Werk

Label: Abstract

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0065|log79

Or, formons le produit

$$(C - J - 2a_1a'_1 - \ldots - 2a_pa'_p)(C + J - 2a_1a'_1 - \ldots - 2a_pa'_p) = \\ = C^2 - J - 2(C - J)(a_1a'_1 + \ldots + a_pa'_p) - 2(a_1a'_1 + \ldots + \\ + a_pa'_p)(C + J) + 4(a_1a'_1 + \ldots + a_pa'_p)^2 = -2(a_1a'_1 + \ldots + \\ + a_pa'_p)(C - J) - 4(a_1a'_1 + \ldots + a_pa'_p) + 4(a_1a'_1 + \ldots + \\ + a_pa'_p) = 0.$$

Ici, on a fait usage de ce que $a_ia'_i \,.\, a_ka'_k = 0$ pour $i \neq k$, $a_ia'_i \,.\, a_ia'_i = a_ia'_i$. Le produit considéré étant nul et le premier facteur ayant le rang égal à n, le second a le rang égal à 0, donc

$$C + J - 2a_1a'_1 - \ldots - 2a_pa'_p = 0$$

d'où il suit

$$C = -J + 2a_1a'_1 + \ldots + 2a_pa'_p. \tag{10}$$

On démontre facilement que $(J - 2a_1a'_1) \ldots (J - 2a_pa'_p) = J - 2a_1a'_1 - \ldots - 2a_pa'_p$. Donc, (10) est bien la formule (4). On a le résultat:

Les systèmes $a_1, \ldots, a_p$, figurant dans la formule (4), qui donne la décomposition d'une matrice orthogonale symétrique, sont un système de solutions du système (5) jouissant des propriétés de l'orthogonalité; inversement, tout système de p solutions de ce système jouissant de ces propriétés donne lieu à une telle décomposition. Ce système de solutions est, d'ailleurs, formé de p combinaisons linéaires des colonnes de la matrice $(C + J)$.

Il va sans dire que le même résultat s'applique a la formule (3), c. à d., aux systèmes $a_{p+1}, \ldots, a_n$.

*

O souměrných maticích ortogonálních.

(Obsah předešlého článku.)

Každou takovou matici C lze vyjádřiti tvarem vzorce (2), jestliže p je hodnost matice $C + J$ (J matice jednotková); při tom čísla a jsou prvky ortogonální matice vhodně volené. Každá taková matice je součin $n - p$ a také součin p jednoduchých matic tvaru $J - 2aa'$, kde a jsou sloupce téže ortogonální matice (vzorce (3), (4)). Soustavy $a_1, \ldots, a_p$ vzorce (4) jsou řešení soustavy lineárních rovnic (5), která jsou zároveň ortogonální; toto řešení je ostatně lineární kombinací sloupců matice $C + J$.