§ 6. Une généralisation des théorèmes du § 3 et du § 4.

Soient $\mathfrak{G}_1$ et $\mathfrak{H}_1$ deux facteurs directs du groupe $\mathfrak{G}$ choisis arbitrairement. Soient

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_1 \times \overline{\mathfrak{G}}_1 = \mathfrak{H}_1 \times \overline{\mathfrak{H}}_1 \qquad (1)$$

deux décompositions de $\mathfrak{G}$ en produit direct de deux facteurs, la première d'elles contenant le facteur direct $\mathfrak{G}_1$, la seconde, le facteur direct $\mathfrak{H}_1$. Soient $\gamma_1, \overline{\gamma}_1$ et $\delta_1, \overline{\delta}_1$ les automorphismes de décomposition appartenant à la première et à la seconde décomposition (1).[11]) Nous faisons maintenant sur $\mathfrak{G}$ la supposition suivante:

6,1. Supposition. Pour chaque couple de facteurs directs $\mathfrak{G}_1$ et $\mathfrak{H}_1$ de $\mathfrak{G}$ et pour toutes les décompositions de $\mathfrak{G}$ (1) en produit direct de deux facteurs dans lesquelles ces facteurs figurent, les sousgroupes $\mathfrak{G}\gamma_1\delta_1\overline{\gamma}_1$ et $\mathfrak{G}\delta_1\gamma_1\overline{\delta}_1$ satisfont à la supposition des chaînes descendantes finies.

Remarquons que $\mathfrak{G}\gamma_1\delta_1\overline{\gamma}_1$ et $\mathfrak{G}\delta_1\gamma_1\overline{\delta}_1$ sont, en vertu du lemme 2,9, des sousgroupe du centre. Cette supposition est plus générale que la supposition 3,1, car, sous la supposition 6,1, le groupe $\mathfrak{G}$ peut avoir pour facteur direct le groupe cyclique infini ou le groupe, ayant le type du groupe additif des nombres rationnels, pourvu que ce facteur soit le seul facteur direct de ce type. On peut réaliser cette condition sans difficulté. On a maintenant le théorème suivant:

6,2. Théorème. *Les lemmes et les théorèmes du* § 3 *et du* § 4 *restent vrais, si l'on remplace la supposition* 3,1 *par la supposition* 6,1.

Démonstration. En effet, on n'avait besoin de la supposition 3,1 que pour la démonstration du lemme 3,22 et du lemme 3,31. On vérifie aisément que les démonstrations restent valables même sous la supposition 6,1. Parce que la supposition 6,1 n'assure pas l'existence d'une décomposition irréductible d'un facteur abélien de $\mathfrak{G}$, on ne peut pas remplacer 3,1 par 6,1 dans le théorème 5,1.

*

O rozkladu grupy v direktní součin.

(Obsah předešlého článku.)

Práce týká se grup, v jejichž centru každý klesající řetězec podgrup jest konečný. Hlavní výsledek práce jest tato věta: Libovolné dva rozklady takové grupy v direktní součin konečného počtu faktorů dají se vždy tak rozšířiti, že oba nové rozklady rozšířením vzniklé jsou si centrálně isomorfní, to jest, že faktory prvního rozšířeného rozkladu dají se vzájemně jednoznačně přiřaditi faktorům druhého rozšířeného rozkladu tak, že sobě přiřazené faktory jsou si centrálně isomorfní.