

Werk

Label: Abstract

Jahr: 1939

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0068|log15

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

$$\begin{aligned}
E_3(x) &\geq E_1(x) + (\beta(m_1 - 1) + \delta) + (\beta(m_2 - m_1 - 1) + \delta) \\
&\quad + \dots + (\beta(m_i - m_{i-1} - 1) + \delta) + (\beta(x - m_i - 1) + \delta) \\
&= E_1(x) + \beta x - (\beta - \delta) \cdot (i + 1).
\end{aligned}$$

Nun gilt 1. $i + 1 \leq x - E_3(x)$; denn keine der $i + 1$ Zahlen

$$k_0 + 1, k_1 + 1, \dots, k_i + 1$$

liegt in $\mathfrak{M}_3$, und die Anzahl dieser Zahlen ist höchstens gleich der Anzahl aller nicht in $\mathfrak{M}_3$ gelegenen Zahlen $\leq x$, d. h. höchstens gleich $x - E_3(x)$. Daher haben wir

$$E_3(x) \geq \alpha x + \beta x - (\beta - \delta)(x - E_3(x))$$

oder

$$E_3(x)(1 - \beta + \delta) \geq (\alpha + \delta) \cdot x.$$

2. $i + 1 \leq E_3(x)$; denn die $i + 1$ Zahlen

$$m_0 + 1, m_1 + 1, \dots, m_i + 1$$

liegen in $\mathfrak{M}_3$, sogar in $\mathfrak{M}_1$. Also

$$E_3(x) \geq \alpha x + \beta x - (\beta - \delta) \cdot E_3(x)$$

oder

$$E_3(x)(1 + \beta - \delta) \geq (\alpha + \beta) \cdot x.$$

3. $i + 1 \leq E_1(x)$; also

$$\begin{aligned}
E_3(x) &\geq E_1(x) + \beta x - (\beta - \delta) \cdot E_1(x) = \\
&= E_1(x)(1 - \beta + \delta) + \beta x \geq (\alpha(1 - \beta + \delta) + \beta) \cdot x.
\end{aligned}$$

Die Behauptung (1) gilt somit für alle x mit $k_i < x \leq m_{i+1}$.

Sie ist richtig für $x = 1$; ist (1) mit $x - 1$ statt x schon bewiesen und gilt $x \in \mathfrak{M}_3$, so ist der Induktionsschluß trivial. Denn die linke Seite von (1) wächst dann bei Übergang von $x - 1$ zu x um Eins, die rechte um weniger. Liegt x aber nicht in $\mathfrak{M}_3$, so in einem Intervall $k_i < x \leq m_{i+1}$.

*

Poznámka o množinách přirozených čísel.

(Obsah předešlého článku.)

$\mathfrak{M}_1$ resp. $\mathfrak{M}_2$ budiž množina přirozených čísel a resp. b . Budiž $\mathfrak{M}_3$ množina všech čísel, jež jsou buďto a nebo $a + b$. $E_i(x)$ budiž počet oněch čísel z $\mathfrak{M}_i$, jež jsou $\leq x$. Budiž $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\alpha + \beta < 1$, $0 \leq \beta - \delta < 1$,

$$E_1(x) \geq \alpha x, \quad E_2(x) \geq \beta x + \delta$$

pro všechna celá $x > 0$. Potom platí nerovnost (1) pro všechna celá $x > 0$.