Über die Vergleichsmöglichkeit der visuellen und lichtelektrischen Messung der Himmelspolarisation.

Zdeněk Sekera, Praha.

Herrn Prof. Dr. Stanislav Hanzlík
zu seinem sechzigsten Geburtstage
den 11. Mai 1938 gewidmet.

(Eingegangen am 2. März 1938.)

Die moderne Meßtechnik erlaubt uns neue Methoden der Polarisationsmessung zu entwickeln, welche die bisher fast ausschließlich verwendeten visuellen Methoden in manchem Sinne übertreffen. Neben der Tatsache, daß sie ganz objektiv sind, bringen diese Methoden noch den großen Vorteil mit sich, daß sie bequemer und manchmal empfindlicher sein können, und auch eine kontinuierliche Verfolgung der Polarisationsgröße gestatten, wie wir in den früheren Arbeiten[1]) gezeigt haben. Diese Methoden sind aber besonders wegen der Anwendung des verschiedenen photometrierenden Anteils von den früheren visuellen genug verschieden, so daß sich die nach diesen Methoden gemessenen Werte der Polarisationsgröße auch ziemlich unterscheiden können. Dies haben auch unsere gleichzeitig visuell und lichtelektrisch durchgeführten Messungen der Polarisation im Zenit bestätigt. Der Vergleich der nach diesen zwei Arten gemessenen Werte zeigte, daß die Differenz der visuellen und lichtelektrischen Polarisationsgrößen im unzerlegten Lichte weder konstant noch systematisch war, bei gewissen Umständen bis 15 Prozent erreichte, andersmal dagegen ganz verschwand. Diese Tatsache beweist offenbar die Problematik des u n m i t t e l b a r e n Vergleichs oder sogar der Ersetzung der visuell gemessenen Werte der Himmelspolarisation durch die lichtelektrischen, auch bei der verhältnismäßig ähnlichen spektralen Empfindlichkeit des Auges und der benützten Photozelle, wie es im erwähnten Falle war.

---

[1]) Die lichtelektrische Messung der Himmelspolarisation, Gerl. Beiträge zur Geophysik, Bd. 39, S. 285—299; Lichtelektrische Registrierung der Himmelspolarisation, Gerl. Beiträge zur Geophysik, Bd. 44, S. 157—175.

Sollen die langen Beobachtungsreihen der Polarisationsgröße, die bisher visuell und im unzerlegten Lichte durchgeführt wurden, durch die neuen lichtelektrischen oder anderen Methoden nicht unterbrochen werden, dann muß man der Vergleichsmöglichkeit dieser neuen Methoden mit den älteren besondere Aufmerksamkeit widmen, bzw. ist es nötig diese Methoden durch eine Theorie des Vergleichs ihrer Resultate mit denen der älteren visuellen Meßmethoden zu ergänzen, was wir in der vorliegenden Arbeit versuchen wollen.

Bei der näheren Diskussion der oben erwähnten Unterschiede zwischen den lichtelektrisch und visuell gemessenen Polarisationsgrößen haben wir in der früheren Arbeit die Vermutung ausgesprochen, daß diese Unterschiede durch die nicht identische spektrale Empfindlichkeit der Photozelle und des menschlichen Auges bedingt sind. Daß diese Vermutung berechtigt ist, kann durch die folgende Überlegung bewiesen werden.

Sei für eine bestimmte Wellenlänge λ $i_1(\lambda)$ die Intensität der senkrecht zur Polarisationsebene schwingenden Hauptkomponente, $i(\lambda)$ die Intensität der in der Polarisationsebene schwingenden Hauptkomponente. Sei ferner $k_1(\lambda)$ die relative spektrale Empfindlichkeit des menschlichen Auges, dann sind die visuell gemessenen Intensitäten der beiden Hauptkomponenten im unzerlegten Licht durch

$$i_1 = \int_0^\infty k_1(\lambda)\, i_1(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda \quad \text{bzw.} \quad i = \int_0^\infty k_1(\lambda)\, i(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda \tag{1}$$

und die visuell gemessene Polarisationsgröße durch

$$P_1 = \frac{i_1 - i}{i_1 + i} = \frac{\int_0^\infty k_1(\lambda)\,[i_1(\lambda) - i(\lambda)]\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty k_1(\lambda)\,[i_1(\lambda) + i(\lambda)]\,\mathrm{d}\lambda} \tag{2}$$

gegeben. Ganz analog, ist $k_2(\lambda)$ die relative spektrale Empfindlichkeit der Photozelle, dann sind die lichtelektrisch gemessenen Intensitäten der Hauptkomponenten im unzerlegten Licht durch

$$i_1 = \int_0^\infty k_2(\lambda)\, i_1(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda \quad \text{bzw.} \quad i = \int_0^\infty k_2(\lambda)\, i(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda \tag{3}$$

gegeben, sodaß wir endlich für die Differenz der visuell und lichtelektrisch gemessenen Polarisationsgröße den Ausdruck

$$P_1 - P_2 = \frac{\int_0^\infty k_1(\lambda)\,[i_1(\lambda) - i(\lambda)]\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty k_1(\lambda)\,[i_1(\lambda) + i(\lambda)]\,\mathrm{d}\lambda} - \frac{\int_0^\infty k_2(\lambda)\,[i_1(\lambda) - i(\lambda)]\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty k_2(\lambda)\,[i_1(\lambda) + i(\lambda)]\,\mathrm{d}\lambda} \tag{4}$$

erhalten. Führen wir in diesen Ausdruck die Gesamtintensität $i_g(\lambda) = i_1(\lambda) + i(\lambda)$ ein, dann können wir (4) auch in der Form

$$P_1 - P_2 = \frac{\int\limits_0^\infty k_1(\lambda)\, i_g(\lambda)\, P_\lambda\, \mathrm{d}\lambda}{\int\limits_0^\infty k_1(\lambda)\, i_g(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda} - \frac{\int\limits_0^\infty k_2(\lambda)\, i_g(\lambda)\, P_\lambda\, \mathrm{d}\lambda}{\int\limits_0^\infty k_2(\lambda)\, i_g(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda} \tag{5}$$

schreiben, wo $P_\lambda = (i_1(\lambda) - i(\lambda)) : i_g(\lambda)$ die Polarisationsgröße für die bestimmte Wellenlänge λ bezeichnet.

Aus dem Ausdrucke (5) folgt unmittelbar das folgende wichtige Resultat: ist keine Dispersion der Polarisation vorhanden, — d. h., ist $P_\lambda = P =$ konst. für jedes λ — dann verschwindet die Differenz der lichtelektrisch und visuell gemessenen Polarisationsgröße; ist aber die Dispersion der Polarisation vorhanden, dann unterscheiden sich im allgemeinen die beiden Polarisationsgrößen, und zwar um so mehr, je verschiedener die spektrale Empfindlichkeit der Photozelle von der des Auges und je größer die Dispersion der Polarisation ist.

Diese wichtige und im gewissenen Sinne überraschende Tatsache erklärt gut die erwähnten Beobachtungsergebnisse, die in manchen Fällen festgestellte Gleichheit der visuell und lichtelektrisch gemessenen Polarisationsgröße, sowie die in anderen Fällen festgestellten bedeutenden Unterschiede zwischen diesen beiden Größen. Die große Mannigfaltigkeit dieser Unterschiede ist dann durch die große Mannigfaltigkeit der Dispersion der Polarisation bedingt.

Aus dem durchgeführten Vergleich der visuellen und lichtelektrischen Messung der Himmelspolarisation, die wir hier der größeren Übersicht wegen ausführlich in der beigefügten Tafel anführen, können wir leider nicht beurteilen, in welchen von den Fällen, wo die fast identischen Werte der Polarisationsgröße visuell und lichtelektrisch gemessen wurden, keine Dispersion vorhanden war und in welchen dies nicht der Fall war. In einem Falle — den 2. Juli 1934 um 18,42 MEZ — wo die Differenz $P_1 - P_2$ unter 1 Prozent sank, wurden die Kontrollmessungen der Zenitpolarisation in verschiedenen Spektralbereichen nicht durchgeführt. Im anderen Falle — den 31. Juli um 17,36 und 17,40 — genügt die im roten (Filter RG1 von Fa. Schott Gen.) und bald darnach im unzerlegten Licht visuell durchgeführte Messung nicht zur Beurteilung, daß keine Dispersion vorhanden war; der dabei festgestellte Polychroismus würde dagegen für eine Dispersion sprechen, wie später noch erklärt wird.

Mit dem zweiten Teil der oberen Behauptung stimmen die durchgeführten Messungen viel besser überein. In einigen Fällen kann man auf das Vorhandensein der Dispersion direkt aus den Messungen in einzelnen Spektralbereichen oder aus ihrem Vergleich mit denen im unzerlegten Licht schließen — den 31. Juli bei 15° und 4° Sonnenhöhe und während der ganzen Messung am 6. August —; in diesen Fällen nahm die Differenz $P_1 - P_2$ die Werte von 4,7 bis 13,0% an. Man kann aber auf das Vorhandensein der Dispersion auch indirekt aus dem bei der Messung zum Vorschein kommenden Polychroismus — die verschiedene Färbung der beiden Hauptkomponenten — schließen, denn diese beiden Erscheinungen, die Dispersion und der Polychroismus, stehen in einem engen Zusammenhang.

Bezeichnen wir mit dem oben angebrachten Index r, g, b die Werte der einzelnen Größen für die Grundfarben in der Joung-Helmholtzschen Theorie, dann ist die Farbe der senkrecht zur Polarisationsebene schwingenden Hauptkomponente durch das Verhältnis $i_1^r : i_1^g : i_1^b$, die in der Polarisationsebene schwingenden Hauptkomponente durch $i^r : i^g : i^b$ gegeben. Führen wir in ein oder das andere dieser Verhältnisse das Nicolsche Maß für die Polarisation $p = \frac{i_1}{i}$ ein, die mit der oben definierten Polarisationsgröße (auch Rubensonsches Maß genannt) durch die Beziehung

$$p = \frac{P + 1}{1 - P} \tag{6}$$

zusammenhängt, so bekommen wir die wichtige Relation

$$i_1^r : i_1^g : i_1^b = p^r \,.\, i^r : p^g \,.\, i^g : p^b \,.\, i^b. \tag{7}$$

Aus dieser Relation folgt dann: ist keine Dispersion der Polarisation vorhanden, ist also $P^r = P^g = P^b$, und wegen (6) $p^r = p^g = p^b$, dann sind infolge (7) die Farben der beiden Hauptkomponenten identisch, es kommt kein Polychroismus zum Vorschein. Ist dagegen kein Polychroismus vorhanden, dann kann noch die Dispersion der Polarisation erscheinen, weil die Identität der Farbe der beiden Komponenten nur auf die Gleichheit der Polarisation in den Grundfarben hinweist, während die Polarisation für andere Wellenlängen verschieden sein kann. Haben aber die beiden Hauptkomponenten verschiedene Farbe, ist also der Polychroismus vorhanden, dann müssen infolge (7) mindestens zwei von den Größen p^r, p^g, p^b verschieden sein, also muß die Dispersion existieren.

Infolge der oberen Behauptung ist beim Polychroismus im allgemeinen zu erwarten, daß die lichtelektrisch und visuell gemessenen Polarisationsgrößen sich unterscheiden werden, und zwar um so mehr, je stärker der Polychroismus auftritt. Dies ist in völliger Übereinstimmung mit den Meßsergebnissen; abgesehen von dem schon erwähnten Falle dem 31. Juli um 17,40 wurde bei jedem Erscheinen des Polychroismus auch die Verschiedenheit der beiden Messungen festgestellt; ja sogar die Größe dieses Unterschiedes stimmt gut mit der Stärke des Polychroismus überein. Anderseits erklärt die Möglichkeit der Dispersion ohne merkbaren Polychroismus, die beobachtete Tatsache, daß ein beträchtlicher Unterschied auch im Falle keines deutlichen Polychroismus festgestellt wurde (vgl. den 31. Juli um 17,32).

Um die große Schwankung und Mannigfaltigkeit der Differenz $P_1 - P_2$ zu erklären, müssen wir zur quantitativen Untersuchung des Ausdruckes (5) übergehen. Diese Untersuchung können wir aber nicht exakt durchführen, weil die dazu notwendigen Größen bei den erwähnten Messungen nicht gemessen wurden. Wir müssen uns nur auf die Abschätzung dieser Größen oder ihrer Abhängigkeit von λ beschränken. Die größte Schwierigkeit, die dabei erscheint, ist diejenige, daß diese Größen in ihrer Abhängigkeit von λ durch den augenblicklichen Zustand der atmospärischen Trübung gegeben und darum sehr veränderlich sind, sodaß ihre Abschätzung nur annähernd sein kann. Die spektrale Verteilung der Gesamtintensität i_g kann nach den Angaben in der Literatur[2]) gut durch das Gesetz $i_g = \text{konst.}\ \lambda^{-n}$ approximiert werden, wo n nach Crova zwischen $n = 4{,}7$ und $n = 1{,}6$, nach Zettwuch zwischen $n = 4{,}09$ und $n = 1{,}86$ schwankt. Wie verschiedenartig dagegen die Polarisationsgröße von λ abhängen kann, sieht man aus den Messungen von Kalitin,[3]) der diese Abhängigkeit in 13 Typen einteilt. Da von diesen Typen diejenigen mit der linearen Abhängigkeit von λ am öftesten festgestellt wurden, und da auch dieser Typ die Rechnung besonders vereinfacht, nehmen wir vorläufig die lineare Abhängigkeit der Polarisationsgröße P_λ von λ an. Unter dieser Annahme, sowie nach dem oberen Gesetz für i_g, vereinfacht sich der Ausdruck (5) auf den folgenden

$$P_1 - P_2 = \frac{P(\lambda_1) - P(\lambda_2)}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\frac{\int\limits_0^\infty k_1(\lambda)\ \lambda^{-n+1}\, d\lambda}{\int\limits_0^\infty k_1(\lambda)\ \lambda^{-n}\, d\lambda} - \frac{\int\limits_0^\infty k_2(\lambda)\ \lambda^{-n+1}\, d\lambda}{\int\limits_0^\infty k_2(\lambda)\ \lambda^{-n}\, d\lambda} \right]. \quad (8)$$

Bei Anwendung der Werte der Internationalen Beleuchtungskommission für die Augenempfindlichkeit $k_1(\lambda)$ und der von Lange[4]) für dieselbe Sorte der Photozelle angegebenen relativen Empfindlichkeit $k_2(\lambda)$ haben wir den Klammerausdruck von (8) für verschiedene Werte von n durch mechanische Quadratur berechnet

---

[2]) Jensen: Die Himmelsstrahlung im XIX. Band der „Handbuch der Physik", S. 89 u. ff.

[3]) Meteorol. Zeitschrift, 1926, S. 133.

[4]) Zeitsch. für Instrumentenkunde, 53 (1933), 344.

und zwar

für $n = 3 : -36{,}3$, $n = 4 : 48{,}2$, $n = 5 : 70{,}1$

erhalten (die Wellenlängen in $m\mu$ angegeben).

Bei größerem Reinheitsgrad, bei welchem man mit dem größeren Werte von n ($n > 3{,}4$) rechnen kann, wird $P_1 - P_2$ positiv, wenn die Polarisationsgröße mit der Wellenlänge linear zunimmt, negativ, wenn die Polarisationsgröße mit der Wellenlänge linear abnimmt. Bei einem nicht so großen Reinheitsgrad, wenn insbesonders mehr Rot im Blau des Himmels eingemischt zu sein scheint, wenn man also mit den Exponenten kleiner als 3,4 rechnen soll, werden die Verhältnisse umgekehrt: $P_1 - P_2$ wird negativ bei Zunahme der Polarisationsgröße mit der Wellenlänge und positiv bei deren Abnahme. Durch diese Tatsache kann sowohl die große Schwankung der Differenz $P_1 - P_2$, als auch ihre eventuelle plötzliche Änderung von positiven zu negativen Werten oder umgekehrt gut erklärt werden.

Wie aus der Tafel 1 hervorgeht, sind diese Tatsachen in guter qualitativer Übereinstimmung mit den Messungen vom 31. Juli, bei welchen wir wegen der hohen Polarisationsgröße n größer als 3,4 ohne weiteres annehmen können; die Messung im Blau und Rot zeigte die Abnahme der Polarisationsgröße mit der Wellenlänge, was mit den negativen Werten von $P_1 - P_2$ zur Zeit der Messung im Blau und mit früheren Messungen übereinstimmte, wenn wir die Werte von P_1 linear aus der vor- und nachgehenden Messung im unzerlegten Licht interpolieren. Dieser Fall ist auch in guter quantitativer Übereinstimmung. Nehmen wir in grober Annäherung für die Polarisationsgröße im Blau und Rot die den Wellenlängen $\lambda = 480$ und $\lambda = 600\ m\mu$ entsprechenden Werte an, dann bekommen wir durch Rechnung $P_1 = 501$ für $n = 4$ und durch lineare Interpolation $P_1 = 500$, womit unsere Annahme über die spektrale Verteilung der Polarisationsgröße, sowie der Gesamtintensität begründet ist. Lichtelektrisch wurde $P_2 = 504{,}9$ gemessen, sodaß wir für $P_1 - P_2 = -4{,}9$ bekommen, in guter Übereinstimmung mit der Rechnung, die $P_1 - P_2 = -7{,}9$ gibt. Könnte man auch bei den Messungen vom 6. August annehmen, daß der entsprechende Exponent größer als 3,4 gewählt werden kann, wären auch alle diese Messungen in qualitativer Übereinstimmung mit der oberen Theorie. Während der ganzen Messung war aber der Zenitpunkt deutlich rötlich gefärbt, was also gegen diese Annahme spräche. Nehmen wir dennoch $n < 3{,}4$ an, dann widersprechen die gemessenen Werte der oberen Betrachtung, nach der die Differenz $P_1 - P_2$ wegen der Zunahme von P_1 mit λ negativ sein sollte.

Dieser Mißklang hat uns zur Frage geführt, ob diese Verhältnisse auch bei der Annahme einer anderen Spektralverteilung der Polarisationsgröße unverändert bleiben werden, oder ob die Änderung der Spektralverteilung einen so großen Einfluß auf die Differenz $P_1 - P_2$ ausübt, daß man aus der oben erwähnten negativen eine positive Differenz, von derselben Größenordnung, wie sie gemessen wurde, erhalten kann. Um auf diese Frage antworten zu können, haben wir die lineare Abhängigkeit durch eine parabelähnliche Kurve ersetzt, die durch den im roten Licht bei 10,89° Sonnenhöhe gemessenen Wert $P_{600} = 522$ und durch den im blauen Licht für dieselbe Sonnenhöhe extrapolierten Wert $P_{480} = 493$ durchgeht und außerdem in der Nähe von $\lambda = 580$ ein Maximum hat. Mit diesen Werten von P_λ und dem Exponenten $n = 3$ haben wir die mechanische Quadratur der Integrale durchgeführt und $P_1 = 515$ erhalten, was mit dem aus den Messungen interpolierten Werte $P_1 = 512$ gut übereinstimmt und die Voraussetzungen wieder begründet. Die Rechnung gibt dann $P_1 - P_2 = +22$, die Messung dagegen $P_1 - P_2 = +39$.

Diese Übereinstimmung ist ziemlich gut, wenn man beachtet, daß alle bei der Rechnung angewendeten Approximationen nur roh sind, ganz abgesehen davon, daß die benützte Photozelle eine abweichende Empfindlichkeit haben kann. Ferner scheint es sehr wahrscheinlich, daß man bei kontinuierlicher Änderung des Parameters n und der Kurve der spektralen Verteilung von P_λ noch zu besserer Übereinstimmung gelangen könnte. Wir wollen aber auf solche Untersuchungen weiter nicht eingehen. Die hier angeführten Resultate der Rechnung beweisen schon in vielleicht genügendem Masse die Übereinstimmung der Theorie mit den Ergebnissen der gleichzeitigen Meßungen und zeigen in nicht geringerem Maße die große Mannigfaltigkeit der Werte, welche die Differenz $P_1 - P_2$ bei verschiedenen optischen Verhältnissen in der Atmosphäre erreichen kann.

Die oberen Betrachtungen zusammenfassend sehen wir, daß nur bei nicht vorhandener Dispersion der unmittelbare Vergleich der lichtelektrischen und visuellen Messungen der Himmelspolarisation möglich ist. In allen anderen Fällen unterscheiden sich die durch die beiden Arten gemessenen Polarisationsgrößen; ihre Differenz ist durch den Ausdruck (5) gegeben. Will man diese Differenz bestimmen, um eine Messung in die andere über führen zu können, muß man zu ihrer Berechnung unbedingt die Abhängigkeit der Polarisationsgröße, sowie die der Gesamtintensität von der Wellenlänge kennen. Da man aber nur aus dieser Abhängigkeit feststellen kann, ob die Dispersion vorhanden ist oder nicht, muß man auch im ersten Falle diese Abhängigkeit kennen. Sie ist jedoch nicht leicht zu bestimmen und ihre Bestimmung stellt eine Schwierigkeit in dem Bestreben dar, die lichtelektrische Messung der Himmelspolarisation an die bisher durchgeführten visuellen Messungen anzupassen.

Diese Schwierigkeit kann in gewissem Maße dadurch beseitigt werden, daß man durch passende Wahl der Photozelle und eventuell noch durch Zufügung passender Filter nicht nur eine Ähnlichkeit, sondern eine vollkommene Identität der Spektralempfindlichkeit der Photozelle und des Auges erzielt. Streng genommen kann man aber die völlige Anpassung der beiden Empfindlichkeiten nicht immer erzielen, da die Augenempfindlichkeit individuell schwankt und dann noch der Purkyně-Effekt — die Abhängigkeit der Augenempfindlichkeit von der Intensität des zu messenden Lichtes — hinzutritt; infolgedessen sind auch die Messungen von einem Abend nicht homogen und besonders bei starkem Polychroismus nicht vergleichbar. Auf Grund dieser Umstände kann es auch vorkommen, daß die lichtelektrischen Werte sich von den visuellen sogar bei Verwendung einer Photozelle unterscheiden können, deren spektrale Empfindlichkeit mit der mittleren Augenempfindlichkeit identisch wäre. Man kann jedoch erwarten, daß diese Unterschiede klein werden. Will man aber auch diese vermeiden, oder ist es nicht möglich die Empfindlichkeit der Photozelle mit der mittleren Augenempfindlichkeit identisch zu machen, dann muß man der Messung in einzelnen Spektralbereichen den Vorzug geben. Aus solcher Messung der Polarisation kann man die der visuellen entsprechende Polarisationsgröße aus dem Ausdrucke

$$P_1 = \frac{\int\limits_0^\infty k_1(\lambda)\, i_g(\lambda)\, P_\lambda\, \mathrm{d}\lambda}{\int\limits_0^\infty k_1(\lambda)\, i_g(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda} \tag{9}$$

berechnen, wo die Integrale bei endlicher Anzahl der Spektralbereiche durch Summen ersetzt werden sollen.[5]) Wird bei dieser Messung eine Photozelle benützt, bei welcher die Ermüdungserscheinungen klein sind, dann können die Messungen der Polarisationsgröße viel schneller nacheinander durchgeführt werden, als bei den visuellen, sodaß die in dieser Weise gewonnene Spektralverteilung der Polarisationsgröße der wirklichen, die aus den gleichzeitigen Messungen eigentlich abgeleitet werden sollte, besser entspräche.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß alle diese Betrachtungen ganz allgemein nicht nur für den Vergleich der visuellen und licht-

---

[5]) Die von Tichanowsky in der Meteorol. Zeitschr. 1928, S. 480 abgeleitete Formel erhält man aus (9), wenn man $k_1(\lambda) =$ konst. annimmt. Daß aber diese Annahme nicht berechtigt ist, zeigen alle oberen Berechnungen und Betrachtungen.