nachtikal: Technická fysika. 3. vyd. 1946. 8° 776 str. 603 obr. br. 230,— Knihovna, 19.

Názvy a značky elementární matematiky. Normy přijaté JČMF a schválené MŠO. 3. vyd. 1946, 8° 32 str. br. 13,—.

František Kadeřávek-Josef Klíma-Josef Kounovský: Deskriptivní geometrie. Díl I. 3. vyd. 1946. V, 420 str. 491 obr. br. 180,— Knihovna, 16.*)

Arnošt Okáč: Analytické reakce. 2. vyd. 1946. 8°.
I. Reakce kationtů. 148 str. 4 obr. br. 44,— Cesta, 17.
II. Reakce aniontů. 92 str. br. 28,— Cesta, 19.

Vojtěch Jarník: Úvod do počtu diferenciálního. 1946. 8° VIII, 448 str. 59 obr. br. 296,— Knihovna, 21.

Václav Pleskot: Spojnicové nomogramy. 2. vyd. 1946. 8° 126 str. 67 obr. br. 40,— Cesta, 12.

Bohumil Bydžovský: Úvod do analytické geometrie. 2. vyd. 1946. 8° 436 str. 54 obr. br. 220,— Knihovna, 8.

Štefan Schwarz: O rovniciach. 2. vyd. 1947. 8° 160 str. 19 obr. br. 46,— Cesta, 1.

---

*) Nové vydání dílu II, který je rozebrán, nevyjde v dohledné době. Vyšel však spis J. Kounovského: Zborcené plochy a chystá se spis F. Kadeřávka a A. Urbana: Technické osvětlení.

Eduard Čech: Elementární funkce. 2. vyd. 1947. 8° 88 str. 7 obr. br. 28,— Kruh, 13.

Bohuslav Hostinský: O mnohoúhelnících a mnohostěnech. 1947. 8° 64 str. 39 obr. br. 22,— Cesta, 33.

Otakar V. Zich: Úvod do filosofie matematiky. 1947. 8° 176 str. br. 48,— Cesta, 34.

Bohumil Bydžovský: Úvod do theorie determinantů a matic a jich užití. 2. vyd. 1947. 8° 240 str. br. 120,— Knihovna, 14.

Jaroslav Janko: Jak vytváří statistika obrazy světa a života. I. díl. 2 vyd. 1947. 8° 144 str. 18 obr. br. 48,— Cesta, 22.

Jiří Klapka: Jak se studují geometrické útvary v prostoru? Část I. 2. vyd. 1947. 8° 80 str. 14 obr. br. 28,— Cesta, 18.

Karel Čupr: Numerické řešení rovnic. 2. vyd. 1947. 8° 84 str. 6 obr. br. 24,— Cesta, 28.

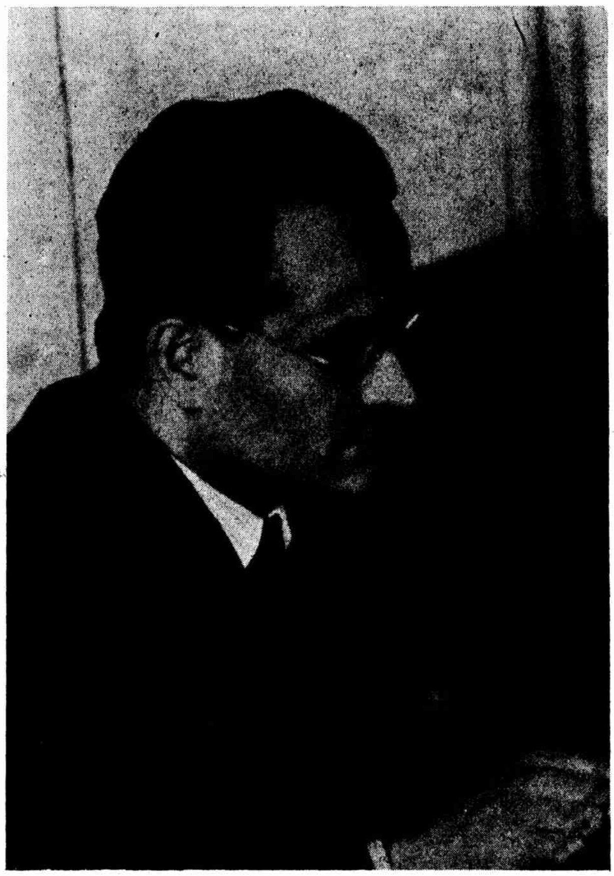
Josef Kounovský: Zborcené plochy. 1947. 8° 138 str. 65 obr. br. 46,— Cesta, 36.

M. Valouch-M. A. Valouch: Sedmimístné logaritmy čísel od 1 do 120 000. 2. vyd. 1946. 4° VIII, 248 str. váz. 96,—.

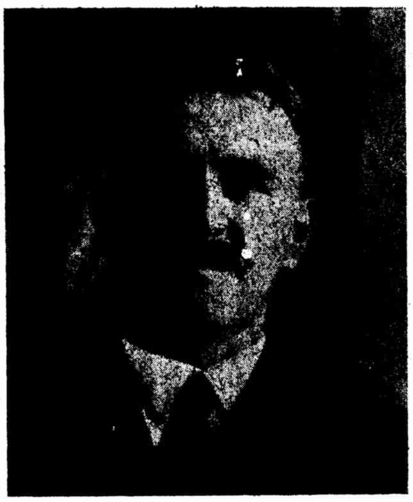
Eduard Kučera-Jaroslav Ludmila: Od pravěku k upravenému uhlí. 1947. 8° 96 str. 37 obr. br. 32,— Cesta, 35.

František Link: Co víme o hvězdách? 1947. 8° 150 str. 32 obr. br. 52,— Cesta, 32.

Jiří Klapka: Jak se studují geometrické útvary v prostoru. II. část. 2. vyd. 1947. 8° 117 str. 9 obr. br. 40,— Cesta, 23.

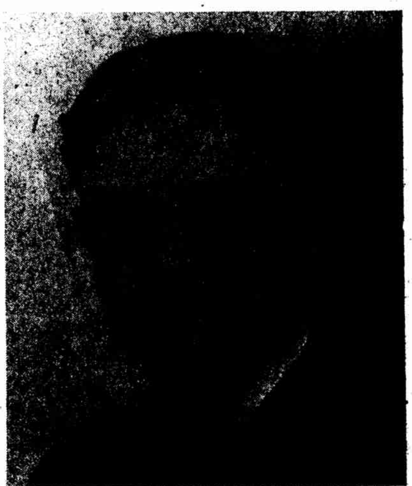


Prof. Dr JOSEF VELÍŠEK
* 28. 7. 1896, † 2. 2. 1947



Dr BOHUMIL KLADIVO (narozen 24. června 1888, zemřel 8. února 1943), významný český geodet, byl profesorem na čes. vys. škole technické Dra Ed. Beneše v Brně. Byl též vynikajícím pracovníkem ve veřejném životě, hlavně v Sokole. Za okupace byl dvakráte vězněn. O jeho životě a práci pojednal prof. A. Semerád v tomto časopise, ročník 71 (1946), str. D 27—D 35.

RNDr BEDŘICH POSPÍŠIL, narozený 25. září 1912, zemřel dne 27. října 1944, když jeho zdraví bylo zničeno tříletým utrpením v nacistickém vězení. Za několik let, po která mu bylo dopřáno vědecky tvořiti, získal světové jméno svými matematickými pracemi, hlavně v topologii a v oborech příbuzných. Ocenění jeho vědecké činnosti podal E. Čech v tomto časopise, ročník 72 (1947), str. D 1—D 9.



Josef Velíšek.

Viktor Trkal, Praha.

Josef Velíšek se narodil 28. července 1896 v Klatovech; obecnou a střední školu navštěvoval ve svém rodišti a po maturitě (7. července 1915) na reál. gymnasiu v Klatovech studoval v letech 1915—1920 matematiku a fysiku na universitě v Praze. Již jako universitní posluchač v 7. semestru stal se asistentem fysikálního ústavu české vysoké školy technické v Praze a to jistě rozhodlo o jeho další životní dráze. Po ukončení studií na universitě dosáhl způsobilosti vyučovati matematice a fysice na vyšších středních školách a 22. prosince 1920 byl promován na doktora přírodních věd na universitě Karlově v Praze, když předložil disertační práci z fysiky: ,,O přechodu turbulence Hagenovy do turbulence Sorkauovy".

Jeho zájem o chemii přivedl ho k zevrubnějšímu studiu chemie na technice v Praze a v Brně, kde pak přijal r. 1920 místo asistenta ústavu theoretické a fysikální chemie na vysoké škole technické u prof. Baborovského. Za účelem dalšího prohloubení svých vědomostí ve fysikální chemii podnikl ve stud. roce 1922/3 studijní cestu do Leidenu, kde pracoval u prof. Jorissena. Pobyt v Nizozemí mu byl umožněn udělením holandského studijního stipendia, o jehož zřízení a dotování — s určením pro mladého českého vědeckého pracovníka — měl zvláštní zásluhu oddaný přítel našeho národa Dr N. v. Wijk, profesor slavistiky na universitě v Leidenu.

Od studijního roku 1923/4 zůstal Velíšek již nepřetržitě až do své předčasné smrti v Brně, nejprve jako asistent prof. Baborovského a později jako profesor fysiky na technice v Brně. Jeho vědecká průprava pokročila tou měrou, že mohl pomýšleti na habilitaci z fysikální chemie na české vysoké škole technické v Brně, jíž dosáhl 18. února 1927 na základě habilitačního spisu ,,O elektrolytickém převodu vody v roztocích chloridů alkalických kovů". Ale brzy se mu naskytla příležitost přejíti nadobro k fysice.

Po odchodu prof. Nachtikala na techniku do Prahy byl Velíšek povolán na uprázdněnou profesuru fysiky na technice v Brně. V r. 1928 se stal mimořádným, r. 1934 řádným profesorem fysiky a ředitelem II. fysikálního ústavu na vysoké škole technické Dr E. Beneše v Brně. Byl zvolen děkanem odboru chemického na r. 1933/4 a po revoluci v r. 1945 byl děkanem odboru strojního. Z různých vědeckých korporací, jichž byl členem, sluší připomenouti především Moravskou přírodovědeckou společnost v Brně, jejímž byl řádným členem a členem jejího presidia, a Masarykovu akademii práce. Zemřel náhle uprostřed neúnavné a namáhavé práce dne 2. února 1947.

Jeho vědecká činnost začíná fysikálním studiem problémů turbulentního proudění kapalin a brzy vlivem prof. Baborovského přechází k otázkám fysikální chemie, především hydratace iontů, načež se obrací k studiu elektrolytického převodu chloridů alkalických kovů pergamenovou membránou, dále k problému elektroosmosy na keramických diafragmatech a konečně k studiu vápníkových elektrod 3. druhu a jejich užití v lékařství. Jeho práce — na některých z nich pracoval společně s prof. Baborovským, s prof. Jorissenem nebo se svým asistentem doc. Vašíčkem — vyznačují se neobyčejnou pečlivostí a přesností. Tak na př. o výše uvedené jeho habilitační práci možno říci, že teprve touto prací methoda Baborovského pro stanovení hydratace iontů vstoupila do světové literatury odborné.

Mimo to se Velíšek zabýval s úspěchem studiem polarisačních filtrů, měřením barev, měřením lesku a s prof. Píškem budoval ústav pro výzkum materiálu paprsky X.

Velkou péči a mnoho práce věnoval vypracování svých přednášek a snažil se zdvihnouti úroveň fysikálního vzdělání na technikách; s tím úzce souvisí jeho snaha zaváděti do přednášek v značné míře i úvahy theoretické, vektorovou symboliku a moderní hlediska vůbec.

Konečně je třeba oceniti i jeho záslužnou činnost publicistickou; přispíval pilně články a referáty do různých časopisů i do denních listů, zvláště do Lidových novin, odkud jeho jméno proniklo i do širší veřejnosti.

Jeho skromnost, srdečnost a upřímnost získávala mu trvalé přátele jak v kruzích vědeckých tak i studentských; za těch dvacet let své učitelské činnosti na technice v Brně vykonal pro své posluchače jistě tolik, že by bylo těžko v této stručné vzpomínce vylíčiti aspoň část jeho zásluh v tomto směru.

V poměrně krátkém období pěti let odešel již třetí profesor fysiky na technice v Brně (Sahánek, Vl. Novák, Velíšek); jediný z nich Velíšek se dočkal osvobození naší vlasti — bohužel netěšil se z nově nabyté svobody dlouho. Odešel v mužném věku za podmínek, které slibovaly dobrou pohodu k vědecké práci; ztrácíme v něm milého kolegu, dobrého přítele a vzácného člověka, na něhož se nezapomíná.

SEZNAM PUBLIKACÍ.

(Sestavil A. Vašíček.)

I. Původní vědecké práce.

1. An Experimental Contribution to the Problem of Turbulent or Hydraulic Flow of Liquids (Spisy přírodovědecké fakulty Masarykovy university v Brně, spis č. 8, 1922).

Práce vyšla též česky: Experimentální příspěvek k problému turbulentního proudění kapalin (Časopis pro pěstování matematiky a fysiky 1922).

2. Über Turbulenzreibung und Molekulargewicht (Chemisch Weekblad, 19, 573, 1922).
3. — s J. Baborovským: Hydratace kationtu lithia (Chemické listy 16, 250, 1922; 17, 171, 1923).
   Práce tato byla pojata do souborného pojednání J. Baborovského: A New Method of Determining the Hydratation of Ions. The Hydratation of Lithium Ion (Recueil des Travaux Chimique des Pays-Bas, 42, 229, 533, 1923).
4. — s W. P. Jorissenem: On the Influence of Some Noninflammable Vapours of Organic Liquids on the Limits of Inflammability of Methane-Air Mixtures (Rec. d. Trav. Chim. Pays-Bas 43, 80, 1924).
5. O elektrolytickém převodu vody v roztocích chloridů alkalických kovů (Chem. l. 20, 242, 1926).
6. O elektrolytickém převodu vody v roztocích chloridů alkalických kovů (Sborník Vysoké školy technické v Brně 1926, svazek 1, spis 1).
7. — s J. Baborovským: Absolutní hydratace iontů H, Li, Na, K, Cl, Br v jejich normálních roztocích (Sborník Vysoké školy technické v Brně 1927, svazek 2, spis 6).
8. — s J. Baborovským: Absolutní hydratace iontů H, Li, Na, K, Cl, Br v jejich normálních roztocích (Chem. l. 21, 227, 1927).
9. — s A. Vašíčkem: O elektroosmose na kaolinovém diafragmatu (Sborník Vysoké školy technické v Brně 1930, svazek 5, spis 19).
10. — s A. Vašíčkem: A contribution to the study of electroosmosis and electrolytic transference in aqueous solutions (Collection 3, 111, 1931).
11. — s. A. Vašíčkem: Příspěvek ke studiu elektroosmosy na keramických diafragmatech ve vodných roztocích chloridu draselného (Chem. l. 26, 507, 1932).
12. — s A. Vašíčkem: Elektroosmotický převod a elektrokinetický potenciál ve vodných roztocích chloridu lithného, sodného a draselného, bromidu a jodidu draselného (Chem. l. 17, 361, 1933).
13. — s A. Vašíčkem: Electro-osmosis on a ceramic diaphragm in aqueous solutions of some alcali halides (Collection 4, 428, 1932).
14. — s A. Vašíčkem: Ist das elektrokinetische Potential an keramischen Diaphragmen von der Stromstärke i abhängig? (Zeitschr. physikal. Chemie A, 71, 281, 1934).
15. — s A. Vašíčkem: Studien über die Struktur von keramischen Diaphragmen mittels elektrischer Messungen (Kolloid-Zeitschrift 71, 36, 1935).
16. — s A. Vašíčkem: Příspěvek ke studiu elektroosmosy na některých keramických diafragmatech (Chem. l. 29, 250, 1935).
17. — s A. Vašíčkem: A contribution to the study of electroosmosis on some ceramic diaphragms (Collection 7, 451, 1935).
18. — s K. Švenconem: O Lutherově vápníkové elektrodě 3. řádu (Chem. l. 24, 467, 1930).
19. K otázce vápníkových elektrod 3. druhu (Chem. l. 27, 3, 1933).
20. — s A. Vašíčkem: O použití vápníkových elektrod 3. druhu v lékařství (Čas. čes. lékařů 72, 624, 1933).
21. — s A. Vašíčkem: On the calcium electrodes of the third order (Collection 5, 10, 1933).

II. Referáty a články.

1. Zbytkové a zhášecí atmosféry plamenů (Technická Tribuna 1923).
2. Meze zápalnosti explosivních směsí plynných (Technická Tribuna 1924).

3. Meze zápalnosti plynných směsí (Paliva a svítiva 1925).
4. Zápalné teploty explosivních směsí plynných (Příroda 17, 1924).
5. Moderní pokusy s transmutací kovů (Příroda 17, 1924).
6. K otázce přeměny rtuti ve zlato (Příroda 19, 37, 1926).
7. Synthetický petrolej (Příroda 20, 1927).
8. Nová Coolidgeova roura a výzkum vlastností kathodových paprsků (Příroda 20, 1927).
9. Základy elektrochemie (Poznání 1928).
10. Potenciometrické stanovení koncentrace vodíkových iontů (Chem. l. 22, 97, 123, 1928).
11. — s A. Vašíčkem: Náhražky akumulátorové kyseliny sírové (Chem. l. 25, 19, 1931).
12. Význam a program stavební akustiky (Stavivo 14, 9, 1933).
13. O elektrokinetickém potenciálu (Příroda 25, 128, 159, 1932).
14. Pokroky moderní alchymie (Chem. l. 27, 1933).
15. Diapositiv malého formátu ve škole (Nové školy 1935).
16. O struktuře hmoty a jejích přeměnách (Biologické listy 18, č. 1 a 2).
17. — s A. Vašíčkem: Úzký film ve škole a lidovýchově (Knihovna ZRAK, Dědictví Komenského, 1934).
18. Novější poznatky o složení hmoty (Elektrotechnický obzor 23, č. 32, 1934).
19. Elektromagnetické spektrum (Elektrotechnický obzor 1940).
20. Teplota a její měření (Stavivo 1940).
21. Fysikální podmínky pohybu vody uvnitř keramického střepu (Stavivo 1940).
22. Měření barev (Technická hlídka koželužská 1941).
23. Proč jsou barvy barevné (Věda a život 1941).
24. Elektroosmosa a zjevy příbuzné (Výroční zpráva Mor. přír. spol. 1941).
25. Radioaktivita přirozená a umělá (Práce elektrotechniků 1941).
26. Alchymie kdysi a dnes (Slévárenské zprávy 1941).
27. Atomová struktura hmoty (Strojnický obzor 1941).
28. Fysikální podmínky trvání rozpustných látek v kapilárních prostorech (Stavivo 1941).
29. Polarisační filtr a jeho použití (Sklářské rozhledy 1941).
30. Theophrastus Paracelsus (Věda a život 1941).
31. Kapitoly o měření barev (Textilní obzor 1942).
32. Methody a přístroje pro měření teplot (Teplo a světlo 1942).
33. Optické měření vysokých teplot (Sklářské rozhledy 1942).
34. — s V. Listem: Elektronika (Technický průvodce 1942).
35. Atomová struktura hmoty (Technický přehled 1942).
36. Stereoskopická projekce diapositivu a filmu (Objektiv 1942).
37. Struktura kovů a slitin (Technický přehled 1942).
38. Opomíjená stereofotografie (Objektiv 1942).
39. Fotometrická povaha lesku (Strojnický obzor 1942).

III. Učebnice.

1. Přednášky o fysice technické, I. a II. díl. Brno 1935.
2. Fysikální praktikum, I. a II. Donátův fond v Brně, 1945.
3. Fysika technická, I. Donátův fond, 1946.

Paul Langevin.

Zdeněk Pírko, Praha.

Život. Paul Langevin, člověk i vědec, zanechává bohatý odkaz lidem i fysikům celého světa.

Projděme stručně daty jeho života! Narodil se 23. ledna 1872 a již šestnáctiletý a jako první v pořadí byl přijat (1888) na École Municipale de Physique et Chimie industrielles, na ústav, na němž později sám se stal profesorem a ředitelem. Po absolvování této školy, která byla dobrou průpravou pro pozdější činnost, připravoval se k přijímací zkoušce na École Normale Supérieure, kam vstoupil v roce 1893. Jeho učiteli byli tu Violle a Marcel Brillouin. Jako „agrégé des sciences physiques" obdržel (1897) jednoroční stipendium pařížské obce k pobytu v Cavendishově laboratoři (Cambridge), jejímž ředitelem byl tehdy J. J. Thomson; tam Langevin uzavřel první vědecká přátelství s jinými stipendisty, na příklad s Rutherfordem, Townsendem a C. T. R. Wilsonem. Pobyt v Cambridgi dotváří vědecký profil Langevinův: dokonale vyrovnává zájmy theoretika, ukazuje mu sice široký obor pracovních možností, ale dokonale definovaných, a učí ho kritice myšlenky i práce.

Od následujícího roku je stipendistou na École Normale a Faculté des Sciences v Paříži. V roce 1900 je preparátorem fakulty, v roce 1902 tu předkládá doktorskou thesi. Téhož roku je jmenován suplujícím profesorem na Collège de France, kde přednáší za Mascarta, po jehož smrti (1909) se tu stává profesorem titulárním. Současně (od roku 1905) vyučuje na École de Physique et Chimie za Pierra Curie a (od roku 1906) na dívčí École Normale Supérieure v Sèvres; na tomto ústavu ztráví v učitelské činnosti více jak čtvrt století. Již jako titulární profesor na École de Physique et Chimie stává se zároveň studijním ředitelem („directeur des études") tohoto ústavu a po smrti Hallerově ředitelem ústavu („directeur de l' école"). Je jím až do roku 1940, kdy za německé okupace je Němci zatčen; po osvobození se však vrací na své místo a setrvává v něm až do smrti.

Ostatní data jsou již jen dlouhým výčtem poct a uznání; uvedeme z nich nejvýznamnější. Institut de France udělil mu čtyřikráte cenu (Hughesovu 1907, Félixovu 1918, La Cazeovu 1924, Piersonovu-Perrinovu 1933); londýnská Royal Society vyznamenala jej dvakráte zlatou medailí (1915 a 1941); ceny mu udělily i četné jiné instituce (Collège de France, Société des Ingénieurs civils a j.). Již v roce 1912 stal se členem Královské vědecké společnosti v Gotinkách, 1921 římské Akademie dei Lincei a francouzské Námořní akademie, 1926 Akademie v Praze a Bologni a Holandské společnosti věd v Haarlemu, 1928 členem londýnské Royal Society, 1929 Akademie v Kodani a 1933 Královské irské akademie. Čestné členství mu udělil v roce 1921 Královský institut londýnský, 1927 ženevská Fysikální a přírodovědecká společnost, 1928 Akademie v Buenos-Aires, Fakulta nauk v Santiagu (Chile) a Fysikálně-chemická asociace v Argentině, 1929 Akademie nauk SSSR a 1931 Národní akademie v Pekingu. Byl již čestným členem mnohých zahraničních akademií, když jej teprve mezi své členy přijala francouzská Académie des Sciences, v níž odedávna byl vliv fysiků jen nepatrný. Třikrát jej fysikální sekce kandidovala (1923, 1927, 1934), než byl zvolen na místo uprázdněné úmrtím Villardovým. Důstojníkem Čestné legie stal se v roce 1946. Čestnými doktoráty poctila Langevina universita v Manchestru (1920), Leedsu (1922), Bristolu (1928), Cambridgi (1929), svobodná universita v Bruselu (1930), universita v Liège (1933), Glasgowě (1946) a Oslo (1946). Universita v Buenos-Aires jmenovala jej (1928) čestným profesorem.

V letech 1911 až 1927 byl členem a od roku 1928 presidentem vědeckých komisí Conseil de physique Solvay, od roku 1920 hlavním vědeckým redaktorem Journalu de Physique, 1904 referentem pro fysiku elektronů na Mezinárodním kongresu v Saint-Louis, 1932 presidentem vědecké a technické komise při Mezinárodním elektrotechnickém kongresu, od roku 1945 vědeckým poradcem Komise pro atomovou energii a č. j. Předsedal Komisi pro reformu vyučování v letech 1943 až 1944, která měla za účel realisovati t. zv. alžírské projekty, 1946 předsedal Evropskému kongresu o vyučování, byl vicepresidentem Nejvyšší rady pro národní vyučování a delegátem konferencí UNESCO. Význačná je také Langevinova účast na problémech, o které se interesuje Défense nationale; je poradcem válečného námořnictva a člen redakční rady Mémorialu de l'Artillerie Française.

V prosinci 1946 musil se podvolit operaci; strádáním i prací oslabený organismus však nevydržel a 18. prosince 1946 Langevin umírá v kruhu příbuzných a spolupracovníků vědeckých i politických. Vláda vypravila národní pohřeb; nad rakví pronesl za vědce projev jeho žák Joliot-Curie, za politické přátele Cogniot a za vládu Naegelen.

Dílo. S Langevinovým jménem setkáváme se ve všech kapitolách fysiky, které se v uplynulém půlstoletí nacházely v popředí vědeckého zájmu. Jeho pojednání, kterých je hodně přes sto, byla sledována velmi pozorně; možno říci, že téměř každá z jeho prací stala se zdrojem pro další práce ostatních. To platí i o jeho (nevydaných) přednáškách na Collège de France; četní jeho žáci v nich nacházeli podněty pro samostatné výzkumy, jak to dokazuje řada disertačních prací, vzniklých na základě Langevinových myšlenek.

První Langevinovy práce vztahují se k *Roentgenovu záření a ionisaci plynů*. V disertační práci (1902) stanovil, nezávisle na Sagnacovi, povahu sekundárního záření vysílaného kovy, které před tím byly ozářeny paprsky X. V pracích týkajících se ionisace plynů, k nimž poté přešel, vytvořil nejprve originální methodu k měření pohyblivosti iontů a s ní provedl nová měření. O tomto thematu publikoval v prvním desetiletí tohoto století patnáct pojednání (jedna práce společně s Blochem); po více jak třiceti letech se k thematu vrátil znovu a uveřejnil (1945) práci, v níž podal úplnější theorii ionisačních zjevů. Studia o pohyblivosti a difusi iontů přivedla Langevina k objevu *velkých iontů atmosférických*, které vznikají při srážkách pohybujících se iontů s neutrálními částicemi suspendovanými v atmosféře. V pěti pracích (v letech 1904 až 1907; některé společně s Blochem a Moulinem) vyložil svou theorii, která byla pokusy prováděnými s kondensačními jádry plně potvrzena. Na Langevinových výsledcích dosud spočívají některé technické způsoby odstraňování prachových částic z atmosféry. Mimo jiné vysvětlila theorie kondensačních jader *fotoelektrický zjev v atmosféře* a *tvoření nízkých i vysokých typů oblak*.

Od studia ionisačních zjevů vede logicky cesta ke kinetické theorii hmoty a thermodynamice. Ve čtyřech pojednáních (v letech 1905 až 1914; jedna práce společně s Reyem) zabýval se Langevin otázkou *střední volné dráhy* (v posavadním vzorci opravil číselný faktor), *interakce molekul* (problém, který Maxwell řešil jen v případě velmi zvláštním, Langevin zobecnil), *anomálních srážek a Brownovým pohybem*. Theorii Brownova pohybu vypracovali podrobně Einstein a Smoluchowski, ale vzorce, k nimž dospěli, se lišily číselným faktorem; elegantní řešení Langevinovo (1908) je zcela nezávislé na těchto předchůdcích a potvrzuje výsledky Einsteinovy. Na téže myšlence založil později Debye svou theorii difuse. Používaje při těchto úvahách method počtu pravděpodobnosti, Langevin činí rozdíl mezi pravděpodobnostmi spojitými a nespojitými, základními to pojmy v statistické mechanice a kvantové statistice. V thermodynamice podal (spolu s Perrinem) přesnou *formulaci druhé hlavní věty*.

Langevinovo vědecké dílo připadá do historického rozhraní mezi „klasickou“ fysikou a fysikou atomovou resp. nukleární. V pěti pracích (první 1904; poslední, o kladném elektronu, 1934) zkoumal Langevin *rozdělení elektrického a magnetického pole elektronu*, zákony dynamiky elektronu, otázky emise záření a zákony šíření v hmotném prostředí, používaje klasických představ o absorbci a difusi. Na základě těchto výsledků podává (1910) svůj výklad modré barvy oblohy. Daleko významnější jsou však jeho práce týkající se *theorie magnetismu* (osm prací z let 1905 až 1932), k nimž byl přiveden studiem dynamiky elektronu. Theoretické úvahy jej vedly k závěru, že pohyb elektronů v atomu vytváří diamagnetický stav; pokusy bylo toto pojetí potvrzeno a ani pozdějšími výsledky kvantové theorie se nezměnilo. V dalších pracích se věnoval ostatním typům magnetismu, přechodnému stavu paramagnetickému a ferromagnetismu. Předvídal existenci paramagnetického nasycení (které později prokázal Kammerlingh Onnes) a podal theorii magnetokalorického zjevu, na jehož podkladě se pak podařilo Haasovi dosáhnout teplot blízkých absolutní nule. Vliv vnějšího pole na neferromagnetické těleso rozkládá na dvě složky, negativní diamagnetickou a positivní paramagnetickou, s rozdílnými vlastnostmi vzhledem k teplotě a chemickému stavu tělesa. Moderní kvantová theorie potvrzuje tuto představu. Langevinovy principy uplatnily se ještě jinak: na jejich základě vybudoval Debye theorii dielektrika, Weiss theorii ferromagnetismu, jimi byla theoreticky interpretována změna elektrického a magnetického dvojlomu s teplotou (Kerrův zjev) a ony v podstatě to také byly, jež v posledních letech umožnily nahlédnout do vnitřní struktury organických molekul.

Již od počátku své vědecké dráhy uvažoval Langevin o *pojmu času*. Spolu s Lorentzem a Einsteinem snažil se nalézt východisko z obtíží, které vyvolal pokus Michelsonův; na jeho popud také tito tři fysikové přednášeli ve Francii (1912, 1920 a 1922). Matematické i filosofické problémy spjaté s otázkou času uložil v čtrnácti pracích (v letech 1905 až 1942) o nejrůznějších otázkách *theorie relativnosti*; tak zejména z principu setrvačnosti energie odvozuje (1913) nezávisle na Einsteinovi a methodou zcela odlišnou slavný vztah $E = mc^2$. Byl jeden z prvních fysiků, kteří vystoupili proti hypothese světového éteru. Pět pojednání (1912 až 1934) věnoval problémům fysikální chemie, zvláště kinetické theorii *osmotického tlaku*. Stávalo se, že nesnadná otázka vyžadovala spolupráce theoretikovy; předkládali ji Langevinovi. Tak povstala na př. práce o *radioaktivaci následkem difuse* (1934); výsledky, k nimž Langevin dospěl theoreticky, potvrdila Chamiéová v plném rozsahu experimentálně.

O Langevinově zálibě v theoretickém sledování fysikálních problémů svědčí také čtyři práce (1912 až 1922) týkající se *veličin a jednotek* charakterisujících elektrické pole a magnetickou indukci. Vychází z názoru, že od okamžiku, kdy do fysiky byl zaveden princip relativnosti, nestačí již klasifikace veličin podle jejich dimensionálního charakteru, nýbrž třeba si také všimnout, jak se chovají vůči transformaci souřadnic. Podobný je smysl dalších čtyřech pojednání (1921 až 1942), v nichž se zabývá fundamentálními *otázkami t. zv. klasické mechaniky a nové mechaniky* v jejich souvislosti s theorií relativnosti. Na základě těchto úvah zabývá se otázkami hmoty a záření a zvláště srážkami velmi rychlých částic; jsou mu také podnětem k filosofickým exkursím, v nichž popírá krisi determinismu.

Dvacet důležitých prací týká se *akustiky* (1916 až 1935; některé práce společně s Chilowskim, Florissonem, Tournierem a Ishimotou). Vyjímečné schopnosti Langevinovy osvědčily se za první světové války v souvislosti s technickými problémy, na nichž měla bezprostřední zájem Défense nationale. V roce 1915 Ministerstvo námořnictví pověřilo Langevina studiem detekce ve vodě, když se neosvědčil elektromagnetický princip Chilowskiho. Spolu s Tournierem a Holweckem dal se Langevin do práce nejprve v Paříži, od počátku 1916 pokračoval v Toulonu („Mission Langevin"), nejprve s principem elektromagnetickým, později s principem ultrazvukovým, vycházeje tu z poznatků, které o piezoelektrickém zjevu učinili Curieové a Lippmann. Používaje vlastností resonance, elektrický efekt zesílil, aby zvětšil amplitudu, sestrojil t. zv. piezoelektrický triplet; výsledkem dílčích prací byla konstrukce zařízení, které umožňovalo zjištění ponorek pod hladinou. I když ultrazvukový detektor nezasáhl již do průběhu války v žádoucí míře, stal se jinak vydatným navigačním pomocníkem: při sondách na mořském dně, při zajišťování bezpečnosti plavby a při komunikaci mezi ponorkami. Byla to však Anglie, která po roce 1918 pokračovala v pracích počatých Langevinem; teprve po roce 1940 francouzské námořnictví se opět obrátilo na Langevina, aby ve svých prací pokračoval. Za druhé světové války byly válečné lodi britské vesměs opatřeny detektory zkonstruovanými podle Langevina a tato zařízení spolu s radarem mají velký podíl na vítězství nad Atlantikem. Při výzkumech byla učiněna řada objevů, které nalezly použití v nejrůznějších odvětvích. Na příklad zjištění o fysiologickém a baktericidním účinku ultrazvukových kmitů (na těchto výzkumech pokračoval v Anglii Wood), možnost rychlé ultrazvukové kontroly kovového materiálu (za druhé světové války vydatně používalo se těchto způsobů rovněž v Anglii); možnost použití piezoelektrických destiček jako frekvenčních stabilisátorů, význam pro měření okamžitých vysokých tlaků, jaké se vyskytují ve vnitřní balistice, a jiné plně prokázaly vysokou vojenskou hodnotu Langevinovy práce na tomto úseku.

Langevin byl právě tak schopným *experimentátorem*, jako byl schopným theoretikem. Již v počátcích své vědecké práce, kdy se zabýval ionisací plynů, zdokonalil elektrometrické methody, zkonstruoval (spolu s Moulinem) registrační elektrometr s citlivostí 10^{-13} A. Spolu s Hocartem a A. Langevinem sestrojil (1927) registrační oscilografický přístroj k záznamu tlakových změn na principu piezoelektrickém, na témž principu konstruoval (1927) zařízení ke studiu otázek rovnováhy rotorů, pomocí speciálních zařízení studoval (s Vaillantem) proudění plynů při nadzvukových rychlostech a (spolu s Delamare-Mazem a Esnault-Pelteriem) zkoumal některé problémy týkající se raket. Za svého bohatého života nikdy se nepřestal zajímat o otázky *vyučování* a *pedagogiky*; studoval tyto problémy nejen ve Francii, ale i ve všech zemích, které navštívil. Rozsah jeho zájmů v těchto oborech lze posoudit z deseti prací, které publikoval v letech 1904 až 1946. Uznání zasluhuje i jeho *činnost mezinárodní*, nejen na vědeckých kongresech, ale i při různých misích vládních a především ve Společnosti národů. V těchto pověřeních navštívil již v roce 1904 USA a do první světové války většinu evropských zemí. Od roku 1920 se intensivně zabýval otázkou mezinárodních vědeckých styků; k této činnosti se vztahuje i jeho pobyt v Číně (1931 až 1932). Přednášel na universitě v Buenos Aires (1927 až 1928), projel SSSR od Moskvy k Tiflisu, předsedal alžírskému kongresu, navštívil Prahu (v roce 1946 při návštěvě naší učitelské delegace v Paříži vzpomínal na tento pražský pobyt a na své osobní přátele mezi našimi vědeckými pracovníky), Varšavu, Budapešť, Madrid, Berlín a jiná města, přijímaje všude zasloužené pocty a navazuje přátelství s vynikajícími fysiky. Od roku 1928 byl čestným členem Jednoty československých matematiků a fysiků.

Člověk. Nelze oddělit Langevina-vědce od Langevina-člověka. Žádná překážka ani nepříznivý zdravotní stav (trpěl dlouhá léta srdeční vadou) nemohly zabránit jeho nadšení a energii, ať se jednalo o práci vysloveně vědeckou nebo o obranu ideálů lidské svobody. Jeho politické názory činily jej ovšem obávaným nepřítelem nacistů. Po okupaci Francie zůstal odvážně na svém místě a byl zatčen jako jeden z prvních francouzských intelektuálů 30. října 1940. Německý důstojník, který zatčení prováděl, při té příležitosti řekl: „Jste pro nás právě tak nebezpečným, jako v XVIII. století byli encyklopedisté nebezpeční tehdejšímu režimu“. Jeho zeť, fysik J. Solomon, byl nacisty umučen, dcera Helena deportována do Osvěčimi, oba vnuci uvězněni. Vláda ve Vichy zbavila Langevina místa, přes četné protesty studentů a vědců z celého světa. Po krátkém žalářování za hrozných fysických podmínek, které však nezlomily jeho ducha, byl mu přikázán nucený a střežený pobyt v Troyes. Čtyřicet dva měsíců bez možnosti práce a v úzkostech o osud dcery, zetě a vnuků jistě neposloužilo Langevinovu zdraví.

Přesto podporuje a spolupracuje s podzemním hnutím a činně se zúčastní organisování t. zv. svobodné university. V obavě o jeho život pomáhají mu jeho přátelé v květnu 1944 uniknout do Švýcar, kde se dočká osvobození Paříže. V září 1944 vrací se na své úřední působiště i k činnosti akademické, zaujímá další a další veřejné funkce, v nichž spatřuje příležitost bojovat proti reakci a nespravedlnosti. Ve skutečnosti bojoval za sociální spravedlnost již jako mladý profesor. Nalezneme jej na příklad v řadách bojovníků v t. zv. aféře Dreyfusově. Těsně před první světovou válkou vystupuje na antimilitaristických projevech, po ní se pak stává aktivním bojovníkem proti fašismu ve všech jeho podobách. V roce 1932 nachází se v čele protifašistického hnutí francouzské inteligence (zároveň s Barbussem a Rollandem) i v předních řadách francouzské „lidové fronty". Vědec, který již tehdy dokonale pochopil, že v celém světě není místa, kde bylo by možno nevidět, jak sama existence lidstva je v nebezpečí. Nezapomenutelné pro nás je jeho stanovisko k událostem z roku 1938 a 1939: Langevin nikdy neuznal mnichovská rozhodnutí a smetení našeho svobodného státu. A již na podzim 1945 ujal se vedení Revue Tchécoslovaque, orgánu francouzsko-československého přátelství.

Ve vlastním vědeckém oboru vystupoval Langevin vždy jako přesvědčený materialista proti všem idealistickým tendencím, zvláště proti Machovu empiriokriticismu. Od přírodovědeckého materialismu dospívá pak Langevin logicky k materialismu dialektickému. Maje mimořádné schopnosti spojovat theorii a praxi, snaží se získat stoupence pro tento nový světový názor, zvláště mezi francouzskou inteligencí. Odtud i jeho plán na shrnutí všeho lidského vědění na podkladu dialektického materialismu, plán „Encyklopédie de la Renaissance Française", moderní to obdoby klasické encyklopedie Diderotovy a d'Alembertovy. Je samozřejmé, že ihned po ukončení druhé světové války stanul v čele všech opravdových stoupenců nové demokratické a socialistické Francie. Vstupem do francouzské komunistické strany dodává už jen vnější výraz pro své pravé přesvědčení.

Jen duch tak encyklopedický jako Langevinův mohl s pronikavým úspěchem pracovat v nejrůznějších fysikálních oborech, zajímat se o školství všech stupňů a při tom nezapomínat na osud lidí, hodných tohoto jména, bez rozdílu národnosti, rasy nebo barvy. Jeho intelektuální schopnosti jej vedly k tomu, aby všechny problémy vyslovoval přesně a aby je řešil beze zbytku, byť byly sebesložitější. Úspěchy ve Francii a v celém ostatním světě nechávaly jej stále stejně skromným a neměly vliv na jeho smysl sloužit vlasti a lidstvu. Langevin je typem nového člověka, představitelem nového lidství, lepšího, spravedlivějšího a velkorysejšího.

Literatura: Cahiers de l'Université Libre, U. F. U., n° 3, 1945; Mémorial de l'Artillerie française, XX, 4e fsc. de 1946 (s úplnou bibliografií); Nová mysl, číslo 1, 1947.

ČLÁNKY A REFERÁTY

O existenci nekonvexních mnohoúhelníků předepsaného druhu.

Josef Brejcha, Brno.

Ve středoškolské geometrii věnuje se pozornost mnohoúhelníkům,[1]) jejichž všechny vnitřní úhly jsou duté (menší než $2R$). Takovéto mnohoúhelníky nazýváme konvexními. Celkem opomíjeny jsou mnohoúhelníky, u nichž některé vnitřní úhly jsou vypuklé (větší než $2R$), jež nazýváme nekonvexními.

Budiž dán nějaký n-úhelník o vrcholech $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$, kde $n \geqq 3$ je přirozené číslo. Přiřaďme každému z těchto vrcholů symbol 0 nebo 1 podle toho, zda k vrcholu příslušný vnitřní úhel α je dutý nebo vypuklý. Tím pro každý n-úhelník dostaneme n-člennou posloupnost $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_n$, skládající se vesměs ze symbolů 0, 1, což značí, že pro každý index i $(1 \leqq i \leqq n)$ je buďto $\varepsilon_i = 0$ nebo $\varepsilon_i = 1$. Snadno lze však nahlédnouti, že v každém n-úhelníku musí existovati nejméně 3 duté úhly, a tudíž v každé posloupnosti $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, přiřazené právě popsaným způsobem nějakému n-úhelníku, musí existovati nejméně 3 indexy i, pro něž $\varepsilon_i = 0$.[2])

---

[1]) Definici mnohoúhelníka viz Čech: Geometrie pro 4. třídu měštanských a středních škol, JČMF, Praha 1946; str. 8.

[2]) Čtenáři bude snad příjemno, naznačíme-li důkaz tohoto tvrzení. Jeden důkaz plyne z této věty: Součet všech vnitřních úhlů v n-úhelníku je roven $(n - 2)\,2R$ (důkaz viz K. Reinhardt, Über die Zerlegung der Ebene in Polygone (disertace, Frankfurt a. M. (1918), R. Noske, Borna-Lipsko, str. 34 a 35; pro konvexní mnohoúhelníky je důkaz ovšem snadný). Počet úhlů větších než $2R$ je tedy menší než $n - 2$, počet dutých úhlů je tedy větší než 2, tedy aspoň 3. Jiný důkaz: Budiž $\mathfrak{M}$ mnohoúhelník. Přímku p nazvu na okamžik T-přímkou, má-li tyto dvě vlastnosti: 1. obsahuje aspoň jeden bod z $\mathfrak{M}$; 2. všechny vnitřní body mnohoúhelníka $\mathfrak{M}$ leží po *téže* straně přímky p. Je zřejmo: Každá T-přímka obsahuje aspoň jeden vrchol z $\mathfrak{M}$; obsahuje-li T-přímka aspoň dva body z $\mathfrak{M}$, obsahuje též aspoň dva vrcholy z $\mathfrak{M}$; leží-li vrchol na T-přímce, je vnitřní úhel u něho dutý. Zvolme nyní libovolnou přímku p, jež neprotíná $\mathfrak{M}$; posouvejme ji rovnoběžně tak dlouho, až z ní vznikne T-přímka p'. Obsahuje-li p' jen jeden bod V z $\mathfrak{M}$, otáčejme ji okolo V tak dlouho, až dostaneme T-přímku p'', obsahující aspoň dva body z $\mathfrak{M}$ a tedy také aspoň dva vrcholy A, B. Snadno vidíme, že existuje ještě jedna T-přímka q rovnoběžná s p'' (celý vnitřek $\mathfrak{M}$ leží mezi p'', q); na q leží aspoň jeden vrchol C. Úhly při A, B, C jsou pak duté.

Red.

Z předešlého je patrno dále, že každý *konvexní* n-úhelník je charakterisován n-člennou posloupností, skládající se ze samých nul (t. j. pro každý index i je $\varepsilon_i = 0$). Naproti tomu n-členná posloupnost, v níž aspoň jeden člen je 1, charakterisuje n-úhelník *nekonvexní* (existuje aspoň jeden index i, pro nějž je $\varepsilon_i = 1$).

Je dále zřejmo, že je-li danému n-úhelníku již přiřazena určitá posloupnost $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, pak témuž n-úhelníku přísluší celkem n posloupností, které z dané $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ vzniknou cyklickou permutací. Takovéto posloupnosti budeme pokládati za totožné.

V semináři elementární geometrie při pedagogické fakultě Masarykovy university v Brně položil prof. Dr. Karel Koutský otázku, *zda k dané n-členné posloupnosti* $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ $(n > 3)$ *symbolů* 0, 1 *existuje vždy příslušný n-úhelník.*

Tato práce podává positivní odpověď na danou otázku; nalezl jsem konstrukci, platnou obecně pro libovolnou posloupnost těchto symbolů.

Důkaz: Nechť $n \geqq 3$ a nechť $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ je n-členná posloupnost symbolů 0, 1. Když za prvé je $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = \varepsilon_n = 0$, pak podle předešlého jde o konvexní mnohoúhelník, jehož existence je vždy zaručena (viz pravidelné n-úhelníky).

Nechť tedy za druhé je aspoň jeden člen $\varepsilon_i = 1$. Pak běží o nekonvexní n-úhelníky. Zřejmě musí v tomto případě být $n \geqq 4$. Ježto posloupnost $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ lze cyklicky permutovati, lze bez omezení všeobecnosti předpokládati $\varepsilon_1 = 1$. Rozdělme nyní naši posloupnost $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ na t neprázdných[3]) skupin $S_1\ S_2 \ldots S_t$ tak, aby skupiny S_j s lichými indexy obsahovaly vesměs pouze symboly 1, kdežto skupiny S_j se sudými indexy pouze symboly 0. Ježto ale aspoň tři ze symbolů ε_i se musí podle předešlého rovnati 0, jistě existuje aspoň jedna skupina S_j se sudým indexem j. Cyklickou permutací lze docíliti toho, aby poslední skupina S_t obsahovala samé 0. Vzhledem k tomu lze o čísle t učiniti tyto dva předpoklady: 1. $t \geqq 2$, 2. t je sudé. Existuje tedy celé číslo $k \geqq 1$ takové, že $t = 2k$.

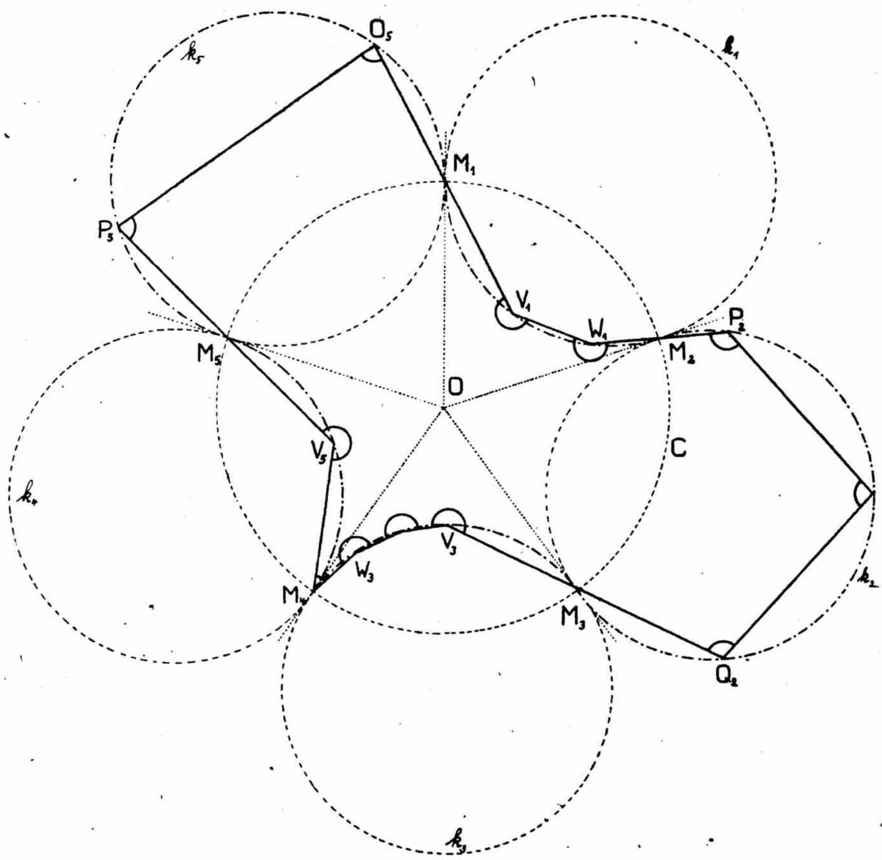
Budiž nyní l počet těch skupin S_j se sudými indexy j, které obsahují právě jeden symbol ε; zřejmě je vždy v těchto skupinách $\varepsilon = 0$. Tudíž počet skupin S_j se sudými indexy j, které obsahují víc než jeden člen, je roven číslu $k - l$ a počet skupin S_j s lichými indexy j je roven číslu k.

Jistě jest $0 \leqq l \leqq k$, takže také $2k - l \geqq 0$.

A) Když $2k - l \geqq 3$, je pak konstrukce žádaného mnohoúhelníka tato:

Volme v rovině libovolnou kružnici C o středu O a sestrojme

[3]) To značí, že každá taková skupina obsahuje aspoň jeden prvek (symbol ε).



Obr. 1.

pravidelný $(2k - l)$-úhelník do této kružnice vepsaný. Jeho vrcholy označme v přirozeném pořádku $M_1, M_2, \ldots, M_{2k-l}$. Spojme každý bod M_i $(i = 1, 2, \ldots, 2k - l)$ s bodem O a sestrojme celkem $2k - l$ kružnic k_i $(i = 1, 2, \ldots, 2k - l)$ tak, aby kružnice k_i se dotýkala přímky $\overline{OM_i}$ v bodě M_i a procházela bodem M_{i+1} (při tom $M_{2k-l+1} \equiv \equiv M_1$). Body $M_1, M_2, \ldots, M_{2k-l}$ rozdělují každou z kružnic k_i na dva oblouky, z nichž ten, který leží uvnitř základní kružnice C, nazveme vnitřním, ten, který leží vně C, nazveme obloukem vnějším. Každé skupině S_j s lichým indexem j přiřadíme nyní jeden z vnitřních oblouků kružnice k_i, kdežto každé skupině S_j se sudým indexem j přiřadíme buď některý z bodů M_i $(i = 1, 2, \ldots, 2k - l)$, anebo některý z vnějších oblouků kružnic k_i podle toho, zda tato skupina

S_j se skládá pouze z jednoho členu ε, nebo zda se skládá z více než jednoho členu. Toto přiřazení definujeme indukcí:

Skupině S_1 přiřaďme vnitřní oblouk $\widehat{M_1M_2}$ kružnice k_1. Nechť je $r \geqq 1$ přirozené číslo a předpokládejme, že jsme pro skupiny $S_1, S_2, \ldots, S_r$ již provedli ono přiřazení oblouků kružnic k_i a bodů M_i. Poslední z bodů M_i, k němuž jsme takto došli, budiž M_s. Je-li nyní r číslo liché, tedy $r + 1$ je sudé, pak skupině S_{r+1} přiřaďme buď bod M_s nebo vnější oblouk $\widehat{M_sM_{s+1}}$ kružnice k_s podle toho, zda tato skupina obsahuje pouze jediný člen, nebo zda obsahuje víc než jediný člen; je-li r číslo sudé, pak $r + 1$ je liché a skupině S_{r+1} přiřadíme vnitřní oblouk $\widehat{M_sM_{s+1}}$ kružnice k_s.

Touto konstrukcí sestrojíme jakousi „uzavřenou vlnovku", která se skládá z oblouků kružnic k_i a prochází všemi body M_i. Na této vlnovce budou pak ležeti vrcholy hledaného n-úhelníka.

Pro stručnost označme počet symbolů ε, které se vyskytují ve skupině S_j znakem σ_j; zřejmě je vždy $\sigma_j \geqq 1$ $(j = 1, 2, \ldots, 2k)$.

Vrcholy našeho mnohoúhelníka, příslušné symbolům $\varepsilon = 1$ ve skupinách S_j s *lichými* indexy j, sestrojíme pak takto:

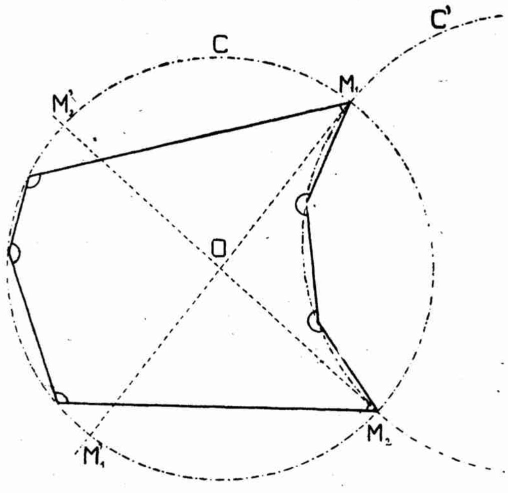
Rozpůlíme vnitřní oblouky těch kružnic k_i, které byly přiřazeny skupinám S_j s lichým indexem a body tak vzniklé označíme V_j. To budou ony body našeho n-úhelníka, které odpovídají *prvnímu* ze symbolů $\varepsilon = 1$ ve skupinách S_j s lichým indexem se vyskytujícímu. Je-li $\sigma_j = 1$, jsme s příslušnou skupinou S_j hotovi. Je-li $\sigma_j > 1$, volme na přiřazeném vnitřním oblouku další bod $W_j \neq V_j$ směrem k tomu z bodů M_i resp. k tomu z vnitřních oblouků kružnic k_i, který byl přiřazen následující skupině S_{j+1}. Bod W_j bude pak ten vrchol našeho mnohoúhelníka, který odpovídá *poslednímu* ze symbolů $\varepsilon = 1$ ve skupině S_j se vyskytujících. Je-li $\sigma_j = 2$, jsme se skupinou S_j hotovi. Je-li $\sigma_j > 2$, pak volme $(\sigma_j - 2)$ body libovolně mezi body V_j a W_j na oblouku $\widehat{V_jW_j}$; tyto body budou zbývajícími vrcholy našeho mnohoúhelníka, jež příslušejí skupině S_j. Touto konstrukcí jsou dány všechny vrcholy hledaného n-úhelníka, při nichž leží vypuklé úhly.

Vrcholy příslušné symbolům $\varepsilon = 0$ ve skupinách S_j se *sudými* indexy j sestrojíme takto:

Když skupina S_j obsahuje pouze jediný symbol ε (t. j. když $\sigma_j = 1$), pak je jí přiřazen jistý bod M_i, který bude vrcholem našeho mnohoúhelníka.

Když $\sigma_j > 1$, pak skupině S_j je přiřazen jistý vnější oblouk $\widehat{M_pM_{p+1}}$ kružnice k_p. Předcházející skupina S_{j-1} a následující skupina S_{j+1} mají liché indexy; jsou jim tedy přiřazeny vnitřní oblouky $\widehat{M_{p-1}M_p}$, resp. $\widehat{M_{p+1}M_{p+2}}$ kružnic k_{p-1} resp. k_{p+1}. Kružnice k_{p-1} a k_p jsou homotetické podle společného dotykového bodu M_p, kružnice k_p, k_{p+1} jsou homotetické podle bodu M_{p+1}. Sestrojme nyní na vnějším oblouku $\widehat{M_pM_{p+1}}$ kružnice k_p body P_p a Q_p takto:

Bod P_p je homotetický buďto s půlícím bodem V_{p-1} nebo s bodem W_{p-1} na vnitřním oblouku $\widehat{M_{p-1}M_p}$ kružnice k_{p-1} podle toho, zda $\sigma_{j-1} = 1$ nebo $\sigma_{j-1} > 1$. Bod Q_p je homotetický s půlícím bodem V_{p+1} vnitřního oblouku $\widehat{M_{p+1}M_{p+2}}$ kružnice k_{p+1}.



Obr. 2.

Z popsaných homotetií kružnic k_{p-1}, k_p resp. kružnic k_p a k_{p+1} se lehce dokáže, že $P_p \neq Q_p$ a že bod Q_p leží blíže bodu M_{p+1} nežli bod P_p. (Stačí uvážiti, že každý z vnitřních oblouků kružnice k_i tvoří méně než půlkružnici, kdežto každý z vnějších oblouků tvoří víc než půlkružnici).

Sestrojené body P_p a Q_p budou vrcholy mnohoúhelníka, které odpovídají prvnímu, resp. poslednímu symbolu $\varepsilon = 0$ ve skupině S_j. Je-li $\sigma_j = 2$, jsme s touto skupinou hotovi; je-li $\sigma_j > 2$, pak volme libovolně $(\sigma_j - 2)$ bodů mezi P_p a Q_p na vnějším oblouku kružnice k_p a to budou další vrcholy našeho n-úhelníka, které přísluší skupině S_j.

Touto konstrukcí lze sestrojiti všechny vrcholy hledaného n-úhelníka, při nichž leží duté úhly.

B) Zbývá ještě vyšetřiti případy, kdy $2k - l < 3$.

a) Kdyby $2k - l = 0$, pak z nerovnosti $l \leqq k$ by plynulo $2k \leqq k$ a ježto $k \geqq 1$, následovalo by dále $2 \leqq 1$, což není pravda. Nutně tedy musí být $2k - l > 0$.

b) Kdyby $2k - l = 1$, pak z nerovnosti $l \leqq k$ by plynulo $k \leqq 1$. Ježto je však $k \geqq 1$, musilo by býti $k = 1$ a tedy $l = 2k - 1 = 1 = k$. Existovaly by tedy pouze dvě skupiny S_1, S_2, z nichž skupina S_2 by obsahovala pouze jediný člen $\varepsilon = 0$, kdežto skupina S_1 by obsahovala $(n - 1)$ symbolů $\varepsilon = 1$. Ale posloupnost symbolů $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, v níž se pouze jednou vyskytne symbol $\varepsilon_i = 0$, nemůže náležeti žádnému n-úhelníku. Nutně tedy musí $2k - l > 1$.

c) Kdyby $2k - l = 2$, pak z nerovnosti $l \leqq k$ by plynulo $k \leqq 2$. Ježto však $k \geqq 1$, musí být buď $k = 1$ nebo $k = 2$.

Kdyby $k = 2$, pak $l = 2k - 2 = 2 = k$. Existovaly by 4 skupiny S_1, S_2, S_3, S_4, z nichž S_2 a S_4 by obsahovaly po jediném členu $\varepsilon_i = 0$, kdežto S_1 a S_3 obsahovaly by dohromady $(n - 2)$ symbolů $\varepsilon = 1$. V posloupnosti $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ by tedy pouze dva členy byly rovny 0, ostatní by byly samé jednotky. Avšak k takové posloupnosti neexistuje žádný n-úhelník. Nutně tedy musí býti $k = 1$ a tedy $l = 2k - 2 = 0$.

V tomto případě existují tedy pouze dvě skupiny S_1, S_2, při čemž skupina S_2 obsahuje více než jeden symbol $\varepsilon = 0$ (jest totiž $l = 0$) a tedy podle poznámky sub[2]) aspoň tři tyto symboly. Skupina S_1 obsahuje pak jeden nebo více než jeden symbol $\varepsilon = 1$.

Konstrukce příslušného mnohoúhelníka je pak tato:

Volme libovolnou základní kružnici C a na ní libovolně dva body M_1 a M_2 tak, aby $\sphericalangle M_1OM_2$ byl úhel dutý. Sestrojme nyní na kružnici C body M'_1, M'_2, diametrálně s body M_1, M_2. Poněvadž každý n-úhelník musí míti nejméně 3 duté úhly a ježto jeho vrcholy, náležející úhlům dutým, odpovídají vesměs symbolům $\varepsilon = 0$ ze skupiny S_2, je $\sigma_2 \geqq 3$. Volme tedy na oblouku $\widehat{M'_1M'_2}$ kružnice C, který neobsahuje bod M_1 (tedy též ani M_2) celkem $(\sigma_2 - 2)$ bodů vzájemně různých a od M'_1 a M'_2 odlišných bodů. Těchto $(\sigma_2 - 2)$ bodů spolu s body M_1 a M_2 budou vrcholy mnohoúhelníka, které odpovídají symbolům $\varepsilon = 0$ ze skupiny S_2, a tedy při každém z nich leží dutý úhel vnitřní.

Sestrojme nyní další kružnici C', aby se dotýkala přímky $\overline{OM_1}$ v bodě M_1 a procházela bodem M_2. Tyto dva body rozdělují kružnici C' na dva oblouky, z nichž ten, který leží uvnitř základní kružnice C nazveme obloukem vnitřním. Na tomto vnitřním oblouku $\widehat{M_1M_2}$ kružnice C' volme nyní, ježto je zřejmě $\sigma_1 \geqq 1$, celkem σ_1 vzájemně různých a od M_1 a M_2 odlišných bodů; to budou vrcholy hledaného mnohoúhelníka, odpovídající symbolům $\varepsilon = 1$ ze skupiny S_1, při nichž leží vnitřní úhly vypuklé.

Tím je i v tomto případě n-úhelník sestrojen.

Jako příklad je v obr. 1 sestrojen mnohoúhelník, příslušný k posloupnosti (1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0), v obr. 2 mnohoúhelník (1 1 0 0 0 0 0).

Geometrické místo středů podobných kuželoseček v síti kuželoseček.

Dr Alois Urban, Praha.

1. Úvod. Úkolem článku je odvodit syntheticky několik vět o středech podobných kuželoseček[1]) v síti kuželoseček o společném polárním trojúhelníku[2]) a ukázat, jak se jich dá užít k řešení některých úloh o podobných kuželosečkách. K odvození vět je použito kvadratické transformace, jež středu kuželosečky sítě přiřazuje střed kvadratické bodové involuce na libovolné pevné jednoduché kuželosečce, do níž se z libovolného vlastního bodu na této kuželosečce promítá involuce harmonických pólů na nevlastní přímce, kterou na ní indukuje zvolená kuželosečka sítě.

2. Kvadratická transformace $\{l, U\}$. Nechť je dán trojúhelník o vrcholech P, Q, R, o nichž předpokládáme, že jsou vlastní. Strany trojúhelníka označme $p = QR$, $q = RP$, $r = PQ$. Dále nechť je dána pevná jednoduchá kuželosečka l a na ní pevný vlastní bod U, kterým jsou vedeny přímky $'p \parallel p$, $'q \parallel q$, $'r \parallel r$. Jejich další průsečíky s l nechť jsou body P', Q', R'. Strany trojúhelníka $P'Q'R'$ označme $r' = Q'R'$, $q' = R'P'$, $r' = P'Q'$.

Všimneme si přiřazení bodů S a S', které je definováno tímto předpisem:

Definice přiřazení $\{l, U\}$. Nechť $S \neq P, Q, R$; pak S' nechť je průsečík P_SP' a Q_SQ', kde P_S (Q_S) je další průsečík přímky $p_S \parallel PS$ $(q_S \parallel QS)$, vedené bodem U, s kuželosečkou l. Nechť $S' \neq P', Q', R'$; pak S nechť je průsečík přímek ${}_1p_S$ a ${}_1q_S$, kde ${}_1p_S \parallel P_SU$ $({}_1q_S \parallel Q_SU)$ je přímka vedená bodem P (Q), při čemž P_S (Q_S) je průsečík různý od P' (Q') přímky $S'P'$ $(S'Q')$ s kuželosečkou l.

Toto přiřazení zřejmě závisí na volbě kuželosečky l a bodu U na ní a proto je označíme jako přiřazení $\{l, U\}$. V definici přiřazení jsme použili ze šesti bodů P, Q, R, P', Q', R' jen čtyř P, Q, P', Q'; zřejmě můžeme sestrojiti podobné přiřazení také pomocí bodů P, R, P', R' a Q, R, Q', R'. Dá se však ukázat, že všechna tři přiřazení jsou ekvivalentní a to v tom smyslu: Je-li S' (S'', S''') bod, který v přiřazení $\{l, U\}$, sestrojeném na základě bodů P, Q, P', Q' $(P, R, P', R'; Q, R, Q', R')$, odpovídá bodu S, pak $S' = S'' = S'''$. Tohoto tvrzení však nebude v dalším třeba.

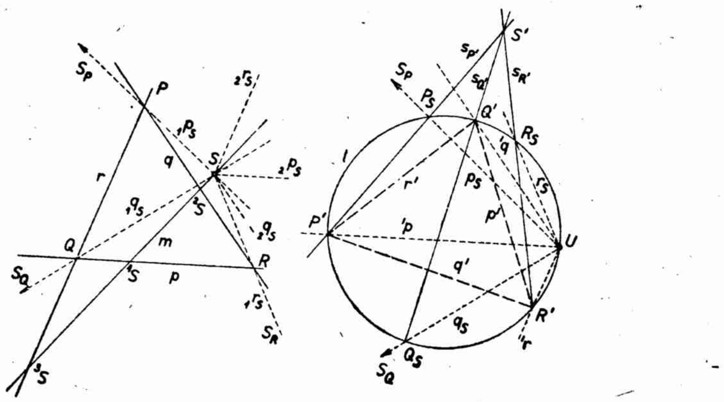
[1]) Podobnými kuželosečkami rozumíme kuželosečky, které lze převésti v sebe grupou podobnostních transformací připuštěných v euklidovské rovině. (Viz V. Hlavatý: Projektivní geometrie, II. díl, def. (1,1), str. 249 a def. (5,1), str. 271).

[2]) Omezujeme se tedy na speciální síť kuželoseček bez základních bodů; obdobným způsobem lze však uvažovati i o jiných sítích.

Všimněme si ještě, že uvedeným způsobem je každému $S \neq P, Q, R$ přiřazen jediný bod S' a obráceně každému $S' \neq P'$, Q', R' je přiřazen jediný bod S, neboť všechny uvedené konstrukce jsou určité a jednoznačné. Tedy přiřazení $\{l, U\}$ je jednojednoznačné až na určité výjimky.

2.1 Přiřazení $\{l, U\}$ je kvadratickou transformací; hlavní body jednoho pole jsou P, Q, R, hlavní body druhého pole jsou P', Q', R'.

Důkaz. Zvolme v soustavě bodů S přímku m, která neprochází body P, Q, R. Hledejme co jí odpovídá v přiřazení $\{l, U\}$. Označme



Obr. 1.

nevlastní přímku roviny u; podle definice přiřazení $\{l, U\}$ platí (viz obr. 1.)

$$m(S, \ldots) :: P({}_1p_S, \ldots) :: u(S_P, \ldots) :: U(p_S, \ldots) :::$$
$$::: l(P_S, \ldots) ::: P'(s_{P'}, \ldots).$$

Současně platí

$$m(S, \ldots) :: Q({}_1q_S, \ldots) :: u(S_Q, \ldots) :: U(q_S, \ldots) :::$$
$$::: l(Q_S, \ldots) ::: Q'(s_{Q'}, \ldots).$$

Odtud plyne

$$P'(s_{P'}, \ldots) ::: Q'(s_{Q'}, \ldots). \qquad (*)$$

Výtvorem této projektivity, t. j. geometrickým místem bodů S' odpovídajících bodům S přímky m, je kuželosečka m'. Tato kuželosečka je jednoduchá. Kdyby byla složená, pak projektivita (*) by musela býti perspektivitou (vždy je totiž $P' \neq Q'$), t. j. přímce r' ve hvězdici P' by musela odpovídati táž přímka r' ve hvězdici Q'. K přímce r' ve hvězdici P' dojdeme však, hledáme-li k průsečíku

$^2S = qm$ odpovídající bod $^2S'$; k přímce r' ve hvězdici Q' dojdeme, hledáme-li k bodu $^1S = pm$ odpovídající $^1S'$; ježto dle předpokladu přímka m neprochází žádným z bodů P, Q, R, je $^1S \neq {}^2S$ a tedy přímka r' v projektivitě (*) není samodružnou, tedy m', nemůže býti složená.

Podobně by se dalo ukázat, že přímce n' v soustavě bodů S', která neprochází body P', Q', R', odpovídá jednoduchá kuželosečka n.

Z uvedeného již plyne, že přiřazení $\{l, U\}$ je kvadratickou transformací. Je hned zřejmé, že hlavní body pole bodů S jsou P, Q, R a hlavní body pole bodů S' jsou P', Q', R'.

Všimněme si nyní sítě kuželoseček o společném polárním trojúhelníku. Nechť trojúhelník PQR je právě tímto polárním trojúhelníkem.

2.2 Středu S jednoduché kuželosečky k [3]) dané sítě odpovídá kvadratickou transformací $\{l, U\}$ střed S' kvadratické bodové involuce na kuželosečce l; tato involuce je průmětem involuce harmonických pólů, kterou kuželosečka k indukuje na nevlastní přímce, z bodu U na kuželosečku l. Obráceně každému S' neležícímu na p', q', r' odpovídá kvadratickou transformací $\{l, U\}$ jediný bod S. Ten je středem jednoduché kuželosečky sítě, která indukuje na nevlastní přímce involuci harmonických pólů, jež se z U promítá na l do kvadratické involuce o středu S'.

Důkaz. Nechť bod S je středem jednoduché kuželosečky sítě. Zřejmě S nemůže ležet na p (q, r); kdyby S ležel na p (q, r), pak by nevlastní přímka, t. j. polára středu S, musela procházet bodem P (Q, R), což dle předpokladu o bodu P (Q, R) není možné. Nechť I_k je involuce sdružených průměrů této kuželosečky. Involuce I_k protíná nevlastní přímku v bodové involuci $_uI_k$, kterou promítneme z bodu U na kuželosečku l do bodové kvadratické involuce I'_k, jejíž střed je bod S', který v kvadratické transformaci $\{l, U\}$ odpovídá bodu S. Skutečně: uvažme, že do involuce I_k patří pár sdružených průměrů $_1p_S, {}_2p_S$ $({}_1q_S, {}_2q_S; {}_1r_S, {}_2r_S)$, kde $_1p_S = PS$, $_2p_S$ je rovnoběžné s p a prochází bodem $S({}_1q_S = QS, {}_2q_S \parallel q$ a jde bodem S; $_1r_S = RS, {}_2r_S \parallel r$ jde bodem $S)$. Pár involuce I'_k sestrojíme jako průsečíky rovnoběžek $p_S \parallel {}_1p_S$, $'p \parallel {}_2p_S \parallel p$ $(q_S \parallel {}_1q_S$, $'q \parallel q$; $r_S \parallel {}_1r_S$, $'r \parallel r)$, jdoucích bodem U, s kuželosečkou l. Tím dostaneme body P_S, P' $(Q_S, Q'; R_S, R')$. Střed involuce I'_k leží na spojnici P_SP' (Q_SQ', R_SR') a je tedy bodem S' přiřazeným transformací $\{l, U\}$ bodu S.

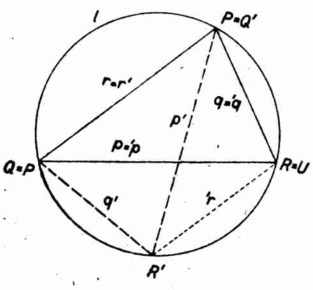
Obráceně. Zvolme bod S' a pokládejme jej za střed kvadratické bodové involuce I'_k na l. Promítněme tuto involuci z bodu U na nevlastní přímku u do bodové involuce $_uI_k$. Tato involuce určuje

[3]) Středem paraboly rozumíme její nevlastní bod.

v síti kuželoseček kuželosečku. Nechť S' leží na p' (q', r'), pak zmíněná kuželosečka v síti je složená. V tomto případě totiž do involuce I'_k náleží pár Q', R' (R', P'; P', Q'), tedy do involuce ${}_uI_k$ náleží pár nevlastních bodů přímek q, r (r, p; p, q). Pól nevlastní přímky je pak bod P (Q, R), příslušná kuželosečka nemůže tedy býti jednoduchá. Nechť tedy S' neleží na p', q', r'. Involuce ${}_uI_k$ neobsahuje mezi svými páry žádnou dvojici z nevlastních bodů přímek p, q, r. V síti existuje tedy jednoduchá kuželosečka k, která na nevlastní přímce indukuje involuci ${}_uI_k$. Její střed je transformací $\{l, U\}$ přiřazen bodu S'. Hledejme totiž pól nevlastní přímky. Stačí najít průsečík polár dvou jejích bodů. Polára nevlastního bodu přímky $p(q)$ je přímka ${}_1p_S \parallel p_S$ jdoucí $P({}_1q_S \parallel q_S$ jdoucí $Q)$, při čemž nevlastní body přímek p, p_S (q, q_S) jsou páry involuce ${}_uI_k$. Průsečík ${}_1p_S$ a ${}_1q_S$ je střed S zmíněné kuželosečky k a současně je bodem, který je v transformaci $\{l, U\}$ (dle definice tohoto přiřazení) přiřazen bodu S'.

Poznámka: Věta 2.2 jedná o středech jednoduchých kuželoseček sítě. V uvažované síti existují však také složené kuželosečky. Jsou to páry přímek přímkových involucí ve vrcholech společného polárního trojúhelníka; samodružné přímky těchto involucí jsou strany polárního trojúhelníka. Středy těchto složených kuželoseček, pokud jsou složeny ze dvou různých přímek, jsou právě vrcholy polárního trojúhelníka.

V dalším budeme potřebovati jen té okolnosti, že při volbě libovolné kuželosečky l a vlastního bodu U na ní, jsou body S a S', o nichž mluví věta 2.2, vázány kvadratickou transformací $\{l, U\}$. Můžeme tedy l a U voliti pokud možno výhodně. Za kuželosečku l zvolíme kružnici, jinak může býti poloha l a bodu U na ní libovolná. Abychom této možnosti využili i konstruktivně, předpokládejme v dalším: l je kružnicí opsanou polárnímu trojúhelníku PQR sítě kuželoseček a $U = R$ (obr. 2).



Obr. 2.

2.3 Geometrické místo středů všech hyperbol uvažované sítě kuželoseček, podobných dané nikoliv rovnoosé[4]) hyperbole, resp. komplementární hyperbole, je kvartika se třemi uzlovými body ve vrcholech společného polárního trojúhelníka sítě. Její reálné body leží vně tohoto trojúhelníka.

---

[4]) Případ rovnoosé hyperboly je probrán v další větě.

Důkaz. Daná hyperbola nechť má poloosy $a, b, a \neq b$. Uvažujme hyperbolu sítě, která je podobná dané hyperbole, resp. hyperbole komplementární a má poloosy a_1, b_1. Dle předpokladu $a_1 : b_1 = a : b$. Promítněme involuci harmonických pólů ${}_uI_k$, jež uvažovaná hyperbola indukuje na nevlastní přímce, z bodu U na kružnici l. Průmětem je kvadratická bodová involuce I'_k, jejíž střed S' má od středu kružnice l vzdálenost $r' = r\,(a_1^2 + b_1^2) : |(a_1^2 - b_1^2)| = r\,(a^2 + b^2) : |(a^2 - b^2)|$, kde r je poloměr kružnice l. Nalezený vztah platí pro každou hyperbolu sítě podobnou dané hyperbole resp. hyperbole s ní komplementární. Leží tedy body S' na kružnici m' soustředné s l a poloměru r' ($> r$). Dle známé věty z theorie kvadratických transformací kružnici m' kvadratickou transformací $\{l, U\}$ odpovídá kvartika m uvedených vlastností. Dle věty 2.2 každému bodu na m', neležícímu na p', q', r', odpovídá na m bod neležící na p, q, r, jenž je středem hyperboly podobné dané, resp. s ní komplementární. Průsečíkům přímky p' (q', r') s kružnicí m' kvadratickou transformací $\{l, U\}$ odpovídá $P(Q, R)$; tento bod je středem složených kuželoseček sítě, které jsou složeny z přímek involuce v $P(Q, R)$ o samodružných přímkách q, r (p, r; p, q); mezi těmito složenými kuželosečkami existují právě dvě kuželosečky sítě složené vždy z páru přímek, svírajících úhel rovný úhlu asymptot hyperbol podobných dané hyperbole $\left(\varphi = 2 \operatorname{arctg} \dfrac{b}{a}\right)$. Tyto složené kuželosečky, právě vzhledem k uvedené vlastnosti, lze pokládati za podobné dané hyperbole, takže ve větě 2.3 není nutno vyjmouti uzlové body zmíněné kvartiky.

Poznámka: Je-li místo poloos $a, b, a \neq b$ dán přímo úhel asymptot φ, pro který platí $-\pi < \varphi < \pi$, $\varphi \neq 0, \pm \frac{1}{2}\pi$, pak pro r' platí

$$r' = r : \cos\varphi \qquad \text{při } 0 < |\varphi| < \tfrac{1}{2}\pi,$$
$$r' = r : \cos(\pi - \varphi) \quad \text{při } \tfrac{1}{2}\pi < |\varphi| < \pi.$$

2.4 Geometrickým místem středů rovnoosých hyperbol sítě kuželoseček o společném polárním trojúhelníku je kružnice opsaná tomuto polárnímu trojúhelníku[5]).

Důkaz. Pro každou rovnoosou hyperbolu uvažované sítě je střed S' involuce I'_k, zmíněné v důkaze předchozí věty, na nevlastní přímce v'. Přímce v' kvadratickou transformací $\{l, U\}$ odpovídá kuželosečka v, procházející hlavními body P, Q, R transformace. Snadno se ukáže, že v je kružnicí: Nechť S' je nevlastní bod. Dle definice přiřazení $\{l, U\}$ stanovíme na l body P_S, Q_S. Jelikož S' je bod nevlastní, je $P_SP' \parallel Q_SQ'$. Dále je zřejmé, že $\overline{P_SQ_S} = \overline{PQ}$

[5]) Jinak formulováno: Kružnice opsaná polárnímu trojúhelníku rovnoosé hyperboly prochází středem této hyperboly. Viz V. Jarolímek: Základové geometrie polohy v rovině a v prostoru, díl IV, str. 26.

(je totiž $P' = Q$, $Q' = P$ dle volby kružnice l). Podle konstrukce bodu S je $PS \parallel P_S U$ a $QS \parallel Q_S U$, tedy $\sphericalangle P_S U Q_S = \sphericalangle PSQ$. Odtud již je patrno, že kuželosečka v je kružnicí, tedy $v = l$. Nevlastnímu bodu S', různému od nevlastních bodů přímek p', q', r', odpovídá dle věty **2.2** střed S jednoduché kuželosečky sítě. Nevlastnímu bodu přímky p' (q', r') odpovídá bod P (Q, R). Obdobným způsobem jako v důkaze předchozí věty lze ukázat, že P (Q, R) je středem jediné kuželosečky sítě složené z páru kolmic. Tedy každý bod kružnice $v = l$ je středem rovnoosé hyperboly sítě (eventuelně složené ze dvou kolmých přímek).

2.5 Geometrické místo středů elips sítě kuželoseček o společném polárním trojúhelníku podobných dané elipse (nikoliv kružnici) je kvartika se třemi body ve vrcholech společného polárního trojúhelníka, jejíž reálné body leží jak uvnitř tak vně tohoto trojúhelníka.

Důkaz. Pro každou elipsu sítě, podobnou dané elipse, je střed S' involuce I'_k, zmíněné v důkaze věty **2.3**, na kružnici m' soustředné s kružnicí l. Je-li r poloměr kružnice l, a, $b \neq a$ poloosy dané elipsy, pak poloměr kružnice m' je $r' = r\,|(a^2 - b^2)| : (a^2 + b^2) < r$. Této kružnici kvadratickou transformací $\{l, U\}$ odpovídá kvartika o vlastnostech uvedených v dokazované větě. Každému bodu S' kružnice m', neležícímu na p', q', r', odpovídá S neležící na p, q, r, který je středem jednoduché elipsy podobné dané. Průsečíku kružnice m' s $p'(q', r')$ odpovídá kvadratickou transformací $\{l, U\}$ bod $P(Q, R)$. V síti existují právě dvě kuželosečky složené z páru imaginárních přímek, které svírají úhel rovný úhlu asymptot podobných elips, jejichž střed je $P(Q, R)$. Prohlásíme-li, právě vzhledem k uvedené vlastnosti, tyto složené kuželosečky také za podobné dané elipse, pak není nutno ve znění věty **2.5** vyjmouti uzlové body kvartiky.

Poznámka. Ve větě **2.5** jsme předpokládali $a \neq b$. Je-li $a = b$, jedná se vlastně o setrojení kružnice, která má daný trojúhelník za polární. Ježto involuce sdružených průměrů kružnice je absolutní, musí střed involuce I'_k v tomto případě býti středem kružnice l. Kvadratickou transformací $\{l, U\}$ tomuto středu odpovídá průsečík výšek daného trojúhelníka, který je tedy středem hledané kružnice.

3. Konstruktivní důsledky. Užitím transformace $\{l, U\}$ lze řešit poměrně jednoduchým způsobem úlohy týkající se konstrukce kuželoseček podobných dané. Vytkneme zvláště dvě speciální úlohy.

Úloha 1. Čtyřmi danými body (lineárně nezávislými) proložiti kuželosečku podobnou dané kuželosečce.[6])

[6]) V případě hyperboly jedná se o úlohu sestrojiti hyperbolu podobnou dané hyperbole resp. hyperbole komplementární.

Řešení. Danými čtyřmi body je určen svazek kuželoseček; středy všech kuželoseček tohoto svazku leží na středové kuželosečce, jež prochází vrcholy společného polárního trojúhelníka svazku. Uvažujme síť kuželoseček určenou tímto polárním trojúhelníkem. Do této sítě náleží i kuželosečky uvedeného svazku. Nechť daná kuželosečka není parabola ani rovnoosá hyperbola. Pak dle věty **2.3** a **2.5** středy kuželoseček sítě, které jsou podobné dané kuželosečce, leží na kvartice, jejíž uzlové body jsou vrcholy společného polárního trojúhelníka. Kuželosečka středů a kvartika mají mimo tyto vrcholy ještě společné dva body, jež jsou středy hledaných kuželoseček. Při skutečném řešení úlohy lze s výhodou použíti kvadratické transformace $\{l, U\}$, která převádí kuželosečku středů v přímku a kvartiku v kružnici soustřednou s kružnicí l opsanou polárnímu trojúhelníku a o poloměru $r' = r\,|(a^2 - b^2)| : (a^2 + b^2)$ resp. $r' = r\,(a^2 + b^2) : |(a^2 - b^2)|$, kde r je poloměr kružnice opsané polárnímu trojúhelníku, $a, b \neq a$ jsou poloosy dané elipsy resp. hyperboly. Ve vylučovaných případech paraboly a rovnoosé hyperboly lze s výhodou použíti známých method.

Úloha 2. Sestrojiti kuželosečku tak, aby se dotýkala daných čtyř lineárně nezávislých přímek a byla podobná dané kuželosečce.[6])

Řešení. Středy kuželoseček osnovy kuželoseček, určené danými čtyřmi přímkami, leží na přímce. Uvažujme síť kuželoseček, jejíž společný polární trojúhelník je diagonální trojúhelník čtyrstranu určeného danými čtyřmi přímkami. Kuželosečky zmíněné osnovy kuželoseček patří této síti. Nechť daná kuželosečka není parabola ani rovnoosá hyperbola. Středy kuželoseček sítě, které jsou podobné dané kuželosečce, leží dle věty **2.3** a **2.5** na kvartice, která má uzlové body ve vrcholech společného polárního trojúhelníka. Průsečíky této kvartiky s přímkou středů (kuželoseček osnovy) jsou středy hledaných kuželoseček. Nechť máme sestrojit rovnoosou hyperbolu, dotýkající se daných přímek. Dle věty **2.4** středy všech rovnoosých hyperbol sítě leží na kružnici opsané společnému polárnímu trojúhelníku sítě. Středy hledaných hyperbol jsou tedy průsečíky přímky středů kuželoseček osnovy a této kružnice[7]). Při skutečném řešení této úlohy použijeme s výhodou kvadratické transformace $\{l, U\}$. Tato převádí přímku středů v kuželosečku, jež ovšem prochází vrcholy hlavního trojúhelníka transformace P', Q', R' a kvartiku převádí v kružnici, která je soustředná s kružnicí opsanou společnému polárnímu trojúhelníku sítě P, Q, R (a také opsanou trojúhelníku P', Q', R'). Její poloměr je $r' = r\,|(a^2 - b^2)| : (a^2 + b^2)$

[7]) Řešení případu rovnoosé hyperboly je v podstatě totožné s řešením uvedeným v učebnici V. Jarolímka: Základové geometrie polohy v rovině a v prostoru, díl IV, str. 26.

resp. $r' = r(a^2 + b^2) : |(a^2 - b)|$, kde r je poloměr kružnice l, $a, b \neq a$ jsou poloosy dané elipsy resp. hyperboly. Sestrojená kružnice a kuželosečka se protínají v bodech S', k nimž užitím transformace $\{l, U\}$ sestrojíme body S, které jsou středy hledaných kuželoseček.

Vrchol základním bodem svazku kuželoseček.

Zdeněk Pachta, Pelhřimov.

Množství všech kuželoseček, jež mají čtyři (různé či splývající) body společné, nazýváme svazkem. Uvedené body jsou základní body svazku.

Chceme-li ve svazku určit konečný počet kuželoseček s určitými vlastnostmi, volíme si příslušnou (pátou) podmínku. Učiňme tak a vytkněme pro kuželosečky, náležející svazku o základních bodech A_i ($i = 1, 2, 3, 4$), podmínku vyjádřenou takto:

Úloha 1.: *Sestrojit kuželosečku ve svazku o základních bodech A_i, ($i = 1, 2, 3, 4$,) tak, aby bod A_1 byl jejím vrcholem.*

Poznámka: 1. O základních bodech svazku učiňme následující předpoklad: alespoň dva ze základních bodů jsou reálné a v jednom z těchto bodů je vrchol.

2. O speciálních případech, kdy dva body nahradíme tečnou s bodem dotyku, je učiněna poznámka dále, kromě případu tečny ve vrcholu, který je řešitelný elementárním způsobem, odlišným od řešení dále uvedeného.

Chceme-li řešit úlohu č. 1. čistě konstruktivně, pak užijeme těchto triviálních pouček:

1. *Nutná a postačující podmínka pro to, aby bod byl vrcholem středové kuželosečky, jest: normála kuželosečky v tomto bodě prochází jejím středem.*

2. *Nutná a postačující podmínka pro to, aby bod byl vrcholem paraboly, jest: normála v tomto bodě je osou paraboly.*

Na těchto poučkách založíme postup našeho řešení. Určíme si: I. *Geometrické místo středů* všech kuželoseček svazku; II. *Vztah normál v bodě A_1* všech kuželoseček svazku vzhledem k jisté hvězdici jejich *průměrů.*

Poznámka: 1. Libovolnou normálou v bodě A_1 je stanovena určitá kuželosečka jednoznačně a tím též její střed, který obecně neleží na zvolené normále. Přesné znění podmínky II., která je zde formulována spíše názorově, vysvítá dále z odvození vztahu (5).

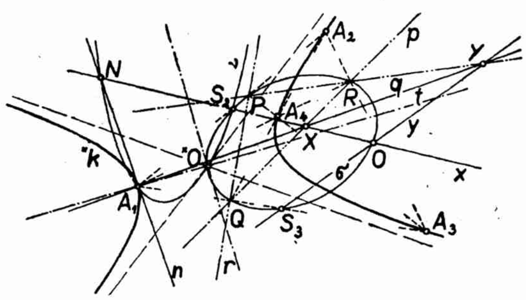
2. Většina vět při důkazech dále uvedených jsou základní poučky projektivní geometrie a základní vlastnosti kuželoseček, proto jsou použity bez důkazů.

3. Symbolika a terminologie je užita podle knihy: Dr. V. Hlavatý: Projektivní geometrie I., Praha 1944, až na označení bodů a přímek.

Poučka. *Geometrickým místem středů kuželoseček svazku je kuželosečka zvaná středová.*

Důkaz: Použijeme poněkud odlišného způsobu, než bývá uváděn v knihách, protože tím zkrátíme postup odvození vztahu (5).

Základní body svazku kuželoseček jsou A_i $(i = 1, 2, 3, 4)$. Vrcholy společného polárního trojúhelníka kuželoseček svazku označíme P, Q, R a příslušné poláry p, q, r. Středy úseček $\overline{A_1 A_j}$ označíme S_j $(j = 2, 3, 4)$. (Viz obrázek.)



Rovinná hvězdice $A_1 (t_0, t_1, \ldots)$ určuje každou svou přímkou jako tečnou jednoznačně určitou kuželosečku k_r $(r = 0, 1, 2, \ldots)$ svazku. Bod $X_r \equiv \overline{t_r p}$ je pólem přímky $\overline{A_1 A_2}$ vzhledem k příslušné kuželosečce k_r a proto $\overline{X_r S_2} \equiv x_r$ prochází středem O_r kuželosečky k_r. Podobné vztahyplatí pro bod $Y_r \equiv \overline{t_r q}$ a pro $\overline{Y_r S_3} \equiv y_r$. Mezi rovinnými hvězdicemi platí vztahy:

$$A_1 (t_0, t_1, \ldots) :: S_2 (x_0, x_1, \ldots), \tag{1}$$

$$A_1 (t_0, t_1, \ldots) :: S_3 (y_0, y_1, \ldots) \tag{2}$$

a proto:

$$S_2 (x_0, x_1, \ldots) ::: S_3 (y_0, y_1, \ldots), \tag{3}$$

z čehož plyne, že středy O_r kuželoseček svazku jsou na kuželosečce, označené σ, vytvořené průsečíky odpovídajících si přímek hvězdic uvedených ve vztahu (3).

Pro hvězdici normál $A_1 (n_0, n_1, \ldots)$ kuželoseček k_r, určených příslušnými tečnami t_r, $(r = 0, 1, 2, \ldots)$ platí vztahy:

$$A_1 (n_0, n_1, \ldots) ::: A_1 (t_0, t_1, \ldots) \tag{4}$$

a použitím vztahu (1) dostáváme:

$$A_1 (n_0, n_1, \ldots) ::: S_2 (x_0, x_1, \ldots), \tag{5}$$

což značí, že průsečíky $N_r \equiv \overline{n_r x_r}$ přímek uvedených hvězdic, odpovídajících si ve vztahu (5), vytvářejí kuželosečku (různou od σ) označenou ν. Vlastnost této kuželosečky ν je: každý její bod je průsečíkem normály n_r (kuželosečky k_r) s určitým průměrem x_r z hvězdice S_2 $(x_0, x_1, \ldots)$, kde ovšem průměr x_r přísluší téže kuželosečce svazku.

Vlastní řešení uvedeme pouze stručně. Je zřejmé, že společné průsečíky kuželoseček σ a ν, ovšem kromě náhodného bodu S_2, jsou středy hledaných kuželoseček, vázaných podmínkou vpředu stanovenou.

Bod S_2 vyhovuje úloze jedině tehdy, platí-li $\overline{A_1 S_2} \perp p$, neboť bodem S_2, jakožto středem, je stanovena kuželosečka svazku, která má v bodě A_1 tečnu rovnoběžnou s polárou p.

Místo hvězdice S_2 $(x_0, x_1, \ldots)$ mohli jsme ve vztahu (5) použít také na př. hvězdice S_3 $(y_0, y_1, \ldots)$. To by vedlo k jiné kuželosečce než je ν, ale výsledné tři body — středy hledaných kuželoseček — dostali bychom vždy tytéž, což lze snadno odůvodniti, uvážíme-li uvedené vytvoření kuželosečky středové použitím hvězdice tečen A_1 $(t_0, t_1, \ldots)$.

Speciální případy, kde dva nebo tři z daných tří bodů (kromě vrcholu) jsou nahrazeny tečnou s dotykovým bodem nebo oskulační kružnicí v příslušném bodě, řeší se stejně. Rovněž *rovnoosá hyperbola určená vrcholem a dvěma body* (nebo vrcholem a tečnou s bodem dotyku) má řešení stejné s předchozím obecným případem. Čtvrtý základní bod svazku kuželoseček je v průsečíku výšek trojúhelníka daných tří bodů. Středová kuželosečka je zde t. zv. Feuerbachova kružnice devíti bodů.

V každém z uvedených příkladů dostaneme vždy alespoň jedno řešení vedoucí k reálné kuželosečce. Jsou-li dva z daných bodů komplexně sdružené (vrchol reálný), dostaneme rovněž alespoň jednu výslednou kuželosečku reálnou. (Odůvodnění: Existuje nejméně jeden reálný bod S_j, který je průsečíkem kuželoseček ν a σ, čímž je zaručen ještě druhý reálný průsečík.)

Žádnou z uvedených úloh (vyjma případ, kdy středová kuželosečka se stává složenou) nelze řešit pouhým pravítkem a kružítkem. Upravme si proto podmínky takto:

Úloha 2.: ***Čtyřmi body kružnice proložit kuželosečku, mající v jednom ze zvolených bodů (reálném) vrchol.***

Úloha 3.: ***Třemi body paraboly proložit kuželosečku, mající vrchol ve vrcholu paraboly.***

Tyto úlohy 2., 3. je možno řešit kružítkem a pravítkem. Řešení přenechávám čtenáři.

Po vyřešení předešlých úloh vnucuje se nám otázka, jak řešit zdánlivě podobný případ u paraboly, totiž:

Úloha 4.: *Sestrojit parabolu, danou vrcholem a dvěma body.*

Poznámka: 1. Tato úloha nepatří logicky k úloze 1., neboť jsme vpředu užívali vlastností svazku kuželoseček, kdežto zde nejde o svazek. Řešení je tedy odlišné.

2. Případ s elementy imaginárními (vrchol reálný) je výhodnější řešit postupem, odlišným od způsobu zde uvedeného, na př. způsobem užitým při řešení obecnější úlohy p. Ing. Langrem v Rozhledech roč. 23., str. 58—60.

Řešení: Dáno: vrchol V, body A, B. Spojnice $\overline{VA}$ je asymptotou hyperboly, označené h; střed její je souměrný podle bodu A k vrcholu V; budiž označen O. Druhá asymptota je rovnoběžná se spojnicí $\overline{AB}$. Spojnice $\overline{VB}$ je tečnou hyperboly h, bod B jejím dotykovým bodem. Tím je hyperbola h určena. Nad úsečkou $\overline{VB}$ jakožto průměrem opíšeme kružnici označenou k. Bod B jsme volili pro obě křivky společný, pročež kružnice k protíná hyperbolu h ve třech dalších bodech M_i, $i = 1, 2, 3$ (jeden musí býti reálný, dva mohou býti komplexně sdružené). Spojnice $\overline{VM_i}$ jsou vrcholové tečny hledaných parabol. Další postup je již snadný.

Odůvodnění řešení: Nejprve vyslovíme podmínku, která bude vedoucí pro postup řešení: k tečně paraboly v bodě V musí býti příslušný průměr kolmý (pak je ovšem osou). Zvolíme-li si libovolný směr za průměr paraboly, procházející body V, A, B, je tím jednoznačně určena parabola, a tečna k ní v bodě V svírá s příslušným průměrem úhel, obecně různý od pravého. Sestrojme pro obecně zvolený průměr p tečnu k parabole v bodě V použitím Pascalovy poučky: označme $V \equiv 1 \equiv 2$; $A \equiv 3$, $B \equiv 4$, a směr průmětu p nám udává na nevlastní přímce splývající body: $5 \equiv 6$. Pro Pascalovu přímku dostáváme body: Předně U_∞, t. j. průsečík tečny u_∞ (t. j. nevlastní přímky) se spojnicí $\overline{VA}$ (čili nevlastní bod této přímky). Druhý bod je P, t. j. průsečík přímky $p \equiv \overline{1G}$ s přímkou $\overline{3\,4} \equiv \overline{AB}$. Pascalova přímka, označená $m \equiv \overline{PU_\infty}$, protíná přímku $\overline{45}$, t. j. rovnoběžku s průměrem p bodem B, označenou n, v bodě H. Spojnice $\overline{VH}$ je hledaná tečna.*) Probereme-li případ celé hvězdice průměrů, dostáváme výsledky:

$$V(p, p_1, \ldots) :: B(n, n_1, \ldots), \tag{6}$$

$$V(p, p_1, \ldots) :: U_\infty(m, m_1, \ldots), \tag{7}$$

a porovnáním obou vztahů dostáváme:

$$B(n, n_1, \ldots) ::: U_\infty(m, m_1, \ldots), \tag{8}$$

*) Provedeme-li záměnu označení pro použití Pascalovy věty ve smyslu: $B \equiv 3$, $A \equiv 4$, dostáváme při stejném postupu bod H jiný, avšak výsledná spojnice $\overline{VH}$, t. j. tečna v bodě V, je totožná s výslednou tečnou alternativy prvé. Tím je odůvodněna pro další postup oprávněnost užívání pouze jedné alternativy.

z čehož plyne, že průsečíky odpovídajících si přímek hvězdic ve vztahu (8) dávají kuželosečku, a to hyperbolu, označenou v řešení h. Má tuto vlastnost: spojíme-li libovolný její bod, označený H_r, s bodem V, dostáváme tečnu v tomto bodě k určité parabole (procházející body V, A, B), jejíž osa je rovnoběžná se směrem $\overline{H_rB}$. Z tohoto důvodu řeší kružnice k naši úlohu.

Pro bod B (t. j. čtvrtý průsečík kružnice k s hyperbolou h) dostáváme jako výsledek parabolu složenou (z přímky $\overline{VB}$ a rovnoběžky s touto bodem A), což vyplývá z vlastnosti hyperboly h. Tato parabola ovšem nevyhovuje našim podmínkám. Úloha má tedy tři řešení.

Pro zajímavost si uveďme případ, kde *body* A, B *nahradíme tečnou* t *s dotykovým bodem* T. Řešení je zde jednodušší, neboť hyperbola h stává se složenou ze svých asymptot (sestrojí se stejně jak bylo uvedeno vpředu. $\overline{VA}$ nahradím $\overline{VT}$; $\overline{AB} \equiv t$) a kružnice k se opíše nad průměrem $\overline{VT}$. Obecně dostáváme dvě jednoduché kuželosečky, a abychom byli důslední, musíme též do řešení vzíti parabolu složenou z dvojnásob počítané přímky $\overline{VT}$. Tím dostáváme i pro tento případ tři řešení, což nebývá u této úlohy uváděno. Odůvodnění posledního tvrzení o složené parabole si provede laskavě čtenář sám.

Poznámky: 1. Úlohy zde uvedené lze zobecnit, nahradíme-li podmínku: vrchol kuželosečky v daném bodě, podmínkou: úhel tečny a sdruženého průměru v daném bodě.

2. Úloha: sestrojit kuželosečku z daných čtyř tečen, z nichž jedna je vrcholová, není duální k úloze 1.

3. Úlohu 2. lze řešit způsobem elementárním, založeným na jiném principu. Přenechávám to čtenáři. (Elementární způsob řešení se provede podle způsobu odvozeného v knize: Dr. V. Hlavatý, Projektivní geometrie, I. díl, Praha 1944, str. 273, poučka (6,3)).

Příspěvek ke konstrukci tečen a středů křivosti jistých bicirkulárních kvartik.

Rudolf Piska, Kroměříž.

1. Výtvarný zákon, rovnice.

Pohybuje-li se bod $A(\xi; \eta)$ po kružnici

$$(\xi - m)^2 + (\eta - n)^2 = r^2 \quad (r \neq 0), \tag{1,1}$$

pak trajektorie (c) bodu C, pro nějž platí vztahy: $\overline{CA} = \overline{OA}$, $CA \parallel y$, je bicirkulární křivka čtvrtého stupně. Souřadnice bodu C jsou určeny podmínkami (viz obr. 1)

$$x = \xi, \quad y = \eta + \sqrt{\xi^2 + \eta^2}. \tag{1,2}$$

Vyloučením parametrů ξ a η z rovnic (1,1) a (1,2) obdržíme po úpravě

$$(x^2 + y^2)^2 - 4(nx^2 - 2mxy - ny^2)\, y + 4(m^2 + n^2 - r^2)\, y^2 = 0, \tag{1,3}$$

což je hledaná rovnice křivky.

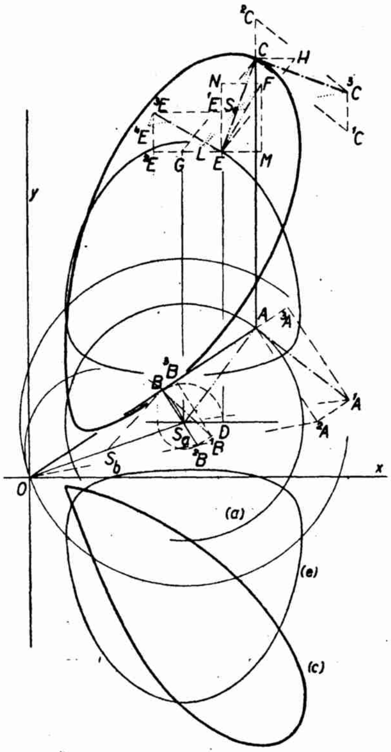
V počátku má křivka vyšší singularitu, neboť pro $y = 0$ dostaneme $x^4 = 0$.

Z výtvarného zákona je zřejmé, že počátek je pro vztah $m > r$ bodem isolovaným, pro $m = r$ bodem vratu druhého druhu (vyjímaje případ $n = 0$) a pro $m < r$ reálným bodem taknodálním (vyjímaje opět případy pro $m^2 + n^2 = r^2$, kdy počátek je bodem trojnásobným).

V případě $m = n = 0$ se křivka rozpadá ve dvě kružnice $x^2 + y^2 + 2ry = 0$ a $x^2 + y^2 - 2ry = 0$. Zajímavý je však případ, kdy $m^2 + n^2 = r^2$. Pak (1,3) nabude tvaru

$$(x^2 + y^2)^2 + 4(nx^2 - 2mxy - ny^2)\, y = 0, \tag{1,4}$$

což je rovnice šikmého trojlístku. Počátek je bodem trojnásobným a tečny jednotlivých větví křivky jsou určeny rovnicí



Obr. 1.

$$(nx^2 - 2mxy - ny^2)\, y = 0, \tag{1,5}$$

nebo

$$t_1 \equiv y = 0, \quad t_{2,3} \equiv y = \frac{-m \pm r}{n}\, x.$$

Je-li $m = 0$, $n = r \neq 0$, má rovnice (1,3) tvar

$$(x^2 + y^2)^2 - 4n\,(x^2 - y^2)\, y = 0. \tag{1,6}$$

Křivka se nazývá přímým trojlístkem a tečny větví v trojnásobném bodě mají rovnice

$$t_1 \equiv y = 0, \quad t_{2,3} \equiv y = \pm x. \tag{1,7}$$

Konečně pro $n = 0$, $m = r \neq 0$ obdržíme z rovnice (1,3) rovnici

$$(x^2 + y^2)^2 - 8mxy^2 = 0, \tag{1,8}$$

t. zv. přímého dvojlístku. V počátku je bod vratu s tečnou v ose x. Také osa y je tečnou křivky v počátku.

2. Konstrukce tečny.

Pohyb bodu C závisí na pohybu bodu A. Zvolíme-li pro danou polohu (viz obr. 1) za základní rychlost jednotkovou rychlost $\overline{A^1A} \perp \overline{S_aA}$ bodu A v tečně t_a kružnice (a), pak složka rotační rychlosti $A^2A \perp OA$ bodu A kolem bodu O je omezena rovnoběžkou ${}^1A^2A \parallel OA$ a složka posuvné rychlosti v OA je vyjádřena délkou A^3A, kde bod ${}^3A$ je průsečík kolmice ${}^1A^3A \perp OA$ s OA.

Výsledný pohyb bodu C určíme tedy takto: Rychlost $\overline{C^1C} \# \overline{A^1A}$ tvoří jednu složku výsledné rychlosti bodu C, druhá $\overline{C^2C}$ (posuvná ve spojnici AC) se rovná posuvné rychlosti $\overline{A^3A} = {}^2\overline{A^1A}$ bodu A ve spojnici OA. Uhlopříčka C^3C v rovnoběžníku rychlostí $C^1C^3C^2C$ určuje směr i velikost výsledné rychlosti bodu C, tedy tečnu trajektorie (c) pro vytčenou polohu.

3. Konstrukce normály.

Užitím kolmých rychlostí bodu C sestrojíme normálu n_c snadněji než tečnu. Kolmá rychlost CG otáčení bodu C je délkou i směrem rovna kolmé rychlosti rotace bodu A kolem S_a, tedy $\overline{CG} \# \overline{AS_a}$. Kolmá rychlost posouvání CH bodu C v přímce AC je $CH \perp AC$, $\overline{CH} = {}^2\overline{A^1A}$.

Uhlopříčka CE rovnoběžníka $CGEH$ je výslednou kolmou rychlostí bodu C a zřejmě ze shodnosti tohoto rovnoběžníka s rovnoběžníkem $C^1C^3C^2C$ prostých rychlostí plyne rovnost $\overline{CE} \perp\!\!\!= \overline{C^3C}$.

Bod E normály n_c se však nyní určí velmi snadno. Veďme totiž středem S_a kolmici $S_aB \perp OA$. Užitím kolmých rychlostí bodu A a ze shodnosti trojúhelníků $\triangle AS_aB \cong \triangle A^1A^2A$ je patrné, že $\overline{BS_a} \perp\!\!\!= {}^2\overline{A^1A} = \overline{GE}$. Otočíme-li tedy úsečku S_aB kolem S_a do polohy $\overline{S_aD} = \overline{S_aB}$, $S_aD \perp AC$, je patrně $\overline{DE} \# \overline{S_aG} \# \overline{AC} = \overline{OA}$.

Stačí tedy sestrojit bod E normály n_c tak, že kolmici $S_aB \perp OA$ otočíme do S_aD (na průměru kružnice (a), který je rovnoběžný s x) a od bodu D naneseme ve směru rovnoběžném s AC délku $\overline{DE} = \overline{OA}$.

4. Sestrojení středu křivosti.

Známe-li rychlosti dvou bodů C, E normály n_c, dovedeme určit i střed kružnice křivosti bodu C.

Určeme nejdříve rovnici trajektorie (e) bodu E. Souřadnice bodu E vyhovují patrně vztahům

$$\begin{aligned} x &= m + \overline{S_aB} \\ y &= n + \overline{OA}. \end{aligned} \tag{4,1}$$

Dále ale platí

$$\overline{S_aB} = \frac{\eta m - \xi n}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \quad \text{a} \quad \overline{OA} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}. \tag{4,2}$$

Mají tedy rovnice (4,1) tvar

$$\begin{aligned} x &= \frac{m\sqrt{\xi^2 + \eta^2} + \eta m - \xi n}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \\ y &= n + \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \end{aligned} \tag{4,3}$$

a prvou rovnici vztahů (4,3) lze pak psáti ve tvaru

$$x = \frac{m(y - n) + \eta m - \xi n}{y - n}$$

a po úpravě

$$\xi n - \eta m = -(x - m)(y - n) \tag{4,4}$$

a podobnou úpravou rovnice (1,1) dostaneme druhý vztah

$$2\xi m + 2\eta n = (y - n)^2 + (m^2 + n^2 - r^2). \tag{4,5}$$

Řešením rovnic (4,4) a (4,5) dle ξ a η obdržíme

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{-2n(x - m) \, . \, (y - n) + m\,[(y - n)^2 + \varrho^2 - r^2]}{2\varrho^2} \\ \eta &= \frac{2m(x - m)(y - n) + n\,[(y - n)^2 + \varrho^2 - r^2]}{2\varrho^2}, \end{aligned} \tag{4,6}$$

kde $\varrho^2 = m^2 + n^2$. Dosazením vztahů (4,6) do rovnice (1,1) a úpravou dostaneme rovnici hledané trajektorie (e) ve tvaru

$$\begin{aligned} (y - n)^2\,[4(x - m)^2 + (y - n)^2] - 2(y - n)^2(\varrho^2 + r^2) + \\ + (\varrho^2 - r^2)^2 = 0, \end{aligned} \tag{4,7}$$

což je rovnice **zobecněné Bernoulliovy kvartiky**. Pro $\varrho^2 = 2r^2$ a po transformaci $x = x' + m$, $y = y' + n$ dostaneme známou rovnici Bernoulliovy kvartiky ve tvaru

$$y^2(4x^2 + y^2) - 6r^2y^2 + r^4 = 0. \tag{4,8}$$

Ovšem rovnici trajektorie (e) jsme nemuseli odvozovat, ježto ji k dalšímu bezprostředně nepotřebujeme. Tím bylo jen poukázáno na souvislost uvažovaných kvartik se zobecněnou Bernoulliovou kvartikou a jiná konstrukce této, než jak byla odvozena v mém pojednání: „Jisté zobecnění Bernoulliovy kvartiky", Časopis pro pěstování matematiky a fysiky (1946, D str. 58-62).

Tečnu trajektorie (e) dovedeme určit pomocí složek rychlostí bodu E ve spojnici DE a směru na DE kolmém. Ježto bod E vykoná ve spojnici DE stejný posuvný pohyb jako bod A v OA, je patrně $\overline{E^1E} \perp\!\!\!\!= \overline{S_aD}$. Složka E^2E rychlostí bodu E ve směru kolmém k DE je rovna posuvné rychlosti bodu B ve spojnici BS_a.

Při otáčení spojnice OA kolem O jest rychlost $B^2B \perp OA$ bodu B úměrná rychlosti A^2A bodu A. Je tedy rychlost B^2B omezena spojnicí O^2A. Bod B opisuje však kruhovou trajektorii (b) o středu S_b, sestrojenou nad průměrem OS_a, takže výsledná rychlost B^1B bodu B v tečně t_b při rotaci kolem S_b je omezena ${}^2B^1B \parallel OA$. Posuvná rychlost bodu B ve spojnici S_aB při otáčení této kolem S_a je rovna $\overline{{}^1B^3B} \parallel S_aB$, kde ${}^3B$ leží na spojnici OB. Ostatně také ${}^1\overline{B^3B} \# {}^2\overline{BB}$.

Je tedy posuvná rychlost $E^2E \perp DE$ rovna rychlosti $\overline{B^2B}$. Uhlopříčka E^3E v rovnoběžníku rychlostí $E^1E^3E^2E$ určuje směr i velikost výsledné rychlosti. Tím je také znovu ukázána jiná konstrukce tečny Bernoulliovy kvartiky, než jak je provedena ve výše uvedeném pojednání.

Konstrukce středu křivosti trajektorie (c) je již nyní jednoduchá. Stačí určit rychlost $\overline{E^4E} \perp \overline{CE}$, která je omezena spojnicí ${}^3E^4E \parallel CE$; spojnice ${}^4E^3C$ protíná normálu n_c v hledaném středu křivosti S_c.

Střed křivosti S_c můžeme však určit též s pomocí kolmých rychlostí CE a EF bodů C a F, sestrojením normály EF.

Kolmá posuvná rychlost $\overline{EM} \perp \overline{DE}$ bodu E v přímce DE je patrně rovna dle předešlého $\overline{S_aB}$ a kolmá rychlost $\overline{EN}$ bodu E (N na prodloužení DE) v rovnoběžce s x rovná se $\overline{B^2B}$. V případě $m^2 + n^2 = r^2$ rovná se tato rychlost $\overline{S_bB}$.

Úhlopříčka v rovnoběžníku $EMFN$ je výsledná kolmá rychlost bodu E a určuje tedy normálu n_e. Stačí nyní rovnoběžku $CL \parallel EF$ omezit kolmicí $EL \perp CE$ a spojnice LF protne normálu n_c v hledaném středu křivosti S_c. Svírá-li spojnice LF s normálou CE malý úhel, je určení průsečíku S_c nepřesné. V tomto případě užijeme zobecněné konstrukce. Omezíme totiž libovolné rovnoběžky $CL' \parallel EF'$ kolmicemi $EL' \perp CE$ a $FF' \perp CE$. Pak spojnice $L'F'$ určí na normále n_c střed křivosti S_c.

Konstrukce tečny a středu křivosti zůstává nezměněna i v případech (1,4), (1,6) a (1,8). Zajímavá je však zde změna trajektorie (e). Je-li $m^2 + n^2 = r^2 = \varrho^2$, degeneruje zobecněná Bernoulliova kvartika ve dvojnásobně branou rovnoběžku s osou x o rovnici $(y - n)^2 = 0$ a elipsu

$$\frac{(x - m)^2}{r^2} + \frac{(y - n)^2}{4r^2} = 1. \tag{4,9}$$

Základní rovnice pro pohyb proměnného rovinného útvaru a její použití v theorii rovinných křivek.

Zdeněk Pírko, Praha.

V pojednání „Pohyb proměnného rovinného útvaru"*), otištěném v tomto časopise, odvodil jsem jisté velmi obecné rovnice (nazval jsem je „zobecněné rovnice Cesàrovy") a ukázal, že vhodnou jejich specialisací lze dospět k rovnicím, které v podstatě nejsou nic jiného než „základní rovnice Mannheimovy — d'Ocagneovy", z nichž vychází kinematická geometrie při studiu vlastností proměnného rovinného útvaru. Methoda, kterou jsem dospěl k zobecněným rovnicím Cesàrovým a odtud k základní rovnici pro pohyb proměnného rovinného útvaru, byla methoda pohyblivé soustavy souřadnic.

V tomto článku podávám jiné (dva) elementární důkazy této základní rovnice a to methodou klasické diferenciální geometrie a zároveň ukazuji na jinou možnost jejího použití, totiž v theorii rovinných křivek.

1. Budiž dána rovinná křivka Γ s obloukem σ a s parametrickými rovnicemi

$$\xi = \xi(\sigma), \quad \eta = \eta(\sigma), \tag{1}$$

kdež $\xi(\sigma)$, $\eta(\sigma)$ jsou jednoznačné funkce parametru σ v jistém společném oboru, které mají první a druhou derivaci. Je-li τ úhel, který svírá kladná tečna této křivky s kladnou osou úseček soustavy, k níž je křivka Γ rovnicemi (1) vztažena, tu platí nejprve $\xi' = \cos\tau$, $\eta' = \sin\tau$ čili $\xi'^2 + \eta'^2 = 1$ (jestliže jsme akcenty označili derivace podle oblouku σ) a tedy

$$\xi'\xi'' + \eta'\eta'' = 0. \tag{2$_1$}$$

Dále ze vztahu $\operatorname{tg}\tau = \eta' : \xi'$ plyne

$$\xi'\eta'' - \eta'\xi'' = \tau'. \tag{2$_2$}$$

Z obou rovnic obdržíme

$$\xi'' = -\eta'\tau', \quad \eta'' = \xi'\tau'. \tag{3}$$

*) Časopis pro pěst. mat. a fys., 71 (1946), 71—77.

Obecnému bodu (σ) křivky Γ přiřaďme nyní bod $(x; y)$ takto: na tečnu křivky Γ v bodě (σ) nanesme od bodu dotyku v kladném smyslu jejím délku $l = l(\sigma)$, kdež $l(\sigma)$ je daná jednoznačná funkce proměnné σ v jistém oboru, v němž jsou jednoznačné i funkce $\xi(\sigma)$, $\eta(\sigma)$, která má první derivaci. Krajní bod takto sestrojené úsečky (jiný než bod dotyku $(\xi; \eta)$) mějž souřadnice $(x; y)$. Nabývá-li parametr σ všech svých hodnot na křivce Γ, vytvoří body $(x; y)$ křivku C, jejíž parametrické rovnice jsou

$$x = \xi + l\xi', \quad y = \eta + l\eta', \tag{4}$$

parametrem na křivce C je nyní ovšem oblouk na křivce Γ.

Z rovnic (4) vypočtěme

$$x' = (1 + l')\,\xi' + l\xi'', \quad y' = (1 + l')\,\eta' = l\eta'', \tag{5}$$

takže platí nejprve

$$y'\xi' - x'\eta' = (\xi'\eta'' - \eta'\xi'')\,l$$

a tedy, vzhledem k rovnici (2_2),

$$y'\xi' - x'\eta' = l\tau'. \tag{6}$$

Z rovnic (5) vypočtěme ještě

$$x'\eta'' - y'\xi'' = (\xi'\eta'' - \eta'\xi'')\,(1 + l');$$

i platí opět vzhledem k rovnici (2_2)

$$x'\eta'' - y'\xi'' = (1 + l')\,\tau'.$$

Zjednodušme ještě levou stranu této rovnice na základě vztahů (3), vylučme dále případ, že by čára Γ byla přímkou a vylučme ony body křivky Γ, v nichž má nulovou křivost; obdržíme posléze

$$x'\xi' + y'\eta' = 1 + l'. \tag{7}$$

Definujme jako kladný smysl na křivce C smysl, v němž roste její oblouk s. Označíme-li pak t úhel, který svírá kladná tečna křivky C s kladnou osou úseček soustavy, k níž je křivka C rovnicemi (4) vztažena, pak pro úhel ν, který svírají odpovídající si tečny křivek Γ, C platí

$$\nu = t - \tau$$

čili

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{\operatorname{tg} t - \operatorname{tg} \tau}{1 + \operatorname{tg} t \operatorname{tg} \tau} = \frac{(y' : x') - (\eta' : \xi')}{1 + (y' : x')\,(\eta' : \xi')} = \frac{y'\xi' - x'\eta'}{x'\xi' + y'\eta'}. \tag{8_1}$$

Použijeme-li tedy rovnic (6), (7), nalezneme pro úhel ν výraz, který není závislý na soustavě souřadnic, totiž:

$$\nu = \operatorname{arctg} \frac{l\tau'}{1 + l'}. \tag{9}$$

Vypočtěme nyní (za předpokladu, že $1 + l' \neq 0$)

$$\sin\nu = \frac{\operatorname{tg}\nu}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\nu}} = \frac{l}{\sqrt{l^2+(1+l')^2\tau'^{-2}}}.$$

Použijeme-li znovu rovnic (6), (7), nalezneme nejprve

$$l^2 + (1+l')^2\tau'^{-2} = [(y'\xi' - x'\eta')^2 + (x'\xi' + y'\eta')^2]\,\tau'^{-2} =$$
$$= (x'^2 + y'^2)(\xi'^2 + \eta'^2) = s'^2\tau'^{-2} = \left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\tau}\right)^2.$$

Obdrželi jsme tedy tento výraz pro element oblouku křivky C, nezávislý na soustavě souřadnic:

$$\mathrm{d}s = \frac{l\,\mathrm{d}\tau}{\sin\nu}. \tag{10}$$

Jiný způsob, jímž můžeme odvodit vztah (9), je tento: Označíme-li $\varkappa$ křivost křivky Γ v bodě (σ), platí nejprve známý vztah

$$\varkappa = \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \xi'' & \eta'' \end{vmatrix}; \tag{11}$$

pro křivku C platí parametrické rovnice (4) a z nich vyplývající rovnice (5); pro úhel ν pak platí vztah (8_1)

$$\operatorname{tg}\nu = \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ x' & y' \end{vmatrix} : (x'\xi' + y'\eta'). \tag{8_2}$$

Používajíce rovnic (5), můžeme psát rovnici (8_2) také ve tvaru

$$\operatorname{tg}\nu = \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \xi' + l\xi'' + l'\xi' & \eta' + l\eta'' + l'\eta' \end{vmatrix} :$$
$$: [(\xi' + l\xi'' + l'\xi')\,\xi' + (\eta' + l\eta'' + l'\eta')\,\eta'].$$

Snadnou úpravou však nalezneme

$$\operatorname{tg}\nu = \begin{vmatrix} \xi' & \eta' \\ \xi'' & \eta'' \end{vmatrix} l : (1 + l')$$

a tedy podle (11)

$$\operatorname{tg}\nu = \frac{\varkappa l}{1 + l'},$$

což je rovnice (9).

2. Rovnice (9) a její důsledek, rovnice (10), byly v práci, o níž se zmiňuji v úvodu, východiskem k odvození základních rovnic Mannheimových — d'Ocagneových v kinematické geometrii proměnného rovinného útvaru. Ukažme zde na možnost jiného použití rovnice (9)! Žádáme-li, aby úhel ν byl stálý, je nutno a stačí volit funkci $l(\sigma)$ tak, aby vyhovovala lineární diferenciální rovnici prvního řádu

$$l' - \varkappa l \operatorname{cotg}\nu + 1 = 0 \quad (\nu = \text{konst.}).$$

Bude tedy

$$l = \exp\,(\operatorname{cotg}\nu\textstyle\int\varkappa\,\mathrm{d}\sigma)\,[C - \int\exp\,(-\operatorname{cotg}\nu\int\varkappa\,\mathrm{d}\sigma)\,\mathrm{d}\sigma]$$
$$(C \text{ integrační konstanta})$$

a z rovnic (4) obdržíme

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi + \exp\,(\operatorname{cotg}\nu\textstyle\int\varkappa\,\mathrm{d}\sigma)\,[C - \int\exp\,(-\operatorname{cotg}\nu\int\varkappa\,\mathrm{d}\sigma)\,\mathrm{d}\sigma]\,\xi' \\ y &= \eta + \exp\,(\operatorname{cotg}\nu\textstyle\int\varkappa\,\mathrm{d}\sigma)\,[C - \int\exp\,(-\operatorname{cotg}\nu\int\varkappa\,\mathrm{d}\sigma)\,\mathrm{d}\sigma]\,\eta' \end{aligned}\right\} \tag{12_1}$$

Budiž nyní $\varkappa = \varkappa(\sigma)$ přirozená rovnice křivky Γ. Pak rovnice (12_1) vyjadřují parametricky (parametrem je oblouk σ) všechny trajektorie, které protínají tečny křivky Γ pod stálým úhlem ν, vyjadřují tudíž *isogonální trajektorie tečen křivky Γ*. Tuto okolnost je však možno vyjádřit ještě jinak. Tečna křivky Γ svírá s normálou křivky C stálý úhel $\frac{1}{2}\pi - \nu$, jinými slovy: křivka Γ je obálkou přímek, které svírají s normálami křivky C stálý úhel čili křivka Γ je *evolutoidou* křivky C. Považujeme-li nyní křivku Γ za křivku základní, jak jsme to dosud činili, je křivka C *inversní evolutoidou čili evolventoidou* křivky Γ; (12_1) jsou parametrické rovnice všech těchto evolventoid.

Ve zvláštním případě, když křivkou Γ je kružnice

$$\xi = a \cos \frac{\sigma}{a}, \quad \eta = a \sin \frac{\sigma}{a}, \quad \text{t. j. } \varkappa = \frac{1}{a}, \tag{13}$$

obdržíme z rovnic (12_1)

$$\left.\begin{aligned} x &= a \cos \frac{\sigma}{a} - \left[a \operatorname{tg} \nu + C \exp\left(\frac{\sigma}{a} \operatorname{cotg} \nu\right)\right] \sin \frac{\sigma}{a} \\ y &= a \sin \frac{\sigma}{a} + \left[a \operatorname{tg} \nu + C \exp\left(\frac{\sigma}{a} \operatorname{cotg} \nu\right)\right] \cos \frac{\sigma}{a} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

jakožto parametrické vyjádření všech evolventoid kružnice (13).

Poznamenejme ještě, že rovnice (14) ztrácejí platnost v případě trajektorií ortogonálních, t. j. pro $\nu = \frac{1}{2}\pi$. V tomto případě je podle (9)

$$1 + l' = 0 \text{ čili } l = C - \sigma$$

(C integrační konstanta)

a rovnice (12_1) se redukují na

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi + (C - \sigma)\,\xi' \\ y &= \eta + (C - \sigma)\,\eta' \end{aligned}\right\}. \tag{12_2}$$

Tak zase pro kružnici (13) a $\nu = \frac{1}{2}\pi$ nalezneme

$$\left.\begin{aligned} x &= a \cos \frac{\sigma}{a} - (C - \sigma) \sin \frac{\sigma}{a} \\ y &= a \sin \frac{\sigma}{a} + (C - \sigma) \cos \frac{\sigma}{a} \end{aligned}\right\}.$$

Žádáme-li, aby pro $\sigma = 0$ bylo $x = a$, $y = 0$, bude i $C = 0$ a za těchto podmínek obdržíme z předcházejících rovnic (s novým parametrem $\omega = \frac{\sigma}{a}$)

$$\left.\begin{aligned} x &= a(\cos \omega + \omega \sin \omega) \\ y &= a(\sin \omega - \omega \cos \omega) \end{aligned}\right\},$$

parametrické rovnice evolventy kružnice, jak jsme mohli očekávat.

VYUČOVÁNÍ

Metodické poznámky k vete sinovej.

Dr **Frant. Krňan**, Bratislava.

Sinusovú vetu elegantne vyvodíme takto: Danému trojuholníku opíšeme kružnicu, viď obr. 1. Niektorý vrchol napr. B posunieme do bodu B' — spojnica CB' je priemer kružnice. $\sphericalangle AB'C$ je β.

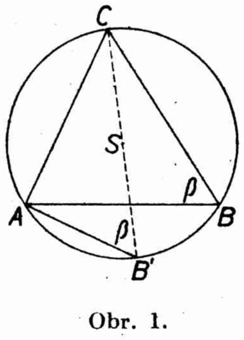
Platí $\sin\beta = \frac{b}{2r}$, odkiaľ $\frac{b}{\sin\beta} = 2r$.

Práve tak isto sme mohli posunovať vrchol A prípadne C. Tým dochádzame pre trojuholník ostrouhlý k tejto formulácii sinusovej vety:

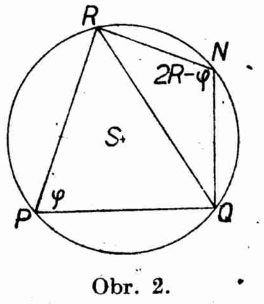
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r,$$

ktorá hovorí viac ako formulácia:

$$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma,$$



Obr. 1.



Obr. 2.

lebo z prvej formulácie vidíme nielen, že pomer strany a sinu protiľahlého uhlu je stály, ale aj to, že tento pomer rovná sa priemeru kružnice opísanej. Možno z nej aj ďalej ťažiť. Ak $2r = 1$, je

$$a = \sin\alpha,\ b = \sin\beta,\ c = \sin\gamma,$$

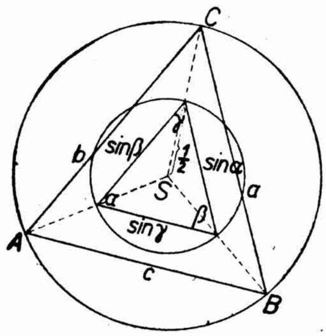
inými slovami: Ak do kružnice s jednotkovým priemerom vpíšeme

ľubovoľný trojuholník, jeho strany sú číselne rovné sinusom protiľahlých uhlov. Veta platí aj pre trojuholník tupouhlý, ak predpokladáme (obr. 2)

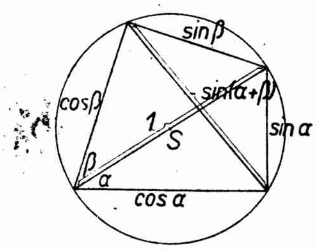
$$\sin (2R - \varphi) = \sin \varphi,$$

lebo tetiva $\overline{QR}$ leží jak proti uhlu φ tak aj proti uhlu $(2R - \varphi)$.

Tetiva v kružnici s jednotkovým priemerom vzrastá od 0 po 1, ak proti nej ležiaci uhol sa zväčšuje od 0 po 90°; ak uhol ďalej rastie po 180°, tetiva sa zmenšuje od 1 po 0. Stretávame sa tu s inou možnosťou realizovania sinusu uhlov od 0 po 180°.



Obr. 3.



Obr. 4.

Keďže v kružnici s jednotkovým priemerom sú strany číselne priamo rovné sinusom protiľahlých uhlov, žiak názorne pochopí, že v kružnici s priemerom $2r$krát väčším budú strany tiež $2r$krát väčšie. Z obr. 3 možno priamo vyčítať vzťah:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r.$$

Pre zaujímavosť uvádzam ešte obr. 4, z ktorého vzhľadom na známu vetu o súčine uhlopriečok v tetivovom štvoruholníku potvrdzuje sa pre ostré uhly známy vzťah:

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Pozn. red. O něco později došel redakci článek prof. Fr. Hradeckého, v němž byly touž methodou odvozeny i některé další vzorce goniometrické platné pro ostré úhly. Redakce pro úsporu místa dala přednost kratšímu článku Krňanovu.

Systematické určení všech dělitelů složeného čísla.

Dr. A. Hyška, Olomouc.

Budiž dáno složené číslo, na př. 480. Mějme za úkol určit všechny jeho dělitele. Můžeme postupovat tak, že dané číslo rozložíme v prvočinitele, seřazené podle velikosti. Všechny dělitele dostaneme pak tak, že kombinujeme uvedené prvočinitele v součiny po 1, 2, 3, ... činitelích, až přijdeme k součinu všech činitelů, t. j. k původnímu danému číslu. Jde-li však o větší počet činitelů, jmenovitě když se některý opakuje, snadno některou kombinaci vynecháme, zvláště u dělitelů větších. Je proto jednodušší a bezpečnější postupovat takto:

Připomeňme si nejprve tuto větu: při každém rozkladu čísla $N = n_i \, . \, n'_i$ je buď $n_i \leqq \sqrt{N}$ a pak $n'_i \geqq \sqrt{N}$ nebo naopak (znamení rovnosti platí v obou výrocích současně, stejně tak druhá znaménka). Je totiž

$$n'_i = \frac{N}{n_i} \Rightarrow \frac{n'_i}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{N}}{n_i},$$

t. zn.: čísla $\frac{n'_i}{\sqrt{N}}$ a $\frac{n_i}{\sqrt{N}}$ mají převrácené hodnoty a odtud: je-li jedno z těch čísel zlomek pravý, je druhé zlomek nepravý. Jen v případě, že $\frac{n'_i}{\sqrt{N}} = 1$ je i $\frac{n_i}{\sqrt{N}} = 1$ a pak ovšem $n'_i = n_i$.

Stačí proto v naší úloze určovat všechny různé dělitele n_i jen do čísla $p = \sqrt{N}$; ostatní dělitele dostaneme jako podíly $N : n_i$ $(n_i \leqq p)$. Nejlépe učiníme, píšeme-li dělitele $n_i \leqq p$ do jedné řádky a pod každého hned příslušný podíl $n'_i = \frac{N}{n_i}$. Tedy

$$1,\ n_1,\ n_2,\ n_3, \ldots, n_k \text{ poslední dělitel } \leqq p = \sqrt{N},$$
$$N,\ \frac{N}{n_1}, \frac{N}{n_2}, \frac{N}{n_3}, \ldots, \frac{N}{n_k} \text{ poslední dělitel } \geqq p = \sqrt{N}.$$

Při tom čísla prvního řádku určíme snadno, protože jde o čísla malá a u těch rozhodneme bez obtíží, zda jsou či nejsou děliteli daného čísla.

Pro číslo 480 dostaneme tento výpočet: $\sqrt{480} \doteq 22$, ale ani 22 ani 21 není dělitelem 480, stačí tedy rozhodovat o dělitelích do 20. Dostaneme tyto posloupnosti

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 8, & 10, & 12, & 15, & 16, & 20 \\ 480, & 240, & 160, & 120, & 96, & 80, & 60, & 48, & 40, & 32, & 30, & 24 \end{array}$$

Čteme-li nyní první řádek doprava a druhý opačně, máme všechny dělitele uspořádány vzestupně.

V daném případě byl by druhý způsob obtížnější, neboť $480 = 2^5 . 3 . 5$, t. zn., že má celkem 7 činitelů (různé kombinace po jednom prvku jsou 3, po dvou 4, po třech 4, po čtyřech 4, po pěti 4, po šesti 3 a po sedmi 1), tedy spolu s 1 celkem 24, jak nám jich vyšlo v souhlasu se vzorcem: $N = p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma \ldots$ má celkem dělitelů $P = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \ldots$; v našem případě $P = 6 . 2 . 2 = 24$.

Při velikých číslech oba způsoby spojíme. Nejprve rozdělíme číslo na prvočinitele a podle tohoto rozkladu usuzujeme na dělitelnost prvními p čísly až do $\sqrt{N}$.

Určeme ještě všechny dělitele čísla $N = 2160$ ($2160 = 2^4 . 3^3 . 5$) — je jich $5 . 4 . 2 = 40$ ($\sqrt{2160} \doteq 46$). Dostaneme dvě posloupnosti:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	8,	9,	10,	12,
2160,	1080,	720,	540,	432,	360,	270,	240,	216,	180,
15,	16,	18,	20,	24,	27,	30,	36,	40,	45
144,	135,	120,	108,	90,	80,	72,	60,	54,	48

O nový styl vyučování matematice.

Josef Vavřinec, Choceň.

Několik článků ve 4. čísle 70. roč. tohoto časopisu se zabývá problémem, jak učiniti vyučování matematice lepším, pro žáky snadnějším, aby jeho výsledky byly cennější a trvanlivější.

Jedná se tu o práci učitelovu, práci žáků i o pomůcky vyučovací.

Začnu o domácí přípravě, kde se právě volá po diskusi. Pan kol. Šoler správně soudí, že je žádoucí, aby se žáci připravovali intensivněji, nežli jak je to většinou zvykem. Rád bych však byl v jeho článku četl, jaké zkušenosti učinil se svojí methodou žákovské přípravy a jakých výsledků docílil.

Přiznám se, že se mi uskutečnění zásady jistě správné nezdá dost dobře uskutečnitelným. Mám vážné pochybnosti o tom, že by valná většina žáků měla dosti vytrvalosti, aby učení do důsledků tak prováděla. Myslím, že by u převážné většiny žactva bylo třeba dozoru rodičů, a tu je otázka, kolik rodičů by jej mohlo prováděti z důvodů časových a kolik z nich pak by k tomu mělo dosti pedagogického taktu, aby nedocházelo k výstřelkům. I v internátech by

musel býti dozor v rukou velmi taktního pedagoga. Ale jak uskutečnit ty tělesné cviky, protože se tu jedná o věc velmi individuální a pochybuji, že by se dala věc zařídit tak, aby ten, kdo cviky provádí, ostatních nerušil; nelze přece očekávati, že by všichni ve studovně přítomní skončili některou partii současně.

Souhlasím s p. kol. Š., že nejen není vhodné, ale je dokonce velmi nepedagogické a škodlivé vykládati žákům, že matematika je těžká a pod. Také však není třeba žáky ujišťovati, že středoškolská matematika obsahuje jen základní poznatky, už proto, že pro něco takového prostě nejsou zralí. Důležité je však něco jiného, aby si totiž učitel sám uvědomoval, proč se matematika a dokonce i docela prosté počty považují dosud za něco zvlášt těžkého. Je třeba, aby učitel z historie věděl, jak úžasně primitivně a nemetodicky se počtům vyučovalo, jak těžkopádně a nejasně bývaly vyslovovány poučky, jak důkazy bývaly rozvláčné anebo mezerovité. Úlohy bývaly — někdy zúmyslně, jindy z nedostatku stylistické obratnosti — vyslovovány těžkopádně, málo srozumitelně a jejich řešení se ukazovala na zvláštních číslech bez jakékoli úvahy i odůvodnění. To přičteš, odečteš, znásobíš, budeš dělit! K tomu přistoupily nedostatky symboliky, jež byla buď těžkopádná nebo jí vůbec nebylo. Kdo četl někdy o nějaké staré učebnici počtů, řekněme takového byzantského mnicha, pochopí beze všeho přesvědčování, proč mínění o těžkosti počtů musilo vzniknouti. Bylo by vůbec nejen zajímavé, ale také velmi užitečné, kdyby někdo zpracoval někdy dějiny matematiky po stránce didaktické; dosud je máme hlavně po stránce materiální. Takové zpracování dějin matematiky by mělo pro vyučování matematice veliký význam a to nejen pro části elementární. Nelze pochybovat o tom, že objevitel musí a může jíti jen za stránkou materiální, ale dalším pro pokrok vědy důležitým krokem je zpracování objevu po stránce didaktické.

Připomínka, že by žák měl právě při matematice soustřediti svou pozornost a nehledati nic v lavici atd., se mi zdá poněkud naivní. Jde tu o dvě věci. Předně je prostě učitelovou věcí, aby zaměstnal žáky tak intensivně, aby se o jiné věci (a nejméně zevlovat z oken) prostě starat nemohli. Druhá věc je organisovati práci žáků tak, aby v hodině v lavici nic hledat nemusili. Tu učitel na počátku roku žákům prostě poručí, co mají mít před hodinou na lavici připraveno a přísně dbá toho, aby to tam také bylo a sice právě na tom místě, kam to patří, a aby tam také nebylo nic jiného. Věc, které žák nebude potřebovat hned, připraví si v lavici (položí na př. na aktovku) tak, aby ji mohl jediným hmatem bez hledání vyjmout (na př. logaritmické tabulky); jakmile ji přestane potřebovat, vloží ji zase do lavice tak, aby byla poruce. Věc, které žák potřebuje stále po celou hodinu, musí býti na lavici na určitém místě. Tak pero nebo tužka ve žlábku nahoře na lavici; stejně tam patří kružítko, vždy sevřené, ale pouzdro na rysovadlo patří bezpodmínečně do lavice, aby nepřekáželo. Pravítka patří doprostřed lavice, aby s krajů nepadala, i také proto, aby žáci nemohli mít sešity těsně u sebe a překážet si (a ovšem také se spolu snadno bavit). Tyto vnější podmínky nerušené práce musí učitel umět dobře organisovat a ovšem také bezpodmínečně je žádat. K tomu ovšem nestačí jen ten rozkaz daný na počátku roku, ale stálé připomínky a důsledná kontrola. Každou odchylku třeba vytknout a zamezovat. Rozumí se, že tu jde ještě o jednu věc: Učitel si musí býti vědom toho, že tato vnější organisace je jen a jen prostředkem a nesmí se státi účelem. To vědomí musí také nenásilně vštěpovat žákům.

Tento pořádek a účelné uspořádání věcí na lavici je důležitou podmínkou pozornosti žáků, neboť zbytečné a v neladu se povalující věci na lavici (někdy i z předešlé hodiny) jsou pramenem neklidu a ruší pozornost žákovu. Nesmí se zapomínat, že pozornost je něco velmi proměnlivého, čeho nikdy dokonale neovládneme a o čem nikdy nemáme zaručeno, že jsme v daném okamžiku s náležitou intensitou a potřebným usměrněním uplatnili. I zkušený pozorovatel může na konci své práce konstatovati, že si měl nějakého momentu více nebo jinak všimnouti, aby došel k výsledku, k němuž směřoval. Proto se musí učitel snažit, aby vypátral, a to co nejdříve, kde je jaká mezera, chyba, nesprávné chápání. A tu je velmi spolehlivá cesta vyučování bez tabule, jak o něm píše p. kol. Říman a jak jsem je doporučoval ve článku „Méně tabule a méně křídy“ v 59. roč. tohoto časopisu už r. 1929 a jež se mi vždy osvědčovalo.

Vymýšlení „můstků“, jimiž se dá přejíti z jedné části učiva ke druhé je, myslím, především úlohou učitelovou, který vidí učebnou látku s vyššího hlediska a který ty „můstky“ proto nejen snáze přehlídne, nýbrž má o nich dávno předem vědět. Ostatně ten žákův „můstek“ se může ukázat třeba později lávčičkou, která se snadno zlomí. To hledání a užívání „můstků“ je právě to, co činí důležitou část učitelova pedagogického a didaktického umění a je to konečně jeden z elementárních požadavků postupu školní práce: navazovati neznámé věci na známé.

K přípravě „z dneška“ lze přiměti žáky celkem jednoduše tím, že učitel žádá, aby žáci přinášeli domácí cvičení hned druhého dne po hodině. Jeden, ve větší třídě dva, tři žáci cvičení před 8. hodinou vyberou a odevzdají učiteli, po př. donesou prostě na stůl do hovorny. Sešity jsou očíslovány, takže učitel snadno zjistí, jsou-li všechny. Praktikoval jsem to po léta a dobře se mi to osvědčovalo. Prohlídka domácích cvičení nemůže býti tak podrobná jako při komposicích, ale učitel i při dosti rychlé revisi (časem nabude cviku) pozná, kde jsou hlavní nedostatky žáků, a může je vhodným uspořádáním látky v dalších hodinách napraviti. Postřehne-li chyby u některých jednotlivců, může jim věnovati vhodným způsobem pozornost. A ještě něco. Vyskytne-li se nějaká chyba hromadně, je to neklamné upozornění učiteli: Tvá chyba!

A tu jsem u požadavku, že nejen žák, ale také učitel by měl konati přípravu „zdneška", t. j. připraviti si následující hodinu hned toho dne, kdy měl ve třídě poslední hodinu, kdy má ještě v živé paměti, jak to ve třídě vypadalo a jak by měl v příští hodině postupovati, ba více: už hned během té hodiny si má učitel uvědomovat, co by měl příště učinit, aby napravil nedostatky, které se vyskytly; tedy jak má provésti propracování nové látky, nač naraziti z látky třeba dost dlouho předtím probírané, o níž se ukázalo, že u někoho dost dobře „nesedí", nač a jak nejvhodněji navázat novou látku. Dále tu má učitel ještě v čerstvé paměti, který žák potřebuje pobídky, kterého a nač by měl volat, aby se přesvědčil, že si určitou věc dobře osvojil, a po případě, kterého na něco volat by bylo zbytečné anebo u kterého zas předčasné.

Učení vzorcům dělalo učitelům matematiky vždy těžkou hlavu. To, co doporučuje p. kol. Š., se mi zdá jaksi staromódní. Jedná se tu především o vzorce stereometrické, goniometrické a trigonometrické. Tu žáci chybují vesměs tím, že se jim učí isolovaně. Při vzorcích stereometrických třeba ukazovati žákům na to, jak spolu souvisejí a že tu jde v podstatě o několik základních, a v souvislosti s nimi ostatní na nich žádati. Při goniometrii a trigonometrii je vada v postupu vyučovacím; učebnice skoro vesměs se snaží nacpati nejdříve žáky vzorci; potom jich mají užívat. Vzorcům se však žáci musejí učiti v souvislosti se situacemi, ve kterých jich mají užívati. Také je třeba z takových situací je vyvozovati. A tu je, myslím, jen jediná možná cesta: Postaviti vyučování trigonometrii a goniometrii na globální základ; zaměňuji zúmyslně pořádek slov: trigonometrii napřed, pak goniometrii. A to je možno, jak jsem se před několika lety a opětovně loni přesvědčil. To je jedna věc; a druhá: Třeba upozorňovat žáky, že nestačí vzorce (a to zvláště goniometrické) znáti jen „z jedné strany", nýbrž „z obou stran"; nestačí na př., aby se žák naučil vzorci $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, nýbrž, aby si uvědomoval, že také $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$, $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$, $\sin \alpha = 2 \sin \frac{1}{2}\alpha \cos \frac{1}{2}\alpha$, $\sin \frac{1}{2}\alpha \cos \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \sin \alpha$ a pod. Ale to se táhne vlastně už od násobilky; každý žáček řekne docela čiperně $5 \cdot 7 = 35$, musí si však někdy rozmyslet, kolikrát je sedm v třicetipěti nebo třicet pět děleno sedmi, a nad úkolem $37 : 5$ se některý i zastaví. Proto je třeba uspořádat vyučování trigonometrii a goniometrii tak, aby se mohl každý vzorec ihned procvičit na hojných příkladech; potom se jim žáci mohou naučit tím nejideálnějším způsobem: častým užíváním. Postup, kterým se této části matematické středoškolské látky učívalo (a namnoze asi dosud učí), musil v žáku nutně vzbuzovat falešné domnění, že tu musil někdo napřed vymyslit goniometrii a trigonometrii a potom se mohlo přistoupit k praktickým problémům na př. geodetickým, zatím co praktická potřeba nutila k tomu, aby se hledaly cesty, a pak teprv přišla, jako usoustavnění, theorie.

Souhlásím s p. kol. Leharem v jeho mínění o řešení úloh vzorci. Uvádí tu jako příklad zejména počet procentový a úrokový. Tu je užívání vzorců opravdu neomluvitelnou chybou a to tím spíše, že při úsudcích při jednom i druhém počtu lze se opřít o určité východisko a tím žákům práci nejen objasniti, ale i usnadniti. Nesmíme zapomínat, že úsudkový počet je třeba probírati tak, aby byl základem funkčního myšlení.

I v měřictví a deskr. geometrii lze provésti zásadu vyučování bez tabule tak důsledně jako v aritmetice. Je tu ovšem třeba, aby se žáci naučili přesně vyjadřovati; přesné a dokonalé vyjadřování je podmínkou nejen úspěchu vyučování tímto způsobem, ale podmínkou úspěchu vůbec. Při deskriptivní geometrii pak zvlášt je zase nutno založiti její vyučování na zásadě globality. Uspořádal jsem si je tak letos a jsem s výsledkem velmi spokojen. O tom snad někdy později podrobněji.

Co se týče vyučování měřictví, je třeba upozorniti ještě na jednu věc. Žáci — a to nejen nejmenší — jsou zvyklí vztahovati polohu prvků geometrických obrazců nikoli k sobě navzájem, nýbrž k mezím nákresny. Aby narýsovali obrazec správně, musí některý jeho prvek být v obvyklé „způsobné" poloze. Řekněte, prosím, sekundánovi (ale může to být i tercián a nemusili byste se příliš divit, kdyby to bylo i ve vyšší třídě), aby sestrojil vzdálenost bodu od přímky, která není rovnoběžná se žádnou mezí nákresny. Uvidíte, že ve velmi mnohých případech bude jeho kolmice rovnoběžna s některou mezí nákresny. Myslím, že každý ví, jaká bývá potíž, má-li žáček sestrojit všechny výšky trojúhelníka; a nemusí mít ani tupý úhel! To je zas jiná historie. A proč to? Inu, žáček vidí na tabuli, v knize a ovšem napodobuje i v sešitě jen samé „způsobné" přímky, úsečky, čtverce, obdélníky, trojúhelníky atd., které jsou rovnoběžny anebo mají jednu stranu rovnoběžnou s některou mezí nákresny, a pak ovšem kolmice k nim jsou rovnoběžny s její druhou mezí a žák si vtiskl v pamět právě jejich polohu k mezím nákresny a nechápe dost dobře, že jde o vzájemnou polohu útvarů, nikoli o jejich polohu k mezím nákresny, která se mu vnucuje. Neužívám zde zúmyslně názvů přímek vodorovných, svislých, šikmých, protože ty můžeme kreslit jen na svislé tabuli; žák v sešitě ležícím na stole s vodorovnou deskou rýsuje přímky jen vodorovné; má-li lavice desku šikmou, může rýsovat ještě také přímky šikmé; ale v žádném případě svislé. Tu je také nedůslednošt našeho vyjadřování.

Podobnou potíž konstatujeme, má-li žák sestrojiti na př. nějaký trojúhelník z daných prvků. Provede podle obrázku rozbor, ale potom musejí býti prvky konstrukce v téže poloze k mezím nákresny, jako byly v obrazci nakresleném k rozboru. Není-li tomu tak, je zle. Zas proto, že žák je příliš závislý na představě obrazce vzhledem k mezím nákresny a není si vědom toho, že o ni nejde, nýbrž o vzájemnou polohu prvků žádaného útvaru.

Od těch „způsobných“ přímek a stran obrazců se musíme „odpoutat“. Při vyučování „s tabulí“ ovšem na vadu žákovských vědomostí, tak tuze závislých na mezích nákresny, tak snadno nepřijdeme, protože žáci kopírují s tabule a tu jsou jim meze nákresny vítanou pomůckou.

Jak jsem se zmínil, mám s vyučováním bez tabule v aritmetice, v měřictví i v deskr. geometrii dlouholeté zkušenosti a dodal bych z nich k článku p. kol. Římana. Není třeba diktovati všecko, co žák píše, tak podrobně. Žák ovšem musí říci, co podnikne, ale nemusí diktovati už na př., že se bude psát na nový řádek. Žákům se buď poví, nebo ukáže na tabuli schema výpočtu, upozorní se, čeho je třeba pro přehlednost (na př. psáti na nový řádek při odstraňování závorek z výrazu nebo při úpravě rovnice) a potom stačí kontrolovati, zdali žáci potřebnou úpravu dodržují; i tím je nutíme k samostatnosti. Jsou-li ve výraze závorky, žádám, aby žák vyslovil: „Závorka“, když výraz v závorce počíná, a: „Závorka se uzavře“, když výraz končí. Výraz jako a^{2x-3} diktuji a umocněno dvojčlenem... Abych žáky přinutil k intensivní součinnosti, měním často žáka pracujícího nahlas i na př. při slučování členů nějakého mnohočlenu, takže se tu vystřídá mnoho žáků. Zamezí se tím také, aby si žáci nezvykli (místo opisování s tabule) výpočty bezmyšlenkovitě odposlouchávati. Vidíme, že i tato methoda má svá úskalí.

Dá se jí užíti velmi dobře i při probírání nové látky; tu v nutném případě se napíše na tabuli jen to, co je nové; na př. schema výpočtu nebo nějaká podrobnost.

Dodal bych ještě, že i žákům se tento způsob vyučování líbí. Na začátku musí učitel dobře kontrolovat, zdali žáci stačí.

P. kol. Ř. shrnuje výhody počítání bez tabule ve čtrnácti bodech, s nimiž úplně souhlasím; nejvíce bych zdůraznil body 13 a 14. Připomněl bych, že kontrolu třeba doplnit tím, že žáky, zejména méně spolehlivé, občas vyzveme, aby nám ukázali sešit, abychom viděli, jak v něm píší, zejména dodržují-li schemata. Dvanáctý bod bych doplnil tím, že učitel má tu možnost zaříditi další práci ve třídě tak, že se může doplniti a s potřebné strany osvětliti, co žáci dobře nepochopili, a to vhodným výběrem úloh. Tomu bych dal přednost před přerušováním práce, která se právě koná. To, čím práci přerušíme, je v ní cizím tělesem a nám musí jíti o to, aby práce v hodině byla organický a plynulý celek.

To je možno především tím, že se učitel nebojí sám si pro danou situaci úlohu sestavit.

A tu jsem u sbírek úloh, o nichž mluví p. kol. Lerl. Tu bych odlišil sbírky pro učitele a pro žáky.

Sbírka pro profesory by obsahovala charakteristické úlohy, jak se během času přejímaly ze sbírky do sbírky, z učebnice do učebnice, ukázalo by se, jak se měnila jejich stylisace i řešení jednak po stránce početní, jednak schematem výpočtu, jednak po stránce pedagogické i jak se měnila je jich tvářnost podle poměrů dobových. Dále úlohy, které souvisí s vyššími partiemi matematiky, s poukazy na ně. Potom vzorové úlohy pro jednotlivé partie učiva a rady i materiálie k sestrojování podobných úloh a zvláště řadu takových, kterých by se dalo užít k společné práci ve třídě tak, že by jednotliví žáci pracovali podle rozličných numerických dat při stejném postupu. Posléze tabulky, kterých by se dalo užít pro zjednodušení výpočtů při konstrukci úloh.

Sbírky pro žáky, ať už v učebnicích nebo ve zvláštních svazečcích, by měly obsahovat, pokud jde o nižší třídy, numerická data týkající se poměrů celostátních (někde i světových) a význačných věcí krajových, jež mají význam celostátní nebo jsou pro daný kraj význačné nebo zajímavé. Ty by potom byly také vzorem učiteli, jak tvořiti úlohy z dat vzatých z užšího okruhu žákova, pro něž by si opatřil data v místě, nebo tvořiti úlohy z dat, která přináší denní život, takže by měly pečet aktuality a rozšiřovaly by žákův obzor. Dále by měly mít takové úlohy, jež by se daly řešiti společnou prací žáků, takže by jednotlivé skupiny řešily jednotlivé části úlohy.

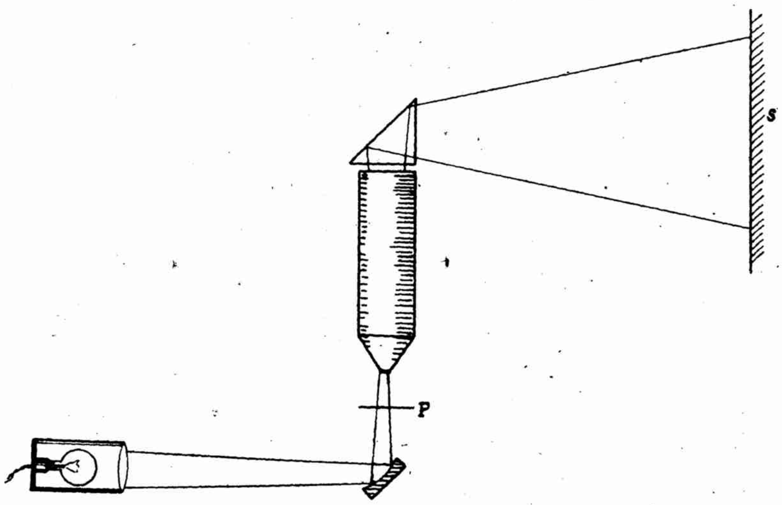
Dále by bylo možno vydávati pro soukromou potřebu žáků nebo pro kroužky žákovské malé sbírky úloh z určitých partií, kde by byly poukazy, jak je řešiti, jak zobecňovati, k jejich vzájemné souvislosti, k jejich souvislosti s jinými větvemi matematiky, a poznámky historické.

Mikroprojekce.

E. Kašpar, Praha.

Při experimentální praxi ve fysice (ještě více v chemii a biologii) jest vděčné použíti mikroprojekce místo pozorování preparátu přímo drobnohledem. Mikroprojekce patří k těm neobyčejně jednoduchým praktikám experimentálním, jichž by jistě používal každý kolega, kdyby je znal. K mikroprojekci se hodí mikroskop málo zvětšující (maximálně 100krát) a dobrá osvětlovací lampa (mikrolampa, Reuterova lampa a pod.). Máme-li mikroskop sklopný, otočíme tubus do vodorovné polohy. Pak osvětlíme kuželem osvětlovací lampy duté zrcátko mikroskopu tak, aby se světelný kužel odrážel na preparát *P* umístěný na stolku drobnohledu. Tak se pomocí optiky drobnohledu (objektivu a okuláru) promítne obraz na bílou stěnu *s*. Zaostřujeme posouváním celého tubusu. Zvětšení můžeme měnit výměnou optiky nebo vzdalováním projekční stěny od mikroskopu.

Promítáme-li předmět, jejž nelze sklápět z vodorovné polohy (na př. pokusy s kapalinami: krystalisace a pod.), pak necháme



Obr. 1.

mikroskop ve svislé poloze, ale světelný svazek vycházející z okuláru odrazíme na stěnu pomocí zrcátka postříbřeného na povrchu anebo jednoduše pomocí pravoúhlého skleněného hranolu položeného na okulár. (Viz obr. 1.)

Zobrazení tímto způsobem jest velmi dokonalé a žáky upoutá rozhodně více než přímé pozorování drobnohledem nehledě k úspoře času a možnosti přímého výkladu na obraze. Upozorněte na tento způsob projekce (nikoliv nový!) zejména kolegy přírodopisce.

Meldeův pokus se strunou.

E. Kašpar, Praha.

Meldeův pokus o rychlosti vlnění na struně se zpravidla provádí pomocí elektromagnetické ladičky, jež uvádí strunu (vlákno) do chvění. Vlákno bývá napínáno závažím napínajícím nit vedenou přes kladku. K napínání se užívá někdy také Mayova siloměru. Místo elektromagnetické ladičky lze užít elektromagnetického vibrátoru, jak jej popisuje Zahradníček v „Základních pokusech fysikálních". Sechovský-Šilháček uvádí jiné uspořádání v „Praktických cvičeních fysikálních". Užívá kovového drátku, jímž prochází síťový střídavý proud. Drát je veden silným magnetickým polem. Tímto uspořádáním jest drát uveden do kmitů frekvence 50 per/sec.

Myslím, že nebude neužitečné, když zde popíši uspořádání, které se mi velmi v praktikách osvědčilo a které lze velmi snadno improvisovati i při nynějším nedostatku přístrojů. K pokusu jsem používal místo elektromagnetické ladičky indukční elektrický zvonek (dostane se v elektrotechnických závodech ca za 50 Kčs), napájený asi 5 V ze zvonkového transformátoru. Místo siloměru jsem užil silných demonstračních vah se sádkou závaží. Strunu (t. j. nit asi 1—2 m dlouhou) přivážeme na paličku zvonku zbaveného ozvučného talíře (nebo paličku prostě odehneme, aby při vibracích nezvonila) a druhý konec niti přivážeme k vahadlu vah (obr. 1). Zvonek ovšem připevníme vhodně vysoko ke stativu nebo stolu. Jsou-li váhy příliš lehké, zvýšíme jejich stabilitu zatížením obou misek stejným závažím. Nyní zavedeme proud a přidáváním závaží na levou misku nastavujeme maximální rozkmit stojatého vlnění na struně. Tímto způsobem lze nastavit optimum kmitů velmi citlivě a přesně. Stačí totiž nepatrně prstem přitlačit, po př. nadlehčit misku nebo vahadlo, abychom se přesvědčili, zdali skutečně rozkmit je maximální. Při pečlivém provádění pokusu lze dokonce příslušné zatížení nalézt s přesností až na zlomky gramu, což je při použití siloměru nebo kladky zpravidla vyloučeno. Při pokuse je nutno dbát, aby jazýček stále ukazoval na nulovou polohu. Znamená to při větším napětí vlákna vždy posunout váhy podle potřeby. Tahem nesmí ovšem trpět jazýček; z toho důvodu užíváme vah masivních.

Při měření zjišťujeme závislost rychlosti (počtu půlvlnek stojatého vlnění) na napětí vlákna P. V našem případě je zatížení Z úměrné síle P a to (viz obr.)

$$P = \frac{a}{b} \cdot Z.$$

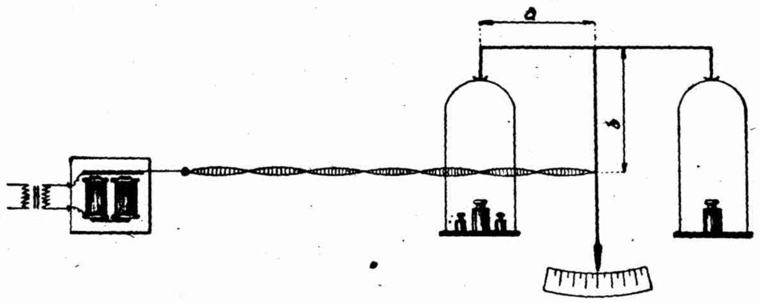
Rychlost c vlnění na struně je

$$c = \sqrt{\frac{P}{\mu}} = k \cdot \sqrt{\frac{Z}{\mu}}.$$

Kmitočet f je dán výrazem

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{n}{2l} \cdot c = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{P}{\mu}},$$

λ délka vlny, l délka vlákna (struny), μ hmota 1 cm vlákna, n počet půlvln na struně.



Pokusem v praktiku ověřujeme

a) konstantnost výrazu $n \cdot \sqrt{P}$ (vlastně $n \cdot \sqrt{Z}$) pro tutéž strunu při různých zatíženích Z;

b) konstantnost výrazu $n : \sqrt{\mu}$ pro totéž napětí tří různých vláken, t. j. pro nit jednoduchou, pak čtyřikrát resp. devětkrát spletenou stejné délky.

(Při pokusu jest frekvence f rovna frekvenci síťového proudu, t. j. 50 per/sec.).

Poznámka. Tentýž pokus a úlohu můžeme také velmi jednoduše improvisovat způsobem, popsaným v 2. čísle letošních Rozhledů matematicko-přírodovědeckých na str. 58. Zvonek položíme na skříň a zatížíme. Jako misky použijeme na př. malé bakelitové misky užívané při kreslení, jejž váhu žáci před pokusem zjistí. I v tomto uspořádání jest možno optimum stojatých vln vyvážit s přesností až na zlomky gramu. Jen jest třeba závěs misky na vlastní strunu učinit pokud možno nejkratší, aby vlastní kmity závěsu nerušily pokus.

Zpráva methodické komise

pro matematiku a deskriptivní geometrii při JČMF o návrzích reformy střední školy.

Koncem roku 1941 se ustavily v Jednotě čs. matematiků a fysiků komise, jichž úkolem bylo se zabývat methodickými otázkami z matematiky, deskriptivní geometrie, fysiky a chemie, návrhem nových osnov těchto předmětů a přípravou nových učebnic.

Komise připravily také reformní návrh středního školství, do kterého pak včlenily i návrh osnov zmíněných předmětů. Konečnou úpravu návrhu reformy provedla užší komise, ustanovená výborem JČMF z předsedů jmenovaných komisí.

Návrh vychází z těchto zásad:

Zdrojem veškeré státní moci je lid.

Je třeba ve všech oborech státní činnosti umožnit v míře co možná největší přímé podílnictví lidu na správě jeho věcí.

Činnost státnická a politická nejsou samoúčelné, nýbrž slouží tvoření těchto hodnot: 1. materiálních, 2. kulturních, 3. ethických.

Cíle těchto tvoření jsou:

ad 1. strojová výroba hmotných statků,

ad 2. poznání věcí v nejširším slova smyslu,

ad 3. odstranění negativního charakteru egoismu a dosažení harmonického soužití všech lidí na zemi.

Z toho přímo plyne cíl školské výchovy.

Škola má vychovávat člověka

1. správně myslícího a vzdělaného,
2. odborně zdatného,
3. opravdového, pravdymilovného, vnitřně svobodného.

Z těchto zásad vyplývají logicky tyto požadavky:

Veškeré školství je věcí státní.

Veškerá školská výchova je bezplatná.

Školská výchova je povinná až do věku, kdy lze jedince považovat za duševně i tělesně do té míry zralého, že je schopen zařadit se do společnosti jako její platný člen. Tento věk je 18 až 20 let.

Školská výchova až do ukončení pubertálního vývoje je jednotná.

Škola musí býti politická.

Jediným kriteriem pro přístup k určitému druhu vzdělání jsou schopnosti žáka.

Je věcí státu, umožnit každému schopnému žáku studium na tom kterém typu školy.

Učitel budiž dokonale připraven pro svůj úkol jak po stránce odborné, tak pokud se týče školení pedagogického.

Úroveň školy budiž dosažitelně nejvyšší.

Návrh školy II. a všeobecně vzdělávací III. stupně.

Škola II. stupně je čtyrletá. Je povinná pro všechny děti obého pohlaví ve věku od 11 do 15 let, které s úspěchem vychodí školu I. stupně (obecnou). Slučuje dnešní tak zvanou nižší střední školu a školu měšťanskou. Škola II. stupně dovršuje elementární obecnou výuku na nižší všeobecné vzdělání a je přípravou pro školu III. stupně. V prvých dvou třídách je jednotná; od třetího ročníku dochází k diferenciaci v latině a rýsování podle sklonu a zálib žáka buď směrem duchovědného nebo technického studia. Škola II. stupně je diferencovaná podle schopností žáků. Tato diferenciace se provede úpravou osnov, při čemž se stanoví minimum, jež nebude lze snížit. Z počátku bude pravděpodobně třeba počítat se dvěma typy žáků. Zůstane-li při tom, nebo dojde-li k diferenciaci podrobnější, jakož i otázku zhodnocení žákovské práce, bude nutno rozhodnout později na základě zkušeností. Počet předmětů a počet hodin v jednotlivých předmětech, jakož i osnovy z matematiky, fysiky, chemie, deskriptivní geometrie a rýsování jsou připojeny.

Škola všeobecně vzdělávací III. stupně je čtyrletá. Dělí se od počátku na tři větve: klasickou, jazykovou a technickou. Důvod pro toto dělení je v tom, že tato škola je vedle své povahy všeobecně vzdělávací také přípravou pro studium na škole vysoké. Větev klasická je charakterisována důrazem na výuku v latině, větev technická důrazem na výuku v matematice, deskriptivní geometrii a kreslení. Rozvrh předmětů a počet hodin v jednotlivých předmětech, jakož i osnovy z matematiky, fysiky, chemie, deskriptivní geometrie jsou připojeny.

Tato škola je přísně výběrová. Podmínkou pro přijetí na školy III. stupně je průměrná známka 3 z češtiny, ruštiny, dějepisu, matematiky a fysiky ze 4. třídy školy II. stupně a průměrná známka 3 ze všech předmětů za 3. a 4. třídu školy II. stupně dohromady. Dále úspěšná přijímací zkouška z češtiny, matematiky a latiny na větev klasickou, z češtiny, matematiky a živého jazyka (ne ruštiny) na větev jazykovou a z češtiny, matematiky a chemie na větev technickou.

Žák bude přijat s jednoroční zkušební lhůtou. Teprve na konci 1. třídy školy III. stupně bude rozhodnuto definitivně o jeho přijetí na základě posudků jeho učitelů.

Každá větev bude na každém ústavě, rozhodne-li se pro ni alespoň 15 žáků. Přechod z jedné větve na druhou je možný jen po diferenční zkoušce ze všech předmětů, v nichž se osnovy liší. V každé větvi je možné dělení žactva v živém jazyku podle volby žáků.

Škola všeobecně vzdělávací končí maturitní zkouškou. Koná se z těchto předmětů:

1. z kulturní historie národní (čeština, vlastivěda a pod.),
2. z jednoho předmětu duchovědného vyjma češtiny a vlastivědy,
3. z jednoho předmětu reálného.

Každý předmět se zkouší písemně a ústně.

Předměty bodů 2. a 3. si volí kandidát sám.

Pro každý předmět budiž jiný examinátor. Doba ústní zkoušky z jednoho předmětu nepřekročí půl hodiny.

Podrobný zkušební řád bude na základě těchto zásad vypracován po slyšení interesovaných činitelů včetně vysokých škol. O váze maturitního vysvědčení pro přijetí na vysoké školy rozhodnou tyto školy samy.

Poznámky.

A) K vlastnímu návrhu:

1. Osou vyučování ve všech ročnících obou stupňů je čeština a kulturní historie národa.

2. Od 1. třídy II. stupně se zavádí povinně ruština, od 3. třídy II. stupně pak další živý jazyk. Důvody jsou zřejmé. Znalost jazyků je jednou z nejmocnějších kulturních výzbrojí.

3. Pokud jde o latinu na škole II. stupně, bude třeba ještě vzíti v úvahu stanovisko kruhů filologických a vyčkati zkušeností.

4. Aniž chce návrh předbíhat konečné úpravě poměru státu a církví, přimlouvá se za výuku v náboženství nepovinnou. Hodiny, které se tím uvolní, jsou k disposici pro eventuální doplnění osnov učiva, pokud se týče výchovy politické, po případě připadnou k dobru ostatním předmětům (latině, exaktním vědám).

5. Škola II. a III. stupně se úplně vzdává péče o tělesnou výchovu. Tímto úkolem buďtež pověřeny tělovýchovné organisace v rámci celostátní tělesné a sportovní výchovy pod státním dozorem.

6. Zpěv ve škole III. stupně je nepovinný.

7. Celkový počet hodin týdně činí průměrně 30. To je minimum, které nelze snížit, aniž se současně sníží celková úroveň školy. Tento počet hodin umožňuje žactvu vzdělávat se i mimo školu podle jeho zálib nebo eventuálních potřeb, případně umožňuje rozšíření výuky ve škole.

8. Výuka theoretická budiž, pokud jen lze, provázena prací v laboratořích.

9. Politickou výchovou se rozumí výchova k státnosti, demokracii, kritičnosti a odpovědnosti, tvořivosti. Žactvo je vhodnou formou informováno o politickém, sociálním a kulturním dění současném jednak svými učiteli, jednak osobnostmi externími ve formě přednášek, diskusí, četbou a p. Podle možnosti buďtež osnovy doplněny výukou v národohospodářství, filosofii a dějinách politických hnutí. Ústřední linií budiž socialistická výstavba světa. Politická výchova prostupuje všechno vyučování a celou školní činnost.

10. Pro zachování maturitní zkoušky mluví tyto důvody:

a) Tato zkouška je první veřejný projev žáka, pokud se týče jeho znalostí a osobní vyspělosti.

b) Maturitní zkouška je objektivnější než by byla prostá zkouška klasifikační na konci 4. ročníku školy III. stupně, i když by se konala z celé učebné látky. Tu posuzuje učitel, tam komise.

c) Odstraní-li se maturitní zkouška, je nutno zavést přijímací zkoušku na škole vysoké. To znamená pro kandidáta nikoliv zpřísnění zkoušky, nýbrž ztížení přístupu k vysokoškolskému vzdělání vzhledem k tomu, že škola vysoká má mnohem méně předpokladů pro objektivní zjištění jeho duševních schopností, než škola III. stupně, která s žákem pracuje 4 roky.

Maturitní zkouška nebudiž však zkouškou v normálním slova smyslu, t. j. zkouškou pouze naučených vědomostí. Maturitní zkouška budiž projevem osobnosti kandidáta. Podle tohoto projevu budiž posuzována jeho způsobilost k návštěvě školy vysoké.

Písemná maturitní zkouška nechť má charakter pojednání na dané théma. Kandidátu budiž povoleno užití literatury, potřebné k vypracování thematu.

B) Všeobecné:

11. Myšlenka jednotné školy II. stupně není u nás nová. Zabývaly se jí všechny interesované kruhy již za dob první republiky. Příčiny, proč nebyla její myšlenka uskutečněna, jsou dvojí: vnější a vnitřní. O prvých není třeba mnoho psát. Jsou z těch, které zavedly svět do poslední války, z níž vyšla Evropa jako rumiště. Dnes je lze považovat za zlikvidované.

Vnitřní příčiny jsou v požadavcích školy a nestejných schopnostech žáků. Nelze postavit jednotnost školy II. stupně na nejpřednější místo a všechna ostatní hlediska, hlavně kulturní, onomu bezohledně podřídit. Silní budeme jen potud, pokud budeme kulturně vyspělí, a to platí nejen o našem národě, nýbrž bez výjimky o každém národě. Tím méně lze s reformou školství spojovat — zjevně nebo zahaleně — otázky stavovské. Stejně je ovšem nemyslitelné, aby mohly zůstat stavovské, třídní a sociální překážky, které zabraňovaly často i schopným žákům přístup ke vzdělání. Demokracie v ohledu kulturním znamená bez výhrady stejné právo pro každého, nabýt nejvyššího vzdělání. Slovo vzdělání podtrhujeme. Jediným kriteriem tu jsou schopnosti žáka. A právě otázka výběru podle tohoto kriteria je nesmírně závažná a klade jak na reformátory, tak na ty, kteří budou vybírat, obrovskou odpovědnost. Tuto otázku nelze řešit předem, ani paušálním snížením požadavků, ani theoretisováním o diferenciaci. Tato bude ovšem nezbytná, rozhodující tu však musí být zkušenosti. Lze proto v této věci reformovat pouze normativně.

Další otázka, s tímto problémem spojená, je otázka učitelů. Spolu s reformou školství musí jít souběžně, ba dokonce rychleji reforma výchovy učitelů všech stupňů a to bezpodmínečně směrem k zvýšení požadavků, jak pokud se týče odborného vzdělání, tak pedagogického školení v nejširším slova smyslu. A také zde není možno dosti silně podtrhnout odpovědnost, kterou reformátor i praktický učitel bere na sebe před národem.

Pokud jde o otázky hospodářské a finanční a otázky technického rázu, jako je otázka budov, pomůcek, stipendií, možnosti docházky na venkově, internátů a p., vychází návrh z předpokladu ideální situace. Situace však ideální není a jistě nebude ideální ani v roce 1945, ani v roce 1946. Program je tak obrovský, že bude pravděpodobně třeba více než jedné generace, aby bylo lze se alespoň přiblížit ideálnímu stavu. Z toho plyne nevyhnutelně závěr, že reforma školská se musí dít postupně.

12. Činnost učitelstva nechť se neomezuje jen na práci ve škole. Výběr učitelů budiž nejméně tak přísný, jako výběr žáků. Zkostnatělosti mnohých učitelů budiž čeleno podporováním širší jejich činnosti, hlavně osvětové. Mimoškolní osvětová činnost učitelů budiž brána v úvahu při jejich posuzování, budiž jim však na druhé straně státem umožněna tím, že se jim odejmou starosti hospodářské a existenční.

13. Příprava učitele budiž bez výjimky vysokoškolská a pro školy od II. stupně výše odborně vysokoškolská. Vysokoškolská příprava učitelů škol II. a III. stupně nechť trvá alespoň 8 semestrů.

14. Pokud jde o diferenciaci podle schopností, je obsažena v přiložených osnovách z matematiky, fysiky, chemie, deskriptivní geometrie a rýsování. Předložený návrh si nečiní nároků, býti v této věci definitivní. Jak již bylo řečeno na jiném místě, je třeba zkušeností a definitivní řešení této otázky nebudiž prováděno dříve, než bude jednotná škola II. stupně všude a v plném rozsahu v provozu. Jako technických pomůcek lze tu použít psychotechnického vyšetřování a podrobných osobních listů, které se založí hned při vstupu žáka do školy I. stupně (obecné). Za závěrečné posudky z nich vyplývající bude učitel vždy plně zodpovědný.

15. Počet žáků budiž maximálně 25 ve třídě.

16. Škola kteréhokoliv stupně je bez výjimky koedukační.

17. S reformou budiž započato školním rokem 1945/46 a to tak, že 1. třídy jednotných škol II. stupně budou zřízeny na zkoušku všude tam, kde jsou pro to vhodné podmínky technické, a jen potud, pokud bude dost kvalifikovaných učitelů, kteří vykonali příslušnou zkoušku. Aby byl opatřen dostatečný počet kvalifikovaných učitelů pro přechodnou dobu a umožněna jim příprava ke zkoušce, budiž ihned započato s jejich přípravou po stránce odborné pro nejbližší dobu, než bude možná úplná řádná příprava vysokoškolská, ve formě jednoročních kursů z těch kterých předmětů 1. a 2. třídy školy II. stupně. Tyto kursy by byly zaměřeny a jich úspěšné absolvování by opravňovalo k vyučování v prvých dvou třídách jednotné školy II. stupně tomu kterému předmětu. Další, opět jednoroční kursy, by byly analogické pro vyučování v 3. a 4. třídě jednotné školy II. stupně.

Kursy by byly zřízeny při vysokých školách, vedeny kvalitními odborníky, pokud možno profesory a docenty vysokých škol. Kursy by byly bezplatné.

Náklad na jejich zřízení jakož i na výlohy účastníků kursů uhradí stát.

18. Státu se přenechává péče o patřičné vybavení škol všech stupňů a typů.

Počet hodin v jednotlivých předmětech školy II. stupně.

Předmět	Počet hodin týdně ve třídě				Celkem hodin
	I.	II.	III.	IV.	
Čeština	5	5	4	4	18
Ruština	5	5	4	4	18
Živý jazyk	—	—	4	4	8
Latina	—	—	3	3	6
Dějepis	2	2	2	2	8
Zeměpis	2	2	2	2	8
Matematika	4	4	3	3	14
Rýsování	—	—	2	2	4
Přírodopis	3	3	—	—	6
Fysika	—	—	3	2	3,5
Chemie	—	—		2	3,5
Náboženství	2	2	2	1	7
Kreslení	4	4	2	2	18
Zpěv (nepovinný)	2	2	2	2	8
Týdně hodin	29	29	31 30	31 30	

(V latině a deskriptivní geometrii diferenciace: větev s latinou má 31, větev s desk. geometrií 30 hodin týdně.)

Učebné osnovy matematiky pro školy II. stupně.

Učebný úkol:

Vyjadřování veličin čísly. Počítání s čísly zvláštními písemně i zpaměti. Počty praktického života založené na úsudku (statistická data pro tyto počty jsou vzata z našeho národního hospodářství a národního hospodářství slovanských zemí a spojenců). Základní výkony početní s čísly celými, lomenými a obecnými. Řešení rovnic prvního stupně. Uvedení do funkčního myšlení. Lineární funkce a její grafické znázornění. Základní poznatky geometrie rovinné a prostorové. Výcvik v používání rýsovacích nástrojů; výcvik v provádění přesných měřických konstrukcí.

Třída první. (4 hod. týdně.)

Aritmetika. 1. Opakování a prohloubení základních početních výkonů s čísly celými. 2. Psaní desetinných čísel, základní početní výkony s nimi a jejich použití při metrických měrách, při vahách a penězích. 3. Pojem úměrnosti. 4. Základy dělitelnosti celých čísel. 5. Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek. 6. Pojem zlomku, slučování zlomků, násobení a dělení zlomků celým číslem. Použití zlomku při měrách časových a úhlových. 7. Pojem procenta a promile.

Počet hodin v jednotlivých předmětech školy III. stupně.
(a) větev klasická, b) větev jazyková, c) větev technická.)

Předmět		Počet hodin týdně ve třídě				Celkem hodin
		I.	II.	III.	IV.	
Čeština	a)	4	4	4	4	16
	b)	4	4	4	4	16
	c)	4	4	4	4	16
Ruština	a)	3	3	3	3	12
	b)	3	3	3	3	12
	c)	3	3	3	3	12
Živý jazyk	a)	3	3	3	3	12
	b)	3	3	3	3	12
	c)	3	3	3	2	11
Latina	a)	6	6	6	6	24
	b)	4	4	4	3	15
	c)	—	—	—	—	—
Dějepis	a)	2	2	2	2	8
	b)	2	2	2	2	8
	c)	2	2	2	2	8
Zeměpis	a)	2	2	2	2	8
	b)	2	2	2	2	8
	c)	2	2	2	2	8
Matematika	a)	3	3	3	2	11
	b)	3	3	3	3	12
	c)	4	4	4	4	16
Deskr. geom.	a)	—	—	—	—	—
	b)	2	2	2	2	8
	c)	3	3	3	3	12
Přírodopis	a)	2	2	2	2	8
	b)	2	2	2	2	8
	c)	2	2	2	2	8
Fysika	a)	3	3	3	3	12
	b)	3	3	3	3	12
	c)	3	3	3	3	12
Chemie	a)	2	2	2	2	8
	b)	2	2	2	2	8
	c)	2	2	2	2	8
Filosofie	a)	—	1	1	2	4
	b)	—	1	1	2	4
	c)	—	1	1	2	4
Náboženství nepovinné	a)	1	—	—	—	1
	b)	1	—	—	—	1
	c)	1	—	—	—	1
Kreslení	a)	—	—	—	—	—
	b)	—	—	—	—	—
	c)	2	2	2	2	8
Zpěv nepovinný	a)	1	1	1	1	4
	b)	1	1	1	1	4
	c)	1	1	1	1	4
Týdně hodin	a)	32	32	32	32	
	b)	32	32	32	32	
	c)	32	32	32	32	

Výcvik v úsudku z jednotky na množství a obráceně na praktických příkladech, jichž podkladem je většinou přímá úměrnost.

Geometrie. 1. Bod, přímka, kružnice. Výcvik v rýsování tužkou přímek kolmých, rovnoběžných a základních geometrických útvarů rovinných s možnými kontrolami přesnosti. 2. Čtverec a obdélník, jejich vlastnosti a obsahy. 3. Kvádr a krychle, jejich vlastnosti, sítě, povrch a objem; jejich obrazy a modely. 4. Pojem úhlu, jeho měření a počítání s ním. 5. Základní vlastnosti trojúhelníka. 6. Pravidelný jehlan a hranol, rotační kužel a válec, koule (jen pojmy). 7. Osová souměrnost v rovině. 8. Základní Euklidovské konstrukce.

Cvičení v užívání měřítka, úhloměru, pravítek a kružítka a v odhadu měřených a sestrojovaných veličin.

Minimálně:

Aritmetika. 1. Opakování a prohloubení základních početních výkonů s čísly celými. 2. Psaní desetinných čísel, základní početní výkony s nimi a jejich použití při metrických měrách, při vahách a penězích. 3. Pojem úměrnosti. 4. Pojem zlomku. 5. Pojem procenta a promile.

Výcvik v úsudku z jednotky na množství a obráceně na praktických příkladech, jichž podkladem je většinou přímá úměrnost.

Geometrie. 1. Bod, přímka, kružnice. Výcvik v rýsování tužkou přímek kolmých, rovnoběžných a základních geometrických útvarů rovinných s možnými kontrolami přesnosti. 2. Čtverec a obdélník, jejich vlastnosti a obsahy. 3. Kvádr a krychle, jejich vlastnosti, povrch a objem. 4. Pojem úhlu, jeho měření a počítání s ním. 5. Základní vlastnosti trojúhelníka. 6. Osová souměrnost v rovině. 7. Základní Euklidovské konstrukce.

Cvičení v užívání měřítka, úhloměru, pravítek a kružítka a v odhadu měřených a sestrojovaných veličin.

Třída druhá. (4 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Dokončení nauky o zlomcích; násobení a dělení zlomku zlomkem, převod zlomků obyčejných na desetinné. 2. Čísla neúplná; sčítání, odčítání, násobení a dělení neúplných čísel. Pojem chyby a její první odhad. 3. Poměry a jejich praktické použití. 4. Trojčlenka jednoduchá a složená. 5. Počet procentový a jednoduchý počet úrokový. 6. Jednoduché srovnávací diagramy.

Geometrie. 1. Úhly na příčce dvou přímek. 2. Trojúhelníky a jejich určení. 3. Vlastnosti rovnoběžníků (také se zřetelem k souměrnosti středové). 4. Čtyrúhelníky a mnohoúhelníky. 5. Vlastnosti kružnice, její tečny, věta Thaletova. 6. Nejjednodušší geometrická místa. 7. Vlastnosti základních těles hranatých a oblých (hranolu, jehlanu, kruhového válce, kužele a koule); sestrojování obrazů a sítí hranatých těles.

Cvičení v odhadu sestrojovaných úhlů a délek a další výcvik v přesném rýsování.

Minimálně:

Aritmetika. 1. Počítání se zlomky, převod zlomků na desetinná čísla. 2. Poměry a jejich použití. 3. Jednoduchá trojčlenka. 4. Počet procentový a jednoduchý počet úrokový.

Geometrie. 1. Úhly na příčce dvou přímek. 2. Trojúhelníky a jejich určení. 3. Vlastnosti čtyrúhelníků. 4. Kružnice a její tečna. 5. Základní vlastnosti hranolu, jehlanu, rotačního válce, rotačního kužele a koule (z názoru).

Cvičení v odhadu sestrojovaných úhlů a délek a další výcvik v přesném rýsování.

Třída třetí. (3 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Čísla relativní. Pravidla závorková. 2. Čísla obecná; základní početní výkony s čísly obecnými (také zlomky s jednoduchými jmenovateli). 3. Mocniny s celými a kladnými mocniteli. 4. Mnohočleny. 5. Druhá a třetí mocnina dvojčlenů. 6. Umocňování a odmocňování dekadických čísel (dvěma); tabulky druhých a třetích mocnin a odmocnin. 7. Jednoduché rovnice prvého stupně o jedné neznámé s praktickým použitím. 8. Pojem funkční závislosti hlavně se zřetelem k úměrnosti.

Geometrie. 1. Obsah a proměna úhelníků (výpočty s čísly neúplnými). 2. Úměrnost úseček, základní věty o podobných obrazcích. 3. Věty Euklidovy a věta Pythagorova s početním a konstruktivním použitím na útvary rovinné a prostorové. 4. Obvod a obsah kruhu a jeho částí.

Poznámka: Výcvik v rýsování ve třetí třídě se připojuje úzce k látce probírané v geometrii ve druhé a třetí třídě. Rýsování budou věnovány 2 hodiny týdně.

Minimálně:

Aritmetika. 1. Čísla relativní. Pravidla závorková. 2. Čísla obecná; základní početní výkony s čísly obecnými. 3. Mocniny s celými a kladnými mocniteli. 4. Umocňování a odmocňování dekadických čísel dvěma; tabulky druhých a třetích mocnin a odmocnin.

Geometrie. 1. Obsah a proměna úhelníků. 2. Věta Pythagorova s početním použitím na útvary rovinné a prostorové. 3. Obvod a obsah kruhu.

Poznámka: Výcvik v rýsování ve třetí třídě se připojuje úzce k látce probírané v geometrii ve druhé a třetí třídě. Rýsování budou věnovány 2 hodiny týdně.

Třída čtvrtá. (3 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Rozklad jednoduchých algebraických výrazů. 2. Zlomky s obecnými čísly. 3. Algebraické úlohy prvního stupně. 4. Lineární funkce s příklady o úměrnosti. 5. Soustavy rovnic prvního stupně s několika neznámými. 6. Slovní úlohy prvního stupně. (7. Grafické znázorňování zvláště lineární funkce s praktickým použitím.)

Geometrie. 1. Kuželosečky definované ohniskovými vlastnostmi; konstrukce jejich bodů, tečen a jejich použití k řešení úloh o geometrických místech. 2. Základní poučky stereometrické, zvláště o poloze bodu, přímky a roviny. 3. Povrch a objem hranolu a jehlanu, rotačního válce a kužele a koule. (Další použití věty Pythagorovy, odhad chyby při početních výkonech s neúplnými čísly; užití tabulek.)

Poznámka: Výcvik v rýsování (2 hodiny týdně) ve čtvrté třídě se připojuje k látce probírané v geometrii. V rýsování se probírají též základy pravoúhlého a kosoúhlého promítání s použitím na zobrazování těles a k sestrojení jejich sítí.

Minimálně:

Aritmetika. 1. Mnohočleny. 2. Druhá a třetí mocnina dvojčlenů. 3. Rovnice prvního stupně o jedné neznámé. 4. Pojem funkční závislosti. 5. Grafické znázornění.

Geometrie. 1. Geometrická místa (elipsa a parabola). 2. Povrch a objem hranolu, jehlanu, rotačního válce a kužele a koule.

Osnovy rýsování.

Učebný úkol.

Výcvik v rýsování tužkou i tuší na rýsovacím papíře, napjatém na rýsovací desce a v provádění konstrukcí měřických a jednoduchých technických výkresů. Popis normalisovaným písmem.

Třída III. (2 hod. týdně.)

Rýsování měřických konstrukcí (případně i takových, které nebyly dosud odůvodněny v hodinách matematiky). Sestrojování a rýsování půdorysu, nárysu a bokorysu jednoduchých těles (krychle, kvádru, pravidelných jehlanů a hranolů, rotačních válců a kuželů, koule) v základních polohách a zakótování jejich rozměrů. Kosoúhlé obrazy hranatých těles užitím modelů a základních vlastností kosoúhlých obrazů. Sítě hranatých těles. Popis normalisovaným písmem.

8—10 rysů s 30 úlohami za rok.

Třída IV. (2 hod. týdně.)

Konstrukce bodů a tečen kuželoseček, založené na jejich ohniskových vlastnostech; rýsování těchto křivek. Rýsování jednoduchých technických výkresů z oboru strojnického a stavitelského podle zavedených norem. Základy pravoúhlého promítání bodu, přímky a promítací roviny (odvozené z těles, nacházejících se v 1. kvadrantu). Základy kosoúhlého promítání odvozené pomocí pravoúhlého průmětu.

6—8 rysů s 20 úlohami za rok.

Učebné osnovy matematiky pro školy III. stupně.

Učebný úkol.

Doplnění a rozšíření učiva v aritmetice a geometrii. Zvyšování požadavků po přesném myšlení a vyjadřování. Počítání zpaměti i písemně se zvýšenou zručností a jistotou. Užívání tabulek, logaritmického pravítka, případně i počítacích strojů k numerickému počítání. Prohlubování funkčního myšlení. Užívání matematických vědomostí v úlohách theoretických i v úlohách čerpaných z věd přírodních, z národního hospodářství, z veřejného života naší republiky a států spojenců a také v úlohách vojenských. Logická stránka matematických vět a úsudků. Příležitostné výklady z dějin matematiky.

A) Na větvi klasické a na větvi jazykové.

I. třída. (3 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Mocniny s celými a lomenými mocniteli. 2. Pojem čísla iracionálního a komplexního. 3. Rovnice druhého stupně o jedné neznámé se slovními úlohami. 4. Logaritmy, čtyrmístné logaritmické tabulky. 5. Kvadratická funkce a její užití.

Geometrie: 1. Opakování a doplnění látky z planimetrie (stejnolehlost, podobnost). 2. Jednoduché konstruktivní úlohy na základě geometrických míst a početních vztahů. 3. Goniometrické funkce ostrého úhlu s použitím pravoúhlého trojúhelníka. (Funkční tabulky čtyrmístné.) 4. Užití trigonometrie pravoúhlého trojúhelníka na jiné úhelníky a v úlohách stereometrických. (Délky, povrchy, objemy.)

II. třída. (3 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Základní věty o nerovnostech. 2. Výpočet chyby při početních výkonech s čísly neúplnými a přibližnými. 3. Posloupnosti, nekonečná konvergentní řada (zvláště geometrická) a její použití.

Geometrie. 1. Goniometrické funkce obecného úhlu a jejich logaritmy (čtyrmístné). 2. Jednoduché goniometrické rovnice se zřetelem k upotřebení v trigonometrii. 3. Hlavní věty trigonometrické (věta sinová, kosinová, tangentová) a jejich použití k řešení trojúhelníka. 4. Praktické použití rovinné trigonometrie v úlohách stereometrických (výpočet povrchů a objemů těles dosud neprobraných) a geodetických.

III. třída. (3 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Složený počet úrokový se zřetelem k použití v praxi. (Užitím tabulek.) 2. Kombinatorika. 3. Základy počtu pravděpodobnosti.

Geometrie. 1. Analytická geometrie bodu a přímky. 2. Rovnice kuželoseček v základních polohách; tečny kuželoseček.

IV. třída. (2 hodiny týdně.)
(Větev klasická.)

Aritmetika. 1. Věty o vyrovnání chyb. 2. Základní poznatky ze statistiky a jejich užití. 3. Jednoduché úlohy životního pojištění. (Užitím tabulek.)

Geometrie. 1. Průběh některých v praktickém životě důležitých funkcí. 2. Užití grafu při přibližném řešení rovnic. (Methoda regula falsi.)

Souborné opakování. Srovnávání početních a grafických method. Prohlubování a přehled látky.

IV. třída. (3 hodiny týdně.)
(Větev jazyková.)

Aritmetika. 1. Věty o vyrovnání chyb. 2. Základní poznatky ze statistiky a jejich užití. 3. Jednoduché úlohy životního pojišťování. (Užitím tabulek.)

Geometrie. 1. Průběh některých funkcí, které jsou v praktickém životě důležité. (Také tečna křivky.) 2. Grafické a numerické řešení rovnic. (Methoda regula falsi.)

Souborné opakování. Srovnávání početních a grafických method. Prohlubování a přehled látky.

B) Na větvi technické.
I. třída. (4 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Mocniny s celými a lomenými mocniteli. 2. Pojem čísla irracionálního a komplexního. 3. Rovnice druhého stupně o jedné neznámé. (Se slovními úlohami.) 4. Logaritmy; čtyrmístné logaritmické tabulky, logaritmické pravítko. 5. Funkce kvadratická, funkce exponenciální, funkce logaritmická. 6. Jednoduché soustavy rovnic kvadratických o dvou neznámých (se zřetelem k potřebám analytické geometrie).

Geometrie. 1. Opakování, doplnění a prohloubení látky z planimetrie (se zřetelem k souměrnosti, posouvání, otáčení, stejnolehlosti a podobnosti). 2. Jednoduché konstruktivní úlohy na základě geometrických míst nebo početních vztahů. 3. Mocnost bodu ke kružnici, chordála. 4. Goniometrické funkce ostrého úhlu s použitím pravoúhlého trojúhelníka, jejich upotřebení na jiné úhelníky. Funkční tabulky čtyrmístné.

II. třída. (4 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Základní věty o nerovnostech. 2. Výpočet chyby při početních výkonech s čísly neúplnými a přibližnými. 3. Čísla komplexní a jejich znázornění; Moivreova poučka. 4. Složený počet úrokový se zřetelem k použití v praxi. (Užitím tabulek.) 5. Posloupnosti; nekonečná řada konvergentní (zvláště geometrická) a její použití.

Geometrie. 1. Goniometrické funkce obecného úhlu a jejich logaritmy (čtyrmístné). 2. Jednoduché goniometrické rovnice, hlavně se zřetelem k praxi. 3. Hlavní věty trigonometrické (věta sinová, kosinová, tangentová) a jejich použití k řešení trojúhelníka a čtyrúhelníka. 4. Podrobnější vlastnosti trojúhelníků (na základě trigonometrie) a praktické použití rovinné trigonometrie v úlohách stereometrických (výpočet povrchů a objemů těles a jejich částí dosud neprobraných) a geodetických.

III. třída. (4 hodiny týdně.)

Aritmetika. 1. Kombinatorika. 2. Základy počtu pravděpodobnosti. 3. Základní věty o vyrovnání chyb. 4. Základní poznatky ze statistiky. 5. Jednoduché úlohy životního pojišťování (užitím tabulek).

Geometrie. 1. Analytická geometrie bodu a přímky. 2. Pohybové transformace. 3. Různé rovnice kuželoseček, jejich tečny. 4. Rovnice některých křivek, jichž výtvarný zákon je dán (zejména rovnice parametrické).

IV. třída. (4 hodiny týdně.)

Aritmetika a geometrie. 1. Dělitelnost celých čísel. Kongruence a neurčité rovnice prvního stupně. 2. Grafické a numerické řešení rovnic. (Methoda regula falsi.) 3. Pojem limity a derivace funkce. 4. Derivace racionálních funkcí a její užití při vyšetřování průběhu jednoduchých algebraických křivek a při určování lokálních extrémů. 5. Pojem primitivní funkce a její jednoduché užití v geometrii. 6. Sférická trigonometrie. (Trojúhelník pravoúhlý. věta sinová a kosinová pro sférický trojúhelník obecný a jejich užití v astronomii.)

Souborné opakování a prohlubování látky dosud probrané. Srovnávání různých početních a grafických method. Naznačení logické výstavby matematiky.

Branná výchova v matematice.

Příležitostně se probírají ve všech partiích matematiky úlohy z vojenské praxe.

Zvláště se probírají:

1. V počtu pravděpodobnosti rozptyl zásahu při střelbě do terče.
2. Tabulky a grafy v střelecké praxi. (Interpolace a extrapolace.)
3. Mapa a její souvislost s orientovanou krajinou. (Homothetie.)
4. Různé stupnice úhlové a jejich užití ve vojenství.
5. Hoření prachových zrn. (Stereometrie.)

6. Nepřímá střelba. (Trigonometrie.)
7. Střelba proti letadlům. (Cvičení ze sférické trigonometrie.)
8. Parabolická balistika a balistika leteckých pum. (Analytická geometrie.)
9. Zvukoměřičství. (Graficky i analyticky.) (Analytická geometrie.)

Učebné osnovy deskriptivní geometrie pro školy III. stupně.

Učebný úkol.

Naučiti pro technické studium a technické povolání hlubšímu prostorovému nazírání a představivosti, hlavním promítacím methodám a jejich použití při řešení rozmanitých prostorových úloh a při zobrazování prostorových útvarů dvojrozměrnými rysy. Mimo to naučiti obratnému, přesnému a úhlednému rýsování.

A) Na větvi jazykové.

Třída I. (2 hod. týdně.)

Promítání na dvě průmětny. Řešení základních úloh polohy o bodech, přímkách a rovinách a úloh metrických o úsečkách, úhlech a rovinných obrazcích. Použití třetí průmětny při řešení těchto úloh. Základy kosoúhlého promítání a zobrazování těles hranatých v tomto promítání.

Hranoly a jehlany. Jejich sestrojování, řezy rovinami a sítě. Základy geometrálního osvětlování. Osvětlování jednoduchých geometrických útvarů a hranatých těles (ne dutin a skupin).

4 rysy (12 úloh) za rok.

Třída II. (2 hod. týdně.)

Pravoúhlý průmět kružnice. Perspektivně afinní a kolineární útvar ke kružnici.

Vlastnosti a konstrukce kuželoseček odvozených z tohoto zobrazení. Rotační kužel a válec; jejich tečné roviny a rovinné průseky.

Plocha kulová; její tečné roviny a rovinné řezy.

Geometrální osvětlení kužele, válce a koule.

Zobrazování probíraných oblých těles v kosoúhlém promítání.

4 rysy (8—12 úloh) za rok.

Třída III. (2 hod. týdně.)

Základy orthogonální axonometrie s použitím na zobrazování těles hranatých a oblých v jednoduchých základních polohách vzhledem k rovinám souřadnicovým.

Středové promítání; zobrazení bodu, přímky a roviny se zřetelem k použití v lineární perspektivě.

Lineární perspektiva. Zobrazování základních těles a technických předmětů a jejich osvětlení.

4 rysy (8 úloh) za rok.

Třída IV. (2 hod. týdně.)

Základní vlastnosti rotačních ploch, osa rotační kolmá k průmětně. Jejich tečné roviny, rovinné průseky a osvětlení.

Průniky těles hranatých a oblých a jejich zobrazení v různých promítáních.

Přehled celého učiva s poukazy na upotřebení deskriptivní geometrie v technické praxi, ve výtvarném umění a v jiných oborech.
3 rysy (8 úloh) za rok.

B) Na větvi technické.

Třída I. (3 hod. týdně.)

Pravoúhlé promítání kótované (bodů, přímek a rovin). Pravoúhlé promítání na dvě průmětny. Řešení základních úloh polohy o bodech, přímkách a rovinách a úloh metrických o úsečkách, úhlech a rovinných obrazcích. Použití třetí průmětny při řešení těchto úloh. Kosoúhlé promítání. Řešení úloh polohy o bodech, přímkách a rovinách a zobrazování těles hranatých v kosoúhlém promítání.

Hranoly a jehlany; jejich sestrojování, řezy rovinami a sítě. Afinita a kolineace středová v prostoru a v rovině (jako zobrazení).

Základy geometrálního osvětlování. Osvětlování jednoduchých geometrických útvarů a hranatých těles (ne dutin a skupin).

6 rysů (12—20 úloh) za rok.

Třída II. (3 hod. týdně.)

Pravoúhlý průmět kružnice. Afinní a kolineární zobrazení kružnice. Vlastnosti a konstrukce kuželoseček, odvozených z tohoto zobrazení. Rotační a kosý kruhový kužel a válec; jejich tečné roviny, rovinné průseky a konstrukce těchto těles z různých jednoduchých prvků.

Plocha kulová; její tečné roviny a rovinné řezy. Sestrojení kulové plochy z různých jednoduchých podmínek. Geometrální osvětlení kuželů, válců a koulí (jednotlivá tělesa i jednoduché skupiny těles hranatých a oblých).

Zobrazování probíraných těles a jejich osvětlení v pravoúhlém i kosoúhlém promítání.

5 rysů (10—15 úloh) za rok.

Třída III. (3 hod. týdně.)

Základy orthogonální axonometrie (s použitím na řešení úloh polohy o bodech přímkách a rovinách, na zobrazování základních těles a jejich osvětlení). Středové promítání (základní úlohy polohy a metrické se zřetelem k upotřebení v lineární perspektivě). Lineární perspektiva; zobrazování základních těles a jejich osvětlení.

Přehled o lineárních methodách zobrazovacích. Příklady jiných zobrazování (kartografie, cyklografie).

5 rysů (10—15 úloh) za rok.

Třída IV. (3 hod. týdně.)

Základní vlastnosti rotačních ploch, zvláště kvadratických. Jejich tečné roviny, rovinné průseky, osvětlení a jejich obrysy v promítání pravoúhlém, případně jiném; osa rotační rovnoběžná s osou *z* obvyklé souřadnicové soustavy.

Průniky jehlanů a hranolů, válců a kuželů i koulí, se zřetelem na upotřebení při osvětlování skupin a dutin těles a v technické praxi. Konstrukce bodů a tečen průmětu průsečné křivky dvou kuželových kvadratických ploch.

Přehled celého učiva s použitím na řešení stereometrických úloh, na zobrazování předmětů a s poukazy na upotřebení deskriptivní geometrie v technické praxi, ve výtvarném umění a v jiných oborech.

4 rysy (8—12 úloh) za rok.

Branná výchova v deskriptivní geometrii.

Příležitostně se řeší graficky úlohy z vojenské prakse.

Zvláště se probírají:

1. Grafické řešení úloh sférické trigonometrie (protiletadlová dělostřelba a balistika leteckých pum).
2. Konstrukce map.
3. Základní úlohy o plochách topografických (profily, výkopy, náspy, křivky největšího spádu a pod.).
4. Konstruktivní fotogrammetrie (použití středového promítání).

Učebné osnovy fysiky a chemie pro školy II. stupně.

Úkol: Připraviti žáky na základě jejich zkušeností ke studiu chemie a fysiky ve vyšších třídách, seznámit je s nejzákladnějšími pojmy přírodovědeckými, s názvoslovím užívaných pomůcek a učit přírodovědecky myslet a pracovat. Poskytnouti základní vědomosti z chemie a fysiky se zřetelem na praktický život a techniku a podati dobré základy fysikálního a chemického myšlení a vyjadřování.

Třída III.

Fysika a chemie. (3 hod. týdně.)

Pojem a představa hmoty a látky. Fysikální a chemické úkazy v hmotě. Pozorování úkazů přírodních.

Měření rozměru, objemu, váhy, hustoty (žákovské pokusy). Pojem prvku, sloučeniny, směsi a soustavy látek. Základní poznatky o molekule a atomu. Čistá látka (chemické individuum) a jednoduché způsoby získávání.

Kapaliny. Základní chemické vlastnosti kapalin demonstrovány na vodě a jiných známých látkách.

Pojem tlaku a důsledky hydrostatického tlaku. (Užití v pokusech žákovských.)

Chemické a fysikální vlastnosti plynů. Vodík a kyslík. Chemické vlastnosti vzduchu v přírodě a v technice. Oxydace, hoření, dýchání. Redukce a její význam při výrobě kovů. Elektrolysa vody. Pojem chemické reakce — kysličníky. Uhlík a jeho kysličníky v přírodě. Vzduch po stránce fysikální (tlak vzduchu a zařízení zakládající se na tlaku vzduchu).

Zvuk. Podstata zvuku, fysikální základ hudby a zpěvu. Zdroje zvuku (základ hudebních nástrojů). Resonance. Lidské ústrojí sluchové a hlasové (fysikální stránka).

Teplo. Měření tepla, tepelné stroje. Změny skupenství. Teplo skupenské.

Síly a stroje. Skládání a rozklad sil, práce, výkon.

Pohyby těles pevných. Pohyb rovnoměrný a rovnoměrně zrychlený. Příčiny pohybů. Skládání pohybů; odpor prostředí. Odstředivá síla, energie.

Úkazy nebeské. Pohyby Slunce a Měsíce na základě žákovských pozorování.

Chemické vlastnosti látek nekovových a kovových (síra, sklo, železo, zlato a j.). Sůl kuchyňská jako tuhá látka; ukázky chemických vlastností tuhých látek na ní za stálého porovnávání jich s vlastnostmi jiných známých látek.

Třída IV.

Chemie. (2 hod. týdně.)

Látka anorganická. Opakování pojmů z třetí třídy. Voda v přírodě, v chemii i v technice podrobně. Podobně vzduch. Na nich další cesty k získávání čistých látek (roztoky, krystalisace, zkapalňování, dissociace elektrická a tepelná a pod.). Podrobně další obecné nekovové i kovové látky: vodík, kyslík, ozon, oxydy, peroxydy. Mocenství prvků, kyseliny, zásady, neutralisace, soli. Dusík v přírodě i v agrikultuře, výbušniny. Síra a sloučeniny. Desinfekce, běličství. Uhlík, kysličník uhličitý, uhličitany, vápenec v přírodě. Krasové zjevy, vápno, cement, umělé kameniny. Halové prvky přehledně, kuchyňská sůl. Křemík, křemen, sklo, Přehled kovů, vlastnosti, rozdělení. Hlavní zástupci kovů drahých, obecných, lehkých a žíravých. Nejznámější slitiny a význam slévání kovů.

Látka organická. Nafty, alkoholy, aldehydy, kyseliny. Ocet. Glycerin, třaskaviny. Cukr, škrob, celulosa. Výroba cukru a papíru. Kvašení, pivo, líh. Potravinářství. Mléko, mléčné kvašení. Konservování potravin. Základní poznatky o destilaci dehtu a cyklických sloučeninách. Fenol. Nejznámější umělé hmoty.

Poznámka. Anorganická i organická látka se neprobírají ještě systematicky, ale podle potřeby tak, aby dala možnost k procvičení theoretických i praktických vědomostí. Neprobírají se zákony ani chemická matematika.

Třída IV.

Fysika. (2 hod. týdně.)

Magnetismus. Magnet, jeho vlastnosti a pole magnetické (odvození žákovskými pokusy). Zemské pole magnetické.

Elektřina. Základní zjevy a pojmy elektrické (elektroskop, pole elektrické, náboj, napětí, kapacita). Elektrický proud stálý (články, účinky elektrického proudu, přístroje pro měření a regulaci proudu). Zákon Ohmův. Vztah mezi polem magnetickým, proudem elektrickým a pohybem. (Pohyb vodiče v poli magnetickém, elektromagnetická indukce, proud střídavý a jeho výroba, transformace proudu a její význam pro elektrisaci.) Elektrický výboj zředěným plynem a užití (Roentgen, radio, televise).

Světlo. Přímočaré šíření. Odraz a lom světla (zákony zjištěné pokusy žákovskými). Zrcadla, čočky a optické stroje (fotografický přístroj, promítací přístroj, oko, drobnohledy a dalekohledy). Rozklad světla (důsledky a užití).

Poznámka. Hesla buďtež sdružována ve skupiny problémové a zpracována žákovskými pokusy podle zásad činné školy. Demonstrační pokusy jen jako náhrada nebo tam, kde podle povahy věcí se nemohou konati pokusy žákovské. Seskupování nebudiž provedeno v učebnicích, aby se nestalo šablonou (každým rokem týž způsob výkladu), nýbrž je výhradním úkolem učitelovým.

Učebné osnovy fysiky pro školy III. stupně.

Třída I. (3 hod. týdně.)

Základní pojmy. Prostor, rozměry, hmota, váha, hustota.

Statika těles pevných. Statické měření sil, práce a výkonu, skládání a rozklad sil působících v jednom bodě, statika těles tuhých, theorie strojů jednoduchých. Vážení.

Hydrostatika a aerostatika. Tlaky v kapalinách, zákon Archimedův a jeho laboratorní užití, tlak atmosferický, tlakoměry, zákon Boyleův. Theorie zařízení založených na tlaku a napětí plynu.

Geometrická optika. Přímočaré šíření, odraz a lom světla (zrcadla rovná a kulová, čočky, stroje optické čočkové a zrcadlové). Fotometrie.

Poznámka. Poznatky buďtež pokud lze získány především pokusy žákovskými.

Třída II. (3 hod. týdně.)

Geomechanika. Pohyb rovnoměrný a rovnoměrně zrychlený, volný pád, zákony pohybové, dynamické měření síly, práce a výkonu. Skládání pohybů. Tření. Molekulové síly. Pohyb rovnoměrný kruhový a pohyb centrální.

Astronomie. Zdánlivé pohyby těles nebeských, časoměrství, soustava sluneční.

Hydrodynamika. Proudění kapalin a plynů, tlak hydrodynamický a aerodynamický. Odpor prostředí. Molekulové síly. Vodní motory.

Thermometrie. Roztažnost látek, zákon pro plyny, teploměr.

Kalorimetrie. Teplo specifické a skupenské. Tepelná energie. První věta thermodynamická. Páry a plyny. Tepelné motory. Bez druhé věty thermodynamické.

Meteorologie.

Třída III. (3 hod. týdně.)

Silové pole statické. Pole gravitační, gravitační zákon Newtonův.

Magnetismus a elektrostatika. Pole elektrické a magnetické, zákon Coulombův, magnetické pole zemské, indukce magnetická a elektrostatická. Potenciál, napětí, kapacita.

Zákony ustáleného proudu elektrického. Ohmův zákon, odpor, rozvětvení proudu, tepelné a magnetické účinky proudu. Elektromagnetismus.

Pohyb kmitavý. Pohyb harmonický, kyvadlo.

Vlnění hmoty. Akustika, Snelliův zákon.

Třída IV. (3 hod. týdně.)

Pole elektromagnetické. Elektromagnetická indukce, proud střídavý, jeho vlastnosti a zákony. Stroje na výrobu elektrického proudu. Elektrické motory. Přeměny proudu.

Kmity a vlny elektromagnetické. Radiotelegrafie a radiotelefonie.

Atomická theorie elektřiny. Zákony a theorie elektrolysy, vedení elektřiny v plynech. Záření kathodové a anodové.

Záření elektromagnetické. Fysikální optika, záření světelné, Röntgenovo, radioaktivní.

Souvislost hmoty a elektřiny. Rozpady radioaktivní, struktura hmoty. Zákonitost spekter a původ záření světelného.

Hmota a energie: Princip relativnosti, stavba vesmíru, astrofysika, thermodynamické pojetí hmótného světa.

Učebné osnovy chemie pro školy III. stupně.

Třída I. (2 hod. týdně.)

Úkol. Theoreticky i prakticky podrobně připraví napřed nutné kapitoly theoretické, chemická čísla a chemickou matematiku, seznámí s chemickým systémem a probírá pak všechny prvky systematicky podle přirozené soustavy. Nakonec těžší kapitoly z theoretické a fysikální chemie.

Látka. Chemické zákony, čísla, matematika. Avogadro. Dissociace, ionisace, hydrolysa. Mendělejev, periodický systém, prvky a jejich důležitější sloučeniny systematicky se stálým ohledem na praktický život. Nakonec: Radioaktivita, spektroskopie, fotochemie, technologie, moderní názory o stavbě hmoty.

Prvky v systému se neproberou všechny, ale jen nejdůležitější. Příbuzné lze probírat souhrnně, přehledně. Zato však je nutno klásti větší váhu na technické kapitoly u jednotlivých prvků. (Výroba železa, hliníku, kyselin, umělá hnojiva, synthesa čpavku a pod.)

Třída II. (2 hod. týdně.)

Úkol. Látka organické chemie probere se systematicky asi v rozsahu dosud v VI. třídě obvyklém, vynechá se však organická analysa a četné deriváty méně důležité. Zato nutno věnovati více času poznatkům z technologie organických látek, klásti větší důraz na užití organických sloučenin v denním životě a hlavně užíti, kde je to možno, organicko-chemického děje a látky k poznávání říše rostlinné a živočišné, aby tak organická chemie účinně podporovala vyučování botaniky a zoologie. Příležitostně se vloží kapitoly z biochemie a hygieny života člověka.

Látka. Pojem organické látky. Postavení a význam uhlíku v přírodě a jeho zvláštnosti. Přehled sloučenin uhlíku v celku. Poznatky o organické molekule. (Polymerie, isomerie, optická aktivita, stereoisomerie.) Postupně se proberou: Uhlovodíky nasycené, nenasycené, cyklomethyleny, cyklické, kondensované, heterocyklické a jejich deriváty. Dále sloučeniny kyanové a karbonylové. Bílkoviny a alkaloidy. Z technických kapitol: Nafta a zpracování, výroba lihu, zpracování kostí, mydlářství a svíčkařství, třaskaviny, umělé tuky, výroba octa, cukru, celulosy, papíru, zpracování lnu a textilií, běličství a textilní barvení, umělé hmoty, technická derivace celulosy, výroba droždí, piva, vína, zpracování dehtu, vydělávání kůže. Z biochemických kapitol: Zažívání a trávení, vitaminy, hormony, fotosynthesa, assimilace a dissimilace, enzymatické pochody v živé přírodě.

Třída III. (2 hod. týdně.)

Úkol. Slouží k praktickému poznání a utvrzení dosavadních chemických vědomostí. Je proto nejdůležitější částí chemického vzdělání. Nepředpokládá nákladně vybavených žákovských laboratoří a je za každých poměrů proveditelná. Nutně však předpokládá menší počet žáků současně vyučovaných, proto se vyučuje v odděleních asi po deseti žácích. Obsah učiva je veliký a nelze jej vyčerpati, proto se mohou vybírati různé práce podle zkušeností učitelových a záliby žáků. Základní poznatky z chemie analytické, která je jádrem učení a z běžné chemie denního života nutno však absolvovati.

Látka. Z praktického receptářství denního života: Výroba lepidel, kytu na sklo a kameniny, příprava plátna pro malování, fixování, politura a politurování, příprava fotografických roztoků, fotografování, tmelení porcelánu, odstraňování skvrn inkoustu a rzi, neviditelné inkousty, galvanické pokovování, příprava jednoduchých kosmetických potřeb (ústní vody, prášku na zuby a p.) a jiné. Žáci si založí kartotékový „Receptář" pro školu i dům.

Z analytické chemie. Barvení plamene, perliček boraxových, žíhání na uhlí, ve skle, na platinovém plíšku nebo porcelánovém střípku, určování aniontu a kationtu cestou mokrou, dovednější žáci individuelně i soustavný rozbor. Z kvantitativní analysy příprava normálních roztoků, titrace acidimetrická a alkalimetrická, základní práce z analysy vážkové.

Z pokusné chemie. Na utvrzení nabytých chemických vědomostí mohou žáci podle okolností a času prováděti jednoduché a bezpečné pokusy z chemie anorganické i organické ve zkumavkách a v minimálních kvantech, aby se seznamovali blíže s chemickými látkami a jejich vlastnostmi.

Třída IV. (2 hod. týdně.)

Úkol. Je synthesou chemie, uceluje všechny dosavadní vědomosti a přibližuje žákovi odborně jeho vlastní okolí a všechny technickochemické vymoženosti v něm. Skýtá také vhodnou příležitost k samostatnému hlubšímu studiu jednotlivců a jejich odborným referátům, které se pravidelně konají. Převádí studenta ze středoškolského studia chemie do života. Látka nemusí býti probírána systematicky.

Látka. Reprodukční techniky současné doby (knihtisk, hektografie, litografie, zinkotypie, chromotypie, kyanotypie, azotypie, štočkování a j.). Uhelné hospodářství. (Zkapalňování a zplynování uhlí.) Barvy a laky a jejich udržování a ošetřování na nátěrech. Průmyslová rozpustidla, technické jejich užití a význam. Umělé hmoty technické, starší i nové. Ochrana železa před rezavěním. Pálení, inaktivování, lakování, smaltování, pokovování, shesardování, hliníkování, přepařování atd. Léčivé a jedovaté rostliny, jejich význam ve farmacii, základní předpisy farmaceutické a cesta k získávání léčiv z rostlin. Chemie v kosmetice. Motorová paliva, jejich zdroje a užití. Textilní barvířství, bíličství a moření. Chemie ve stavitelství a umělé hmoty stavební. Vitaminy a hormony, jejich význam a nemoci z nedostatku, léčení. Desinfekce a desinfekční prostředky. Zpracování, vydělávání a udržování kůží a kožešin. Souhrnný přehled výbušnin a technické jejich užívání. Destilace dřeva a její zplodiny. Umělé poživatiny v potravinářství, zvláště poslední doby. Sklo, porcelán, keramiky. Ochrana a konservování potravin, poznání látek konservačních. Technické způsoby získávání kovů. Mytí, praní, prádlo. Guma přirozená a umělá, užití a zpracování, vulkanisace. Umělé textilie.

Jiné kapitoly vybere učitel podle potřeby a zájmu žáků. Shrnou se a prohloubí také všechny technické kapitoly z chemie anorganické i organické. Co lze, pracují žáci samostatně podle vhodných příruček nebo zkušeností. Je nutno využíti v míře co největší názoru návštěvami průmyslových podniků, výstav, veletrhů a pod.

Závěr.

Celý tento elaborát byl r. 1945 odevzdán Jednotou čsl. matematiků a fysiků ministerstvu školství a osvěty k projednání.

K návrhu zákona na jednotnou školu druhého stupně vypracovanému ministerstvem školství a osvěty v r. 1945 zaujala methodická komise pro matematiku a deskriptivní geometrii při Jednotě čs. matematiků a fysiků stanovisko kladné. Přechodné osnovy pro matematiku, deskriptivní geometrii a rýsování, vyhlášené ministerstvem školství a osvěty pro střední školy v letech 1945/46 a 1946/47, se však neshodovaly s osnovami, navrženými Jednotou čs. matematiků a fysiků, zejména v počtu hodin. Proto se methodická komise dále zabývala osnovami v úzké spolupráci s odbornou komisí při Výzkumném ústavě pedagogickém J. Amose Komenského, jejíž součástí se stala.

Výzkumný ústav pedagogický zjistil dotazníky, že osou vyučování na školách druhého stupně jsou tři hlavní předměty — jazyk český, matematika a tělesná výchova.

Vyučování jazyku českému vychovává žáky k národní osvětě. Jím se z velké části provádí též výchova estetická a výchova citové stránky. Vyučování matematice vede žáky k přesnému a logickému myšlení, dává mu jasně vymezené pojmy a methodou matematického myšlení utváří nejen jeho duševní obzor, nýbrž i duševní postoj. Matematika tedy pěstuje hlavně rozumovou stránku. Tělesná výchova doplňuje pak výchovu péčí o tělesnou zdatnost a kulturu těla a učí žáky sebekázni, pořádku, odpovědnosti a řádnému chování.

Centrální postavení matematiky ve výchově nutí k stálému přemýšlení o jejích osnovách a o jejím výchovném a výukovém úkolu. Má se v ní učiti tomu, co je potřebné pro praktický život a k dalšímu studiu na vysokých školách, a to nejen technického směru, nýbrž i jiných oborů, a hlavně ovšem tomu, na čem lze vycvičiti rozumové schopnosti žáků se zřetelem k jejich všeobecnému vzdělání. Při tom je nutno přihlížeti k současnému stavu matematického bádání, které se rozvíjí zároveň do hloubky zkoumáním základů v jednotlivých oborech i do šíře k novým poznatkům.

Proto se methodická komise dále snažila vypracovati takové osnovy pro vyučování matematice a deskriptivní geometrii, aby podstatné části učiva mohly býti v dostatečném čase co nejlépe zpracovány a procvičeny a aby se odstranilo mnohé, co slouží jen k mechanickému výcviku a vede jen k zběhlosti v počítání, nemá však významu pro rozvíjení úsudku a postřehu k vystižení podstaty probíraných problémů a které není nutné k dalšímu studiu.

Práce na nových osnovách se komplikovala tím, že nebylo a dosud není známo, jak bude přesně organisována škola druhého a třetího stupně novým školským zákonem.

Ve svých schůzích dohodla se methodická komise na těchto požadavcích:

1. Vzhledem k postavení matematiky ve výchově a vzhledem k jejímu cíli a úkolu, který methodická komise promýšlela a vpředu uvedla, je nezbytně nutno, aby vyučování matematice bylo poskytnuto na školách druhého i třetího stupně dostatek vyučovacích hodin. Tím se umožní nejen náležitá příprava žáků středních škol pro technické studium a pro studium na jiných fakultách university, nýbrž i výcvik žactva obou stupňů školy v správném a logicky přesném myšlení. Má-li pak matematické vyučování jíti do patřičné hloubky a nemá-li se omezovati jen na mechanické procvičování jednotlivých dílčích partií, potřebuje dokonce jakéhosi časového pohodlí a nikoli spěchu. Bude-li mu věnováno dosti času, dosáhnou v něm žáci i lepšího prospěchu a matematika nebude potom pro žáky postrachem, nýbrž radostnou duševní prací.

2. Nesporně veliká výchovná cena i praktický význam geometrie pro žáky odcházející ze školy druhého stupně do praktického života vedla methodickou komisi k závěru, že je třeba věnovati vyučování geometrii polovinu hodin přidělených matematice už na školách druhého stupně. Kdyby měla být geometrická část matematiky na těchto školách podceňována a zanedbávána, nedosáhlo by se v matematice jejího výchovného a výukového cíle, poněvadž geometrie napomáhá výchově myšlení pro praxi důležitého větší měrou než aritmetika. Tohoto cíle by se však nedosáhlo ani u ostatních žáků, kteří budou pokračovati ve studiu na školách třetího stupně, neboť by neměli náležité přípravy pro zdárné studium na vyšší střední škole.

3. Úkol rýsování, naučiti žáky grafickému vyjadřování, je také součástí úkolu, který má splniti geometrie. V hodinách geometrie jest proto potřebí už v nejnižších dvou třídách školy druhého stupně naučiti žáky náležitému a hbitému používání rýsovacího náčiní. Tím je dostatečně vysvětleno stanovisko methodické komise, že je nutno připojiti vyučování rýsování k vyučování matematice. Pokud se rýsování vyučuje jako samostatnému předmětu (ve III. a IV. tř. školy druhého stupně), je potřebí svěřiti výuku především učitelům aprobovaným z matematiky a z deskriptivní geometrie.

Poznámka. Tento elaborát je společnou prací členů methodické komise pro matematiku a deskriptivní geometrii (resp. fysiku a chemii) při Jednotě československých matematiků a fysiků, která jej předkládá k diskusi celé naší matematické obci s přáním, aby jí byly poslány posudky návrhů a podněty k jejich zlepšení.

(Methodická komise JČMF v Praze II, Žitná 25.)

ZPRÁVY.

Sir E. Appleton — Nobelova cena za fysiku 1947. Jméno sira Edwarda Appletona jest nerozlučně spojeno s výzkumy o šíření elektromagnetických vln v zemské atmosféře a udělení Nobelovy ceny jest projevem uznání tohoto životního díla. Sir Appleton, který byl v letech 1924 až 1936 profesorem fysiky na londýnské universitě a pak na universitě v Cambridge, studoval otázku šíření elektromagnetických vln na veliké vzdálenosti již od dvacátých let tohoto století. V r. 1924 se mu podařilo společně s Barnettem dokázati existenci ionisované vrstvy ve vysoké atmosféře, kterou hypotheticky předpokládali Kennely a Heaviside (1902), aby vysvětlili šíření elektromagn. vln podél zakřiveného zemského povrchu. Appleton studoval otázku postupu vln ionisovanou atmosférou v celé obecnosti a ukázal, že nejde o pouhou reflexi, nýbrž o složitý proces interakce elektromagnetického pole s elektrony a ionty v superponovaném zemském magnetickém poli, při němž záleží podstatně na kmitočtu dopadajícího vlnění. Úplný odraz totiž nastane při kolmém dopadu pouze tehdy, nepřekročí-li kmitočet určitou kritickou hodnotu. Na základě těchto představ vypracoval Appleton důmyslnou methodu, užívající kmitočtové modulace, kterou se mu podařilo změřiti efektivní výšku ionisované vrstvy. Podrobnějším studiem později ukázal, že vrstvy jsou nejméně dvě, a to t. zv. vrstva E, ve výši 100 až 120 km a vrstva F (nyní zvaná Appletonova) ve výši 200 až 400 km. Tato vrstva se za dne a v letních měsících štěpí ještě ve vrstvy F_1 a F_2. Místo své původní methody používal Appleton později také impulsové (ozvěnové) methody Tuveho a Breita a snad tyto práce ho přivedly po roce 1937 k intensivní spolupráci na radiolokačním systému pro obranu britských ostrovů, známého nyní pod názvem Radar. Od r. 1939 byl v této souvislosti jmenován tajemníkem válečného Department of Scientific and Industrial Research. Po r. 1946 publikoval Sir Appleton řadu prací o svém objevu krátkých elektromagnetických vln, vysílaných sluncem a o jejich souvislosti se sluneční aktivitou. Dr *J. Šimon.*

Badatelský ústav matematický. Druhá třída České akademie věd a umění zřídila za podpory ministerstva školství a osvěty ústav pro matematiku, jehož úkolem (podle par. 2 Prozatímního statutu) je „péče o rozvoj české badatelské práce v matematice, soustavné bádání a péče o všestranné využití matematických pokroků. Proto ústav

1. se stará o to, aby přední vědecky pracující osoby soustavně