

## Werk

**Label:** Abstract

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X\\_0069|log8](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0069|log8)

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

$$= 1,200\ 742\ 841\ 4097 + 0,001\ 317\ 520\ 7756 + \sum_{K=1}^{\infty} a_K.$$

Při tom

$$\begin{aligned} \sum_{K=1}^{\infty} a_K &= \frac{1}{\Gamma(3)} \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^K \left( \int_0^{\infty} e^{-19t} t^3 \frac{dt}{t^2 + \pi^2 K^2} + \int_0^{\infty} e^{-20t} t^3 \frac{dt}{t^2 + \pi^2 K^2} \right) = \\ &= 3 \sum_{K=1}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^K \frac{\alpha_{\nu}(v = K\pi)}{\nu!} \left\{ \Delta^{\nu} \frac{1}{19^4} + \Delta^{\nu} \frac{1}{20^4} \right\} = \\ &= 3 \sum_{\nu=0}^{\infty} \mathfrak{A}_{\nu} \left\{ \Delta^{\nu} \frac{1}{19^4} + \Delta^{\nu} \frac{1}{20^4} \right\} + R, \end{aligned}$$

kde  $\mathfrak{A}_{\nu} = \frac{1}{\nu!} \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^K \alpha_{\nu}(v = k\pi)$  vypočteme dle rovnic (d) a (10).

Po výpočtu obdržíme

$$\sum_{K=1}^{\infty} a_K = -0,000\ 003\ 459\ 574\ 9 \dots + R;$$

a tedy

$$\zeta(3) = 1,202\ 056\ 902\ 610\ 4 + R.$$

Srovnáním se známou hodnotou  $\zeta(3)$  zjistíme, že  $R < 10^{-12}$ .

Nakonec děkuji srdečně panu univ. profesoru dr. Vojtěchu Jarníkovi za některé pokyny udělené mi při přepracování této práce.

\*

$$\text{Trigonometrische Entwicklung von } \mathfrak{R}(w, x, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{2n\pi i}}{(w+n)^s}.$$

(Auszug aus dem vorstehenden Artikel.)

Man betrachte zunächst die trigonometrische Reihe der Hilfsfunktion

$$Q(w, x, s, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{2x\left(n+\frac{z}{\pi}\right)\pi i}}{\left(w+\frac{z}{\pi}+n\right)^s}, \quad -\pi < z < \pi. \quad (I)$$

$$Q(w, x, s, z) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} c_K e^{iKz}. \quad (1)$$

Für die Koeffizienten  $c_K$  bekommt man die Formel (2<sup>a</sup>).

Die Reihen für  $\mathfrak{R}(w, x, s)$ ,  $\mathfrak{R}(w, s)$ ,  $\zeta(s)$  ergeben sich aus den Formeln:

$$\mathfrak{R}(w, x, s) = \sum_{K=-\infty}^{+\infty} c_K, \quad R(w, s) = \mathfrak{R}(w, 0, s), \quad \zeta(s) = \mathfrak{R}(1, 0, s).$$

Die in diesen Entwicklungen vorkommenden Integrale sind von der Gestalt:

$$\mathfrak{I} = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} e^{-wt} t^{s-1} \frac{dt}{(t + \pi y)^2 + v^2}. \quad (5)$$

Zur Auswertung dieser Integrale benutzt man die Formel:

$$\frac{1}{v^2 + \log^2(1+z)} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_{\nu}}{\nu!} z^{\nu}, \quad (a)$$

und man bekommt für das Integral (5):

$$\mathfrak{I} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{a_{\nu}}{\nu!} \Delta^{\nu} \left( e^{-\pi y z} \frac{1}{(w+z)^s} \right), \quad \Delta z = 1, \quad z = 0. \quad (8)$$