Způsob zde sestavený není neznámý a je dlouho již v užívání, nicméně v učebnicích velmi hojně dosud se vyskytuje jednostranný původní způsob Hesseův přes některé své nedostatky. Jsou toho příčinou mimo jiné zajisté i dobré důvody didaktické. Dotknu se zde, aby nebylo snad nedorozumění stran poměru této úvahy k vyučování, pouze jednoho momentu, jenž jest v souvislosti se zaujatým zde stanoviskem a užitým postupem. Byl tu proveden rozbor dvou metod, a shledané nedostatky přímo ukazovaly cestu řešení: Hledati k orientaci dané, resp. zvolené vyhovující analytický její výraz. Ve škole však je situace jiná. Dosud aspoň vlastnost orientovanosti nebyla pojata do začátků kapitoly o přímce, nýbrž byla teprve poznáním význačné vlastnosti normální rovnice do učebného pásma vnesena. A tu nelze neuznati, že pro účel pouhého odvození normální rovnice byla volba Hesseova, odpovídajíc i volbě souřadnic polárních, na první pohled zcela případná, a že naopak zřetel k nějaké orientaci dané by býval čímsi neorganicky jako přítěž navěšeným. — Je z toho vidno, že úplné didaktické vyřešení tohoto tématu, čítajíc v to i aplikování tohoto obsažnějšího typu normální rovnice na známé základní případy, poskytne učitelům hojně ještě úkolů.

Matematika a studium speciální mapy.

Václav Skalický, Pardubice.

Úvod. Základním požadavkem správné výchovy jest, aby se veškeré vyučování opíralo o žákův zájem. To vede k volbě takových metod a prostředků, které použity při zpracování předepsané látky vedou k co největší samočinnosti žákově, které budují na jeho vlastních zkušenostech, a jež dávají v něm vznikati pocitu užitečnosti vědeckých metod a nutnosti hledati nejúčelnější z nich. Proto jest nutno, aby vyučování matematické vycházelo, pokud je možno, z praktických problémů. Žák musí být přesvědčen o praktické ceně matematiky, ba přímo o její nutnosti; nesmí ji považovati za pouhou gymnastiku logického usuzování. Napřed byl praktický problém, pak jeho řešení, a teprve později abstraktní věda.

Není ovšem možno sáhnouti namátkou mezi spoustu praktických problémů matematické povahy a voliti celkem bez něja-

---

jež vyplývá z n-orientace zcela obdobně jako

$$n = x \cos \alpha + y \sin \alpha - n,$$

z p-orientace. Tento pár rovnic představuje, jak patrno, transformaci ze soustavy (x, y) do soustavy (p, n).

kého zvláštního výběru některé z nich k našemu úkolu. Úspěch bude zaručen jen v tom případě, kde zvolíme problém, jenž bude aspoň z větší části též žákovým problémem, nebo u něhož můžeme doufati, že žáka přiměјeme k tomu, aby ho přijal za svůj. Není jich málo, a jest úkolem učitelovým zvoliti vhodný z nich na správném místě a ve správný čas.

Každý snad zná, kolik půvabu je pro mládež, vždy aspoň trochu povahy dobrodružné a romantické, v pozorování mapy a jejích tajů. Jak zábavné je pro většinu mládeže listovati v atlantech otců a starších bratří, sledovati klikaté toky řek, zlézati výšiny a dávati fantasii volnost v podnikání dalekých cest! Oč rozmanitější možnosti se však mohou otevříti tam, kde mapa přestává býti pouhým podněcovatelem fantasie, kde se stává rádcem a průvodcem, kde potvrdí naše dohady a vyvrátí pochyby, a kde doplní naše poznatky cestováním získané tím, že je uvede v soustavu! Je žádoucí, aby škola zachytila tento zájem mládeže, aby jej obrátila pravým směrem a dala mu řádný základ.

Osnovy učebné žádají na příslušných místech, aby již na stupni nižším se žáci seznámili s mapou speciální. Mluví-li se pak na jiném místě osnov o doplňování školní práce vycházkami do přírody a řešením různých praktických úloh ve škole i venku, plyne z toho sama sebou žádoucnost praktických cvičení s mapou. Naučí-li se žáci správně mapy speciální užívati, a hlavně, ukáže-li se jim, co vše je v mapě obsaženo, co vše, je možno z ní se dověděti, stoupne tím značně jejich zájem o tuto věc tak veliké praktické důležitosti. Na onom poučení budou participovati nejrozmanitější vyučovací předměty. Osnovy samy uvádějí spojitost zeměpisu s matematikou (měření, odhady a výpočty s tím spojené), s fysikou a astronomií (vědecký základ celé řady geografických pojmů, orientace podle nebeských objektů) a konečně s tělesnou výchovou. Pochodová cvičení mohou být vhodně spojována s výcvikem ve čtení mapy.[1]) Také rýsování může (ve třídě čtvrté) vytěžiti leccos pro sebe ze studia mapy (sestrojování profilu, určení sklonu z hustoty vrstevnic a pod.). Spolupráci pokud možno všech učebných předmětů, jež je tak žádoucí a dosud poměrně málo pěstována, je tu otevřeno široké pole.

Není třeba připomínati, že taková cvičení jsou velmi užitečná pro zvýšení brannosti po stránce všeobecné, i jako příprava pro

---

[1]) Po této stránce vnucuje se úvaha o organisaci těchto cvičení. Má-li být pochodové cvičení spojeno s uvedeným výcvikem, je naprosto nutno, aby jednomu vedoucímu byl svěřen daleko menší oddíl, než bývá zvykem, dále, aby vedoucí postupoval podle náležitě promyšleného plánu, t. j., aby úkol spojený s pochodem byl předem, pokud jen je možno, podrobně uvážen a určen. Taková organisace nachází však dosud málo porozumění a naráží ostatně i na nedostatek přiměřených instrukčních pomůcek.

eventuální budoucí odborný výcvik vojenský. Zařazují se plně v rámec vymezený ministerským výnosem o branné výchově z 1. II. 1934.

V dalších odstavcích budiž učiněn pokus sestaviti výběr úloh a cvičení týkajících se mapy speciální, pokud se mohou uplatniti v učivu středoškolské matematiky. Nebudiž posuzován po stránce úplnosti; vybírány jsou jen úkoly nepříliš nesnadné, k jejichž řešení není třeba příliš odbíhati od normálního způsobu vyučování, a naopak takové, jež podle mého soudu dobře poslouží k tomu, aby různým poučkám matematickým a početním metodám vdechly trochu větší životnost, než bývá zpravidla domovem v šedi učebnic.

„Matematicko-kartografické praktikum“, jehož nástin v dalším uvedu, musí být doplněno praktickým cvičením v odhadu úhlů a vzdáleností primitivními prostředky. O návod k němu a vřazení jeho do matematiky na střední škole se pokusím ve zvláštním článku.

Část praktická.

I. *Mapové měřítko.* Číselné měřítko, jež udává poměr vzdálenosti dvou míst na mapě k vzdálenosti oněch míst ve skutečnosti, je v našem případě 1 : 75 000. Budiž podáno poučení o mapovém měřítku vůbec, a o tomto zvláště. Budiž podotčeno, že vzdálenosti zjištěné z mapy speciální odpovídají horizontálním odlehlostem (t. zv. topografickým vzdálenostem) v terénu. Mapa speciální představuje kolmý průmět terénu do vodorovné roviny ve zmenšeném měřítku.

Úlohy početní: 1. Přepočtení zvolené vzdálenosti v terénu (X) na vzdálenost na mapě (x) a naopak. [$x = X/75\,000$, $X = x\,.\,75\,000$.]

2. Vysvětlení volby měřítka 1 : 75 000; 75 cm = 1 krok. Kolika krokům odpovídá vzdálenost 1 cm na mapě? [1000 kroků.]

3. Přepočtení kroků v metry a naopak. [n kroků $= \frac{3}{4}n$ metrů $= (n - \frac{1}{4}n)$ metrů; m metrů $= \frac{4}{3}m$ kroků $= (m + \frac{1}{3}m)$ kroků.]

4. Změř na mapě šířku proužku značícího potok, silnici a pod. Jaká by měla být podle toho šířka skutečná? [Příklad: Silnice, znázorněná proužkem $\frac{1}{2}$ mm, by měla míti šířku 37,5 m, potok ($\frac{1}{10}$ mm) 7,5 m.] Zobrazení „nad míru“. Na silnice, vodní toky a pod. na mapě jest pohlížeti jako na značky, ne průměty skutečných objektů.

Úlohy v terénu: 5.—7. Ověření poznatků z úloh 1.—3. pochodem, na př. po přímé silnici (kilometrové kameny!). Pro rychlejší přepočtení kroků v metry doporučuje se počítati dvojkroky (à 150 cm). [n dvojkroků $= (n + \frac{1}{2}n)$ metrů.]

8. Pozoruj šířku komunikací, vodních toků atd.! [Státní silnice aspoň 5 m a pod.] Mnohé serpentiny silnic nemohou být (pro zobrazení „nad míru“) zakresleny detailně správně do mapy.

Grafické měřítko je proužek vhodně dělený, a udávající svou škálou skutečnou délku zvolené vzdálenosti v mapě přímo v kilometrech nebo krocích.

Úlohy početní: 9. Zhotovení měřítka; může být z průsvitného papíru, celofánu, celuloidu, aby mohlo být položeno přímo na mapu. [12 km je na mapě znázorněno 16 cm; proužek této délky rozdělíme buď na 12 dílů po 1 km, nebo na 16 dílů po 1000 krocích.]

Úlohy v terénu: 10. Odhad doby pochodu z A do B podle mapy a kontrola za pochodu.

II. *Velikost mapy a zobrazeného území.* Mapy speciální zobrazují části povrchu zemského v podobě sférických lichoběžníků, ohraničených poledníky s rozdílem $\frac{1}{2}°$ zem. délky a rovnoběžkami s rozdílem $\frac{1}{4}°$ zem. šířky. Ježto se délka jednostupňového oblouku na poledníku mění se zeměpisnou šířkou jen nepatrně (vlivem zploštění Země), liší se jednotlivé listy mapy speciální co do výšky jen nepatrně. Zato délka jednostupňových oblouků na rovnoběžkách klesá velmi značně s rostoucí zeměpisnou šířkou; jest proto očekávati větší rozdíly mezi jednotlivými mapami, pokud se délky týče.

Úlohy početní: 11. Krajní rovnoběžky map speciálních, zobrazujících naši republiku, jsou $47\frac{1}{2}°$ a $51\frac{1}{4}°$ sev. šířky. Urči rozdíl v délce mapy pro tyto krajní případy! [Valouchovy Tabulky udávají délky jednostupňových oblouků na rovnoběžkách 45°, 50°, 55° : 78,85 km, 71,70 km a 64,00 km; interpolací obdržíme pro krajní rovnoběžky 75,28 km a 69,77 km. Na mapě budou půlstupně v těchto šířkách znázorněny 50,2 cm a 46,5 cm.]

12. Mezi krajními rovnoběžkami je 15 pásem map; jaký je tedy průměrný rozdíl dolního a horního okraje mapy? [(50,2 cm — 46,5 cm) : : 15 $\doteq$ 0,25 cm.]

13. Urči přibližný výškový rozměr mapy! [1° šířkový v šířce kol 50° = 111,2 km; $\frac{1}{4}°$ bude zobrazeno asi 37,1 cm.]

14. Urči plošný obsah mapy a zobrazeného území! V jakém jsou poměru? [Plocha mapy zobrazuje přibližně 1000 km². Poměr plošných obsahů mapy a zobrazeného území jest 1 : 75 000².]

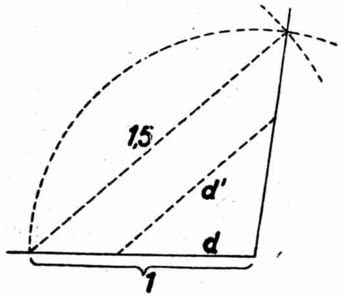
15. Kolik map speciálních by zobrazilo povrch celé Země? [720 sloupců (sférických dvojúhelníků po 720 mapách. Celkem 720² = 518 400 map.]

III. *Zvětšování úseku mapy.* Často se může vyskytnouti potřeba zhotoviti náčrt plánu menšího území v měřítku jiném než na mapě (na př. jako přílohu k písemnému hlášení a pod.). Jednoduše provedeme zvětšení tak, že mapu pokryjeme čtvercovou sítí o straně na př. 1 cm, a zvětšíme napřed tuto síť; do zvětšené sítě vkreslujeme pak objekty významné vzhledem k účelu, pro který náčrtek hotovíme. K zvětšování odměřených úseček užíváme výhodně redukčních úhlů rozmanitého druhu.

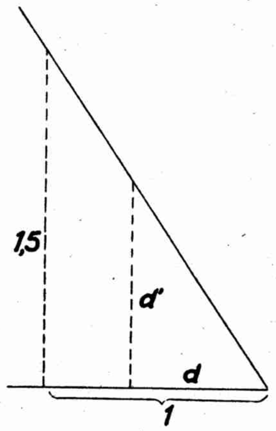
Úlohy početní a grafické: 16. Chceme část mapy narýsovati v měřítku 1 : 50 000 (místo 1 : 75 000); užijeme sítě centimetrové. Urči jednotku sítě zvětšené (x) a sestroj příslušný redukční úhel! [$x : 1 = 75 : 50$; $x = 1{,}5$ cm. Dva různé druhy redukčních úhlů viz v obr. 1 a 2; d = úsečka původní, d' zvětšená.

17. Úsek mapy zvětšíme n-krát. Jaké bude měřítko číselné a grafické tohoto náčrtku? [Číselné: 1 : 75 000/n. Grafické: Dílky, znázorňující určité délky, počty kroků atp., musíme n-krát zvětšiti; ponecháme-li grafické měřítko beze změny, musíme k dílkům připsati čísla n-krát menší.]

IV. *Orientace mapy.* Směr severojižní určujeme: a) magnetickým kompasem, b) za (jasné) noci podle Polárky, c) z postavení Slunce. V případě a) je třeba dbáti magnetické deklinace. K případu b): Ježto deklinace Polárky není 90°, nýbrž asi 88° 58′, netkví Polárka na témž místě, nýbrž opisuje kol světového pólu malou kružnici poloměru asi 1° 02′; určení severu polohou Polárky je jen přibližné. Případ c): Známé pravidlo uváděné v příručkách pro turisty, skauty, v rukověti branné výchovy a jinde, jež poučuje, kterak najíti jih pomocí kapesních hodinek, je zvláště v určitých dobách příliš hrubé. Přírůstek hodinového úhlu Slunce (pravého času), jenž je roven polovičnímu úhlu, který opíše malá ručička za týž přírůstek času, není roven přírůstku azimutu Slunce. Pravidlo by bylo správné, kdybychom hodinky drželi tak,



Obr. 1.



Obr. 2.

aby rovina ciferníku byla rovnoběžná s rovinou světového rovníku. To však předpokládá znalost polední přímky, kterou právě pravidlem určujeme. Matematický rozbor ukazuje, že nejméně se osvědčuje pravidlo v 9^h a 15^h (tedy právě v dobách, kdy by bylo nejužitečnější), zvláště dne 21. června. „Jih“, určený podle pravidla, kolísá během tohoto dne v mezích $\pm$ 24° 10′ kol správného směru. S takovou odchylkou odhadne zkušenější pozorovatel přírody jih stejně přesně, ne-li přesněji, i bez hodinek.[2])

Početní úlohy o chybě v orientaci pomocí nebeských objektů jsou dobrým cvičením pro trigonometrii sférickou. Jednodušší

[2]) Problémem zabýval se *Koppe* (Zeitschrift f. math. u. naturwiss. Unterricht **48**, str. 89. Řešení jeho je však jen přibližné, na podkladě grafického znázornění. Sestrojil též jakýsi náhradní „ciferník“ (sluneční kompas), jehož pomocí lze určiti strany světové přesně. Zdokonalenou formu dal slunečnímu kompasu *Luckey* (v témže časopise **52**, str. 168. — Ve zvláštním článku podávám početní řešení chyby hodinkového kompasu a přesná určení jejích extrémů.

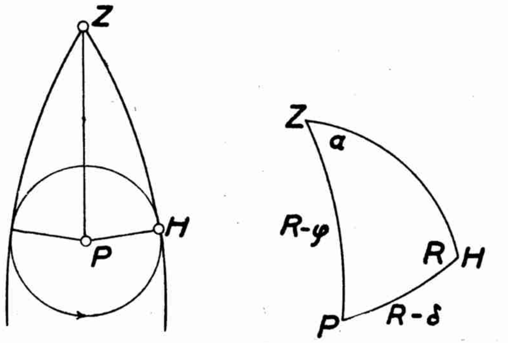
výrazy však dostáváme u Slunce jen pro nulovou deklinaci, tedy pro rovnodennosti.[3])

Úlohy početní: 18. Urči největší chybu v zjištění severu pomocí Polárky! [Obr. 3: Trojúhelník PHZ, tvořený pólem, Polárkou v t. zv. největší digresi a zenitem, je pravoúhlý s pravým úhlem při Polárce H. Odtud:

$$\sin a = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}$$

$$a = 1° \, 33'.$$

Největší chyba je tedy asi $1\frac{1}{2}°$.



Obr. 3.

19. Jaké chyby se dopustíme, určujeme-li jih hodinkami v 9^h dne 21. března? [Trojúhelník zenit-pól-Slunce je pravostranný (strana pól-Slunce je pravý úhel). Proměnou v polární trojúhelník pravoúhlý[4]) a užitím Neperova pravidla dostáváme:

$$\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} t \sin \varphi.$$

Numericky: pro $t = 9^h = 135°$ je $a = 127° \, 17'$ a chyba $t - a = 7° \, 33'$.]

V. *Výškové rozdíly.* Není-li místo náhodou přímo kótováno, určíme jeho nadmořskou výšku pomocí vrstevnic. Zjistíme kóty dvou sousedních vrstevnic, mezi nimiž se nalézá ono místo. Tam,

---

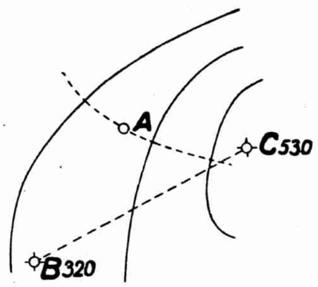
[3]) Ježto čas počítáme v občanském životě od půlnoci do půlnoci jednotným číslováním 0^h—24^h, jest užitečno počítati t. zv. hodinový úhel od deklinační polokružnice příslušné severnímu bodu obzoru, a ve shodě s tím i azimut od severu (obojí ve směru denního pohybu oblohy). Je v tom také ta výhoda (proti počítání od jihu), že se vyhneme diskontinuitě počítání obou veličin v bodě jižním. Počítá-li se od jihu, jest možno ji odstraniti jen počítáním „—" směrem k východu. V úlohách násl. je a i t počítáno od severu.

Pozn. red.: Otázkou touto se zabývá ve spojitosti se změnou počítání data v astronomii — totiž od spodní kulminace Slunce — *Ruoss* v Zeitschrift für math. u. naturw. Unterricht **58** (1927), 321. *Frch.*

[4]) *Pozn. red.:* Lze také přímo počítati z pravoúhlého trojúhelníka sférického, jejž tvoří rovník s obzorníkem a výškovou polokružnicí Slunce. *Frch.*

kde vrstevnice protíná okraj mapy, jest označena číslem; v jiných případech vyhledáme kótovaný bod mezi vrstevnicemi a podle něho je očíslujeme. Nadmořskou výšku bodu mezi vrstevnicemi určíme interpolací z kót obou vrstevnic. Odhad provádíme podél spádnice (křivky protínající vrstevnice kolmo), jejíž směr ukazují šrafy.

Úlohy početní: 20. Odhadni nadmořskou výšku bodu A v situaci obr. 4! [Kótované body 320 a 530 určují kóty vrstevnic (zleva do prava 300, 400, 500 m). Interpolací odhadem na čáře čárkované získáváme pro A výšku asi 360 m.]



Obr. 4.

21. Jaká je skutečná vzdušná vzdálenost dvou kótovaných bodů? Speciálně bodů na obr. 4? [Je-li topografická vzdálenost, jak ji nacházíme v mapě, rovna d a výškový rozdíl obou míst Δv, je hledaná vzdálenost $x = \sqrt{d^2 + (\Delta v)^2}$, nebo trigonometricky $x = d/\cos\alpha$, kde α je sklon spojnice obou míst. Speciálně: BC (odměřeno z mapy) = 32 mm, ve skutečnosti 2400 m, výškový rozdíl 210 m, $x = 2409$ m, $\alpha = 5°$.]

Úlohy v terénu: 22. Urči nadmořskou výšku stanoviště a nějakého jiného vyššího nebo nižšího bodu v okolí pomocí mapy!

23. Vypočti přímou i topografickou vzdálenost těchto míst!

VI. *Vrstevnice.* Jsou to geometrická místa bodů téže nadmořské výšky. Bývají zpravidla zobrazovány jen ty, které značí výšky vyjádřené celými stovkami metrů. Z jejich definice plyne, že v místě, kde jsou zhuštěny (zředěny), má terén větší (menší) sklon. Tam, kde terén stoupá v úhlu 45°, je topografická vzdálenost dvou sousedních vrstevnic rovněž 100 m, tedy na mapě 1,33 mm; stoupá-li v úhlu α, je tato vzdálenost (v metrech) 100 cotg α, na mapě 1,33 cotg α (mm). Je proto možno z hustoty vrstevnic usouditi, jaký sklon má určitá část terénu.

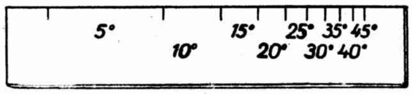
Úlohy početní: 24. V kterém úhlu stoupá silnice protínající vrstevnice 200 a 300, je-li vzdálenost obou průseků na mapě rovna 18 mm? [1,33 cotg α = 18, $\alpha \doteq 4\frac{1}{4}°$.]

25. Jaká je vzdálenost sousedních vrstevnic zobrazujících svah 30°? [1,33 cotg 30° = 2,3 mm.]

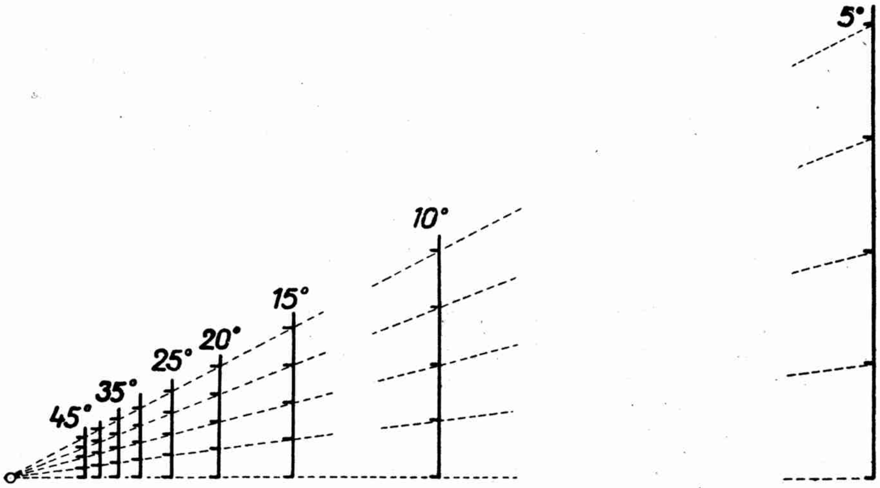
26. Sestroj grafické měřítko sklonu na základě hustoty vrstevnic! [Provedení A (obr. 5): Na přímku nanášejme vedle sebe úsečky 1,33 cotg α, pro α = 5°, 10°, 15°, . . ., t. j. asi 15,2; 7,55; 4,95; 3,64; 2,84; 2,3; 1,89; 1,58; 1,33; ostatní je z obrazce patrné.

Provedení *B* (obr. 6): Na vodorovnou přímku nanesme z téhož bodu *A* délky cotg α (na př. v cm); největší z nich (cotg 5°) bude tedy 11,43 cm. Na kolmici sestrojenou v koncovém bodě této úsečky nanesme stupnici, jejíž jednotka je rovna vzdálenosti vrstevnic při sklonu 5° (15,2 mm). Tato stupnice představuje hustotu vrstevnic při tomto sklonu; hustota pro sklony ostatní je znázorněna stupnicemi zmenšenými v poměru příslušných kotangent.

Úlohy v terénu: 27. Pozoruj skloněné terénní útvary, komunikace a pod., a cvič se v odhadu jejich sklonu! Kontrola užitím mapy a pomůcek z úlohy 26.



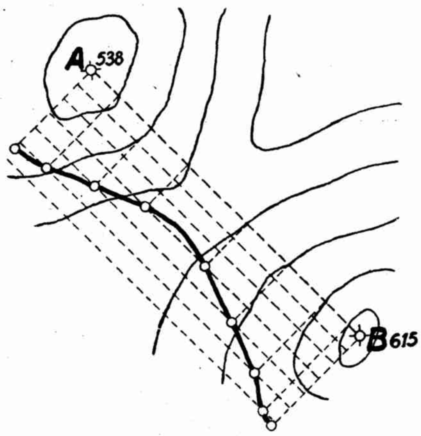
Obr. 5.



Obr. 6.

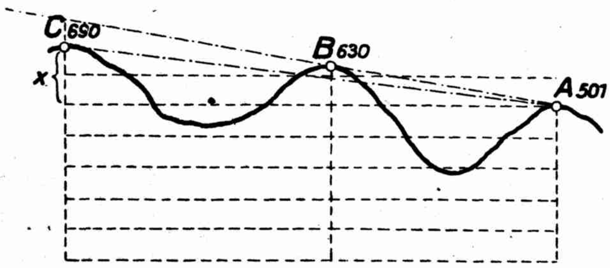
VII. *Profily a jejich užití.* Profilem nazýváme křivku, v níž protíná terén svislá obecná plocha válcová, jež v nejčastějším případě je svislá rovina. V tomto případě mluvíme o profilu přímém, v případě obecném o profilu křivé čáry, na př. komunikační (silnice, trati a pod.). Profily sestrojujeme, chceme-li se podrobněji poučiti o stoupání a klesání terénu podél určité čáry, a dále tehdy, chceme-li posouditi, je-li určité místo viditelno z místa jiného, nebo je-li samo překážkou viditelnosti nějakého objektu. Při sestrojení profilu užíváme metod známých z deskriptivní geometrie.

Úlohy početní a grafické: 28. Sestroj profil určité přímé čáry v mapě speciální, na př. mezi místy *A* a *B*! [Obr. 7. Místa spojíme přímkou, v průsečících s vrstevnicemi vztyčíme k ní kolmice, na něž nanášíme v mapovém měřítku nadmořské výšky příslušných vrstevnic. Získané body spojíme křivkou. Aby tvar křivky profilové lépe vynikl, můžeme na kolmice nanášeti úsečky na př. 3krát, 4krát atp. větší, to jest, sestrojiti profil převýšený. Profil, ať již absolutní nebo převýšený, můžeme ovšem sestrojiti na zvláštní list papíru. Pak se osvědčuje narýsovati si předem osnovu rovnoběžek vzdálených vzájemně o 1,33 mm (nebo příslušný násobek podle stupně převýšení.)]



Obr. 7.

29. Sestroj profil dané linie křivé! [Rozdělíme v části přibližně přímé, t. j. rozvineme křivou čáru v přímku (rektifikujeme ji); k částem přímým sestrojíme profily.]



Obr. 8.

30. Ze sestrojeného profilu podél přímé čáry *ABC* posuď viditelnost bodu *C* z bodu *A*! [Obr. 8. Na sestrojeném profilu spojíme místa *A* a *C* přímkou (zorným paprskem); ježto *B* leží nad ní, není *C* z *A* viditelno.]

31. Jsou-li topografické (t. j. horizontální vzdálenosti bodů *A*, *B* a *B*, *C* rovny na mapě 30 mm a 35 mm, urči výpočtem, zda je *C* z *A* viditelno! [Určeme výškový rozdíl *A*, *B* a *A*, *C* (129 m a 189 m); příslušné vodorovné vzdálenosti jsou 2250 m a 4725 m. Spojnice *AB* sahá ve vzdá-