

## Werk

**Label:** Article

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X\\_0065|log9](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0065|log9)

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

$$= \frac{(-1)^n n! h^{2n+1}}{(2n)!} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(n+m)! h^m}{m! (2n+1+m)!} F^{(2n+1+m)}(a),$$

was die Gebauersche Formel (25) ist.<sup>11)</sup>

Ferner ist

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \int_0^1 t^n (1-t)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{h^m (t-\frac{1}{2})^m}{m!} F^{(2n+1+m)}\left(\frac{a+b}{2}\right) dt \\ &= \frac{(-1)^n n! h^{2n+1}}{(2n)!} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(n+m)! h^{2m}}{2^{2m} \cdot m! (2n+1+2m)!} F^{(2n+1+2m)}\left(\frac{a+b}{2}\right). \end{aligned}$$

Ich glaube, daß diese symmetrische Reihe bisher unbekannt ist.

Für die Gültigkeit dieser Darstellungen des Restgliedes ist notwendig und hinreichend, daß die Funktion  $F^{(2n+1)}(a+ht)$  im Intervall  $0 < t < 1$  nach Potenzen von  $t$  bzw.  $t - \frac{1}{2}$  entwickelbar ist und daß die integrierten Reihen konvergieren.

\*

### O jednom vzorci pro numerický výpočet určitých integrálů.

(Obsah předešlého článku).

Předmětem této práce je důkaz vzorce

$$F(b) - F(a) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k h^{k+1} [F^{(k+1)}(a) + (-1)^k F^{(k+1)}(b)] + R_n,$$

kdež

$$h = b - a,$$

$$A_k = \frac{(2n-k-1)! n!}{(k+1)! (n-k-1)! (2n)!},$$

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \int_0^1 t^n (1-t)^n F^{(2n+1)}(a+ht) dt,$$

kterýžto vzorec jest nepodstatnou modifikací vzorce, jež v tomto časopise bez důkazu otiskl K. Petr.<sup>1)</sup>

Můj důkaz spočívá na  $2n$ -násobné částečné integraci uvedeného výrazu pro  $R_n$ . Petrův tvar se potom obdrží použitím první věty o střední hodnotě integrálního počtu.

Tento článek obsahuje také důkaz, v němž metody integrálního počtu jsou nahrazeny metodami počtu diferenciálního. Tento druhý důkaz má tu výhodu, že se při něm požadují od funkce  $F(x)$  podmínky poněkud méně omezující než při prvním důkazu.

<sup>11)</sup> Gebauer, a. a. O., S. 156.

<sup>1)</sup> Časopis 44 (1915), 454—455.