$$e^{2\psi} = \coth \frac{\alpha}{2}$$

und daher

$$\sinh \psi = \frac{e^{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2 \sinh \alpha}}, \quad \cosh \psi = \frac{e^{+\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{2 \sinh \alpha}}.$$

Wegen

$$\Gamma(\nu + 1) = \sqrt{2\pi}\, \nu^{\nu+\frac{1}{2}}\, e^{-\nu} \left[1 + O\left(\frac{1}{\nu}\right)\right]$$

lautet die aus Satz 4 und Gleichung (6) zu gewinnende asymptotische Darstellung in diesem Falle

$$I_\nu(\nu \operatorname{cosech} \alpha) = \sqrt{\frac{\tanh \alpha}{2\pi\nu}}\, e^{\nu(\tanh \alpha - \alpha)} \left[1 + O\left(\frac{1}{\nu}\right)\right]. \tag{8}$$

Diese asymptotischen Darstellungen stimmen mit den ersten Gliedern der bekannten Debyeschen Reihen genau überein.

In ganz ähnlicher Weise können für alle Funktionen, welche durch die Whittakerschen ausdrückbar sind — und deren gibt es eine große Anzahl — asymptotische Darstellungen hergeleitet werden.

*

Asymptotické vyjádření Whittakerových funkcí pro velké reálné hodnoty proměnné a parametrů.

(Obsah předešlého článku.)

Předmětem této práce je odvození asymptotických vzorců pro Whittakerovy funkce $W_{k,m}(x)$ a $M_{k,m}(x)$ pro velké reálné hodnoty proměnné a parametrů. Užitím t. zv. „Sattelpunktsmethode“ nebo „method of steepest descent“ obdržíme asymptotická vyjádření, z nichž jsou zvláště odvozena vyjádření funkce $W_{k,m}(x)$ pro $m > k$ a $x > 0$ (věta 3) a funkce $M_{k,m}(x)$ pro $m > |k|$ a $x > 0$ (věta 4). Jako speciální případy obdržíme asymptotická vyjádření Besselových funkcí prvního a třetího druhu s ryze imaginární proměnnou (§ 4).