$$= 1{,}200\ 742\ 841\ 4097 + 0{,}001\ 317\ 520\ 7756 + \sum_{K=1}^{\infty} a_K.$$

Při tom

$$\sum_{K=1}^{\infty} a_K = \frac{1}{\Gamma(3)} \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^K \left(\int_0^{\infty} e^{-19t}\, t^3 \frac{\mathrm{d}t}{t^2+\pi^2K^2} + \int_0^{\infty} e^{-20t}\, t^3 \frac{\mathrm{d}t}{t^2+\pi^2K^2} \right) =$$

$$= 3 \sum_{K=1}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^K \frac{\mathfrak{a}_\nu(v = K\pi)}{\nu!} \left\{ \Delta^\nu \frac{1}{19^4} + \Delta^\nu \frac{1}{20^4} \right\} =$$

$$= 3 \sum_{\nu=0}^{\infty} \mathfrak{A}_\nu \left\{ \Delta^\nu \frac{1}{19^4} + \Delta^\nu \frac{1}{20^4} \right\} + R,$$

kde $\mathfrak{A}_\nu = \frac{1}{\nu!} \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^K \mathfrak{a}_\nu\ (v = k\pi)$ vypočteme dle rovnic (d) a (10).

Po výpočtu obdržíme

$$\sum_{K=1}^{\infty} a_K = -\ 0{,}000\ 003\ 459\ 574\ 9 \ldots + R;$$

a tedy

$$\zeta(3) = 1{,}202\ 056\ 902\ 610\ 4 + R.$$

Srovnáním se známou hodnotou $\zeta(3)$ zjistíme, že $R < 10^{-12}$.

Nakonec děkuji srdečně panu univ. profesoru dr. Vojtěchu Jarníkovi za některé pokyny udělené mi při přepracování této práce.

*

Trigonometrische Entwicklung von $\mathfrak{K}(w, x, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{2nx\pi i}}{(w+n)^s}$.

(Auszug aus dem vorstehenden Artikel.)

Man betrachte zunächst die trigonometrische Reihe der Hilfsfunktion

$$Q(w, x, s, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{2x\left(n+\frac{z}{\pi}\right)\pi i}}{\left(w + \frac{z}{\pi} + n\right)^s}, \quad -\pi < z < \pi. \tag{I}$$

$$Q(w, x, s, z) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} c_K\, e^{iKz}. \tag{1}$$

Für die Koeffizienten c_K bekommt man die Formel (2^a).

Die Reihen für $\mathfrak{K}(w, x, s)$, $\mathfrak{R}(w, s)$, $\zeta(s)$ ergeben sich aus den Formeln:

$$\mathfrak{K}(w, x, s) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} c_K, \quad R(w, s) = \mathfrak{K}(w, 0, s), \quad \zeta(s) = \mathfrak{K}(1, 0, s).$$

Die in diesen Entwicklungen vorkommenden Integrale sind von der Gestalt:

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty e^{-wt}\, t^{s-1} \frac{dt}{(t + \pi\mathfrak{y})^2 + v^2}. \tag{5}$$

Zur Auswertung dieser Integrale benutzt man die Formel:

$$\frac{1}{v^2 + \log^2 (1 + z)} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_\nu}{\nu!} z^\nu, \tag{a}$$

und man bekommt für das Integral (5):

$$\mathfrak{J} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{a}_\nu}{\nu!} \Delta^\nu \left(e^{-\pi\mathfrak{y}z} \frac{1}{(w + z)^s} \right), \quad \Delta z = 1, \; z = 0. \tag{8}$$