Satz 6 zu beweisen, genügt es zu zeigen: ist t hinreichend gross, so gibt es *kein* k-System $x_0, x_1, \ldots, x_n$ mit

$$\operatorname{Max}(|x_1|, \ldots, |x_n|) \leqq t, \quad \left|\sum_{i=1}^{n} x_i\Theta_i + x_0\right| \leqq \frac{1}{t^{n-k+2}\log^b t}. \tag{16}$$

Gesetzt, (16) sei für ein k-System $x_0, x_1, \ldots, x_n$ wahr; daraus wollen wir für hinreichend grosses t einen Widerspruch herleiten. Nach Voraussetzung gäbe es ein l mit $k \leqq l \leqq n$, $x_l \neq 0$. Man wähle ein System y_i, z_i, u_i $(i = 2, \ldots, k-1)$, sodass (14) mit $\tau = e^t$, also $\log\log\tau = \log t$ gilt (alles für hinreichend grosse t). Man multipliziere (16) mit $z_2 z_3 \ldots z_{k-1}$ und benutze (14) (mit $\tau = e^t$); dadurch bekäme man

$$\left|\Theta_1\left(x_1\prod_{j=2}^{k-1} z_j - \sum_{i=2}^{k-1} x_i y_i \prod_{\substack{j=2\\ j\neq i}}^{k-1} z_j\right) + \sum_{i=k}^{n} \Theta_i x_i \prod_{j=2}^{k-1} z_j + v_0\right|$$
$$< \frac{(k-2)\,t\log^{k-3} t}{e^t} + \frac{(\log t)^{k-2}}{t^{n-k+2}(\log t)^{(n-k+3)(k-1)+3}}$$
$$< \frac{1}{t^{n-k+2}(\log t)^{(n-k+2)(k-1)+3}}. \tag{17}$$

Setzt man also

$$\lambda = t\log^{k-1} t > (k-1)\,t\log^{k-2} t,$$

und setzt man v_i $(i = 1, k, \ldots, n)$ gleich dem Koeffizienten von Θ_i im Ausdruck (17), so wäre erstens $v_l \neq 0$, zweitens

$$0 < \operatorname*{Max}_{i=k,\ldots,n} |v_i| \leqq \lambda, \ |v_1| \leqq \lambda, \ \left|v_1\Theta_1 + \sum_{i=k}^{n} v_i\Theta_i + v_0\right| <$$
$$< \frac{1}{\lambda^{n-k+2}\log^3 t} < \frac{1}{2\lambda^{n-k+2}\log^2\lambda},$$

also wäre (15) wahr, was für hinreichend grosses t den gesuchten Widerspruch liefert.

*

O přibližném řešení rovnice $x_1\Theta_1 + \ldots + x_n\Theta_n + x_0 = 0$ celými čísly.

(Obsah předešlého článku.)

Malá latinská písmena nechť znamenají celá čísla. Jsou-li $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$ reálná čísla, potom platí, jak známo, tyto věty:

I. Pro každé $t > 0$ mají nerovnosti

$$0 < \operatorname{Max}(|x_1|, \ldots, |x_n|) \leqq t, \quad \left|\sum_{i=1}^{n} x_i\Theta_i + x_0\right| < t^{-n} \tag{1}$$

řešení.

Tedy tím spíše:

II. Pro nekonečně mnoho $t > 0$ mají nerovnosti (1) řešení.

Je známo, že exponent $-n$ nelze ani ve větě I ani ve větě II snížiti.

V tomto článku vyšetřuji, jak je nutno modifikovati věty I, II, jestliže požadujeme, aby aspoň k čísel x_i ($1 \leqq i \leqq n$) bylo od nuly různých. Pro $k = 1$ máme věty I, II. Je-li $1 < k \leqq n$, lze hlavní výsledek vysloviti zhruba asi takto: exponent $-n$ je nutno ve větě I nahraditi exponentem $-(n - k + 1)$ a ve větě II exponentem $-(n - k + 2)$; žádný z těchto exponentů nelze snížiti. (Přesně je výsledek vysloven ve větách 1. až 4.)