$$\tau(\Gamma_M) = \nu(M)$$

pour tous les $M \subset K$ boreliens.

Démonstration. On va appliquer le lemme 7. Pour $n = 1$ définissons la mesure ω dans l'espace S_a de la même manière qu'au commencement de la démonstration précédente. Pour $n > 1$ S_a est en vertu du lemme 5 isomorphe et isométrique avec S_{n-1}; alors, d'après le lemme 9, il existe une mesure ω dans S_a telle que $0 < \omega(S_a) < \infty$. Il en résulte sans peine notre thèse.

Démonstration du théorème 2. Nous allons appliquer le théorème 1. Le groupe $S = S_n$ est métrique et séparable (lemme 3). Les transformations $\alpha\xi$ et $\xi\alpha$ sont continues en $\xi \in S$ pour tous les $\alpha \in S$ (lemme 1). Soient $\sigma(\Gamma)$ et $\tau(\Gamma)$ deux mesures définies dans les lemmes 9, 10. En vertu du lemme 9 on a $0 < \sigma(S) < \infty$ et $\sigma(\Gamma\alpha) = \sigma(\alpha^{-1}\Gamma^{-1}) = \sigma(\Gamma^{-1}) = \sigma(\Gamma)$ pour tout $\alpha \in S$ et pour tous les $\Gamma \subset S$ boreliens. Selon le lemme 10 on a $0 < \tau(S) = \tau(\Gamma_K) = \nu(K) < \infty$, car dans le théorème 2 on a supposé $0 < \nu(K) < \infty$. En appliquant le théorème 1 on obtient immédiatement pour $\Gamma = \Gamma_M$ la thèse du théorème 2 en considérant que $\tau(\beta\Gamma_M) = \tau(\Gamma_{\beta M}) = \nu(\beta M)$, $\tau(S) = \nu(K)$, $\sigma(S) = \mu(K)$, $\sigma(\Gamma_M) = \mu(M)$.

*

O rozložení měr na n-dimensionální ploše kulové.

(Výtah z předcházejícího článku.)

Budiž $n \geqq 1$, celé. Budiž K n-dimensionální plocha kulová. Nechť $\mu(N)$ značí plošný obsah (borelovské) množiny $N \subset K$. Budiž $\nu(N)$ libovolná míra[2]) definovaná pro všechna borelovská $N \subset K$ [na př. nechť $\nu(N)$ značí počet bodů z daného konečného systému bodů: $x_1, x_2, \ldots, x_h$ ležících na kouli, které padnou do množiny N]. Nechť $0 < \nu(K) < \infty$. Pak pro každé borelovské $M \subset K$ existují „otočení“ β, β' plochy kulové K tak, že platí (3).