ROČNÍK 65. SEŠIT 1.

ČASOPIS

PRO PĚSTOVÁNÍ

MATEMATIKY A FYSIKY

Redigují

VOJTĚCH JARNÍK a FRANTIŠEK ZÁVIŠKA

za součinnosti

B. BYDŽOVSKÉHO, E. ČECHA, V. DOLEJŠKA,
J. FRIEDRICHA, V. HLAVATÉHO, B. HOSTINSKÉHO,
M. KÖSSLERA, K. RYCHLÍKA, M. A. VALOUCHA, F. VYČICHLA,
A. WANGLERA, A. ŽÁČKA.

VYDÁVÁ VLASTNÍM NÁKLADEM

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

ZA PODPORY MINISTERSTVA ŠKOLSTVÍ A NÁRODNÍ OSVĚTY.

V PRAZE 1935.

Ročně 8 sešitů. Předplatné (pro nečleny) 120 Kč.

Journal Tchécoslovaque de Mathématiques et de Physique.
Éditeur: Jednota čsl. matematiků a fysiků, Praha II-609, Tchécoslovaquie.

Obsah seš. 1. — Sommaire du fasc. 1.

ČÁST VĚDECKÁ.

Část matematická. — Travaux mathématiques.

Část fysikální. — Travaux de physique.

VYUČOVÁNÍ, ZPRÁVY, LITERATURA.

Články a referáty. — Articles et rapports.

Vyučování. — Questions didactiques.

Zprávy a drobnosti. — Communications.

Literatura. — Analyses.

SPOLKOVÝ VĚSTNÍK.

Tento sešit vyšel dne 27. listopadu 1935.

ČÁST MATEMATICKÁ

Über eine Formel für numerische Berechnung der bestimmten Integrale.

G. N. Watson, Birmingham.

(Eingegangen am 22. Juli 1935.)

I. Vor zwanzig Jahren hat Herr Professor K. Petr in seiner Abhandlung unter dem Titel: O jedné formuli pro výpočet určitých integrálů[1]) die folgende Formel zur numerischen Berechnung eines bestimmten Integrals ohne Beweis angegeben:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}h\,[f(a) + f(b)] + A_1h^2\,[f'(a) - f'(b)] + \dots$$
$$+ A_kh^{k+1}\,[f^{(k)}(a) + (-1)^k f^{(k)}(b)] + \dots$$
$$+ A_{n-1}h^n\,[f^{(n-1)}(a) + (-1)^{n-1} f^{(n-1)}(b)] + R_n,$$

wobei

$$h = b - a,$$

$$A_{2k-1} = \binom{n-k}{k}\frac{1}{2\,(4n-2)\,6\,(4n-6)\dots(4k-2)\,(4n-4k+2)},$$

$$A_{2k} = \binom{n-k-1}{k}\frac{1}{2\,(4n-2)\,6\,(4n-6)\dots(4k-2)\,(4n-4k+2)\,(4k+2)},$$

$$R_n = \frac{(-1)^n\,(n!)^2\,h^{2n+1}}{(2n)!\,(2n+1)!}\,f^{(2n)}(\xi), \qquad a < \xi < b,$$

ist.

Es ist zu bemerken, daß in der Originalabhandlung des Herrn Petr das Zeichen $(-1)^n$ im Restglied infolge eines Schreib- oder Druckfehlers fehlt.

Um die Wichtigkeit der Petrschen Entwicklung darzutun' beobachten wir, daß das Restglied gleich $O(h^{2n+1})$ ist, während das

[1]) Časopis, **44** (1915), 454—455.

letzte Glied der vorangehenden Reihe h^n enthält; die Glieder, die $h^{n+1}, \ldots, h^{2n}$ enthalten, fehlen.

Ganz neulich hat Herr J. Gebauer[2]) verschiedene ähnliche Formeln untersucht. In der Gebauerschen Abhandlung hat der Verfasser einige Transformationen unendlicher Taylorreihen benutzt. Folglich hat er annehmen müssen, daß die Funktion $f(x)$ im Intervall von a bis b mit Einschluß der Endpunkte[3]) alle Differentialquotienten $f'(x), f''(x), \ldots$ besitzt. Ebenso hat er als ausgemacht angenommen, daß die Entwicklung

$$\int_a^x f(t)\, dt = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(x-a)^m}{m!} f^{(m-1)}(a)$$

im Intervall von a bis b mit Einschluß der Endpunkte gültig ist.

Für die Gültigkeit der Petrschen Entwicklung ist nicht notwendig, daß die Differentialquotienten $f^{(2n+1)}(x), f^{(2n+2)}(x), \ldots$ existieren. Ferner ist es noch nicht bewiesen worden, daß die Gebauersche Reihe und das Petrsche Restglied äquivalent sind. Aus diesem Grunde habe ich mich entschieden, notwendige und hinreichende Bedingungen für die Gültigkeit der Petrschen Entwicklung zu untersuchen. Daher gebe ich in dieser Abhandlung zwei Erforschungen[4]) dieser Entwicklung an.

II. Ich schreibe die Entwicklung in der Form:

$$F(b) - F(a) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k h^{k+1} [F^{(k+1)}(a) + (-1)^k F^{(k+1)}(b)] + R_n,$$

wobei

$$h = b - a,$$

$$A_k = \frac{(2n-k-1)!\, n!}{(k+1)!\,(n-k-1)!\,(2n)!},$$

$$R_n = \frac{(-1)^n (n!)^2 h^{2n+1}}{(2n)!\,(2n+1)!} F^{(2n+1)}(\xi), \quad a < \xi < b$$

ist. Ist $f(x)$ ein Differentialquotient, dessen Integral $F(x)$ ist, so kommt die Petrsche Entwicklung heraus. Es ist merkwürdig, daß man die Petrschen Werte der Koeffizienten A_{2k-1}, A_{2k} im einfachen obenerwähnten Ausdrucke zusammenfassen kann. Um diese Verbindung zu beweisen, beobachten wir, daß

$$1 \,.\, 3 \,.\, 5 \ldots (2m-1) = \frac{(2m)!}{2^m \,.\, m!}$$

---

[2]) Časopis, 63 (1934), 152—166.

[3]) Im Anschluß an G. Kowalewski und H. Hahn bezeichne ich mit (a, b) das Intervall ohne die Endpunkte, mit $[a, b]$ das Intervall einschließlich der Endpunkte.

[4]) Herr Petr hat mir mitgeteilt, daß meine Beweise und der seinige verschieden sind.

ist. Folglich haben wir

$$\binom{n-k}{k} \frac{1}{2\,(4n-2)\,6\,(4n-6)\ldots(4k-2)\,(4k-4k+2)} =$$

$$= \frac{(n-k)!}{k!\,(n-2k)!\,2^{2k}} \cdot \frac{1\,.\,3\ldots(2n-2k-1)}{1\,.\,3\ldots(2k-1)\,.\,1\,.\,3\ldots(2n-1)} =$$

$$= \frac{(n-k)!}{k!\,(n-2k)!\,2^{2k}} \cdot \frac{(2n-2k)!\,2^k\,.\,k!\,2^n\,.\,n!}{(2k)!\,(2n)!\,2^{n-k}\,.\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{(2n-2k)!\,n!}{(2k)!\,(n-2k)!\,(2n)!} = A_{2k-1}$$

nach der neuen Definition von A_k. Ebenso haben wir

$$\binom{n-k-1}{k} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{2\,(4n-2)\,6\,(4n-6)\ldots(4k-2)\,(4n-4k+2)\,(4k+2)} =$$

$$= \frac{(n-k-1)!}{k!\,(n-2k-1)!\,2^{2k+1}} \cdot \frac{1\,.\,3\ldots(2n-2k-1)}{1\,.\,3\ldots(2k+1)\,.\,1\,.\,3\ldots(2n-1)} =$$

$$= \frac{(n-k-1)!}{k!\,(n-2k-1)!\,2^{2k+1}} \cdot \frac{(2n-2k)!\,2^{k+1}\,.\,(k+1)!\,2^n\,.\,n!}{(2k+2)!\,(2n)!\,2^{n-k}\,.\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{(2n-2k-1)!\,n!}{(2k+1)!\,(n-2k-1)!\,(2n)!} = A_{2k}.$$

Bei meinem ersten Beweis der Petrschen Entwicklung benütze ich partielle Integration in Verbindung mit dem ersten Mittelwertsatz der Integralrechnung; beim zweiten Beweis benutze ich einen Mittelwertsatz der Differentialrechnung. Folglich sind die Bedingungen, den $F(x)$ unterworfen ist, etwas schwächer beim zweiten Beweis als beim ersten Beweis.

III. Nun zum ersten Beweis der Petrschen Entwicklung! Wir setzen noch zur Abkürzung

$$t^n\,(1-t)^n \equiv \Phi(t).$$

Also ergibt sich durch partielle Integration

$$\int_0^1 h\,F'(a+ht)\,\frac{\mathrm{d}^{2n}\Phi(t)}{\mathrm{d}t^{2n}}\,\mathrm{d}t =$$

$$= \sum_{k=0}^{2n-1} (-1)^k\,h^{k+1} \left[\frac{\mathrm{d}^{2n-k-1}\Phi(t)}{\mathrm{d}t^{2n-k-1}}\,F^{(k+1)}(a+ht)\right]_{t=0}^{t=1} +$$

$$+ h^{2n+1} \int_0^1 \Phi(t)\,F^{(2n+1)}(a+ht)\,\mathrm{d}t.$$

Für die Gültigkeit dieser Formel[5]) ist hinreichend, daß $F'(x)$, $F''(x)$. . ., $F^{(2n+1)}(x)$ im abgeschlossenen Intervall $[a, b]$ existieren und daß $F^{(2n)}(x)$ das Integral von $F^{(2n+1)}(x)$ ist.[6]) Wenn die Funktionen $F'(x), F''(x), \ldots, F^{(2n+1)}(x)$ die obigen Voraussetzungen erfüllen, so ist $F^{(2n)}(x)$ das Integral von $F^{(2n+1)}(x)$; daher ist $F^{(2n)}(x)$ eine beschränkte Funktion.[7]) Daher ist $F^{(2n-1)}(x)$ das Integral von $F^{(2n)}(x)$; usw.[8]) Bekanntlich ist die Integrierbarkeit von $F^{(2n+1)}(x)$, $F^{(2n)}(x), \ldots, F'(x)$ eine hinreichende Bedingung für die Gültigkeit der obigen partiellen Integrationen.

Jetzt vereinfachen wir die rechte Seite der obigen Formel. Es ist leicht zu erkennen, daß

$$\int_0^1 h\,F'(a + ht)\,\frac{\mathrm{d}^{2n}\Phi(t)}{\mathrm{d}t^{2n}}\,\mathrm{d}t = (-1)^n \,.\, (2n)! \int_0^1 h\,F'(a + ht)\,\mathrm{d}t =$$

$$= (-1)^n \,.\, (2n)!\,[F(b) - F(a)]$$

ist. Wir bemerken zunächst, daß

$$\frac{1}{(2n-k-1)!}\left[\frac{\mathrm{d}^{2n-k-1}\Phi(t)}{\mathrm{d}t^{2n-k-1}}\right]_{t=0}$$

gleich dem Koeffizienten von t^{2n-k-1} im Ausdrucke

$$\sum_{m=0}^{n} (-1)^m \binom{n}{m} t^{n+m}$$

ist. Ist $k = n, n + 1, \ldots, 2n - 1$, so ist dieser Koeffizient gleich Null. Ist $k = 0, 1, \ldots, n - 1$, so ist der Koeffizient gleich

$$(-1)^{n-k-1}\binom{n}{n-k-1} = (-1)^{n-k-1}\,\frac{(2n)!\,A_k}{(2n-k-1)!}.$$

Ebenso mit $t = 1 - u$ haben wir

$$\frac{1}{(2n-k-1)!}\left[\frac{\mathrm{d}^{2n-k-1}\Phi(t)}{\mathrm{d}t^{2n-k-1}}\right]_{t=1} = \frac{(-1)^{k+1}}{(2n-k-1)!}\left[\frac{\mathrm{d}^{2n-k-1}\Phi(u)}{\mathrm{d}u^{2n-k-1}}\right]_{u=0}$$

$$= 0, \qquad k = n, n + 1, \ldots, 2n - 1,$$

$$= (-1)^n\,\frac{(2n)!\,A_k}{(2n-k-1)!}, \qquad k = 0, 1, \ldots, n - 1.$$

Also erhält man

---

[5]) Vgl. E. W. Hobson, The Theory of Functions of a real Variable, 1 (1921), § 420. Die Integrale sind im Lebesgueschen Sinne gemeint.

[6]) D. h. $F^{(2n)}(x) - F^{(2n)}(a) = \int_a^x F^{(2n+1)}(t)\,\mathrm{d}t$.

[7]) Hobson, a. a. O., § 404.

[8]) Hobson, a. a. O., § 410.

$$F(b) - F(a) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k h^{k+1} \left[F^{(k+1)}(a) + (-1)^k F^{(k+1)}(b)\right] + R_n,$$

wobei

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \int_0^1 t^n (1-t)^n F^{(2n+1)}(a+ht)\, dt$$

ist.

Ist $F^{(2n+1)}(x)$ im Intervall $[a, b]$ stetig, so besagt der erste Mittelwertsatz der Integralrechnung, daß

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} F^{(2n+1)}(\xi) \int_0^1 t^n (1-t)^n \, dt$$

$$= \frac{(-1)^n (n!)^2 h^{2n+1}}{(2n)!\,(2n+1)!} F^{(2n+1)}(\xi), \qquad a < \xi < b$$

ist.[9]) Damit ist der erste Beweis der Petrschen Entwicklung vollendet.

Beiläufig zeigen wir, daß wir ziemlich viele Ausdrücke des Restgliedes aus dem Mittelwertsatz erhalten können. Z. B. sei $0 \leqq \mu \leqq n$, $0 \leqq \nu \leqq n$; dann haben wir

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \Theta^\mu (1-\Theta)^\nu F^{(2n+1)}(a+\Theta h) \int_0^1 t^{n-\mu} (1-t)^{n-\nu} \, dt$$

$$0 < \Theta < 1$$

$$= \frac{(-1)^n \Gamma(n-\mu+1)\,\Gamma(n-\nu+1)\, h^{2n+1}}{(2n)!\,\Gamma(2n-\mu-\nu+2)} \Theta^\mu (1-\Theta)^\nu F^{(2n+1)}(a+\Theta h)$$

$$= \frac{(-1)^n \Gamma(n-\mu+1)\,\Gamma(n-\nu+1)\, h^{2n-\mu-\nu+1}}{(2n)!\,\Gamma(2n-\mu-\nu+2)} \cdot$$

$$\cdot\, (\xi - a)^\mu (b-\xi)^\nu F^{(2n+1)}(\xi), \qquad a < \xi < b.$$

Allgemeiner sei der Differentialquotient $\psi'(t)$ eine in $[0, 1]$ stetige nichtverschwindende Funktion, dessen Integral $\psi(t)$ ist. Dann ist

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \cdot \Theta^n (1-\Theta)^n \cdot \frac{F^{(2n+1)}(a+\Theta h)}{\psi'(\Theta)} \int_0^1 \psi'(t)\, dt =$$

$$\frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \cdot \Theta^n (1-\Theta)^n \cdot \frac{\psi(1)-\psi(0)}{\psi'(\Theta)} F^{(2n+1)}(a+\Theta h), \quad 0 < \Theta < 1.$$

IV. Ich gründe den zweiten Beweis der Petrschen Entwicklung

[9]) Hobson, a. a. O., § 421.

auf dem Cauchyschen erweiterten Mittelwertsatz der Differentialrechnung, nämlich:

Sind die Funktionen $\chi(x)$, $\psi(x)$ in $[0, 1]$ *stetig und in* $(0, 1)$ *differenzierbar, so gibt es mindestens einen Wert* Θ $(0 < \Theta < 1)$, *so daß*

$$\{\chi(1) - \chi(0)\}\, \psi'(\Theta) = \{\psi(1) - \psi(0)\}\, \chi'(\Theta)$$

ist.[10])

Setzen wir voraus, daß die Funktionen $F(x), F'(x), \ldots, F^{(2n)}(x)$ in $[a, b]$ stetig sind und daß die Funktion $F^{(2n+1)}(x)$ in (a, b) existiert. Ferner sei

$$\psi'(t) \neq 0, \qquad 0 < t < 1.$$

Setzen wir zunächst

$$\begin{aligned}\chi(t) \equiv F(a + ht)\, \Phi^{(2n)}(t) - h\, F'(a + ht)\, \Phi^{(2n-1)}(t) + \ldots \\ + (-1)^{k+1} h^{k+1} F^{(k+1)}(a + ht)\, \Phi^{(2n-k-1)}(t) + \ldots \\ + h^{2n} F^{(2n)}(a + ht)\, \Phi(t),\end{aligned}$$

so daß

$$\chi'(t) = h^{2n+1} F^{(2n+1)}(a + ht)\, \Phi(t) = h^{2n+1} F^{(2n+1)}(a + ht)\, t^n (1 - t)^n$$

ist. Unter diesen Voraussetzungen sind die Bedingungen des Cauchyschen Mittelwertsatzes erfüllt.

Ferner haben wir

$$\begin{aligned}\frac{\chi(1) - \chi(0)}{(-1)^n \,.\, (2n)!} = F(b) - F(a) - \\ - \sum_{k=0}^{n-1} A_k h^{k+1} \left[F^{(k+1)}(a) + (-1)^k F^{(k+1)}(b)\right].\end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser letzten Gleichungen gewinnt man aus dem Cauchyschen Mittelwertsatz:

$$\begin{aligned}F(b) - F(a) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k h^{k+1} \left[F^{(k+1)}(a) + (-1)^k F^{(k+1)}(b)\right] + \\ + \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \,.\, \Theta^n (1 - \Theta)^n \,.\, \frac{\psi(1) - \psi(0)}{\psi'(\Theta)}\, F^{(2n+1)}(a + \Theta h), \\ 0 < \Theta < 1.\end{aligned}$$

V. Zum Schluß entnimmt man sehr leicht mit Hilfe meiner Form des Restgliedes einige Darstellungen des Restgliedes als unendliche Reihen. Z. B. aus der Taylorreihe erhält man

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \int_0^1 t^n (1 - t)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{h^m t^m}{m!} F^{(2n+1+m)}(a)\, dt$$

[10]) Hobson, a. a. O., § 263.

$$= \frac{(-1)^n n!\, h^{2n+1}}{(2n)!} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(n+m)!\, h^m}{m!\,(2n+1+m)!} F^{(2n+1+m)}(a),$$

was die Gebauersche Formel (25) ist.[11])

Ferner ist

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \int\limits_0^1 t^n (1-t)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{h^m (t-\frac{1}{2})^m}{m!} F^{(2n+1+m)}\left(\frac{a+b}{2}\right) dt$$

$$= \frac{(-1)^n n!\, h^{2n+1}}{(2n)!} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(n+m)!\, h^{2m}}{2^{2m} . m!\,(2n+1+2m)!} F^{(2n+1+2m)}\left(\frac{a+b}{2}\right).$$

Ich glaube, daß diese symmetrische Reihe bisher unbekannt ist.

Für die Gültigkeit dieser Darstellungen des Restgliedes ist notwendig und hinreichend, daß die Funktion $F^{(2n+1)}(a + ht)$ im Intervall $0 < t < 1$ nach Potenzen von t bzw. $t - \frac{1}{2}$ entwickelbar ist und daß die integrierten Reihen konvergieren.

*

O jednom vzorci pro numerický výpočet určitých integrálů.

(Obsah předešlého článku).

Předmětem této práce je důkaz vzorce

$$F(b) - F(a) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k h^{k+1} [F^{(k+1)}(a) + (-1)^k F^{(k+1)}(b)] + R_n,$$

kdež

$$h = b - a,$$

$$A_k = \frac{(2n-k-1)!\, n!}{(k+1)!\,(n-k-1)!\,(2n)!},$$

$$R_n = \frac{(-1)^n h^{2n+1}}{(2n)!} \int\limits_0^1 t^n (1-t)^n F^{(2n+1)}(a + ht)\, dt,$$

kterýžto vzorec jest nepodstatnou modifikací vzorce, jejž v tomto časopise bez důkazu otiskl K. Petr.[1])

Můj důkaz spočívá na $2n$-násobné částečné integraci uvedeného výrazu pro R_n. Petrův tvar se potom obdrží použitím první věty o střední hodnotě integrálního počtu.

Tento článek obsahuje také důkaz, v němž metody integrálního počtu jsou nahrazeny metodami počtu diferenciálního. Tento druhý důkaz má tu výhodu, že se při něm požadují od funkce $F(x)$ podmínky poněkud méně omezující než při prvním důkazu.

[11]) Gebauer, a. a. O., S. 156.

[1]) Časopis **44** (1915), 454—455.

Sur la dérivabilité des fonctions à variation bornée.

Bohuš Jurek, Žilina.

(Reçu le 4. décembre 1934.)

§ 1.

Soit $f(x)$ une fonction à variation bornée, définie dans l'intervalle (a, b) et $x_1, x_2, x_3, \ldots$ une suite épuisant l'ensemble des points de discontintinuité de $f(x)$.

Posons:

$$f(x+0) - f(x) = \varphi_1(x),$$
$$f(x) - f(x-0) = \varphi_2(x),$$
$$\Phi_1(x) = \sum_{a \leq x_j < x} \varphi_1(x_j), \quad \Phi_2 = \sum_{a < x_j \leq x} \varphi_2(x_j),$$
$$\psi(x) = f(x) - \Phi_1(x) - \Phi_2(x).$$

$\psi(x)$ est une fonction continue à variation bornée (voir par ex. Leçons sur l'intégration par H. Lebesgue, Paris 1928, p. 61.) $f(x) - \psi(x)$ est dite la fonction des sauts de $f(x)$, $\psi(x)$ la partie continue de $f(x)$.

J'ai démontré[1]) le théorème suivant:

Prémisse: $0 < \alpha < 1$, les séries

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\,\varphi_1(x_k)\,|^\alpha, \quad \sum_{k=1}^{\infty} |\,\varphi_2(x_k)\,|^\alpha,$$

sont convergentes.

Thèse: L'ensemble des points ξ, où la partie continue $\psi(x)$ de $f(x)$ possède une dérivée et qui ne remplissent pas la condition

$$\psi'(\xi) = f'(\xi),$$

est de mesure nulle et de dimension haussdorffienne au plus égale à α.

---

[1]) Voir mon mémoire „Sur la dérivabilité des fonctions discontinues", Věstník Král. Č. Spol. Nauk, classe II, 1931, mémoire XXVII, page 17.

Je vais démontrer que le théorème cité plus haut est valable aussi pour certaines fonctions plus générales que les fonctions $x^\alpha (0 < \alpha < 1)$. J'ai l'honneur de remercier ici M. le prof. Jarník qui a revu mon travail et qui a simplifié surtout la démonstration du lemme 2.

Théorème 1. Prémisse:

1° $\lambda(x)$ définie pour $x \geqq 0$, continue pour $x > 0$, croissante, $\lambda(0) = \lambda(0 + 0) = 0$, $x^{-1}\,\lambda(x)$ non croissante.

2° $x_1, x_2, x_3, \ldots$ une suite qui épuise l'ensemble D des points de discontinuité de $f(x)$ à variation bornée, définie dans (a, b).

Les séries

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda(|\,\varphi_1(x_k)\,|), \quad \sum_{k=1}^{\infty} \lambda(\,|\,\varphi_2(x_k)\,|\,),$$

sont convergentes.

Thèse: On peut couvrir l'ensemble des points ξ, où la partie continue $\psi(x)$ de $f(x)$ possède une dérivée et pour lesquels l'équation

$$\psi'(\xi) = f'(\xi),$$

n'est pas valable, par une infinité dénombrable d'intervalles des longueurs Δ_n tels que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(\Delta_n) < \varepsilon,$$

ε étant un nombre positif donné d'avance.[2])

Lemme 1.

Prémisse: $\lambda(x)$ remplit les conditions du théorème 1; $a_1, a_2, \ldots$ est une suite de constantes positives telle que $\lambda(a_1) + \lambda(a_2) + \ldots$ est convergente.

Thèse: On peut trouver une suite de constantes positives $b_1, b_2, b_3, \ldots$ telle que $\lambda(b_1) + \lambda(b_2) + \ldots$ est convergente et

$$\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0.$$

---

[2]) En retranchant la partie continue $\psi(x)$ de la fonction $f(x)$, on obtient précisément la fonction des sants $\Phi_1(x) + \Phi_2(x)$; en appliquant le théorème 1 à cette fonction, on voit que, sous les conditions indiquées, la fonction des sauts de la fonction $f(x)$ possède une dérivée égale à zéro partout sauf dans un ensemble qui, pour chaque $\varepsilon > 0$, peut être couvert par une infinité dénombrable d'intervalles dont les longueurs Δ_n satisfont à l'inégalité

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(\Delta_n) < \varepsilon.$$

Démonstration. Désignons

$$S_m = \sum_{n=1}^{m} \lambda(a_n), \quad \sigma_m = \sum_{n=m+1}^{\infty} \lambda(a_n).$$

Soit $0 < q' < 1 < q$ et $qq' < 1$. Trouvons pour tout entier positif k un nombre n_k tel que $\sigma_{n_k} < q'^k$. La série

$$\Sigma = S_{n_1} + (S_{n_2} - S_{n_1})\, q + (S_{n_3} - S_{n_2})\, q^2 + \ldots$$

est convergente parce que

$$S_{n_k} - S_{n_{k-1}} < \sigma_{n_{k-1}} \quad \text{pour } k = 2, 3, \ldots$$

et

$$S_{n_1} + \sum_{k=1}^{p} (S_{n_{k-1}} - S_{n_k})\, q^k < S_{n_1} + \sum_{k=1}^{p} \sigma_{n_k} q^k < S_{n_1} + \sum_{k=1}^{p} q'^k q^k$$

pour tout p entier positif.

On peut écrire

$$\sum = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\, \lambda(a_n) \quad \text{où} \quad c_n \geqq 1, \ \lim_{n=\infty} c_n = \infty.$$

Trouvons maintenant un entier positif N tel que $c_n\, \lambda(a_n) < \lambda(1)$, $c_n > 1$ pour tout $n > N$. Soient $b_1, b_2, \ldots, b_N$ des nombres positifs et $c_n\, \lambda(a_n) = \lambda(b_n)$ pour $n > N$. Un tel choix des nombres b_n est possible parce que $\lambda(x)$ prend dans l'intervalle $(0, 1)$ toute valeur de l'intervalle $[0, \lambda(1)]$. $\lambda(x) \,.\, x^{-1}$ étant non croissante et $\lambda(x)$ étant croissante, on a pour $n > N$

$$\frac{\lambda(b_n)}{b_n} \leqq \frac{\lambda(a_n)}{a_n}, \quad \frac{a_n}{b_n} \leqq \frac{\lambda(a_n)}{\lambda(b_n)} = \frac{1}{c_n}$$

et par suite

$$\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0.$$

La série $\lambda(b_1) + \lambda(b_2) + \ldots$ est convergente parce qu'elle est identique à la série $c_1\, \lambda(a_1) + c_2\, \lambda(a_2) + \ldots$ Notre thèse est démontrée.

Lemme 2.

Prémisse: $A_1 + A_2 + A_3 + \ldots$ *une série convergente de constantes positives,* $x_1, x_2, x_3, \ldots$ *une suite infinie de points différents entre eux,* $R \equiv (-\infty, +\infty)$.

Thèse: *Il existe un système fini ou dénombrable d'intervalles ouverts* $K_1, K_2, K_3, \ldots$ *sans points communs deux à deux, qui possède les propriétés suivantes*:

1° La longueur Δ_n de K_n est la somme d'un nombre fini où d'une infinité de constantes A_k, chaque A_k ne figurant qu'une fois dans les expressions des Δ_n.

2° Soit $h > 0$; si $x \in R - \sum_n K_n$ et si $x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, \ldots$ $(k_1 < < k_2 < k_3 < \ldots)$ sont tous les points de la suite $x_1, x_2, \ldots$ qui sont situés dans $(x, x + h >$, on a

$$\sum_n A_{k_n} \leqq h.$$

Démonstration. Démontrons, tout d'abord, l'existence d'une suite d'ensembles $E_1, E_2, E_3, \ldots$ jouissante des propriétés suivantes:

Propriété (a_1): E_1 est un intervalle ouvert de longueur A_1.

Propriété (an) $(n > 1)$: $E_n = E_{n-1} + I_n$, où I_n est un intervalle ouvert, dont les extrémités n'appartiennent pas à E_{n-1} et tel que $m(I_n - I_n \cdot E_{n-1}) = m(E_n - E_{n-1}) = A_n$. ($mE$ signifie la mesure lebesguienne de l'ensemble E.)

Propriété (bn) $(n \geqq 1)$: Si $x \in R - E_n$, si $h > 0$ et si x_{m_1}, $x_{m_2}, \ldots, x_{m_\lambda}$ $(m_1 < m_2 < m_3 < \ldots < m_\lambda)$ sont ceux parmi les points $x_1, x_2, \ldots, x_n$ qui sont situés dans $(x, x + h>$, on a

$$m\,[E_n \cdot (x, x + h>] \geqq \sum_{p=1}^{\lambda} A_{m_p}.$$

Prenons $E_1 \equiv (x_1 - A_1, x_1)$; donc les propriétés $(a1)$, $(b1)$ sont vraies (car, si $x \in R - E_1$ et si $x_1 \in (x, x + h >$, on a $x \leqq x_1 - A_1$, $x + h \geqq x_1$, donc $m\,[E_1 (x, x + h >] \geqq A_1$). Supposons maintenant les ensembles E_k définis et les conditions (ak), (bk) réalisées pour tout $k < n$ $(n > 1)$. Pour définir E_n, procédons comme il suit: Soit δ le plus grand nombre positif tel que

$$m\,[(R - E_{n-1})(x_n - \delta, x_n)] = A_n. \qquad (\alpha)$$

En conséquence de (ak), chaque E_k $(k < n)$ est une somme d'un nombre fini d'intervalles ouverts et finis; donc $x_n - \delta \in R - E_{n-1}$. Soit $\eta = 0$ si $x_n \in R - E_{n-1}$; au contraire, si $x_n \in E_{n-1}$, soit $\eta > 0$ le plus grand nombre tel que $(x_n, x_n + \eta) \subset E_{n-1}$, donc $x_n + \eta \in \in R - E_{n-1}$. Posons $I_n = (x_n - \delta,\ x_n + \eta)$; évidemment, on a $m\,(I_n - E_{n-1} \cdot I_n) = A_n$, donc la condition (an) est satisfaite. Soit maintenant $x \in R - E_n$ (donc aussi $x \in R - E_k$ pour $k < n$); soit $h > 0$. Désignons par $x_{m_1}, x_{m_2}, \ldots, x_{m_\lambda}$ $(m_1 < m_2 < \ldots < m_\lambda)$ tous les points de la suite $x_1, x_2, \ldots, x_n$, situés dans $(x, x + h>$. Si $m_\lambda < n$, on a d'après $[b(n-1)]$

$$m\,[E_n (x, x + h >] \geqq m\,[E_{n-1} (x, x + h >] \geqq \sum_{p=1}^{\lambda} A_{m_p};$$

si $m_\lambda = n$, on a $x \leqq x_n - \delta$, $x + h \geqq x_n$, $(x_n - \delta, x_n) \subset (x, x + h >$ et de plus $(x_n - \delta, x_n) \subset E_n$; par suite, on a aussi

$$\begin{aligned} m\,[E_n\,(x, x+h>] &\geqq m\,[E_{n-1}\,(x, x+h>] + \\ &+ m\,[(E_n - E_{n-1})\,(x_n - \delta, x_n)] \geqq \\ &\geqq \sum_{p=1}^{\lambda-1} A_{m_p} + m\,[(R - E_{n-1})\,(x_n - \delta, x_n)]. \end{aligned}$$

La dernière grandeur étant égale à A_n [voir (α)] on obtient la propriété (bn).

Posons maintenant $E = \sum_{n=1}^{\infty} E_n$. L'ensemble E est ouvert, donc $E = \sum_n K_n$, où les K_n sont des intervalles ouverts et disjoints. Nous allons démontrer que les K_n satisfont aux conditions de la thèse. Soit $K_l = (\alpha_l, \beta_l)$, $K_r = (\alpha_r, \beta_r)$, $r \neq l$. On a $\alpha_l \in R - E$, d'où vient $\alpha_l \in R - E_n$ pour chaque n et de même $\beta_l \in R - E_n$, $\alpha_r \in R - E_n$, $\beta_r \in R - E_n$.

On a

$$K_l = K_l E_1 + \sum_{n=2}^{\infty} K_l\,(E_n - E_{n-1}),$$

$$K_r = K_r E_1 + \sum_{n=2}^{\infty} K_r\,(E_n - E_{n-1}).$$

E_1 étant un intervalle, on a ou bien $K_l E_1 = K_r E_1 = 0$ ou bien $K_l E_1 = E_1$, $K_r E_1 = 0$, ou bien $K_l E_1 = 0$, $K_r E_1 = E_1$. Alors une des grandeurs $mK_l E_1$, $mK_r E_1$ est égale à zéro, l'autre à zéro où à A_1. Pour $n > 1$ remarquons que l'on a ou bien $I_n K_l = 0$ ou bien $I_n \subset K_l$ et de même pour K_r, le cas $I_n \subset K_r$, $I_n \subset K_l$ étant exclu. Si $I_n K_l = 0$, on a $(E_n - E_{n-1})\,K_l = 0$ (car $E_n - E_{n-1} \subset I_n$). Si $I_n \subset K_l$, on a

$$(E_n - E_{n-1})\,K_l = E_n - E_{n-1} = I_n - I_n E_{n-1},$$

donc $m\,[(E_n - E_{n-1})\,K_l] = A_n$. Alors $m\,[(E_n - E_{n-1})\,K_l]$ et de même $m\,[(E_n - E_{n-1})\,K_r]$ est égale à zéro ou à A_n, le cas

$$m\,[(E_n - E_{n-1})\,K_l] = m\,[(E_n - E_{n-1})\,K_r] = A_n$$

étant exclu. On a donc, en effet,

$$mK_l = \sum_i A_{\lambda_i}, \qquad mK_r = \sum_j A_{\mu_j},$$

où $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots$, $\mu_1 < \mu_2 < \ldots$ et $\lambda_i \neq \mu_j$ pour chaque couple $[i, j]$.

Soit maintenant $h > 0$, $x \in R - \Sigma K_n$; soit $x_{k_1}, x_{k_2}, \ldots$ ($k_1 < < k_2 < \ldots$) la suite de tous les nombres $x_1, x_2, \ldots$ qui sont situés dans $(x, x + h >)$; soit $\varepsilon > 0$. Il existe un $s > 0$ tel que

$$\sum_{i \leqq s} A_{k_i} > \sum_i A_{k_i} - \varepsilon.$$

On a $x \in R - E_{k_s}$, donc, d'après (bs)

$$h \geqq m\,[E_{k_s}(x, x + h >] \geqq \sum_{i \leqq s} A_{k_i} > \sum_i A_{k_i} - \varepsilon, \quad \sum_i A_{k_i} \leqq h.$$

Le lemme 2 est démontré.

Remarque 1. Il est évident que le lemme 2 reste vrai aussi si l'on remplace la condition $h > 0$ par $h < 0$, pourvu qu'on remplace l'inégalité

$$\sum_n A_{k_n} \leqq h \text{ par } \sum_n A_{k_n} \leqq |\,h\,|\,.$$

Lemme 3.

Prémisse: $A_k \geqq 0$ *pour tout entier positif* k; $\omega(x)$ *définie et croissante pour* $x \geqq 0$, $\omega(0) = 0$, $x^{-1}\,\omega(x)$ *est non croissant, la série* $\sum_{n=1}^{\infty} \omega(A_n)$ *est convergente.*

Thèse: La série $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$ *est convergente.*

Démonstration. On a $\lim A_n = 0$ pour $\lim n = \infty$ (car autrement on n'aurait pas $\lim \omega(A_n) = 0$ pour $\lim n = \infty$]. Il existe un $\alpha > 0$ tel que $A_n \leqq \alpha$ pour chaque n et par suite

$$\frac{\omega(A_n)}{A_n} \geqq \frac{\omega(\alpha)}{\alpha},$$

$$A_n \leqq \frac{\alpha}{\omega(\alpha)}\,\omega(A_n)$$

pour chaque n pour lequel $A_n \neq 0$. Mais, on a $\omega(0) = 0$ et la dernière inégalité reste vraie aussi pour $A_n = 0$. La série $\omega(A_1) + + \omega(A_2) + \ldots$ étant convergente, la série $A_1 + A_2 + \ldots$ est aussi convergente.

Lemme 4.

Prémisse: 1° $\vartheta(x)$ *définie pour* $x \geqq 0$, *continue pour* $x > 0$, *croissante pour* $x \geqq 0$, $\vartheta(0) = \vartheta(+0) = 0$.

2° $a_k \geqq 0$ *pour* $k = 1, 2, 3, \ldots$

3^0 *La série* $\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta(a_n)$ *est convergente.*

Thèse:

$$\lim_{c=+0} \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta(ca_n) = 0.$$

Démonstration. On peut trouver pour tout $\varepsilon < 0$ un m tel que

$$0 < \sum_{n=m+1}^{\infty} \vartheta(a_n) < \tfrac{1}{2}\varepsilon. \tag{1}$$

Soit a_λ le plus grand des nombres $a_1, a_2, \ldots, a_m$. Il existe un nombre positif $K < 1$ tel que

$$0 < \vartheta(ca_\lambda) < \frac{\varepsilon}{2m},$$

pour tout c qui satisfait à l'inégalité $0 < c < K$; cela vient du fait que $\vartheta(+0) = \vartheta(0) = 0$. On a pour $k \leqq m$ et pour $0 < c < K$

$$ca_k \leqq ca_\lambda,$$

$$\vartheta(ca_k) \leqq \vartheta(ca_\lambda) < \frac{\varepsilon}{2m},$$

$$\sum_{n=1}^{m} \vartheta(ca_n) < \tfrac{1}{2}\varepsilon.$$

De plus, on a pour $0 < c < K$ et pour $n = 1, 2, 3, \ldots$

$$ca_n < a_n,$$

et d'après (1)

$$\sum_{n=m+1}^{\infty} \vartheta(ca_n) < \tfrac{1}{2}\varepsilon,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta(ca_n) < \varepsilon.$$

Lemme 5.

Prémisse du lemme 3.

Thèse:

$$\omega\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leqq \sum_{n=1}^{\infty} \omega(A_n).$$

Démonstration. Notre affirmation est évidente si $A_k = 0$ pour tout k considéré. Supposons qu'il existe des k pour lesquels

$A_k \neq 0$. Soit pour tout k pour lequel $A_k \neq 0$

$$\frac{\omega(A_k)}{A_k} = B_k \text{ et soit } \frac{\omega\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n\right)}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} A_n} = B.$$

Pour tout k tel que $A_k = 0$ soit $B_k = B$. On a $B_k \geqq B$ pour tout entier positif k. Nous pouvons écrire

$$\omega\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) = BA_1 + BA_2 + BA_3 + \ldots,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \omega(A_n) = B_1A_1 + B_2A_2 + B_3A_3 + \ldots,$$

$$\omega\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leqq \sum_{n=1}^{\infty} \omega(A_n).$$

Démonstration du théorème 1. Considérons la fonction $\varphi_i(x)$ ($i = 1$ ou $i = 2$). Soit $a_n = |\varphi_i(x_n)|$. Trouvons (lemme 1) une suite de constantes positives $b_1, b_2, b_3, b_4, \ldots$ telle que $\lambda(b_1) + \lambda(b_2) + \lambda(b_3) + \ldots$ est convergente et

$$\lim_{n=\infty} \frac{|\varphi_i(x_n)|}{b_n} = \lim_{n=\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0. \tag{2}$$

Soit $0 < c < 1$. Soit E_c^1 l'ensemble des points des intervalles K_n du lemme 2, où $A_k = cb_k$. On peut appliquer le lemme 2 car la série $\lambda(b_1) + \lambda(b_2) + \ldots$ est convergente et par suite (voir lemme 3) la série $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$ est aussi convergente. Trouvons aussi l'ensemble E_c^2 jouissant de la même propriété par rapport à $h < 0$ (voir le lemme 2 et la remarque 1). Désignons $M_c = E_c^1 + E_c^2$ et $E = \prod\limits_{c>0} M_c$.

Soit x un point n'appartenant pas à $E + D$ (voir la prémisse du théorème 1). Il existe un K tel que $0 < K < 1$ et que x n'appartient pas à $D + M_K$. D'après le lemme 2, on a

$$\sum_n Kb_n \leqq |h|,$$

où la sommation porte sur toutes les valeurs de n telles que $x_n \in (x, x + h>$. En utilisant ce dernier résultat, nous pouvons écrire (pour les mêmes valeurs de n)

$$\left| \frac{\Phi_i(x+h) - \Phi_i(x)}{h} \right| \leqq \frac{\sum_n |\varphi_i(x_n)|}{K \sum_n b_n} = \frac{\sum_n a_n}{K \sum_n b_n}.$$

Si $|h|$ tend vers zéro, le plus petit des nombres n considérés croit à l'infini. D'après (2), on peut pour tout $\varepsilon > 0$ trouver un η tel que pour $0 < |h| < \eta$ et pour chaque n, pour lequel x_n tombe dans l'intervalle $(x, x + h >)$, on a

$$\frac{a_n}{b_n} < K\varepsilon.$$

On obtient en sommant les inégalités $a_n < \varepsilon K b_n$

$$\frac{\sum_n a_n}{K \sum_n b_n} < \varepsilon,$$

$$\left| \frac{\Phi_i(x+h) - \Phi_i(x)}{h} \right| < \varepsilon.$$

La fonction $\Phi_i(x)$ possède une dérivée (égale à zéro) aux points de (a, b) n'appartenant pas à $E + D$. Construisons maintenant l'ensemble E pour $i = 1, 2$ (voir le commencement de la démonstration) et soit M la somme de ces ensembles. On a

$$\Phi_1(x) + \Phi_2(x) = f(x) - \psi(x).$$

Si ξ est un point de (a, b) qui n'appartient pas à $M + D$, nous pouvons écrire

$$\Phi'_1(\xi) = \Phi'_2(\xi) = 0.$$

Supposons que $\psi(x)$ est dérivable pour un des points ξ. On a dans ce cas

$$0 = \frac{d}{dx} [f(x) - \psi(x)]_{x=\xi} = f'(\xi) - \psi'(\xi),$$

$$f'(\xi) = \psi'(\xi).$$

On peut couvrir l'ensemble $M + D$ par un nombre fini ou par une infinité dénombrable d'intervalles tels que

$$\sum_n \lambda(\Delta_n) < \varepsilon,$$

Δ_n étant la longueur de l'intervalle n-ième et ε un nombre positif donné d'avance. En effet, soit $\varepsilon > 0$ et $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ une suite de constantes positives telle que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(\alpha_n) < \tfrac{1}{5}\varepsilon;$$

soit c tel que l'on a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(cb_n) < \tfrac{1}{5}\varepsilon,$$

pour b_n correspondant à $\varphi_i(x_n)$ pour $i = 1, 2$. (Un tel c existe d'après lemme 4.) Entourons maintenant tout point x_k par un intervalle de longueur α_k et couvrons l'ensemble M par les ensembles $E_c{}^\mu$ pour $i = 1, 2, \mu = 1, 2$. Tout intervalle I composant $E_c{}^\mu$ a pour mesure le nombre

$$mI = \sum_k cb_k,$$

où le même k n'intervient qu'une seule fois. On a (voir lemme 5)

$$\lambda(mI) = \lambda\left(\sum_k cb_k\right) \leqq \sum_k \lambda(cb_k).$$

Désignons par $b_n{}^{(i)}$ les nombres b_n appartenant à $\varphi_i(x_n)$. Alors,

$$\sum \lambda(mI) \leqq 2\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(cb_n{}^{(1)}) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(cb_n{}^{(2)}) < \tfrac{1}{5}4\varepsilon.$$

La somme des valeurs $\lambda(x)$, où x parcourt les longueurs de tous les intervalles couvrant $M + D$ est plus petit que ε. Le théorème 1 est démontré.

§ 2.

Soit $f(x)$ une fonction qui possède une limite de gauche dans l'intervalle $(a, b>$ et une limite de droite dans l'intervalle $<a, b)$. S'il est possible de couvrir l'ensemble des points, où $f(x)$ ne possède pas de dérivée, par une infinité dénombrable d'intervalles I_n tels que [$\lambda(x)$ remplit les cond. 1 du théorème 1]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(mI_n) < \varepsilon,$$

quel petit que soit $\varepsilon > 0$, nous dirons que $f(x)$ a la **propriété** P par rapport à $\lambda(x)$. Le théorème 1 nous conduit à la question, si la condition 2 de la prémisse de ce théorème soit nécessaire pour que la fonction $f(x)$ aie la propriété P par rapport à $\lambda(x)$. La réponse à cette question est négative. On peut pour $\lambda(x)$ donné trouver une fonction $f(x)$, définie dans un certain intervalle (a, b), telle que, $x_1, x_2, \ldots$ étant une suite épuisant l'ensemble des points de discontinuité de $f(x)$ dans (c, d), les séries

$$\sum_{n=1}^{\infty} | f(x_n + 0) - f(x_n) | , \quad \Sigma \, | f(x_n - 0) - f(x) | ,$$

sont divergentes quel que soit $(c, d) \subset (a, b)$ et $f(x)$ a la propriété P par rapport à $\lambda(x)$.

Pour pouvoir construire une telle fonction, nous allons démontrer la thèse suivante: On peut pour toute fonction $\omega(x)$, définie pour $x \geqq 0$, continue, croissante et telle que $\omega(0 + 0) = \omega(0) = 0$, trouver une suite de constantes rationnelles positives $a_1, a_2, a_3, \ldots$ telle que la série $\omega(a_1) + \omega(a_2) + \ldots$ est convergente. En effet, il suffit de choisir pour tout n naturel un $a_n > 0$ tel que $\omega(a_n) < n^{-2}$.

Prémisses et conventions.

1⁰ $\omega(x)$ continue, croissante, $\omega(0 + 0) = \omega(0) = 0$, $x^{-1}\,\omega(x)$ décroissant.

2⁰ a_k rationnel, positif pour $k = 1, 2, \ldots, \Sigma\, \omega(a_n)$ convergente.

3⁰ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ une suite épuisant l'ensemble des nombres $r\alpha$ (α fixe, irrationnel, r variable, rationnel) qui tombent dans l'intervalle (a, b); $\alpha_m \neq \alpha_n$ pour $m \neq n$.

4⁰ $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$ une suite décroissante de constantes rationnelles, positives, tendant vers zéro; $\delta_1 + \delta_2 + \ldots$ est divergente; $x_{m,n} = \alpha_m + \frac{1}{2} a_m \delta_n$ pour $m = 1, 2, 3, \ldots$ et $n = 1, 2, 3, \ldots$; $I_{m,n} \equiv (\alpha_m, \alpha_m + a_m \delta_n)$.

On voit aisément qu'on a $I_{m,n+1} \subset I_{m,n}$ pour chaque couple d'entiers positifs $[m, n]$. Nous allons démontrer que la relation $x_{p,q} = x_{m,n}$ a lieu si $m = p$, $n = q$ et dans ce cas seulement. D'après la prémisse, l'égalité $\alpha_m = \alpha_p$ n'est vraie que si l'on a $m = p$. Prenons $\alpha_m = r_m \alpha$, $\alpha_p = r_p \alpha$ (r_m, r_p rationnels). Si l'égalité $x_{m,n} = x_{p,q}$ a lieu, on aura

$$\alpha_m + \tfrac{1}{2} a_m \delta_n = \alpha_p + \tfrac{1}{2} a_p \delta_q,$$
$$\alpha\,(r_m - r_p) = \tfrac{1}{2}\,(a_p \delta_q - a_m \delta_n).$$

L'égalité est impossible si $r_m \neq r_p$. Dans ce cas le premier membre serait irrationnel, le second rationnel. Si $r_m = r_p$ et (par suite) $m = p$, on a

$$\tfrac{1}{2} a_p\,(\delta_q - \delta_n) = 0,$$
$$\delta_q = \delta_n, \quad q = n.$$

Définition. Soit $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \ldots$ une série divergente de nombres positifs telle que

$$\lim_{n=\infty} \frac{\gamma_n}{\delta_n} = 0.$$

Considérons la fonction suivante:

$$f(x_{m,n}) = \frac{1}{m}\, a_m \gamma_n,$$

pour $x_{m,n}$ qui tombe dans l'intervalle $< a, b >$; pour les autres points x de l'intervalle $< a, b >$ soit $f(x) = 0$. Soit $x_1, x_2, x_3, \ldots$ une suite épuisant l'ensemble des points $x_{m,n}$ qui tombent dans l'intervalle (a, b); $x_p \neq x_q$ si $p \neq q$. Soit (c, d) un intervalle quelconque à l'intérieur de (a, b). Je dis que les séries $\Sigma \mid f(x_n + 0) - f(x_n) \mid$ et $\Sigma \mid f(x_n) - f(x_n - 0) \mid$ (d'ailleurs identiques) pour les x_n qui tombent dans (c, d) sont divergentes. L'intervalle (c, d) contient un des intervalles $I_{m,n}$. Cela vient du fait que (c, d) contient un des points α_m. Celui-ci forme l'extrémité gauche de tout intervalle $I_{m,n}$ (n variable) et par suite aussi d'un intervalle $I_{m,k}$ qui est contenu dans (c, d); si $c < d$, on trouvera un tel intervalle en réalisant la condition

$$\alpha_m + a_m \delta_k < d.$$

L'intervalle $I_{m,k}$ contient les points $x_{m,k}, x_{m,k+1}, x_{m,k+2}, \ldots$ et la série

$$\sum_{n=k}^{\infty} \mid f(x_{m,n}) - f(x_{m,n} - 0) \mid = \sum_{n=k}^{\infty} \mid f(x_{m,n} + 0) - f(x_{m,n}) \mid =$$
$$= \frac{a_m}{m} \sum_{n=k}^{\infty} \gamma_n,$$

est divergente. Par suite, la série $\Sigma \mid f(x_p + 0) - f(x_p) \mid$ et la série $\Sigma \mid f(x_p) - f(x_p - 0) \mid$ pour les x_p qui tombent dans (c, d) est aussi divergente.

Désignons par M l'ensemble des points de l'intervalle (a, b) qui appartiennent à une infinité d'intervalles $I_{m,n}$ sans appartenir à l'ensemble des nombres $x_{p,q}$. Je dis que $f(x)$ possède une derivée partout dans (a, b) sauf aux points de M et aux points $x_{p,q}$. Soit ξ un point au dehors de ces deux ensembles et soit $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots$ une suite tendant vers ξ. On a

$$\lim_{p=\infty} \frac{f(\xi_p) - f(\xi)}{\xi_p - \xi} = \lim_{p=\infty} \frac{f(\xi_p)}{\xi_p - \xi} = 0.$$

La dernière égalité vient du fait que tout ξ_p, pour lequel $f(\xi_p) \neq 0$, est égal à un $x_{m,n}$. On a pour toute couple des entiers positifs m, n sauf peut-être un nombre fini

$$\mid x_{m,n} - \xi \mid \geq \tfrac{1}{2} a_m \delta_n,$$
$$\left| \frac{f(x_{m,n}) - f(\xi)}{x_{m,n} - \xi} \right| = \frac{f(x_{m,n})}{\mid x_{m,n} - \xi \mid} \leq \frac{2}{m} \frac{\gamma_n}{\delta_n}.$$

Si $p \to \infty$, un des nombres m, n croît à l'infini et le second membre de la dernière inégalité tend vers zéro.

Je démontrerai que l'on peut couvrir l'ensemble des nombres de l'intervalle (a, b) pour lesquels $f(x)$ n'a pas de dérivée par une infinité dénombrable d'intervalles I_n tels que $\sum_{n=1}^{\infty} \omega(mI_n) < \varepsilon$, ε étant un nombre positif donné d'avance. Couvrons l'ensemble des nombres $x_{m,n}$ par une infinité dénombrable d'intervalles I'_k tels que $\Sigma\, \omega(mI'_k) < \frac{1}{3}\varepsilon$. Trouvons un entier positif p tel que

$$\sum_{r=p+1}^{\infty} \omega(a_r\delta_1) < \tfrac{1}{3}\,\varepsilon,$$

et un entier positif q tel que

$$\sum_{m=1}^{p} \omega(a_m\delta_q) < \tfrac{1}{3}\varepsilon,$$

(voir lemme 4). Alors, la somme des valeurs $\omega(x)$ pour les longueurs des intervalles I'_k pour $k = 1, 2, 3, \ldots$, des intervalles I_{k1} pour $k = p + 1, p + 2, \ldots$ et I_{mq} pour $m = 1, 2, \ldots, p$ est plus petite que ε. La fonction $f(x)$ possède une dérivée pour tout point au dehors de ces intervalles. Elle a la propriété P par rapport à $\omega(x)$.

Donc, la condition 2. du théorème 1. n'est pas nécessaire pour que la fonction $f(x)$ aie la propriété P par rapport à $\lambda(x)$. Néanmoins, le résultat exprimé par le théorème 1 est, dans un certain sens, définitif; cette circonstance est exprimée par le théorème suivant:

Théorème 2. Prémisse: $\lambda(x)$, $\mu(x)$ *continues, croissantes pour* $x > 0$, $\lambda(0) = \lambda(0 + 0) = \mu(0) = \mu(0 + 0) = 0$, $x^{-1}\,\lambda(x)$, $x^{-1}\,\mu(x)$, $\dfrac{\lambda(x)}{\mu(x)}$ *non croissantes pour* $x > 0$,

$$\lim_{x=0+0} \frac{\mu(x)}{\lambda(x)} = 0.$$

Thèse: Il existe une fonction des sauts $f(x)$ *définie dans* $(0, 1)$ *telle que les séries*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mu[|\,\varphi_1(x_k)\,|], \quad \sum_{k=1}^{\infty} \mu\,[|\,\varphi_2(x_k)\,|]$$

(voir la notation du théorème 1) sont convergentes et qui n'a pas la propriété P *par rapport à* $\lambda(x)$. (Évidemment, $f(x)$ à la propriété P par rapport à $\mu(x)$, d'après le théorème *1*.)

Pour démontrer ce théorème, nous allons utiliser le théorème suivant de M. Jarník.[3])

Théorème. Soit $\omega(x)$ *une fonction positive pour* $x \geqq 1$. *Soit* $M\,[\omega(x)]$ *l'ensemble de tous les points* Θ *de l'intervalle* $\langle 0, 1)$ *tels que, pour chaque* $c > 0$, *le système*

$$\left|\Theta - \frac{p}{q}\right| < \omega(q),\ q > c$$

est satisfait par une couple convenable d'entiers positifs p, q.

Soit $\lambda(x)$ *une fonction remplissant la condition 1 du théorème 1. Si* E *est un ensemble linéaire de points,* $L\,[E, \lambda(x)]$ *est défini par le procédé suivant: Soit* $\varrho > 0$; *couvrons* E *par un système dénombrable d'intervalles de longueurs* $d_1, d_2, d_3, \dots$ $(d_i < \varrho)$; *soit* $L_\varrho\,[E, \lambda(x)]$ *la borne inférieure des nombres* $\sum\limits_i \lambda(d_i)$ *pour tous les systèmes d'intervalles satisfaisant aux conditions indiquées. Je prends*

$$L\,[E, \lambda(x)] = \lim_{\varrho=0+0} L_\varrho\,[E, \lambda(x)].$$

Soit maintenant $\omega(x)$ *une fonction positive, continue, décroissante pour* $x \geqq 1$, $\lim\limits_{x=\infty} \omega(x) = 0$, $\lambda\,[2\,\omega(x)]\,x^2$ *monotone pour* $x \geqq 1$, $\omega(x)\,x^2$ *monotone pour* $x \geqq 1$,

$$\int_1^\infty x\,\omega(x)\,\mathrm{d}x \textit{ est convergente, } \int_1^\infty x\,\lambda[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x \textit{ est divergente.}$$

Alors, on a

$$L\{M[\omega(x)], \lambda(x)\} = \infty.$$

Pour pouvoir appliquer le théorème de M. Jarník, nous allons démontrer le lemme suivant:

Lemme 6. Prémisse: $\lambda(x)$, $\mu(x)$ *continues, croissantes pour* $x > 0$, $\lambda(0) = \lambda(0+0) = \mu(0) = \mu(0+0) = 0$,

$$\lim_{x=0+0} \frac{\mu(x)}{\lambda(x)} = 0.$$

Thèse: Il existe une fonction $\omega(x)$ *positive, continue, décroissante pour* $x > 1$, *continue de droite pour* $x = 1$ *et telle que* $x^2\lambda[2\,\omega(x)]$ *est non croissant,* $\lim \omega(x) = 0$ *pour* $\lim x = \infty$, *l'intégrale*

$$\int_1^\infty x\,\lambda[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x \textit{ est divergente et } \int_1^\infty x\,\mu[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x \textit{ est convergente.}$$

Démonstration. Soit $1 > c_1 > c_2 > \dots$ une suite infinie de nombres tels que

---

[3]) V. Jarník, Über die simultanen diophantischen Approximationen, Math. Zeitschr. **33** (1931), 505—543, Satz 4, pour $s = 1$.

$$\frac{\mu(x)}{\lambda(x)} < \frac{1}{n^2} \quad \text{pour } 0 < x \leqq c_n.$$

Soit $x_0 = 1$, $x_1 > 1$ quelconque, $a_1 = \lambda(c_1)$. Si nous connaissons $a_1 > a_2 > \ldots > a_{n-1}$ $(a_k \leqq \lambda(c_k))$ et $x_0 < x_1 < \ldots < x_{n-1}$, choisissons x_n tel que

$$\log \frac{x_n}{x_{n-1}} > \frac{1}{a_{n-1}} \quad \text{et}$$

$$\log \frac{x_n}{x_{n-1}} \geqq \frac{1}{\lambda(c_n)}$$

et prenons

$$a_n = \frac{1}{\log \dfrac{x_n}{x_{n-1}}}.$$

Formons une série convergente $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots$ de constantes positives telle que $\varepsilon_n < x_{n+1} - x_n$. Si $\vartheta(x)$ est inverse à $\lambda(x)$, soit

$$\omega(x) = \tfrac{1}{2}\vartheta\left(\frac{a_n}{x^2}\right),$$

dans les intervalles $<x_{n-1} + \varepsilon_{n-1}, x_n>$ pour $n = 2, 3, 4, \ldots$ et soit

$$\omega(x) = \tfrac{1}{2}\vartheta\left(\frac{a_1}{x^2}\right) \text{ dans } <x_0, x_1>.$$

On a pour tout x de ces intervalles $x^2\,\lambda[2\,\omega(x)] = a_n$; par suite, la fonction $x^2\,\lambda[2\,\omega(x)]$ est non croissante sur l'ensemble des points où elle est définie. Dans les intervalles $<x_n, x_n + \varepsilon_n>$, nous pouvons prendre

$$\omega(x) = \tfrac{1}{2}\vartheta\left(\frac{\alpha_n(x)}{x^2}\right)$$

où $\alpha_n(x)$ est une fonction continue et décroissante dans l'intervalle $<x_n, x_n + \varepsilon_n>$ et telle que $\alpha(x_n + 0) = \alpha(x_n) = x_n^2\,\lambda(2\,\omega(x_n)]$ et $\alpha(x_n + \varepsilon_n - 0) = \alpha(x_n + \varepsilon_n) = (x_n + \varepsilon_n)^2\,\lambda[2\,\omega(x_n + \varepsilon_n)]$.

La fonction $\omega(x)$ est positive, continue, décroissante ($\vartheta(x)$ est croissante) pour $x > 1$, continue de droite pour $x = 1$, $x^2\,\lambda[2\omega(x)]$ est non croissante, $\lim\limits_{x=\infty} \omega(x) \leqq \lim\limits_{x=\infty} \tfrac{1}{2}\vartheta\left(\frac{a_1}{x^2}\right) = 0$,

$$\int_1^{x_n} x\,\lambda[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x \geqq \int_1^{x_1} x\,\lambda[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x + \sum_{k=2}^{n} \int_{x_{k-1}}^{x_k} x\,\lambda\left[\vartheta\left(\frac{a_k}{x^2}\right)\right]\mathrm{d}x =$$

$$= \int_1^{x_1} x\, \lambda[2\,\omega(x)]\, \mathrm{d}x + \sum_{k=2}^{n} a_k \log \frac{x_k}{x_{k-1}} = \int_1^{x_1} + n - 1,$$

alors, l'intégrale $\int_1^{\infty} x\, \lambda[2\,\omega(x)]\, \mathrm{d}x$ est divergente. Au contraire, si l'on prend $\mu(x)$ au lieu de $\lambda(x)$, on obtient une intégrale convergente. La fonction $x\,\lambda[2\,\omega(x)]$ est bornée parce qu'elle est décroissante et positive; la fonction $x\,\mu[2\,\omega(x)]$ est continue et on a (voir la prémisse)

$$\lim_{x=\infty} \frac{x\,\mu[2\,\omega(x)]}{x\,\lambda[2\,\omega(x)]} = \lim_{x=0+0} \frac{\mu(x)}{\lambda(x)} = 0,$$

alors, $x\,\mu[2\,\omega(x)]$ est bornée. Soit $x\,\mu[2\,\omega(x)] \leqq M$. On a pour $x \geqq 1$ (voir la définition des nombres a_n, c_n)

$$a_n \leqq \lambda(c_n),\ \frac{a_n}{x^2} \leqq \lambda(c_n),$$

$$\vartheta\left(\frac{a_n}{x^2}\right) \leqq c_n,\ \mu\left[\vartheta\left(\frac{a_n}{x^2}\right)\right] < \frac{1}{n^2}\,\lambda\left[\vartheta\left(\frac{a_n}{x^2}\right)\right],$$

$$\int_{x_1}^{x_n} x\,\mu[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x \leqq \sum_{k=2}^{n} \int_{x_{k-1}}^{x_k} x\,\mu\left[\vartheta\left(\frac{a_k}{x^2}\right)\right]\mathrm{d}x + M \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon_k \leqq$$

$$\leqq \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^2} \int_{x_{k-1}}^{x_k} x\,\lambda\left[\vartheta\left(\frac{a_k}{x^2}\right)\right]\mathrm{d}x + M \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon_k =$$

$$= \sum_{k=2}^{n} \frac{a_k}{k^2} \log \frac{x_k}{x_{k-1}} + M \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon_k = \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^2} + M \sum_{k=1}^{n-1} \varepsilon_k.$$

L'intégrale $\int_1^{x_n} x\,\mu[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x$ possède une limite finie pour $n = \infty$ et la fonction sous le signe d'intégration est essentiellement positive, c'est-à-dire l'intégrale $\int_1^{\infty} x\,\mu[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x$ est convergente. Notre lemme est démontré.

Démonstration du théorème 2. Trouvons pour $\lambda(x)$ et $\mu(x)$ la fonction $\omega(x)$ du lemme 6. On a

$$2x^2\,\omega(x) = \frac{2\,\omega(x)}{\lambda[2\,\omega(x)]}\,.\,x^2\,\lambda[2\,\omega(x)];$$

$\omega(x)$ étant décroissante, le second membre de l'équation est non croissant d'après la prémisse du théorème 2 et d'après le lemme 6. De plus, on a

$$\int_1^x x\,\omega(x)\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int_1^x \frac{2\,\omega(x)}{\mu[2\,\omega(x)]}\,x\,\mu[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x \leqq$$

$$\leqq \frac{\omega(1)}{\mu[2\,\omega(1)]}\int_1^x x\,\mu[2\,\omega(x)]\,\mathrm{d}x,$$

c'est-à-dire, l'intégrale $\int_1^\infty x\,\omega(x)\,\mathrm{d}x$ est convergente. Nous pouvons construire $f(x)$ et appliquer le théorème de M. Jarník.

Soit $f(x) = 0$ pour tout point irrationnel de l'intervalle (0, 1) et

$$f\left(\frac{p}{q}\right) = 2\,\omega(q)$$

pour toute couple d'entiers tels que $0 < p < q$ et que la fraction pq^{-1} soit irreductible. Nous allons démontrer que $f(x)$ a la propriété P par rapport à $\mu(x)$.

1° $\mu(x)$ remplit la condition 1° du théorème 1.

2° $f(x)$ est une fonction à variation bornée. On a

$$\sum_{x\ \mathrm{rat.}} f(x) \leqq 2\sum_{q=2}^{\infty} q\,\omega(q).$$

La dernière série est convergente parce que $x\,\omega(x)$ est décroissant et positif et $\int_1^\infty x\,\omega(x)\,\mathrm{d}x$ est convergente.

Soit $x_1, x_2, \ldots, x_m$ une suite croissante de points de l'intervalle (0, 1). Si A_n est le plus grand des nombres $f(x_n)$, $f(x_{n+1})$, on a

$$|\,f(x_n) - f(x_{n+1})\,| \leqq A_n.$$

Le même n ne figure dans la somme

$$\sum_{n=1}^{m=1} |\,f(x_n) - f(x_{n+1})\,|,$$

que deux fois au plus; la somme est au plus égale à $2\sum_{x \text{ rat.}} f(x)$, alors, $f(x)$ est à variation bornée. On voit aisément que $f(x)$ est une fonction des sauts.

3° Soit $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots$ une suite épuisant l'ensemble des nombres rationnels qui tombent dans $(0,1)$, $\xi_k \neq \xi_l$ pour $k \neq l$. On a

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mu[|f(\xi_k + 0) - f(\xi_k)|] \leqq \sum_{q=1}^{\infty} q\, \mu[2\, \omega(q)],$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mu[|f(\xi_k) - f(\xi_k - 0)|] \leqq \sum_{q=1}^{\infty} q\, \mu[2\, \omega(q)].$$

Les séries sont convergentes parce que la fonction

$$x\, \mu[2\, \omega(x)] = \frac{\mu[2\, \omega(x)]}{\lambda[2\, \omega(x)]}\, x\, \lambda[2\, \omega(x)]$$

est décroissante (voir la prémisse) et l'intégrale

$$\int_1^{\infty} x\, \mu[2\, \omega(x)]\, dx$$

est convergente. Nous pouvons appliquer le théorème 1.

Il nous reste à démontrer que $f(x)$ n'a pas la propriété P par rapport à $\lambda(x)$. Il est évident que la fonction $f(x)$ n'a pas de dérivée aux points rationnels. Nous allons démontrer que $f(x)$ n'a pas de dérivée aux points irrationnels Θ qui satisfont à l'inégalité

$$\left| \Theta - \frac{p}{q} \right| < \omega(q), \qquad (\beta)$$

pour tout $c > 0$ et pour certains p, q entiers, $q > c$. Nous pouvons supposer pq^{-1} irreductible. (Si l'inégalité considérée est vraie pour pq^{-1} reductible, elle l'est aussi pour $PQ^{-1} = pq^{-1}$, $Q < q$, P, Q entiers.) Soit $[p_1, q_1], [p_2, q_2], [p_3, q_3], \ldots$ une suite de couples des entiers qui remplissent l'inégalité (β) et telles que $\lim q_n = \infty$ pour $\lim n = \infty$, $p_n q_n^{-1}$ irreductible. On a

$$\left| \frac{f(p_n/q_n) - f(\Theta)}{p_n/q_n - \Theta} \right| = \left| \frac{2\, \omega(q_n)}{p_n/q_n - \Theta} \right| \geqq 2,$$

$$2\, \omega(q_n) \geqq 2 \left| \frac{p_n}{q_n} - \Theta \right|,$$

$$\lim_{n=\infty} \omega(q_n) = 0, \ \lim \left(\frac{p_n}{q_n} - \Theta \right) = 0,$$

$$\limsup_{x=\Theta} \left| \frac{f(x) - f(\Theta)}{x - \Theta} \right| \geqq 2,$$

$$\liminf_{x=\Theta} \left| \frac{f(x) - f(\Theta)}{x - \Theta} \right| = 0,$$

et $f(x)$ n'a pas de dérivée au point Θ.

On ne peut pas couvrir l'ensemble M des points où $f(x)$ ne possède pas de dérivée, par une infinité dénombrable d'intervalles I_n tels que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(mI_n) < \varepsilon,$$

si ε est un nombre positif assez petit. En effet, d'après le théorème de M. Jarník, on a

$$L\{M[\omega(x)], \lambda(x)\} = \infty.$$

Soient I_n les intervalles couvrant M et soient R, ϱ positifs et tels que

$$L_\varrho\{M[\omega(x)], \lambda(x)\} > R > 0.$$

Soit $0 < \varepsilon < R$, $\varepsilon < \lambda(\varrho)$. On a ou bien

$$mI_r \geqq \varrho, \; \lambda(mI_r) \geqq \lambda(\varrho) > \varepsilon,$$

pour un certain r entier positif, ou bien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(mI_n) \geqq R > \varepsilon.$$

La fonction $f(x)$ n'a pas la propriété P par rapport à $\lambda(x)$. Ainsi, le théorème 2 est démontré.

*

O derivabilitě funkcí s variací konečnou.

(Obsah předešlého článku.)

Budiž $f(x)$ funkce s variací konečnou v intervalu (a, b); posloupnost $x_1, x_2, \ldots$, nechť obsahuje všechny její body nespojitosti;

$$\varphi_1(x) = f(x + 0) - f(x), \; \varphi_2(x) = f(x) - f(x - 0).$$

Věta 1. Budiž $\lambda(x)$ spojitá a rostoucí pro $x > 0$, $\lambda(0) = \lambda(0 + 0) = 0$, $x^{-1} \lambda(x)$ nerostoucí. Řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda[|\varphi_1(x_k)|], \; \sum_{k=1}^{\infty} \lambda[|\varphi_2(x_k)|]$$

buďte konvergentní. Budiž M množství oněch bodů v (a, b), v nichž funkce skoků, příslušná k funkci $f(x)$, nemá derivaci rovnou nule (ve všech bodech mimo M je ovšem derivace funkce $f(x)$ rovna derivaci spojité části funkce $f(x)$, pokud některá z těchto derivací existuje). Potom lze, pro libovolné $\varepsilon > 0$, pokrýti množství M spočetným množstvím intervalů, jejich délky Δ_n splňují nerovnost

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda(\Delta_n) < \varepsilon.$$

Věta 1 jest ostrá, jak ukazuje tato

Věta 2. $\lambda(x)$, $\mu(x)$ buďte rostoucí a spojité pro $x > 0$, $x^{-1} \lambda(x)$, $x^{-1} \mu(x), \dfrac{\lambda(x)}{\mu(x)}$, nerostoucí pro $x > 0$, $\lambda(0) = \lambda(0 + 0) = \mu(0) = \mu(0 + 0) = 0$, $\lim\limits_{x=0+0} \dfrac{\mu(x)}{\lambda(x)} = 0$. Potom existuje funkce skoků $f(x)$, definovaná v $(0, 1)$, která má (při témže označení jako ve větě 1). tyto vlastnosti:

1. Řady $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \mu[|\varphi_1(x_k)|]$, $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \mu[|\varphi_2(x_k)|]$ jsou konvergentní.

2. Existuje $\varepsilon > 0$ tak, že množství M nelze pokrýti spočetným množstvím intervalů, jejichž délky Δ_n by splňovaly nerovnost

$$\sum_{\lambda=1}^{\infty} \lambda(\Delta_n) < \varepsilon.$$

Contribution à la théorie des équations du n-ième degré.

Rostislav Košťál, Praha.

(Reçu le 20 novembre 1934.)

Cette Note est destinée surtout aux lecteurs de mon article „Sur la stabilisation des oscillations par couplage", publié dans ce recueil pp. 40—48, où j'ai besoin de deux théorèmes dont je vais donner ici la démonstration.

Dans tout ce qui suit, nous allons considérer une équation à coefficients réels

$$f(x) \equiv a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0 \; (a_0 = 1). \quad (1)$$

Pour exclure la racine zéro, nous allons supposer $a_n \neq 0$; pour simplifier la notation, nous allons poser $a_\nu = 0$ pour $\nu < 0$ et pour $\nu > n$.

Le but de cette note est la démonstration de deux théorèmes suivants:

Théorème 1. Pour que toutes les racines de (1) *soient simples et purement imaginaires, il faut et il suffit que les conditions suivantes soient satisfaites:*

1. $n = 2m$ *(m entier),* $a_{2\nu} > 0$, $a_{2\nu-1} = 0$ *pour* $1 \leqq \nu \leqq m$.

2. $$\begin{vmatrix} s_0, s_1, \ldots, s_\nu \\ s_1, s_2, \ldots, s_{\nu+1} \\ \cdots\cdots\cdots \\ s_\nu, s_{\nu+1}, \ldots, s_{2\nu} \end{vmatrix} > 0 \quad \textit{pour } \nu = 0, 1, \ldots, m-1;$$

s_λ *signifie la somme des λ-ièmes puissances des racines de l'équation*

$$a_0 y^m + a_2 y^{m-1} + a_4 y^{m-2} + \ldots + a_{2m} = 0. \quad (2)$$

Théorème 2. Soit ϱ un nombre entier, $0 \leqq 2\varrho < n$. *Pour que l'équation* (1) *ait 2ϱ racines simples et purement imaginaires et $n - 2\varrho$ racines dont les parties réelles sont négatives, il faut et il suffit que les conditions suivantes soient remplies:*

1. $a_\nu > 0$ *pour* $\nu = 0, 1, \ldots, n$.

2. *Posons* $f(x) = g(x^2) + xh(x^2)$, *où* $g(y)$, $h(y)$ *sont des polynomes et soit* $d(y)$ *le plus grand commun diviseur de* $g(y)$, $h(y)$; *soit* τ *le degré de* $d(y)$. *Alors la signature de la forme quadratique*

$$\sum_{\xi=1}^{\tau}\sum_{\eta=1}^{\tau} s_{\xi+\eta-2}y_\xi y_\eta \tag{3}$$

(*où* s_λ *signifie la somme des* λ-*ièmes puissances des racines de l'équation* $d(y) = 0$) *doit être égale à* ϱ.

3. *En posant*

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} a_1, a_3, a_5, \ldots, a_{2\nu-1} \\ a_0, a_2, a_4, \ldots, a_{2\nu-2} \\ 0, a_1, a_3, \ldots, a_{2\nu-3} \\ 0, a_0, a_2, \ldots, a_{2\nu-4} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots, a_\nu \end{vmatrix},$$

on doit avoir $\Delta_\nu > 0$ *pour* $1 \leqq \nu \leqq n - 2\varrho$.

Remarque. Les conditions du théorème 2 étant satisfaites, on a $\Delta_\nu = 0$ *pour* $n - 2\varrho < \nu \leqq n$.

Citons, tout d'abord, quelques résultats connus:

A. Pour que toutes les racines de l'équation (1) soient réelles et simples, il faut et il suffit que l'on ait

$$\begin{vmatrix} s_0, s_1, \ldots, s_\nu \\ s_1, s_2, \ldots, s_{\nu+1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ s_\nu, s_{\nu+1}, \ldots, s_{2\nu} \end{vmatrix} > 0 \text{ pour } \nu = 0, 1, \ldots, n-1,$$

s_λ étant la somme des λ-ièmes puissances des racines de l'équation (1).[1])

B. Le nombre de toutes les racines réelles *différentes*[2]) de l'équation (1) est égale à la signature de la forme quadratique

$$\sum_{\xi=1}^{n}\sum_{\eta=1}^{n} s_{\xi+\eta-2}x_\xi x_\eta,$$

s_λ ayant la même signification que dans A.[3])

C. Pour que les parties réelles de toutes les racines de l'équation (1) soient négatives, il faut et il suffit que l'on ait

[1]) Voir p. ex. H. Weber, Lehrbuch der Algebra I (2ième édition 1912), p. 322.

[2]) Donc, on ne tient pas compte de la multiplicité des racines — on ne compte chaque racine (simple ou multiple) qu'une fois.

[3]) Voir p. ex. O. Perron, Algebra II (1927), p. 3.

$$\begin{vmatrix} a_1, a_3, \ldots, a_{2\nu-1} \\ a_0, a_2, \ldots, a_{2\nu-2} \\ 0, a_1, \ldots, a_{2\nu-3} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots, a_\nu \end{vmatrix} > 0 \text{ pour } \nu = 1, 2, \ldots, n.^{4)}$$

D. Posons $f(x) = g(x^2) + xh(x^2)$, $g(y)$ et $h(y)$ étant des polynomes[5]; soit $d_1(x)$ le plus grand commun diviseur de $g(x^2)$, $h(x^2)$. Soit α un nombre purement imaginaire; alors, pour que l'on ait $f(\alpha) = 0$, il faut et il suffit que l'on ait $d_1(\alpha) = 0$.

Démonstration du théorème 1. Pour que toutes les racines de (1) soient purement imaginaires et simples, il faut et il suffit que l'on ait $n = 2m$ (m entier),

$$f(x) = \prod_{k=1}^{m} (x^2 + \beta_k^2),$$

les nombres $\beta_k > 0$ étant différents deux à deux. Pour cela, il faut que l'on ait

$$a_{2\nu} > 0,\ a_{2\nu-1} = 0 \text{ pour } 1 \leqq \nu \leqq m; \tag{4}$$

en supposant cette condition remplie, l'équation (2) doit avoir m racines réelles, négatives et simples. Aucune racine de (2) ne pouvant être $\geqq 0$ (voir (4)), la condition nécessaire et suffisante est donnée par A, où les s_λ doivent être construits à partir de l'équation (2).

Démonstration du théorème 2. Si les racines de l'équation (1) satisfont à la condition du théorème 2, la fonction $f(x)$ peut être représentée comme un produit de facteurs de la forme

$$x^2 + \beta_k^2 \ (\beta_k > 0),$$

$$(x + \alpha_k)^2 + \gamma_k^2 = x^2 + 2\alpha_k x + \alpha_k^2 + \gamma_k^2 \ (\alpha_k > 0, \gamma_k > 0), \tag{5}$$

$$x + \delta_k \ (\delta_k > 0), \tag{6}$$

où au moins un de ces facteurs a ou bien la forme (5) ou bien la forme (6); en multipliant ces facteurs, on voit que

$$a_\nu > 0 \text{ pour } 0 \leqq \nu \leqq n. \tag{7}$$

Supposons la condition (7) remplie. Pour que l'équation (1) possède précisément 2ϱ racines purement imaginaires différentes, il faut et il suffit que l'équation $d_1(x) = 0$ (dans la notation de D) possède précisément 2ϱ racines purement imaginaires différentes, c'est-à-dire que l'équation $d(y) = 0$ (on obtient $d(y)$, en posant $x^2 = y$ dans $d_1(x)$) ait précisément ϱ racines réelles différentes[6]; pour

[4]) A. Hurwitz, Math. Annalen **46** (1895), pp. 273—284.

[5]) C'est-à-dire: dans $g(x^2)$ sont réunis les termes de $f(x)$ avec une puissance paire, dans $x\,h(x^2)$ ceux avec une puissance impaire de x.

[6]) Chaque racine réelle de $d(y)$, c'est-à-dire chaque racine réelle commune de $g(y)$ et $h(y)$, est *négative*, en conséquence de (7).

cela, il faut et il suffit (voir B) que la signature de la forme (3) — où les s_λ sont construits à partir de $d(y)$ — soit égale à ϱ. Supposons aussi cette condition remplie.

Alors on peut écrire

$$f(x) = \varphi(x)\,\psi(x),$$
$$\varphi(x) = b_0x^\sigma + b_1x^{\sigma-1} + \ldots + b_{\sigma-1}x + b_\sigma,$$
$$\psi(x) = c_0x^{2\varrho} + c_2x^{2\varrho-2} + c_4x^{2\varrho-4} + \ldots + c_{2\varrho},$$

$\sigma = n - 2\varrho$, $b_0 = c_0 = 1$, $b_\nu = 0$ pour $\nu < 0$ et pour $\nu > \sigma$, $c_\nu = 0$ pour $\nu < 0$ et pour $\nu > 2\varrho$, $c_{2\nu-1} = 0$ pour $1 \leqq \nu \leqq \varrho$, où l'équation $\psi(x) = 0$ possède 2ϱ racines purement imaginaires différentes deux à deux (donc simples); et il faut chercher encore la condition nécessaire et suffisante pour que les parties réelles de toutes les racines de l'équation $\varphi(x) = 0$ soient négatives. D'après C, cette condition peut être exprimée comme il suit: en posant

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} b_1, b_3, b_5, \ldots, b_{2\nu-1} \\ b_0, b_2, b_4, \ldots, b_{2\nu-2} \\ 0, b_1, b_3, \ldots, b_{2\nu-3} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots, b_\nu \end{vmatrix} \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots),$$

on doit avoir

$$\Delta_\nu > 0 \text{ pour } 1 \leqq \nu \leqq \sigma = n - 2\varrho.$$

Transformons Δ_ν de la manière suivante: à la colonne s-ième ($s = 1, 2, \ldots, \nu$), ajoutons la colonne $(s - 1)$-ième, multipliée par c_2, ensuite la colonne $(s - 2)$-ième, multipliée par $c_4, \ldots$ et enfin la colonne première, multipliée par c_{2s-2}. On obtient ainsi un déterminant dont la valeur est égale à Δ_ν et dont le terme, situé dans la r-ième ligne et s-ième colonne est égal à

$$\sum_{\nu=0}^{s-1} b_{2s-r-2\nu}\, c_{2\nu} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} b_{2s-r-2\nu}\, c_{2\nu} = a_{2s-r}$$

(remarquons que $c_0 = 1$); on a donc

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} a_1, a_3, a_5, \ldots, a_{2\nu-1} \\ a_0, a_2, a_4, \ldots, a_{2\nu-2} \\ 0, a_1, a_3, \ldots, a_{2\nu-3} \\ 0, a_0, a_2, \ldots, a_{2\nu-4} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots, a_\nu \end{vmatrix},$$

ce qui achève la démonstration. Pour démontrer encore la remarque ajoutée à la fin du théorème 2, il suffit de remarquer que pour $\mu > \sigma$ on a $b_\mu = 0$, d'où $\Delta_\nu = 0$ pour $\nu > \sigma$.

*

Příspěvek k teorii rovnic n-tého stupně.

(Obsah předešlého článku.)

Vyšetřujme rovnici s reálnými koeficienty

$$f(x) \equiv a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0,$$

kde $a_0 = 1$, $a_n \neq 0$. Klaďme $a_\nu = 0$ pro $\nu > n$.

Obsahem této práce je důkaz následujících vět:

Věta 1. Aby všechny kořeny rovnice (1) byly ryze imaginární a jednoduché, je nutné a stačí, aby byly splněny tyto podmínky:

1. $n = 2m$ (m celé), $a_{2\nu} > 0$, $a_{2\nu-1} = 0$ pro $1 \leqq \nu \leqq m$.
2. $$\begin{vmatrix} s_0, s_1, & \ldots, s_\nu \\ s_1, s_2, & \ldots, s_{\nu+1} \\ \ldots & \ldots \\ s_\nu, s_{\nu+1}, & \ldots, s_{2\nu} \end{vmatrix} > 0 \text{ pro } 0 \leqq \nu \leqq m-1;$$

při tom s_λ značí potenční součty kořenů rovnice

$$a_0 y^m + a_2 y^{m-1} + a_4 y^{m-2} + \ldots + a_{2m} = 0.$$

Věta 2. Budiž ϱ celé, $0 \leqq 2\varrho < n$. Aby rovnice (1) měla 2ϱ kořenů ryze imaginárních a jednoduchých a $n - 2\varrho$ kořenů s reálnou částí zápornou, je nutné a stačí, aby byly splněny tyto podmínky:

1. $a_\nu > 0$ pro $\nu = 0, 1, 2, \ldots, n$.
2. Položme $f(x) = g(x^2) + x h(x^2)$, kde $g(y)$, $h(y)$ jsou polynomy; budiž $d(y)$ největší společná míra mnohočlenů $g(y)$, $h(y)$; nechť τ je stupeň mnohočlenu $d(y)$. Potom signatura kvadratické formy

$$\sum_{\xi=1}^{\tau} \sum_{\eta=1}^{\tau} s_{\xi+\eta-2} y_\xi y_\eta$$

má býti rovna číslu ϱ (znakem s_λ značíme zde potenční součty kořenů rovnice $d(y) = 0$).

3. Klademe-li

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} a_1, a_3, a_5, \ldots, a_{2\nu-1} \\ a_0, a_2, a_4, \ldots, a_{2\nu-2} \\ 0, a_1, a_3, \ldots, a_{2\nu-3} \\ 0, a_0, a_2, \ldots, a_{2\nu-4} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots, a_\nu \end{vmatrix},$$

má býti $\Delta_\nu > 0$ pro $1 \leqq \nu \leqq n - 2\varrho$.

Poznámka. Jsou-li splněny podmínky věty 2, jest $\Delta_\nu = 0$ pro $n - 2\varrho < \nu \leqq n$.

ČÁST FYSIKÁLNÍ.

An extension of the precise method of Kunzl and Köppel for determining the constants of a crystal grating.

F. Bouchal and **V. Dolejšek**, Praha.

(Recieved August 28, 1934.)

Just as Kunzl and Köppel have derived and experimentally verified a new precise method for determining the constants of a crystal grating from the Pavelka's equation, we have applied the equation of Valouch and deduced from it a new precise method serving the same purpose. Thereby the scope of the Kunzl and Köppel's method has been greatly enlarged. Another advantage of the new method is that the same fictive values of the grating constant are derived, as it is done using directly the Bragg's law, but with greater accuracy.

Some time ago, Kunzl and Köppel[1]) have worked out a new method for the precise determination of the constants of crystal grating which in some cases yields better results than other precise methods. The principle of it — firstly used by Pavelka[2]) and Valouch[3]) — consists in measuring the difference between two glancing angles instead of measuring the glancing angle itself, as it is usually done. Let us denote by $\varphi_{m,\mu}$ the glancing angle corresponding to the spectral line of the wave length λ_μ in the m^{th} order and by $\varphi_{n,\nu}$ the glancing angle belonging to the line of the wave length λ_ν in the n^{th} order. Then we have according to the simple Bragg's law

$$m\lambda_\mu = 2d \sin \varphi_{m,\mu}, \quad n\lambda_\nu = 2d \sin \varphi_{n,\nu},$$

and from it the following equation for the grating constant d may be deduced

$$\sin \varphi_{n,\nu} = \frac{n\lambda_\nu}{2d} = \frac{\sin \varkappa}{\sqrt{a^2 - 2a \cos \varkappa + 1}}, \tag{1}$$

---

1) V. Kunzl and J. Köppel: C. R. **196** (1933), 787; **196** (1933) 940; Časopis **63** (1934), 109; Journ. de Phys. **5** (1934), 145.

2) A. Pavelka: Bull. de l'Acad. de Sc. de Bohême **28** (1927), **442.**

3) M. A. Valouch: Bull. de l'Acad. de Sc. de Bohême **28** (1927), **31.**

where

$$a = \frac{m\lambda_\mu}{n\lambda_\nu} \quad \text{and} \quad \varkappa = \varphi_{m,\mu} - \varphi_{n,\nu}.$$

Pavelka has measured the angle $\varkappa$ in two different orders but using the same spectral line ($m \neq n$, $\lambda_\mu = \lambda_\nu$), while Valouch's measurements were performed in the same order but with different lines ($m = n$, $\lambda_\mu \neq \lambda_\nu$).

Owing to the fact that the Bragg's equation does not hold exactly and the values of the grating constant d derived from it vary with the spectral order, both these methods yield only approximate values of d. Pavelka's method gives the values depending not only on m and n but also on λ and Kunzl and Köppel[4]) have deduced an equation enabling us to calculate from approximate values of d obtained by the Pavelka's method the true values of a grating constant. They have determined by this method the constant of the rhomboidal surface of a quartz crystal (1011) measuring the angles $\varkappa$ in a way similar to the Siegbahn's precise method for determining glancing angles. In this connection we wish to point out that with the Kunzl and Köppel's method it is possible to determine directly the true constant of a crystal grating, without a knowledge of the index of refraction of the X-rays and without the aid of the theory of Lorentz.

Values of d obtained by the Valouch's method ($m = n$, $\lambda_\mu \neq \lambda_\nu$) depend only on n and are identical with the fictive grating constants d_n derived from the Bragg's law

$$n\lambda = 2d_n \sin \varphi.$$

As we have shown elsewhere,[5]) they can be calculated directly from the measurements of the angle $\varkappa$ by means of the equation

$$d_n = \tfrac{1}{4}n \left[\left(\frac{\lambda_\nu - \lambda_\mu}{\sin \frac{1}{2}\varkappa}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_\nu + \lambda_\mu}{\cos \frac{1}{2}\varkappa}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{2}$$

The true grating constant d_∞ is given by the known relation

$$d_n = d_\infty \left(1 - \frac{4d^2_\infty \delta}{n^2\lambda^2}\right).$$

The equation (2) affords us a new possibility of precise determination of constants of crystal grating. The precision of this new method may be seen from measurements made by us on the rhomboidal surface of a quartz crystal. The results of these measurements are given in Tables 1 and 2; Table 1 contains the measurements

[4]) V. Kunzl and J. Köppel: Časopis 63 (1934), 109; Journ. d. Phys. 5 (1934), 145.

[5]) F. Bouchal and V. Dolejšek: C. R. 199 (1934), 1054.

Table 1.

Plate	Δ mm	ε	α	$\varkappa$	$\Delta\varkappa''$	$\varkappa_{18}$	$\varkappa_{18}$ middle
8	0,68323	13′ 02,2″	2° 49′ 30,0″	1° 18′ 13,5″	0,1″	1° 18′ 13,6″	
11	0,62698	11′ 57,8″	2° 24′ 14,6″	1° 18′ 06,2″	0,1″	1° 18′ 06,3″	
13	0,65273	12′ 27,2″	2° 24′ 54,4″	1° 18′ 10,8″	0,2″	1° 18′ 11,0″	
14	0,64888	12′ 22,9″	2° 24′ 07,1″	1° 18′ 15,0″	0,2″	1° 18′ 15,2″	
15	1,09765	20′ 55,7″	2° 15′ 24,3″	1° 18′ 10,0″	0,2″	1° 18′ 10,2″	
19	1,12812	21′ 31,3″	2° 14′ 40,0″	1° 18′ 05,7″	0,1″	1° 18′ 05,8″	
21	2,81391	53′ 40,7″	1° 42′ 34,0″	1° 18′ 07,5″	0,1″	1° 18′ 07,6″	
22	0,29452	5′ 37,8″	2° 42′ 06,0″	1° 18′ 14,1″	0,2″	1° 18′ 14,3″	
23	0,70308	13′ 24,9″	2° 49′ 55,0″	1° 18′ 15,0″	0,1″	1° 18′ 15,1″	1° 18′ 11,0″ ± 0,9″
24	0,78524	14′ 58,9″	2° 51′ 27,9″	1° 18′ 14,5″	0,1″	1° 18′ 14,6″	
26	0,41440	7′ 54,4″	2° 28′ 28,0″	1° 18′ 11,2″	0,2″	1° 18′ 11,4″	
29	0,38693	7′ 23,0″	2° 28′ 51,4″	1° 18′ 07,2″	0,3″	1° 18′ 07,5″	
30	0,55272	10′ 32,7″	2° 46′ 52,9″	1° 18′ 10,1″	0,2″	1° 18′ 10,3″	
31	0,54455	10′ 23,4″	2° 46′ 45,2″	1° 18′ 10,9″	0,2″	1° 18′ 11,1″	

Table 2.

Plate	Δ mm	ε	α	$\varkappa$	$\Delta\varkappa''$	$\varkappa_{18}$	$\varkappa_{18}$ middle
62	0,53976	10′ 17″	5° 28′ 55,4″	2° 49′ 36,2″	0,3″	2° 49′ 41,5″	
63	0,61460	11′ 44″	5° 27′ 58,0″	2° 49′ 51,0″	0,3″	2° 49′ 51,3″	
64	0,5463	10′ 25″	5° 28′ 59,8″	2° 49′ 42,4″	0,3″	2° 49′ 42,7″	
65	0,7098	13′ 32″	5° 25′ 55,2″	2° 49′ 43,6″	0,3″	2° 49′ 43,9″	
66	0,75796	14′ 28″	5° 25′ 12,0″	2° 49′ 50,0″	0,3″	2° 49′ 50,3″	
67	0,49797	9′ 30″	5° 29′ 55,0″	2° 49′ 42,5″	0,3″	2° 49′ 42,8″	
68	0,7357	14′ 02″	5° 25′ 13,4″	2° 49′ 37,7″	0,3″	2° 49′ 38,0″	
69	0,5222	9′ 58″	5° 29′ 40,0″	2° 49′ 49,0″	0,3″	2° 49′ 49,3″	
70	0,7820	14′ 55″	5° 24′ 35,2″	2° 49′ 45,1″	0,3″	2° 49′ 45,4″	2° 49′ 45,9″ ± 1,6″
71	0,49727	9′ 29″	5° 30′ 07,0″	2° 49′ 48,0″	0,2″	2° 49′ 48,2″	
72	0,72096	13′ 43″	5° 25′ 49,4″	2° 49′ 46,2″	0,3″	2° 49′ 46,5″	
73	0,5253	10′ 02″	5° 29′ 45,0″	2° 49′ 53,5″	0,3″	2° 49′ 53,8″	
74	0,77096	14′ 43″	5° 24′ 35,4″	2° 49′ 39,2″	0,3″	2° 49′ 39,5″	
75	0,5177	9′ 53″	5° 29′ 46,0″	2° 49′ 49,5″	0,3″	2° 49′ 49,8″	

n the first order, Table 2 those in the second order. In the first columns the numbers of the plates are given, in the second we have noted the differences Δ between both lines measured on the plates in millimeters, in the third the corresponding values ε in degrees, in the fourth the values α of the angles measured on the scale of the spectrometer, the relation between ε, α and $\varkappa$ being given by the equation

$$\varkappa = \tfrac{1}{2}(\alpha + \varepsilon).$$

The values of $\varkappa$ thus obtained and corrected to temperature of 18°C are given in the following columns. The last column contains the middle value of $\varkappa_{18}$. For these measurements the following waves have been chosen:

$$\text{Cu K}\alpha_1 \quad \lambda = 1537{,}395 \text{ X. U.}$$
$$\text{Cu K}\beta_1 \quad \lambda = 1389{,}3 \quad \text{X. U.}$$

Values of the constants of quartz crystal grating calculated from these results by means of equation (2) are in good agreement with those found by Kunzl and Köppel as it is shown below:

Bouchal-Dolejšek	Kunzl-Köppel
$d_1 = 3336{,}11$ X. U.	$d_1 = 3336{,}09$ X. U.
$d_2 = 3336{,}46$ X. U.	$d_2 = 3336{,}49$ X. U.
$d_\infty = 3336{,}62$ X. U.	$d_\infty = 3336{,}63$ X. U.

There are some special advantages in the measurement of crystal grating according to our new method. The errors due to the displacement of the crystal caused by lack of adjustment or by temperature changes, or due to the displacement of the centre of gravity of spectral lines are eliminated to a much greater extent than in the method of measuring directly the glancing angles. They are eliminated even more than in the Kunzl and Köppel's method.

The insignificance of the error due to a possible displacement of the reflecting surface can be seen from the following. We have purposely displaced the quartz crystal by 0,1 mm from the position in which it had been fixed during the mentioned measurements, though such a big displacement cannot occur in a precise work. The deviation δ of the angle $\varkappa$ caused by the displacement x can be calculated by the equation

$$\delta = -\frac{4x}{r}\,\frac{(\lambda_\nu + \lambda_\mu)\sin^2 \tfrac{1}{2}\varkappa}{[(\lambda_\nu - \lambda_\mu)^2 \cos^2 \tfrac{1}{2}\varkappa + (\lambda_\nu + \lambda_\mu)^2 \sin^2 \tfrac{1}{2}\varkappa]^{\frac{1}{2}}},$$

where r denotes the radius of curvature of the spectrograph. The deviations δ from the values $\varkappa$ contained in Tables 1 and 2 calculated for $r = 180{,}17$ mm, $x = 0{,}1$ mm are given in the sixth column of Table 3. The corresponding measured differences between the

Table 3.

Order	Lines	$\varkappa^x$
I	Cu ($K\alpha_1$ — $K\beta_1$)	1° 18′ 11,0″
II	Cu ($K\alpha_1$ — $K\beta_1$)	2° 49′ 45,9″

$\varkappa^*$	$\Delta\varkappa = \varkappa - \varkappa^x$	δ	$\Delta\,\varphi$
1° 18′ 10,3″	0,7″	0,57″	112″
2° 49′ 43,6″	2,3″	2,47″	103″

angles $\varkappa$ (the third column) and the angles $\varkappa^*$ with a displaced crystal (the fourth column) are in the fifth column. The last column of Table 3 contains the corresponding deviations of the glancing angles φ. A comparison shows that deviations of the angles $\varkappa$ due to the displacement of the crystal are decidedly insignificant, when compared with deviations of the glancing angles. In the same way it can be easily seen that deviations of the angles $\varkappa$ due to temperature changes are considerably less than those of the angles φ under the same conditions.

Our method can also be applied for determining the accuracy of adjustment. Thus for instance Siegbahn and Dolejšek[6]) have obtained for the constant of the prism surface of quartz grating in the first order

$$d_1 = 4246{,}64 \text{ X. U.},$$

while Berquist[7]) using a new and very precise tubus spectrometer of Siegbahn has found

$$d_1 = 4244{,}92 \text{ X. U.}$$

There is an unexpected difference between these values and it can be shown that it is due only to the displacement error in the Siegbahn and Dolejšek's measurements. They have determined the glancing angles for the K lines of Cu, Fe and Cr and obtained the following values:

	λ	$\varphi_{18^0\,C}$
Cu $K\alpha_1$	1537,30	10⁰ 25′ 39,7″
Fe $K\alpha_1$	1932,30	13⁰ 8′ 56,1″
Cr $K\alpha_1$	2284,84	15⁰ 36′ 29,7″.

From them we can calculate the corresponding values of $\varkappa$ in each case and with the help of equation (2) we get

$$d_1 = 4244{,}26 \text{ X. U.}$$

This is in a fair agreement with the Berquist's value for d_1. There is however one more point to consider: The values of the wave

[6]) M. Siegbahn and V. Dolejšek: Zeitschr. f. Phys. **10** (1922), 159.
[7]) O. Berquist: Zeitschr. f. Phys. **66** (1930), 494.

lengths of Cu $K\alpha_1$ and Fe $K\alpha_1$ used by Berquist are a little different from those used by Siegbahn and Dolejšek. Taking it into consideration we obtain by equation (2)

$$d_1 = 4244{,}92 \text{ X. U.}$$

This agrees within the limits of error of observation with the above mentioned Berquist's value. The accuracy of Berquist's measurements can be similarly controlled by our equation (2).

When controlling the precision of some measurements with equation (2) we have to regard the following: In the case that the angles φ_{Cu} and φ_{Fe} have been measured each with a different adjustment or generally with different errors of crystal, the adjustment errors are not the same and cannot be eliminated. But even in this case, the difference between the results derived from equation (2) and those derived from the equation where the glancing angle is used shows that there exists an error in the measurements. This condition is essential for the possibility of determining the angle $\varkappa$ from two measured glancing angles φ, instead of directly measuring the angle $\varkappa$. We know from the data given by Siegbahn that the tubus spectrometer should be independent on adjustment and that in the vacuum spectrometer the possible accuracy of the adjustment of a crystal is about 0,001 mm or more.

In the former case (Siegbahn-Dolejšek), where the adjustment was the same in all three cases (Cu, Fe, Cr), we can firstly determine the adjustment error x by comparing the results calculated by equation (2) with those derived from the Bragg's equation. As a result we have found $x = 0{,}018$ mm. Of the two results, one obtained be equation (2) and the other by the Bragg's equation, the former is nearly correct, in as much as in this case the adjustment error is practically eliminated, as shown in Table 3.

By comparing the mentioned results with those obtained by Berquist with the tubus spectrometer, we see that the validity of our assertion is verified. By comparing the Berquist's results after equation (2) with the results derived directly by the help of Bragg's equation, we obtain two results which differ. This shows undisputably that there exists an error in the measurements. If it appeared from adjustment, the adjustment error should be 0,004 mm. It cannot be verified if this error is due to an irregularity in the used crystal or to an error in the reading of the glancing angle or to same other errors. It is certain that the difference of both results — equation (2) and Bragg's equation — can only be caused by the fact that different errors having influence on the measurements manifest themselves differently in both equations..

Our results prove that there are many possibilities for the improvement of the scope of the Kunzl and Köppel's method.

A new and analogous method for precisely measuring the wave lengths of emission lines is being worked out by Mr. Inananda in our laboratory.

*

Rozšíření precisní metody Kunzlovy-Köppelovy pro měření mřížkových konstant krystalu.

(Obsah předešlého článku.)

Autoři užili rovnice Valouchovy a odvodili z ní novou metodu pro přesné určení mřížkových konstant krystalů podobně jako V. Kunzl a J. Köppel vytvořili novou metodu na základě rovnice Pavelkovy. Stejně jako v metodě K. K. měří autoři rozdíl dvou úhlů sklonu.

Místo měření rozdílu úhlů jedné linie ve dvou různých řádech měří rozdíl úhlů dvou linií různých vlnových délek v témže řádu. V tomto případě jednotlivé fiktivní mřížkové konstanty se rovnají mřížkovým fiktivním konstantám plynoucím přímo z Braggovy rovnice. Všechny výhody metody K. K. zůstávají při tom zachovány, jak autoři experimentálně dokázali měřením mřížkové konstanty rhomboedrické plochy křemene, pomocí vlnových délek Cu $K\alpha_1$ a $K\beta_1$. Tuto mřížkovou konstantu měřili prvně K. a K. pomocí vlnové délky Cu $K\alpha_1$ v prvém a druhém řádu.

Příklad další možnosti použití této metody podali autoři srovnáním dřívějších měření prismatické plochy křemene metodou Siegbahnovou a přepočtením jich podle vzorce jimi udaného. Ukázali tím, že užití jejich vzorce v daném případě eliminuje prakticky chybu justace krystalu.

Srovnáním s novými hodnotami Berquistovými ukázali, že i tam, kde počítání podle jimi udaného vzorce nedá výsledek správnější, dovoluje srovnání výsledků počítaných pomocí něho a pomocí Braggovy rovnice kontrolu docílené přesnosti.

Sur la stabilisation des oscillations par couplage.

Rostislav Košťál, Praha.

(Reçu le 20 novembre 1934.)

On cherche à établir des relations entre les coefficients de l'équation de mouvement pour l'élément libre et entre les autres coefficients qui entrent dans l'équation de mouvement par suite du couplage pour que les oscillations soient stables, c'est-à-dire que le couplage produise des oscillations stables.

Considérons un système de n éléments libres; les oscillations du système (stables ou non) soient données par les équations

$$a_k\ddot{\varphi}_k + b_k\dot{\varphi}_k + c_k\varphi_k = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n.$$

Couplons les éléments du système. Puis le mouvement de l'élément de l'indice k sera donnée par les équations

$$\left.\begin{aligned} a_k\ddot{\varphi}_k + b_k\dot{\varphi}_k + c_k\varphi_k + \sum_r{}' (a_{kr}\ddot{\varphi}_r + b_{kr}\dot{\varphi}_r + c_{kr}\varphi_r) + \\ + \sum_r{}'(\alpha_{kr}\ddot{\varphi}_k + \beta_{kr}\dot{\varphi}_k + \gamma_{kr}\varphi_r) = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n, \end{aligned}\right. \tag{1}$$

où Σ' signifie la somme pour tous les r, à l'exception de $r = k$. Les trois premiers termes représentent le mouvement de l'élément libre. On déduit l'équation ci-dessus en portant des expressions suivantes[1])

$$\left.\begin{aligned} T &= \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} a_k\dot{\varphi}_k^2 + \tfrac{1}{2}\sum_k\sum_r{}' a_{kr}\dot{\varphi}_k\dot{\varphi}_r + \tfrac{1}{2}\sum_k\sum_r{}' \alpha_{kr}\dot{\varphi}_k^2 + \sum_k\sum_r{}' m_{kr}\varphi_r\dot{\varphi}_k, \\ V &= \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} c_k\varphi_k^2 + \tfrac{1}{2}\sum_k\sum_r{}' c_{kr}\varphi_k\varphi_r + \tfrac{1}{2}\sum_k\sum_r{}' \gamma_{kr}\varphi_k^2, \\ F &= \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} b_k\dot{\varphi}_k^2 + \tfrac{1}{2}\sum_k\sum_r{}' d_{kr}\dot{\varphi}_k\dot{\varphi}_r + \tfrac{1}{2}\sum_k\sum_r{}' \beta_{kr}\dot{\varphi}_k^2, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

[1]) Rost. Košťál, Les vibrations des systèmes couplés. Publications de la faculté des sciences de l'université Masaryk No. 140. 1931.

où $a_{kr} = a_{rk}$, $c_{kr} = c_{rk}$, $d_{kr} = d_{rk}$, $e_{kr} = - e_{rk}$, $b_{kr} = m_{kr} - m_{rk} + d_{kr} = e_{kr} + d_{kr}$, par l'équation de Lagrange

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_k}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\varphi}_k} = 0; \; L = T - V.$$

Dans l'expression pour T il faut pour $1 \leqq k \leqq n$ $a_k \geqq 0$.

Si l'élément de l'indice k effectue l'oscillation composée définie par les équations (1), chacun parmi ces éléments libres ne doit pas forcément effectuer le mouvement harmonique, c'est-à-dire ses oscillations ne doivent pas être stables. Nous allons chercher les conditions entre les coefficients a_k, b_k, c_k et les autres coefficients de l'équation (1) qui y entrent par suite du couplage pour que l'équation (1) donne des oscillations stables, autrement dit, pour que le couplage produise des oscillations stables.

En éliminant, du système de n équations (1), les variables $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{k-1}, \varphi_{k+1}, \ldots, \varphi_n$, on obtient l'équation différentielle qui contient la variable φ_k et ses dérivées. Il s'agit alors de trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'élément k effectue des oscillations stables.

Désignons par

$$a_{kk} = a_k + \sum_r{}' \alpha_{kr}, \; b_{kk} = b_k + \sum_r{}' \beta_{kr}, \; c_{kk} = c_k + \sum_r{}' \gamma_{kr}$$

et l'équation (1) devient

$$\sum_{r=1}^{n} (a_{kr}\ddot{\varphi}_r + b_{kr}\dot{\varphi}_r + c_{kr}\varphi_r) = 0, \; 1 \leqq k \leqq n, \tag{3}$$

où la sommation est étendue sur tous les $1 \leqq r \leqq n$. Désignons les intégrales particulières de ce système des équations

$$\varphi_1 = e^{\lambda t}, \; \varphi_2 = e^{\lambda t}, \ldots, \varphi_r = e^{\lambda t}, \ldots, \varphi_n = e^{\lambda t},$$

donc

$$\dot{\varphi}_r = \lambda \varphi_r, \; \ddot{\varphi}_r = \lambda^2 \varphi_r, \; 1 \leqq r \leqq n$$

et en substituant ces quantités dans (3)

$$\sum_{r=1}^{n} (a_{kr}\lambda^2 + b_{kr}\lambda + c_{kr})\, \varphi_r = 0, \; 1 \leqq k \leqq n.$$

C'est un système de n équations homogènes à n variables. La solution est possible quand

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda^2 + b_{11}\lambda + c_{11}, & a_{12}\lambda^2 + b_{12}\lambda + c_{12}, & \ldots, & a_{1n}\lambda^2 + b_{1n}\lambda + c_{1n} \\ a_{21}\lambda^2 + b_{21}\lambda + c_{21}, & a_{22}\lambda^2 + b_{22}\lambda + c_{22}, & \ldots, & a_{2n}\lambda^2 + b_{2n}\lambda + c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}\lambda^2 + b_{n1}\lambda + c_{n1}, & a_{n2}\lambda^2 + b_{n2}\lambda + c_{n2}, & & a_{nn}\lambda^2 + b_{nn}\lambda + c_{nn} \end{vmatrix} = 0;$$

d'où

$$\alpha_0\lambda^{2n} + \alpha_1\lambda^{2n-1} + \alpha_2\lambda^{2n-2} + \ldots + \alpha_{2n-1}\lambda + \alpha_{2n} = 0. \tag{4}$$

où

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_0 &= \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & \ldots, & a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & \ldots, & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \alpha_1 = \sum_{\frac{n!}{(n-1)!}} \left\{ \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1,n-1}, & b_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & \ldots, & a_{2,n-1}, & b_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & \ldots, & a_{n,n-1}, & b_{nn} \end{vmatrix} \right\}, \\
\alpha_2 &= \sum_{\frac{n!}{(n-1)!}} \left\{ \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1,n-1}, & c_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & \ldots, & a_{2,n-1}, & c_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & \ldots, & a_{n,n-1}, & c_{nn} \end{vmatrix} \right\} + \\
&\quad + \sum_{\frac{n!}{(n-2)!2!}} \left\{ \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1,n-2}, & b_{1,n-1}, & b_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & \ldots, & a_{2,n-2}, & b_{2,n-1}, & b_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & \ldots, & a_{n,n-2}, & b_{n,n-1}, & b_{nn} \end{vmatrix} \right\}, \ldots \\
\ldots \alpha_{2n-2} &= \sum_{\frac{n!}{(n-1)!}} \left\{ \begin{vmatrix} c_{11}, & c_{12}, & \ldots, & c_{1,n-1}, & a_{1n} \\ c_{21}, & c_{22}, & \ldots, & c_{2,n-1}, & a_{2n} \\ \vdots \\ c_{n1}, & c_{n2}, & \ldots, & c_{n,n-1}, & a_{nn} \end{vmatrix} \right\} + \\
&\quad + \sum_{\frac{n!}{(n-2)!2!}} \left\{ \begin{vmatrix} c_{11}, & c_{12}, & \ldots, & c_{1,n-2}, & b_{1,n-1}, & b_{1n} \\ c_{21}, & c_{22}, & \ldots, & c_{2,n-2}, & b_{2,n-1}, & b_{2n} \\ \vdots \\ c_{n1}, & c_{n2}, & \ldots, & c_{n,n-2}, & b_{n,n-1}, & b_{nn} \end{vmatrix} \right\}, \\
\alpha_{2n-1} &= \sum_{\frac{n!}{(n-1)!}} \left\{ \begin{vmatrix} c_{11}, & c_{12}, & \ldots, & c_{1,n-1}, & b_{1n} \\ c_{21}, & c_{22}, & \ldots, & c_{2,n-1}, & b_{2n} \\ \vdots \\ c_{n1}, & c_{n2}, & \ldots, & c_{n,n-1}, & b_{nn} \end{vmatrix} \right\}, \\
\alpha_{2n} &= \begin{vmatrix} c_{11}, & c_{12}, & \ldots, & c_{1n} \\ c_{21}, & c_{22}, & \ldots, & c_{2n} \\ \vdots \\ c_{n1}, & c_{n2}, & \ldots, & c_{nn} \end{vmatrix};
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$\Sigma\{\}$ est la somme des déterminants (dont le nombre est indiqué à Σ) que l'on obtient en permutant les lettres a, b, c cités dans le déterminant. Désignons les racines de cette équation par λ_1, $\lambda_2, \ldots, \lambda_n$. Le nombre de racines deux à deux différentes soit ν; désignons ces racines par $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\nu$. Pour chaque $\nu + 1 \leqq \varrho \leqq \leqq 2n$ il existe un $1 \leqq \sigma \leqq \nu$ de telle propriété que $\lambda_\varrho = \lambda_\sigma$. Désignons la multiplicité de la racine λ_μ, $1 \leqq \mu \leqq \nu$ par p_μ; on a alors

$$\sum_{\mu=1}^{\nu} p_\mu = 2n.$$

La solution du système des équations différentielles (3) est donnée par les expressions

$$\varphi_k = \sum_{\mu=1}^{\nu} (C_{k,\mu,0} e^{\lambda_\mu t} + C_{k,\mu,1} t e^{\lambda_\mu t} + \ldots + C_{k,\mu,p_\mu - 1} t^{p_\mu - 1} e^{\lambda_\mu t}),$$

$$\varphi_k = \sum_{\mu=1}^{\nu} \sum_{\sigma=0}^{p_\mu - 1} C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t}, \tag{6}$$

pour $k = 1, 2, \ldots, n$; où en général $C_{k,\mu,\sigma} \neq 0$ pour tous les k, μ, σ.

I. Quand λ_μ est réel, trois cas peuvent arriver:

1. $\lambda_\mu > 0$, puis pour $\sigma \geqq 0$ et $t \to \infty$ est $C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t} \to \infty$,
2. a) $\lambda_\mu = 0$, puis pour $\sigma > 0$ et $t \to \infty$ est $C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t} \to \infty$,
   b) $\lambda_\mu = 0$, puis pour $\sigma = 0$ et $t \to \infty$ est $C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t} =$ const.,
3. $\lambda_\mu < 0$, puis pour $\sigma \geqq 0$ et $t \to \infty$ est $C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t} \to 0$.

II. Quand la partie imaginaire de λ_μ est différente de zéro, en écrivant $\lambda_\mu = \varrho_\mu + i\omega_\mu$; trois cas peuvent se présenter de nouveau:

1. $\varrho_\mu > 0$, puis pour $\sigma \geqq 0$ et $t \to \infty$ est $C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t} \to \infty$,
2. a) $\varrho_\mu = 0$, puis pour $\sigma > 0$ et $t \to \infty$ est $C_{k,\mu,\sigma} t^\sigma e^{\lambda_\mu t} \to \infty$,
   b) $\varrho_\mu = 0$, puis pour $\sigma = 0$ et $t \to \infty$ les oscillations arrivent,
3. $\varrho_\mu < 0$, puis pour $\sigma \geqq 0$ et $t \to \infty$ les oscillations arrivent.

Pour que les oscillations stables s'établissent, il faut que l'élongation primitive infiniment petite reste toujours infiniment petite, c'est-à-dire que les racines λ ne doivent pas être égales aux valeurs mentionnées sous 1 et sous 2a, dans le cas I de même que dans le cas II. La condition pour les oscillations stables est que les racines à la partie réelle nulle soient simples, les racines à la partie réelle négative peuvent être aussi multiples. Pour que les oscillations prennent naissance, il est nécessaire qu'au moins une racine ait la partie imaginaire différente de zéro.

Il s'agit maintenant de trouver les conditions, auxquelles doivent satisfaire les coefficients de l'équation (4) pour que ses racines satisfassent aux conditions citées ci-dessus. Nous n'avons rien supposé à l'égard des coefficients de l'équation (1), sauf qu'ils soient réels et $a_k \geqq 0$ pour $1 \leqq k \leqq n$. On ne peut donc rien dire des coefficients de l'équation (4). Supposons que le premier coefficient $\alpha \neq 0$ — en partant des puissances élevées — ait l'indice $2n - m$; divisons l'équation par ce coefficient et écrivons l'équation résultante sous la forme de

$$f(\lambda) \equiv \lambda^m + \beta_1 \lambda^{m-1} + \beta_2 \lambda^{m-2} + \ldots + \beta_m = 0, \tag{7}$$

où

$$\beta_k = \frac{\alpha_{2n-m+k}}{\alpha_{2n-m}}, \quad 1 \leqq k \leqq m.$$

Il en résulte que l'équation (7) peut avoir la racine égale à zéro qui n'est que simple. Quand l'équation (7) a la racine égale à zéro, écrivons $F(\lambda) = f(\lambda)/\lambda$, dans le cas contraire posons $F(\lambda) = f(\lambda)$; le degré de $F(\lambda)$ soit m'. Puis $F(\lambda)$ doit avoir des racines purement imaginaires exclusivement simples et des racines qui restent à partie réelle négative. Les conditions auxquelles doivent satisfaire les coefficients de l'équation donnée pour que ses racines possèdent les propriétés indiquées sont expliquées dans ma note „Contribution à la théorie des équations du n-ième degré.[2])"

La condition nécessaire et suffisante, pour que les racines purement imaginaires d'une équation donnée à coefficients réels

$$f(x) \equiv x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n = 0, \tag{8}$$

$(a_n \neq 0$ et $a_\nu = 0$ pour $\nu > n)$ soient simples et que les racines qui restent aient la partie réelle négative, est

1. $a_{n-2\nu} > 0$ et ou tous les $a_{n-2\nu-1}$ positifs, ou tous égaux à zéro pour $0 \leqq \nu \leqq \left[\frac{n-1}{2}\right]$,

2. désignons par ϱ la signature de la forme quadratique

$$\sum_{\xi=1}^{\tau} \sum_{\eta=1}^{\tau} s_{\xi+\eta-2} y_\xi y_\eta, \tag{9}$$

où les s sont les sommes des puissances des racines du plus grand commun diviseur

$$d(y) \equiv d_0 y^\tau + d_1 y^{\tau-1} + \ldots + d_\tau = 0,$$

des deux polynômes $g(y) = g(x^2)$, $h(y) = h(x^2)$, l'un formé des termes aux puissances x paires, l'autre formé des termes aux puissances x impaires de l'équation (8) $f(x) = g(x) + xh(x^2)$. Il doit être

$$\Delta_\nu > 0 \text{ pour } 1 \leqq \nu \leqq n - 2\varrho,$$

où

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} a_1, & a_3, & a_5, & \ldots, & a_{2\nu-1} \\ 1, & a_2, & a_4, & \ldots, & a_{2\nu-2} \\ 0, & a_1, & a_3, & \ldots, & a_{2\nu-3} \\ & & & & \vdots \\ & & & & a_\nu \end{vmatrix} \text{[3])}.$$

[2]) Časopis pro pěstování matem. a fysiky, **65** (1936), pp. 28—32.

[3]) Si la signature ϱ de la forme quadratique (9) satisfait à la condition $0 \leqq \varrho < \frac{1}{2}n$, les $n - 2\varrho$ déterminants Δ_ν pour $1 \leqq \nu \leqq n - 2\varrho$ sont positifs. Alors il faut qu'au moins un coefficient impair $a_{n-2\nu-1}$ soit positif

Les conditions de ce théorème étant satisfaites, on a $\Delta_\nu = 0$ pour $n - 2\varrho + 1 \leqq \nu \leqq n$.

Il faut y ajouter encore la condition qu'au moins une des racines soit complexe avec la partie imaginaire différente de zéro, autrement le mouvement oscillant n'aurait pas lieu. Cette condition arrive sous no 2. Alors nous allons résumer:

Pour que le système des équations différentielles (3) donne les oscillations stables, il faut et il suffit que l'équation caractéristique (7) remplisse les conditions suivantes:

1. S'il y a racine nulle, elle doit être simple. Dans ce cas introduisons la fonction $F(\lambda) = f(\lambda)/\lambda$, autrement $F(\lambda) = f(\lambda)$; désignons par m' le degré de $F(\lambda)$.

2. La signature de la forme quadratique

$$\sum_{\xi=1}^{m'} \sum_{\eta=1}^{m'} s'_{\xi+\eta-2}\lambda_\xi\lambda_\eta,$$

où s' sont les sommes des puissances des racines de l'équation caractéristique $F(\lambda) = 0$, doit être moindre que son rang au moins de 2.

3. $\beta_{m'-2\nu} > 0$ et ou tous les $\beta_{m'-2\nu-1}$ positifs ou tous égaux à zéro pour $0 \leqq \nu \leqq \left[\frac{m'-1}{2}\right]$.

4. Désignons par ϱ la signature de la forme quadratique

$$\sum_{\xi=1}^{\tau} \sum_{\eta=1}^{\tau} s_{\xi+\eta-2}y_\xi y_\eta,$$

où les s sont les sommes des puissances du plus grand commun diviseur

$$d(y) \equiv d_0 y^\tau + d_1 y^{\tau-1} + \ldots + d_\tau = 0$$

de deux polynômes, $g(y) = g(\lambda^2)$, $h(y) = h(\lambda^2)$, l'un formé des termes aux puissances x paires, l'autre formé des termes aux puissances x impaires de l'équation $F(\lambda) = 0$; $F(\lambda) = g(\lambda^2) + \lambda h(\lambda^2)$. Il doit être

$$\Delta_\nu > 0 \text{ pour } 1 \leqq \nu \leqq m' - 2\varrho,$$

---

et, par conséquence, que tous les coefficients soient positifs—c'est le théorème 2 de ma note citée ci-dessus.

Si la signature $\varrho = \frac{1}{2}n$, c'est-à dire n est paire, le degré du plus grand commun diviseur peut être égal à $\frac{1}{2}n$, à condition que $h(x) = 0$ identiquement, c'est-à-dire que $a_{2\nu-1} = 0$ pour $1 \leqq \nu \leqq \frac{1}{2}n$. Puisque la signature est égale au degré $g(y)$, la forme quadratique (9) doit être définie positive, ce qui est équivalent à la condition 2 du théorème 1 de ma note citée ci-dessus.

où

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} \beta_1, & \beta_3, & \beta_5, & \ldots, & \beta_{2\nu-1} \\ 1, & \beta_2, & \beta_4, & \ldots, & \beta_{2\nu-2} \\ 0, & \beta_1, & \beta_3, & \ldots, & \beta_{2\nu-3} \\ & & & & \vdots \\ & & & & \beta_\nu \end{vmatrix}.$$

Ces règles permettent, d'après les valeurs des coefficients, de constater, si les oscillations stables arrivent ou non. On peut aussi trouver les coefficients qui entrent dans l'équation par suite du couplage, pour que les oscillations stables arrivent. On a rien supposé à l'égard des oscillations libres, donc elles peuvent être aussi instables et se stabilisent par le couplage.

Quand n éléments sont couplés, les coefficients entrants par le couplage doivent satisfaire aux conditions $a_{kr} = a_{rk}$, $c_{kr} = c_{rk}$, $d_{kr} = d_{rk}$, $e_{kr} = -e_{rk}$. Le couplage ajoute donc en général $4(n-1)n$ termes à coefficients α, γ, δ et ε qui peuvent être différents et encore $4\binom{n}{2}$ termes à coefficients a, c, d et e qui sont liés par la condition citée ci-dessus. En total, le couplage ajoute en général $4n(n-1) + 4\binom{n}{2} = 6n(n-1)$ termes. Si le couplage doit être symétrique, puis $a_{kr} = a_{rk}$, $c_{kr} = c_{rk}$, $d_{kr} = d_{rk}$ $e_{kr} = 0$, $\alpha_{kr} = \alpha_{rk}$, $\gamma_{kr} = \gamma_{rk}$, $\delta_{kr} = \delta_{rk}$, $\varepsilon_{kr} = 0$, alors le nombre des termes qui s'ajoutent par suite du couplage peut être au maximum $6\binom{n}{2} = 3n(n-1)$. Si le couplage doit être antisymétrique, puis il faut $a_{kr} = 0$, $c_{kr} = 0$, $d_{kr} = 0$, $e_{kr} = -e_{rk}$, $\alpha_{kr} = 0$, $\gamma_{kr} = 0$, $\delta_{kr} = 0$, $\varepsilon_{kr} = -\varepsilon_{rk}$ et le nombre des termes qui s'ajoutent par le couplage peut être au maximum $2\binom{n}{2} = n(n-1)$. C'est de cette façon que le nombre de coefficients est déterminé et ceux-ci peuvent varier de sorte que les oscillations stables arrivent.

*

Stabilisace kmitů spražením.

(Obsah předešlého článku.)

Mějme systém n volných elementů; kmity těchto elementů (ať stabilní nebo nestabilní) jsou dány rovnicemi

$$a_k\ddot{\varphi}_k + b_k\dot{\varphi}_k + c_k\varphi_k = 0,\ 1 \leqq k \leqq n.$$

Když jsou tyto elementy spřaženy, pak je pohyb k-tého elementu dán rovnicemi

$$\begin{aligned} a_k\ddot{\varphi}_k + b_k\dot{\varphi}_k + c_k\varphi_k + \sum_r{}' (a_{kr}\ddot{\varphi}_r + b_{kr}\dot{\varphi}_r + c_{kr}\varphi_r) + \\ + \sum_r{}' (\alpha_{kr}\ddot{\varphi}_k + \beta_{kr}\dot{\varphi}_k + \gamma_{kr}\varphi_k) = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n, \end{aligned} \tag{I}$$

kde Σ' značí součet pro všechna r, vyjímajíc $r = k$.

Když k-tý element koná složený pohyb kmitavý definovaný rovnicemi (I), nemusí obecně ještě každý z nespřažených elementů konati jednoduchý harmonický pohyb, t. j. nemusí jeho kmity býti stabilní. Chci nalézti, jaké musí býti podmínky mezi koeficienty původními a koeficienty, jež přistupují spřažením, aby rovnice (I) dávala stabilní kmity, čili aby spřažením vznikly z původních kmitů kmity stabilní.

Označme

$$a_{kk} = a_k + \sum_r{}'\alpha_{kr}, \quad b_{kk} = b_k + \sum_r{}'\beta_{kr}, \quad c_{kk} = c_k + \sum_r{}'\gamma_{kr},$$

pak rovnice (I) nabývá tvaru

$$\sum_{r=1}^{n} (a_{kr}\ddot{\varphi}_r + b_{kr}\dot{\varphi}_r + c_{kr}\varphi_r) = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n, \tag{II}$$

a součet se nyní vztahuje pro všechna $1 \leqq r \leqq n$. Podmínka existence řešení tohoto systému rovnic zní

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda^2 + b_{11}\lambda + c_{11}, & a_{12}\lambda^2 + b_{12}\lambda + c_{12}, & \ldots, & a_{1n}\lambda^2 + b_{1n}\lambda + c_{1n} \\ a_{21}\lambda^2 + b_{21}\lambda + c_{21}, & a_{22}\lambda^2 + b_{22}\lambda + c_{22}, & \ldots, & a_{2n}\lambda^2 + b_{2n}\lambda + c_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1}\lambda^2 + b_{n1}\lambda + c_{n1}, & a_{n2}\lambda^2 + b_{n2}\lambda + c_{n2}, & \ldots, & a_{nn}\lambda^2 + b_{nn}\lambda + c_{nn} \end{vmatrix} = 0;$$

upravením

$$\alpha_0\lambda^{2n} + \alpha_1\lambda^{2n-1} + \ldots + \alpha_{2n} = 0,$$

kde α jsou známé funkce a, b, c.

Nechť prvý koeficient $\alpha \neq 0$ — postupujeme-li od nejvyšších mocnin — má index $2n - m$; dělme rovnici tímto koeficientem a výslednou rovnici pišme tvarem

$$f(\lambda) \equiv \lambda^m + \beta_1\lambda^{m-1} + \beta_2\lambda^{m-2} + \ldots + \beta_m = 0, \tag{III}$$

kde

$$\beta_k = \frac{\alpha_{2n-m+k}}{\alpha_{2n-m}}, \quad 1 \leqq k \leqq m.$$

Aby systém diferenciálních rovnic (II) dával stabilní kmity, k tomu je nutné a stačí, aby rovnice (III) splňovala podmínky:

1. nulový kořen může míti jen jednoduchý; když má nulový kořen, zavedeme funkci $F(\lambda) = f(\lambda)/\lambda$; jinak $F(\lambda) = f(\lambda)$; stupeň $F(\lambda)$ označme m';

2. signatura kvadratické formy

$$\sum_{\xi=1}^{m'}\sum_{\eta=1}^{m'} s'_{\xi+\eta-2}\lambda_\xi\lambda_\eta,$$

kde s' jsou potenční součty kořenů charakteristické rovnice $F(\lambda) = 0$, musí býti aspoň o 2 nižší, nežli je její hodnost;

3. $\beta_{m'-2\nu} > 0$ a buď všechna $\beta_{m'-2\nu-1} > 0$, anebo všechna $\beta_{m'-2\nu-1} = 0$ pro $0 \leqq \nu \leqq \left[\frac{m'-1}{2}\right]$;

4. když signatura kvadratické formy

$$\sum_{\xi=1}^{\tau}\sum_{\eta=1}^{\tau} s_{\xi+\eta-2}y_\xi y_\eta,$$

je ϱ, při tom s jsou potenční součty kořenů největší společné míry

$$d(y) \equiv d_0y^\tau + d_1y^{\tau-1} + \ldots + d_\tau = 0$$

dvou polynomů $g(y) = g(\lambda^2)$, $h(y) = h(\lambda^2)$, utvořených jednak z členů o sudých mocninách λ, jednak z členů o lichých mocninách λ rovnice $F(\lambda) = 0$; $F(\lambda) = g(\lambda^2) + \lambda h(\lambda^2)$, pak musí býti

$$\Delta_\nu > 0 \text{ pro } 1 \leqq \nu \leqq m' - 2\varrho,$$

při tom

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} \beta_1, & \beta_3, & \beta_5, & \ldots, & \beta_{2\nu-1} \\ 1, & \beta_2, & \beta_4, & \ldots, & \beta_{2\nu-2} \\ 0, & \beta_1, & \beta_3, & \ldots, & \beta_{2\nu-3} \\ & & & & \vdots \\ & & & & \beta_\nu \end{vmatrix}.$$

ČASOPIS PRO PĚSTOVÁNÍ MATEMATIKY A FYSIKY

ČLÁNKY A REFERÁTY.

Emmy Noetherová.

Vladimír Kořínek, Praha.

14. dubna letošního roku zemřela v Americe po operaci Emmy Noetherová ve věku 53 let. Tím odchází ze současného matematického světa jedna z nejvýznamnějších osobností, osobnost velmi pozoruhodná. Zvláštnost zjevu Emmy Noetherové spočívá nejen v tom, že jakožto žena patří beze sporu mezi přední současné matematiky světové, nýbrž především v obsahu a svéráznosti jejího matematického díla. Narodila se v Erlangách[1]) 23. března 1882, jsouc dcerou známého matematika Maxe Noethera. Po příkladu svého otce věnovala se studiu matematiky. Roku 1907 promovala v Erlangách. Za války přišla do Götting, kde se roku 1919 habilitovala a krátce potom dostala učebný příkaz. V Göttingách působila až do léta 1933.

První mně známá práce Noetherové jest její disertace.[2]) V ní se zabývá Noetherová teorií invariantů kvadratických forem v duchu Gordanově. Jde při tom o stanovení úplného systému forem pro obecnou ternární bikvadratickou formu. Noetherová řeší tuto úlohu jen částečně, neboť určuje jen tak řečený relativně

---

[1]) Životopisná data byla vzata z článku: B. L. van der Waerden: Nachruf auf Emmy Noether, Math. Ann. **111**, 1935, 469—476. K tomuto článku jest připojena i bibliografie prací Noetherové. Pokud jsem zjistil, jest tato bibliografie úplná až na to, že v ní schází disertace Noetherové uvedená v poznámce [2]). Ve svém článku uvádím jen velké práce Noetherové, jinak odkazuji čtenáře na tuto bibliografii. Hermann Weyl napsal rovněž posmrtnou vzpomínku na Noetherovou do amerického časopisu Scripta Mathematica, **3**. vol., July 1935. Tento článek byl mně bohužel nepřístupný.

[2]) Über die Bildung des Formensystems der ternären biquadratischen Form. J. f. r. u. a. Math., **134**, 1908, 23—90. Van der Waerden uvádí ve zmíněné posmrtné vzpomínce za její disertaci pojednání pozdější: Zur Invariantentheorie der Formen von n Variablen, J. f. r. u. a. Math. **139**, 1911, 118—154, což však spočívá na omylu; neboť právě v pojednání jím mylně za disertaci pokládaném Noetherová sama označuje na str. 121 hoření pojednání za disertaci, což opakuje i ve stručném výtahu z této práce: Zur Invariantentheorie der Formen von n Variablen, Jahresb. d. D. Math. Ver. **19**, 1910, 101—104, na str. 102. Van der Waerden pojednání z roku 1908 úplně přehlédl, neboť je neuvádí ani v připojené bibliografii.

úplný systém forem. Užívá přitom metod Gordanových a postupuje ryze početně, tedy způsobem, který později tak potírala. Teorií invariantů kvadratických forem zabývá se Noetherová ještě později v několika pojednáních. V nich, ačkoliv její postup jest stále ještě početní, objevuje se již jeden rys pro Noetherovou tak význačný, úsilí po největší obecnosti výsledků. Za války uveřejňuje dvě práce o diferenciálních invariantech. Záhy po válce se však již obrací k první z obou skupin problémů moderní algebry, v nichž spočívá vlastní význam její badatelské práce. Obě tyto skupiny problémů: obecná teorie ideálů a teorie nekomutativních systémů rozrostly se jí pod rukama v celé rozsáhlé teorie a v nich se definitivně projevuje její osobitost, a to jak ve formulaci problémů, tak v metodách jejich řešení.

V teorii ideálů vzala si Noetherová za úkol přenésti teorii o rozkladu ideálů v primideály, která platí v maximálních řádech algebraických těles, na obecné komutativní okruhy. Aby se jí to podařilo, byla nucena provésti dvě zevšeobecnění. Požadavek, aby každý ideál dal se rozložiti v součin primideálů, byl totiž pro obecné okruhy v dvojím směru příliš silný. Jednak primideály jakožto základní kameny pro vybudování libovolného ideálu byly pojmem příliš speciálním a bylo nutno je nahraditi obecnějším pojmem primárních ideálů, jednak se ukázalo, že nelze z primárních ideálů vytvořit libovolný ideál jakožto součin. Bylo nutno součin nahraditi nejmenším společným násobkem ideálů čili jejich průnikem, hledíme-li na ideály jakožto na množiny. Noetherové se podařilo dokázati větu, že každý ideál v okruhu dá se vyjádřiti jakožto nejmenší společný násobek (průnik) konečného počtu primárních ideálů. Při tom o okruhu bylo nutno jen učiniti předpoklad o řetězci dělitelů (Teilerkettensatz), t. j. předpokládati, že každá posloupnost ideálů, v níž libovolný ideál jest dělitelem předcházejícího (řetězec dělitelů, Teilerkette), má jen konečný počet členů od sebe různých. Tento výsledek byl znám již před tím pro okruhy polynomů, kdež se k jeho důkazu používalo té vlastnosti, že každý ideál těchto okruhů má konečnou basi. Jest právě velkým výkonem Noetherové, že poznala, že předpoklad o konečné basi ideálů jest totožný s větou o řetězci dělitelů, a že se daleko lépe hodí pro důkazy v abstraktních okruzích. Další rozvoj teorie ideálů ukázal velký význam pojmu „předpoklad (věta) o řetězci dělitelů“ a analogicky Noetherovou utvořeného pojmu „předpoklad (věta) o řetězci násobků“. Noetherová vyšetřovala dále, jaké předpoklady musí splňovati okruh, aby v něm platil rozklad ideálů v součin primideálů, a našla v podstatě toto: Platí-li v okruhu mimo předpoklad o řetězci dělitelů ještě předpoklad o řetězci násobků, které jsou všechny děliteli nějakého ideálu, a existuje-li v okruhu jednotkový element, pak se dá každý ideál jednoznačně vyjádřiti jakožto součin primárních ideálů. Jedná-li se dále při tom ještě o obor integrity, který jest celistvě uzavřený ve svém podílovém tělese (ganz abgeschlossen), pak dá se každý ideál rozložiti v součin primideálů.[3]) Při aplikaci této abstraktní teorie ideálů na teorii ideálů v okruzích polynomů přišla Noetherová na myšlenku vybudovati na teorii ideálů teorii eliminace. Uveřejnila o tomto předmětě několik pojednání, když však k definitivní formulaci současně s ní dospěl van der Waerden, přenechala mu její uveřejnění.

Druhou velkou skupinou problémů z abstraktní algebry, ke které se Noetherová po teorii ideálů obrátila, byla teorie nekomutativních systémů. Teorie algeber (hyperkomplexních čísel) byla již od začátku 20. století předmětem četných prací amerických matematiků. Jejich výsledky shrnul v knihu Dickson. Tato kniha vyšla pod názvem Algebren und ihre Zahlentheorie roku 1927 v německém překladě. Teprve tento překlad upozornil větší měrou na tuto teorii evropské matematiky a tak již téhož roku podává Artin nové, daleko kratší a obecnější odvození hlavních vět o struktuře algeber. Za takového stavu věci ujala se práce v tomto oboru Noetherová. Brzo přišla na to, že celou teorii algeber lze velmi jednoduše a obecně vybudovati pomocí pojmu modulu, zvláště pomocí jistého druhu modulů, které první definovala a nazvala representačními moduly (Darstellungsmoduln). Tím se celá teorie stala nejen velmi stručnou a přehlednou, nýbrž dala se i stejným způsobem vybudovati tak zvaná teorie representace algeber pomocí matic (Darstellungstheorie), t. j. dala se rozřešiti úloha, najíti k dané algebře všechny matiční okruhy s elementy z daného, po případě nekomutativního, tělesa, které jsou s danou algebrou isomorfní. Mnoho vět z této teorie podařilo se jí při tom dokázati pro nekomutativní systémy daleko obecnější, než jsou systémy hyperkomplexních čísel.[4]) Kdežto v teorii ideálů nahradila ve svých vyšetřováních vyjádření ideálů pomocí konečné base větou o řetězci dělitelů, zde právě naopak vydatně použila vyjádření konečného modulu pomocí jeho base.

Noetherová pracovala i po roce 1929 v tomto oboru neúnavně dále. Tak záhy objevila to, co jest podstatného na způsobu, kterým Dickson sestrojil jistý druh nekomutativních těles po něm nazvaných, a stvořila tak pojem vnitřního součinu (verschränktes

---

[3]) Tuto teorii ideálů uveřejnila Noetherová ve dvou pojednáních: Idealtheorie in Ringbereichen, Math. Ann., **83**, 1921, 24—66, a Abstrakter Aufbau der Idealtheorie in algebraischen Zahl- und Funktionenkörpern, Math. Ann. **96**, 1927, 26—61.

[4]) Tato svá vyšetřování uložila Noetherová ve velkém pojednání Hyperkomplexe Grössen und Darstellungstheorie, Math. Zsch., **30**, 1929, 641—692.

Produkt).[5]) Celá věc spočívala v tom, že ke zvolenému Galoisovu nadtělesu konečného stupně adjungujeme elementy jeho Galoisovy grupy při vhodné definici sčítání a násobení mezi elementy grupy a elementy tělesa. Tím dostaneme jednoduchou algebru speciálního typu a za jistých podmínek, které rovněž Noetherová nalezla, nekomutativní těleso Dicksonova typu. Tuto teorii Noetherové, která má základní důležitost při studiu struktury nekomutativních těles, uveřejnil Hasse v jednom svém pojednání.[6]) Pomocí vnitřního součinu podařilo se Noetherové společně s Hassem a R. Brauerem rozřešiti tak zvaný problém nekomutativních těles, t. j. úlohu stanoviti všechna nekomutativní tělesa konečné hodnosti nad daným algebraickým číselným tělesem konečného stupně jakožto centrem. Ukázali totiž,[7]) že každé takové nekomutativní těleso jest typu Dicksonova a dá se tedy vytvořiti vnitřním součinem. Dále se jí podařilo při tomto studiu struktury nekomutativních těles zevšeobecniti Galoisovu teorii z komutativních těles na tělesa nekomutativní a přitom výsledky týkající se struktury nekomutativních těles formulovati co nejobecněji.[8]) V poslední době, krátce před svým odchodem z Německa, obrátila se ke studiu aritmetiky jednoduchých algeber. První velmi zajímavé výsledky v tomto směru, kterých docílila tím, že současně použila modulů i vnitřních součinů, uveřejnila rok před svou smrtí.[9]) Pro ni nepříznivý vývoj událostí v Německu a náhlá její smrt zabránily jí dosáhnouti na tomto poli definitivních ucelených výsledků.

Založením a vybudováním abstraktní teorie ideálů a velkým podílem, kterým přispěla ke stavbě teorie nekomutativních systémů, zapsala se Noetherová nesmazatelně do dějin moderní algebry. Zároveň lze viděti i na tomto stručném vylíčení jejího díla, v čem spočívá osobitost jejího matematického myšlení. Noetherová snažila se vždy nalézti ty nejvšeobecnější podmínky, za kterých platí věty určité matematické teorie. Aby toho dosáhla, rozkládala pojmy, které se v oné teorii vyskytovaly, na řadu pojmů

[5]) Zavádím pro pojem „verschränktes Produkt" název „vnitřní součin" ve shodě s názvem „produit intérieur", který zavedl pro francouzštinu C. Chevalley. Hasse v pojednání l. c. [6]) napsaném anglicky užívá názvu „crossed product".

[6]) Helmut Hasse: Theory of Cyclic Algebras over an Algebraic Number Field. Trans. Am. Math. Soc. 34, 1932, 171—214.

[7]) Beweis eines Hauptsatzes in der Theorie der Algebren, J. f. r. u. a. Math. 167, 1932, 399—404.

[8]) Tato vyšetřování obsahuje druhé její velké pojednání z teorie nekomutativních systémů: Nichtkommutative Algebra, Math. Zschr. 37, 1933, 514—541.

[9]) Zerfallende verschränkte Produkte und ihre Maximalordnungen. Actualités scientifiques et industrielles, Nro. 148, 1934. V bibliografii van der Waerdenově mylně uveden rok 1935 za rok uveřejnění.

jednodušších, abstraktnějších a obecnějších. Pro takto nově utvořené pojmy vybudovala novou teorii, daleko obecnější než teorie původní, z níž plynuly věty původní teorie jakožto speciální případy. Tím získala nejen velké zevšeobecnění výsledků, nýbrž i celá teorie stala se jednodušší a průhlednější. Při tom zavrhovala jakýkoliv početní aparát, pracovala jen s pojmy a jich vzájemnými logickými vztahy. Dobře to vystihl van der Waerden, když vyjádřil hlavní zásadu, kterou se při svém badání řídila, takto:[10]) Alle Beziehungen zwischen Zahlen, Funktionen und Operationen werden erst dann durchsichtig, verallgemeinerungsfähig und wirklich fruchtbar, wenn sie von ihren besonderen Objekten losgelöst und auf allgemeine begriffliche Zusammenhänge zurückgeführt sind. Pěkně lze sledovati tuto její metodu na obecné teorii ideálů. Aby zevšeobecnila větu o rozkladu ideálu v součin primideálů, nahradila pojem primideálu několika pojmy obecnějšími, méně restriktivními, jako primární ideál, ireducibilní ideál, jichž jest primideál speciálním případem. Podobně nahradila součin průnikem a formulovala řadu předpokladů obecně a abstraktně. Takovou formulací jest na příklad věta o řetězci dělitelů. Tím dostala teorii o rozkladu ideálů v obecných komutativních okruzích a zároveň našla úplně obecně ty předpoklady, které musí okruh splňovati, aby v něm platil speciální rozklad ideálů v součin primideálů. Tento její ryze abstraktní a logický postup, odmítající veškerý početní aparát, sotva by šel použíti ve všech odvětvích matematiky, ale jest jisto, že právě v některých moderních matematických disciplinách, jako jest moderní algebra, teorie množin neb topologie, jen tento postup vede k opravdu významným objevům. A jest pozoruhodné, že to byla právě žena, která zdůrazňovala význam této abstraktní metody, a která jí s takovým úspěchem používala, neboť z dějin matematiky lze viděti, že abstrakce patří k nejtěžším věcem v lidském myšlení.

Osobně byla Noetherová žena cele soustředěná na svou práci, jíž byla plně oddána celým svým ohnivým temperamentem. O vnější hmotné podmínky svého života, které byly velmi skrovné, příliš nedbala a žila jen pro matematiku. V Göttingách shromáždila kolem sebe celý kruh mladých algebraiků, kteří spolu s ní pracovali na problémech moderní algebry, a rozdávala štědře z nepřeberné zásoby svých badatelských myšlenek. Předhitlerovské Německo mělo pro tak skvělý talent jen učební příkaz. Třetí říše pak přirozeně nemohla strpět na universitě ženu a k tomu ještě židovku. Proto jí byla v létě 1933 odňata venia legendi a Noetherová byla nucena opustiti Německo. Dostala místo na universitě v Bryn Mawr v Americe. Ačkoliv se tím její hmotné poměry

[10]) L. c. [1]), str. 469.

zlepšily, Noetherová nemohla si na Ameriku zvyknout a velmi se jí stýskalo po Göttingách. Neodolala, aby alespoň o prázdninách 1934 nenavštívila Německo, které se k ní tak špatně zachovalo. A než tyto rány přebolely, Noetherová umírá. Odchází s ní dobrý člověk a velký matematik.

Loxodromická geometrie.

(Výtah z disertace.)

Ludmila Illingerová, Praha.

(Došlo 20. května 1935.)

Loxodromy jsou čáry na rotační ploše, které svírají s poledníky plochy konstantní úhel φ. T. zv. Merkatorovou projekcí plochy na rovinu přejdou loxodromy v přímky. Necháme-li v parametrických rovnicích plochy proměnný úhel, t. j. úhel rotace, probíhati všechny hodnoty, nejen do 2π, zobrazí se plocha obecně do celé roviny rozdělené v rovnoběžné pásy, 2π široké. Hranice těchto pásů představují týž poledník plochy. Pro zjednodušení budeme studovati jen jeden takový pás. Aby toto zjednodušení nebylo na újmu obecnosti, musíme všechny pásy, do kterých se plocha zobrazila, zobraziti na tento zvolený pás. Poněvadž každý bod plochy zobrazuje se současně do všech pásů, má jednu souřadnici určitou, kdežto druhá jest dána až na násobek 2π $[P_1(x_1, y_1 + 2^1k\pi)]$. Každá loxodroma v našem pásu přejde v systém rovnoběžných, stejně od sebe vzdálených úseček. Dvěma body $P_1(x_1, y_1 + 2^1k\pi)$, $P_2(x_2, y_2 + 2^2k\pi)$ prochází nekonečně mnoho loxodrom; jejich společná rovnice jest $y - y_1 - 2^1k\pi = \dfrac{y_2 - y_1 + 2\pi\,({}^2k - {}^1k)}{x_2 - x_1}$, $(x - x_1)$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ Výrazem $2\pi\,({}^1k - {}^2k)$, místo něhož zavedeme Π_{12}, jest každá loxodroma, procházející dvěma body, pevně stanovena. Tangens úhlu, který každá loxodroma svírá s poledníky plochy, jest $\operatorname{tg}\varphi_m = \dfrac{y_2 - y_1 + 2\pi\,({}^2k - {}^1k)}{x_2 - x_1} =$
$= \dfrac{y_2 - y_1 + {}^m\Pi_{21}}{x_2 - x_1}$.

Obrazce vzniklé z loxodrom můžeme studovati jako obdobné útvary v rovině. Velmi zajímavou částí loxodromické geometrie jest loxodromická trigonometrie, která studuje vztahy mezi stranami a úhly loxodromického trojúhelníka, t. j. obrazce vzniklého ze tří loxodrom. Poněvadž uvažované zobrazení plochy na rovinu je konformní, jest součet úhlů každého loxodromického trojúhelníka π. Dosadíme-li do vět rovinné trigonometrie za délky stran trojúhelníka vztahy, kterými jest vázána loxodromická a euklidovská délka strany, t. j. $s_{12} = e_{12}/F_{12}$, obdržíme obdobné věty pro loxodromický trojúhelník. Při tom značí s loxodromickou vzdálenost dvou vrcholů, e vzdálenost euklidovskou a F funkci x-ových souřadnic těchto bodů: pro $x_1 \neq x_2$ jest $F = (x_1 - x_2) : \int\limits_{x_2}^{x_1} \sqrt{\lambda(x)}\, dx$, pro $x_1 = x_2$ jest $F = 1 : \sqrt{\lambda(x_1)}$, kde $\sqrt{\lambda(x)}$ jest poloměr rovnoběžky příslušného bodu na ploše. Tak zní sinová věta loxodromické trigonometrie:

$$\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = s_{23}F_{23} : s_{31}F_{31} : s_{12}F_{12},$$

věta o průmětech:

$$s_{12}F_{12} = s_{23}F_{23}\cos\beta + s_{31}F_{31}\cos\alpha, \text{ atd.},$$

věta kosinová:

$$s_{12}{}^2F^2 = s_{23}{}^2F_{23}{}^2 + s_{31}{}^2F_{31}{}^2 - 2s_{23}s_{31}F_{23}F_{31}\cos\gamma, \text{ atd.},$$

věta tangentová:

$$(s_{12}F_{12} + s_{23}F_{23}) : (s_{12}F_{12} - s_{23}F_{23}) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\gamma + \alpha) : \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\gamma - \alpha), \text{ atd.}$$

Stojí-li dvě z loxodrom v trojúhelníku na sobě kolmo, zjednoduší se výsledky, které jsme obdrželi, a získáme tak věty obdobné větě Pythagorově a větám Euklidovým v euklidovské geometrii. Tak na př. Pythagorova věta loxodromické geometrie:

$$s_{12}{}^2F_{12}{}^2 + s_{23}{}^2F_{23}{}^2 = s_{31}{}^2F_{31}{}^2.$$

Dvěma body prochází nekonečně mnoho loxodrom. Pro tangentu úhlu, který svírá jedna z nich s poledníky plochy, platí $\operatorname{tg}\varphi_1 = \dfrac{y_2 - y_1 + {}^1\Pi_{12}}{x_2 - x_1}$. Pro dvě loxodromy procházející týmiž dvěma body $\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2 = \dfrac{2\Pi_{12} - {}^1\Pi_{12}}{x_2 - x_1}$, pro tři loxodromy

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2}{\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_3} = \frac{{}^1\Pi_{12} - {}^2\Pi_{12}}{{}^1\Pi_{12} - {}^3\Pi_{12}} = \frac{{}^1k_1 - {}^2k_1 + {}^1k_2 - {}^2k_2}{{}^1k_1 - {}^2k_1 + {}^1k_3 - {}^2k_3}.$$

Tento vztah tří loxodrom, procházejících týmiž dvěma body, jest nezávislý na volbě základních bodů, závisí pouze na volbě čísel k. Volíme-li pro jeden z obou uvažovaných bodů všechna $k = 0$, kdežto pro druhý bod jsou konstanty čísla vesměs různá, tvoří všechny loxodromy, těmito dvěma body procházející, svazek a pro každé tři loxodromy v tomto svazku platí $\dfrac{\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2}{\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_3} =$

$= (P_1P_2P_3) \cdot \cos\alpha$, při čemž $(P_1P_2P_3)$ jest obyčejný dělící poměr uvažovaných tří loxodrom ve svazku a α jest úhel, který mezi sebou svírají loxodromy zvolené ve svazku za základní. Pro čtyři loxodromy v tomto svazku obdržíme výsledek: dvojpoměr čtyř loxodrom, procházejících týmiž dvěma body, závisí pouze na číslech k; $(P_1P_2P_3P_4) = \frac{{}^1k_1 - {}^2k_1 + {}^1k_3 - {}^2k_3}{{}^1k_2 - {}^2k_2 + {}^1k_4 - {}^2k_4}$. Mají-li oba základní body souřadnice $p_1\ (x_1, y_1)$, $p_2\ (x_2, y_2 + 2^2k\pi)$, kde ${}^2k$ je libovolné celé číslo, pak pro euklidovskou vzdálenost těchto bodů na libovolné loxodromě $({}^mk = m)$ platí $e_{12} = (x_1 - x_2) \sec \varphi_m$, pro euklidovské vzdálenosti obou bodů na dvou různých loxodromách $e_m : e_n = \cos\varphi_n : \cos\varphi_m$. Tangenty tří loxodrom z uvažovaného svazku jsou ve vztahu

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{(m - n)}{m \operatorname{tg}\varphi_n - n \operatorname{tg}\varphi_m}.$$

Ze vzorce pro tangenty úhlů dvou loxodrom ve svazku $\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{{}^1\Pi_{12} - {}^2\Pi_{12}}{x_1 - x_2}$, obdržíme další výsledky: aby dvě loxodromy ve svazku, charakterisované čísly ${}^1\Pi_{12}$, ${}^2\Pi_{12}$, t. j. ${}^1k_1 - {}^2k_1$, ${}^1k_2 - {}^2k_2$, byly kolmé, musí pro konstantní úhel, který svírá jedna z nich s poledníky plochy, platit $\operatorname{cosec} 2\varphi = \frac{{}^1\Pi_{12} - {}^2\Pi_{12}}{2\,(x_1 - x_2)}$. Jestliže ${}^1\Pi_{12} - {}^2\Pi_{12} = 0$, t. j. ${}^1k_1 - {}^2k_1 = {}^1k_2 - {}^2k_2$, splývají obě loxodromy v jedinou.

Další zajímavou partií loxodromické geometrie jest loxodromická geometrie projektivní. Studuje výtvory dvou vzájemně projektivních svazků loxodrom. Jejich obraz v Merkatorově projekci jest svazek kuželoseček. Můžeme zde také uvažovati dva projektivní svazky loxodrom, které mají střed v jednom bodě; výtvorem jejich jest opět svazek kuželoseček. Tento případ nemá analogie v obyčejné geometrii projektivní.

Důležitá jest dále teorie loxodromických kuželoseček. Loxodromické kružnice na př. mají veliký význam v geofysice k vyšetření středu zemětřesení. Definujeme je jako geometrické místo bodů, které mají stejné loxodromické vzdálenosti od daného bodu. Analogický definujeme loxodromickou elipsu jako geometrické místo bodů, které mají stálý součet loxodromických vzdáleností od dvou pevných bodů a podobně loxodromickou hyperbolu a loxodromickou parabolu. Rovnice loxodromických kuželoseček jsou obecně stupně vyššího než druhého a lze dokázati, že jediná plocha, jejíž loxodromické kuželosečky se v Merkatorově projekci zobrazují do kuželoseček, jest rotační válec.

Poznámka k stejnoúhlým rovinám čtyřrozměrného prostoru.

Libuše Kučerová, Nymburk.

Dvě roviny $^1\varepsilon$, $^2\varepsilon$ v čtyřrozměrném prostoru S_4, jejichž obě extrémní odchylky jsou si rovny, nazýváme rovinami stejnoúhlými.[1]) Každou přímkou čtyřrozměrného operačního prostoru S_4, jehož úběžným prostorem je trojrozměrný eliptický prostor E_3, lze vésti pouze dvě[2]) roviny stejnoúhlé k pevné zvolené rovině o úběžnicích Q, Q'. Tedy úběžníkem b (na E_3) přímky, kterou roviny prokládáme, lze vésti pouze dvě úběžnice ^1Q, ^2Q stejnoúhlých rovin k původní dané.

V následujícím ukážeme, že úběžnice zmíněných přímkou proložených stejnoúhlých rovin čtyřrozměrného prostoru S_4 jsou ve vzájemném vztahu s Cliffordovými[3]) rovnoběžkami eliptického trojrozměrného prostoru E_3 (vedenými bodem k přímce).

I. Základem E_3 jest reálný polárný prostor imaginární plochy druhého řádu. V obrázku zvolena imaginární plocha kulová, jejíž představitelkou jest reálná koule o středu s, dotýkající se půdorysny π.

Úloha: Bodem k veďme obě možné Cliffordovy rovnoběžky k volené přímce Y.

Z bodu k vedeme příčku K (elipticky kolmici) k Y a její absolutní poláře Y'. Kolmice K protíná přímky Y, Y' v bodech e, ^1e a její absolutní polára K' v bodech c, ^1c. Od bodu c na K' naneseme pak „elipticky" na obě strany délku ke do cm nebo do cn. Spojením bodu k s koncovými body m resp. n obdržíme již obě Cliffordovy rovnoběžky M, N z bodu k k Y, Y'.

Avšak přenésti v eliptickém prostoru délku ek z K na K' od c[4]) znamená, nalézti na K' takový bod m, aby

$$(\xi_i {}^1\xi_i ek) = (\xi'_i {}^1\xi'_i cm). \tag{1}$$

Při tom $\left\{\begin{matrix} \xi_i, {}^1\xi_i \\ \xi'_i, {}^1\xi'_i \end{matrix}\right.$ jsou absolutní elementy na $\left\{\begin{matrix} K \\ K'. \end{matrix}\right.$

Rovnice (1) však předpokládá projektivnost řad

$$K\,(\xi_i, {}^1\xi_i, e, k, \ldots)\,\pi K'\,(\xi'_i, {}^1\xi'_i, c, m, \ldots),$$

---

1) Josef Klíma: „K určení úhlu dvou rovin v prostoru čtyřrozměrném a některé úlohy s tím souvisící." Časopis M. F., **62** (1933), str. 132—139.

2) H. de Vries: „Die Lehre von der Zentralprojektion im vierdimensionalen Raume", str. 70.

3) Bonola-Liebmann: „Die nichteuklidische Geometrie", str. 199.

4) Václav Hlavatý: „Úvod do neeuklidovské geometrie", str. 97. Přenos délek v hyperbolické rovině. — Zde úlohu provádíme v eliptickém prostoru.

v nichž známe ξ_i, ${}^1\xi_i$, e, k, ξ'_i, ${}^1\xi'_i$, c. Hledáme m následujícím způsobem:

Projektivní řady na K a K' (jichž skutečné délky získáme sklopením do ${}^0K$ a ${}^0K'$) učiníme perspektivními v rovině tak, aby střed perspektivity byl v jednom γ neb druhém γ' středu, z nichž se promítá[5]) absolutní involuce, určující dvojinu absolutních elementů ξ_i, ${}^1\xi_i$ na K, do absolutní involuce, určující základní elementy ξ'_i, ${}^1\xi'_i$ na K'. Při tom $e \equiv c$ nechť je samodružným bodem obou perspektivních řad. Hledané středy γ, γ' budou tedy na spojnici přidružených bodů ${}^1e$, ${}^1c$.

Absolutní involuce na K $(\xi_i, {}^1\xi_i)$, obsahuje bodové páry e^1e, f^1f, h^1h; involuce na K' $(\xi'_i, {}^1\xi'_i)$ páry c^1c, r^1r, l^1l. Body jednotlivých párů si odpovídají tak, že na př. volenému f na K (v rovině rovnoběžné s nárysnou středem koule s) přísluší průsečík ${}^1f$ jeho antipolárné roviny $\varepsilon^\times$ (kolmé k ν) s K $(\varepsilon^\times{}_2 \equiv K'_2)$.

Obě absolutní involuce na sklopených ${}^0K$ a ${}^0K'$, určené dříve zmíněnými bodovými páry (při čemž involuce bodová ze sklopeného ${}^0K'$ jest přenesena do K'_0 tak, že ${}^0e \equiv c_0$), promítneme paprskovými involucemi ze středu ${}^1s$ na kružnici Ω, jím jdoucí. Střed absolutní involuce na ${}^0K$ je η, na K'_0 δ. Pár dělící harmonicky $\left\{\begin{matrix} {}^0e^{01}e \\ c_0{}^1c_0 \end{matrix}\right.$ na $\left\{\begin{matrix} {}^0K \\ K'_0 \end{matrix}\right.$ a náležící tedy absolutní involuci o dvojných bodech $\left\{\begin{matrix} {}^0e,\ {}^{01}e \\ c_0,\ {}^1c_0 \end{matrix}\right.$ a středu $\left\{\begin{matrix} \eta' \\ \delta' \end{matrix}\right.$ jest $\left\{\begin{matrix} {}^0a{}^0a' \\ b_0b_0' \end{matrix}\right.$. Pak jsou v průsečících $\left\{\begin{matrix} \gamma \equiv \\ \gamma' \equiv \end{matrix}\right.$ $\begin{matrix} \equiv ({}^0ab'_0,\ {}^0a'b_0) \\ \equiv ({}^0a'b'_0,\ {}^0ab_0) \end{matrix}$ oba středy (na ${}^{01}e^1c_0$), z nichž se promítá jedna involuce ve druhou a tedy i $({}^0\xi_i, {}^{01}\xi_i, {}^0e, {}^0k)$ do $\left(\xi'_{i0}, {}^1\xi'_{i0}, c_0, \left\{\begin{matrix} m_0 \\ n_0 \end{matrix}\right.\right)$.

Bod m_0 perspektivně přidružený bodu ${}^0k$ získáme promítnutím ${}^0k$ ze středu γ. Přemístíme-li obě perspektivní čtveřiny $({}^0\xi_i, {}^{01}\xi_i, {}^0e, {}^0k)$ a $(\xi'_{i0}, {}^1\xi'_{i0}, c_0, m_0)$ zpět na K a K' v prostoru, dostaneme:

$$(\xi_i{}^1\xi_i ek) = (\xi'_i{}^1\xi'_i cm).$$

Tato rovnice, dřívější (1), však definuje elipticky rovnost

$$ek = cm.$$

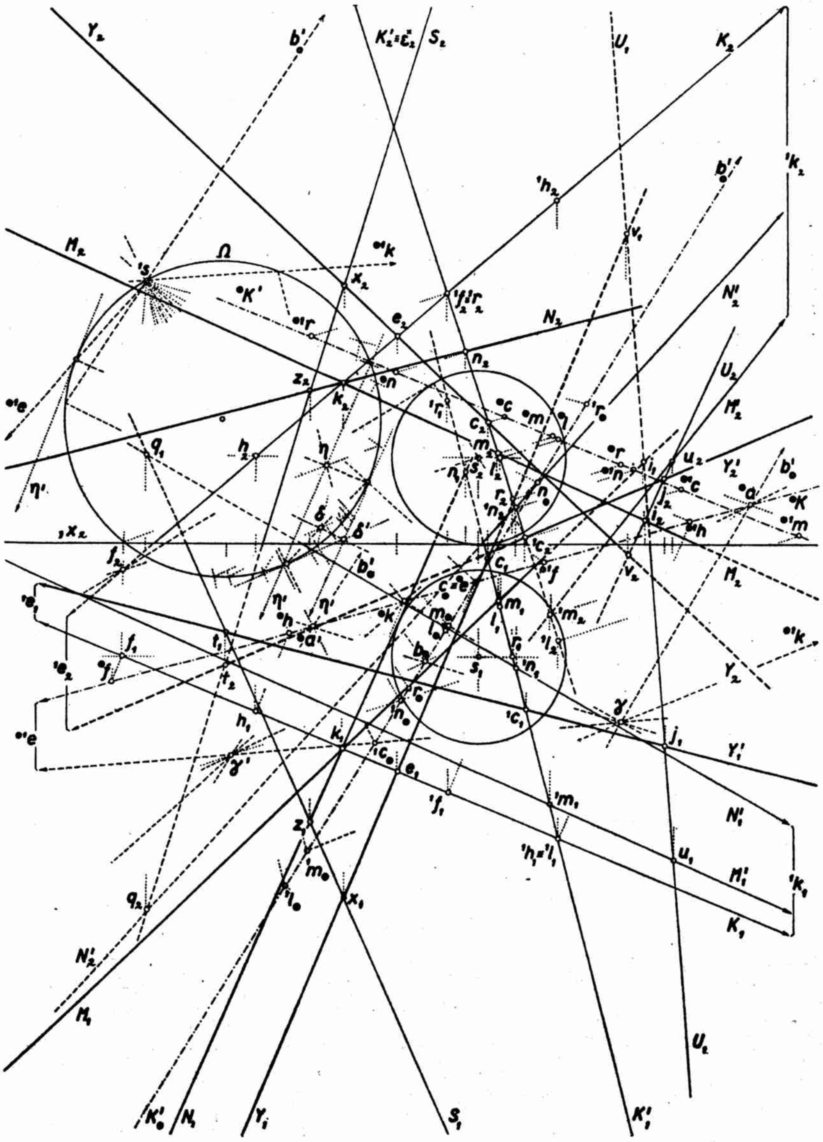
Promítneme-li ${}^0k$ z druhého středu γ' perspektivity, dostaneme na K'_0 bod n_0 té vlastnosti, že zase elipticky

$$ek = nc.$$

Úsečky $\left\{\begin{matrix} c_0m_0 \\ n_0c_0 \end{matrix}\right.$ přeneseme z překlopení do průmětů a spojením

---

[5]) Eduard Weyr: „Projektivná geometrie základních útvarů prvního řádu“, str. 135.



$\begin{cases} km \\ kn \end{cases}$ dostaneme obě Cliffordovy rovnoběžky $\begin{cases} M \\ N \end{cases}$ k Y, Y'. Absolutní poláry M', N', vycházejíce z ^1k absolutně přidruženého ke k na K, procházejí body ^1m a ^1n sdruženými v absolutní involuci δ

D 11

na K' vůči m, n. Body ${}^1m_0$, ${}^1n_0$ na K'_0 jsou vlastně průměty bodu ${}^{01}k$ ze středů γ a γ' na K'_0.

Pro kontrolu rovnoběžnosti (hyperboloidické polohy) rovnoběžek $Y, Y' \left\{ \begin{matrix} M, M' \\ N, N' \end{matrix} \right.$ jsou vedeny v obrázku: příčka $\left\{ \begin{matrix} U \\ S \end{matrix} \right.$ z bodu $\left\{ \begin{matrix} i \\ z \end{matrix} \right.$ na $\left\{ \begin{matrix} M \\ N, \end{matrix} \right.$ jež protíná $Y, Y'{}^n \left\{ \begin{matrix} M' \\ N' \end{matrix} \right.$ postupně v bodech $\left\{ \begin{matrix} v, j, u \\ x, t, q \end{matrix} \right.$.

II. Uvažujme nyní perspektivu čtyřrozměrného prostoru! Jsou-li v S_4 dvě roviny ε a ${}^1\varepsilon$ stejnoúhlé,[6]) mají jejich úběžnice Q, ${}^1Q$ i normálrovinové úběžnice Q', ${}^1Q'$ hyperboloidickou polohu. Pak jsou si rovny oba dvojpoměry $(aa'bb')$ a $(a^\times a^{\times\prime} b^\times b^{\times\prime})$, které tvoří průsečíky zmíněných čtyř úběžnic s oběma v obecném případě možnými jejich absolutně sdruženými transversálami Q^φ, Q^ψ.[7]) Úběžnice Q, Q' pevné roviny protínají transversály $\left\{ \begin{matrix} Q^\varphi \\ Q^\psi \end{matrix} \right.$ v párech $\left\{ \begin{matrix} aa' \\ a^\times a^{\times\prime} \end{matrix} \right.$, absolutní involuce na $\left\{ \begin{matrix} Q^\varphi \\ Q^\psi \end{matrix} \right.$.

Stejnoúhlé roviny povedeme v prostoru S_4 přímkou, jejíž úběžník nechť je zvolený bod b na Q^φ. Tím jdou již obě možné úběžnice ${}^1Q$, ${}^2Q$ rovin stejnoúhlých k pevné rovině o úběžnicích Q, Q'. Absolutní poláry (Normalebenenflüchtlinien) ${}^1Q'$, ${}^2Q'$ procházejí bodem b', absolutně sdruženým k b na Q^φ.

Na druhé příčce Q^ψ hledáme takový pár absolutně sdružených bodů $b^\times b^{\times\prime}$ (je možný ještě druhý pár $b^{\times\times} b^{\times\times\prime}$), aby $(aa'bb') = (a^\times a^{\times\prime} b^\times b^{\times\prime})$.

Pak spojnice

$$\left\{ \begin{matrix} bb^\times \equiv {}^1Q & \quad b'b^{\times\prime} \equiv {}^1Q' \\ bb^{\times\times} \equiv {}^2Q & \quad b'b^{\times\times\prime} \equiv {}^2Q' \end{matrix} \right.$$

jsou již úběžnicemi stejnoúhlých rovin $\left\{ \begin{matrix} {}^1\varepsilon \\ {}^2\varepsilon \end{matrix} \right.$ a mají hyperboloidickou polohu s Q, Q'.

α) V díle Vriesově jsou páry $b^\times b^{\times\prime}$ — $b^{\times\times} b^{\times\times\prime}$ hledány způsobem, který, jak ukážeme v odstavci β), je vlastně sestrojováním Cliffordových rovnoběžníků v eliptické geometrii (čili je eliptickým přenosem délky ab z Q^φ do $a^\times b^\times$ neb v druhou stranu $a^\times b^{\times\times}$ na Q^ψ).

Ke každému bodu p na Q^ψ je sestrojen jednak jemu přidružený p' v absolutní involuci a za druhé bod $p^\times$ přidružený tak, aby

$$(a^\times a^{\times\prime} p p^\times) = (aa'bb').$$

Body $p \ldots$ a $p^\times \ldots$ tvoří na Q^ψ dvě projektivní řady bodové s dvojnými body $a^\times$, $a^{\times\prime}$. Jsou tedy prostřednictvím bodů $p \ldots$

[6]) H. de Vries: „Die Lehre von der Zentralprojektion im vierdimensionalen Raume“, str. 66.

[7]) Kadeřávek-Klíma-Kounovský: „Deskriptivní geometrie“, II. díl, str. 946.

projektivní i řady:

$$p' \ldots \pi p^{\times} \ldots$$

Volíme-li na Q^{φ} takový bod $p \equiv b^{\times}$, aby jemu odpovídající p' v absolutní involuci i $p^{\times}$ v řadě o dvojných bodech $a^{\times}$, $a^{\times\prime}$ splývaly v jediném $b^{\times\prime}$, pak tento je dvojným bodem řad $p' \ldots$ $\ldots \pi p^{\times} \ldots$

Dvojina $b^{\times} b^{\times\prime}$ je párem absolutní involuce na Q^{φ} a vyhovuje zároveň podmínce

$$(a^{\times} a^{\times\prime} b^{\times} b^{\times\prime}) = (aa'bb'). \tag{2}$$

Existuje ještě druhý pár $b^{\times\times} b^{\times\times\prime}$ podobných vlastností jako $b^{\times} b^{\times\prime}$.

β) Abychom ukázali, že jsme ke konstrukci projektivních čtveřin (2) mohli použíti eliptického přenosu délek, uvedeme je do perspektivní polohy tak, že učiníme $a \equiv a^{\times}$ samodružným bodem obou nyní perspektivních řad. Středy perspektivity λ, λ' jsou pak na spojnici odpovídajících bodů a', $a^{\times\prime}$. Pár bb' absolutní involuce na Q^{φ} se má promítnouti zase do páru $b^{\times} b^{\times\prime}$ absolutní involuce na Q^{φ}, vyhovujícího zároveň podmínce (2). Je proto nutno středy perspektivity λ, λ' na $a'a^{\times\prime}$ voliti v jednom neb druhém středu, z nichž se promítá absolutní involuce na Q^{φ} (dvojné body τ_i, τ'_i) do absolutní involuce na Q^{φ} ($\varkappa_i$, $\varkappa'_i$). Jsou pak perspektivní (τ_i, τ'_i, a, a', b, b') a ($\varkappa_i$, $\varkappa'_i$, $a^{\times}$, $a^{\times\prime}$, $b^{\times}$, $b^{\times\prime}$). Po rozmístění tedy

$$(\tau_i \tau'_i ab) = (\varkappa_i \varkappa_i' a^{\times} b^{\times}),$$

čímž definována elipticky rovnost délek ab a $a^{\times} b^{\times}$. Promítáme-li z druhého středu λ', dostaneme $ab = b^{\times\times} a^{\times}$.

Přenesli jsme tedy vlastně elipticky délku ab z Q^{φ} do $a^{\times} b^{\times}$ nebo $b^{\times\times} a^{\times}$ na Q^{φ} právě tak, jako jsme při sestrojování Cliffordových rovnoběžek k Y, Y' bodem k (v oddíle I.) přenášeli délku ke z K do cm neb v druhou stranu nc na K'. Dostáváme tudíž:

„Úběžný trojrozměrný prostor euklidovského čtyřrozměrného prostoru S_4 je eliptický prostor E_3. Uvažujeme-li v tomto prostoru E_3 obě Cliffordovy rovnoběžky M, N vedené bodem k k dané přímce Y, pak tyto jsou úběžnicemi dvou možných stejnoúhlých rovin čtyřrozměrného prostoru S_4, proložených přímkou (o úběžníku k) k rovině, jejíž úběžnice je přímka Y.“

Poznámka k teorii křivek kaustických.

Zdeněk Pírko, Praha.

1. Vrcholným bodem metricko-analytické teorie křivek kaustických jest známá věta *Queteletova-Gergonneova*,[1]) která praví: Kaustika B (zrcadlící nebo lámavé) křivky Γ pro takové paprsky, které se dotýkají křivky A (čili jsou normálami jiné křivky A', evolventy to křivky A), jest evolutou sekundární kaustiky B'. Sekundární kaustika B' jest obálkou kružnic K, jejichž středy leží v incidenčních bodech na křivce Γ a které se dotýkají křivky A (v případě katakaustik), nebo mají poloměr rovný $1/\lambda$ poloměru kružnice K (v případě diakaustik); při tom zákon lomu je dán vztahem

$$\frac{\sin \nu}{\sin \nu'} = \lambda.$$

Jestliže křivka A se redukuje na bod, platí rovněž známá věta *Weyrova*[2]) pro katakaustiky: Sekundární katakaustika B' jest podoidou křivky Γ vzhledem k svítícímu bodu jako pólu. Při tom podoidou rozumíme podle *Brocarda*[3]) geom. místo bodů souměrně sdružených s daným bodem (pólem) podle všech tečen dané křivky (křivky základní). Je patrno tudíž, že podoida není nic jiného než křivka homotetická v poměru 2 : 1 k úpatnici křivky základní vzhledem k pólu.

Větou Weyrovou stává se teorie křivek katakaustických pro bodový zdroj kapitolou teorie úpatnic. V následujícím platnost věty Weyrovy, jde-li opět o bodový zdroj, rozšíříme i na případ diakaustik.

2. Budiž dána základní křivka Γ_0 s rovnicí $f(x, y) = 0$. Rovnici šikmé úpatnice pro úhel ε, Γ_1^ε (definujeme-li jistý smysl) vzhledem k počátku jako pólu obdržíme eliminací x, y z rovnic $f(x, y) = 0$ a

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{\mu}\left(\mu\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right)\frac{x\,\partial f/\partial x + y\,\partial f/\partial y}{(\partial f/\partial x)^2 + (\partial f/\partial y)^2}, \\ \eta &= \frac{1}{\mu}\left(\mu\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial x}\right)\frac{x\,\partial f/\partial x + y\,\partial f/\partial y}{(\partial f/\partial x)^2 + (\partial f/\partial y)^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

($\mu = \operatorname{tg} \varepsilon$). Výsledek budiž tvaru $F(\xi, \eta) = 0$.

[1]) *Quetelet*, Démonstration et développements des principes fondamentaux de la théorie des caustiques sécondaires, Mém. Acad. Belg., V, 1829; *Gergonne*, Sur les caustiques planes, Ann. de Math., XV, 1824—1825; viz na př. *Loria*, Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven, II, 1911, str. 306 a n.

[2]) *Emil Weyr*, Über die Identität der Brennlinien mit den Evoluten der Fußpunktcurven, Zeitschrift Math. Phys., XIV, 1869, str. 376 a n.

[3]) *Brocard*, Notes de bibliographie des courbes géométriques, 1897, str. 221.

Rovnice (1) — spolu s příslušnou rovnicí pro $\frac{d\eta}{d\xi}$ — určují speciální případ *Ludwigových-Wilsonových*[4]) lineárně-kvadratických dotykových transformací s aequatio directrix tvaru

$$\Omega(\xi, \eta; x, y) \equiv \xi^2 + \eta^2 - \left(x - \frac{y}{\mu}\right) \xi - \left(\frac{x}{\mu} + y\right) \eta = 0.$$

Rovnice tato v souřadnicích ξ, η představuje kružnici

$$\left[\tfrac{1}{2}\left(x - \frac{y}{\mu}\right), \tfrac{1}{2}\left(\frac{x}{\mu} + y\right); \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{2\mu} r\right],$$

jdoucí pólem. Při tom r je průvodič základní křivky měřený od pólu, tudíž poloměr uvažované kružnice je ve stálém poměru k poloměrům kružnic majících středy na křivce Γ_0 a jdoucích počátkem.

Dokážeme nyní snadno, že šikmá úpatnice Γ_1^ε je obálkou kružnic $\Omega = 0$. Speciálně pro $\varepsilon = \frac{1}{2}\pi$ obdržíme známou větu *Stubbsovu*[5]) o obyčejných úpatnicích.

Hledejme dále geom. místo bodů souměrně sdružených s pólem podle bodů šikmé úpatnice Γ_1^ε. Křivku označíme $*\Gamma_1^\varepsilon$; její rovnice jsou $*\xi = 2\xi$, $*\eta = 2\eta$, kde ξ, η jsou dány rovnicemi (1); nazveme ji analogicky k podoidě Brocardově šikmou podoidou křivky Γ_0. Tato křivka je tedy obálkou kružnic

$$\left(x - \frac{y}{\mu}, \frac{x}{\mu} + y; \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{\mu} r\right).$$

3. Tuto kružnici můžeme tedy co do velikosti identifikovati s kružnicí K z odstavce 1, položíme-li

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{\mu}, \text{ t. j. } \lambda = \sin \varepsilon. \tag{2}$$

Máme tedy hledané rozšíření věty Weyrovy ve tvaru: Sekundární kaustika B' jest šikmou podoidou křivky Γ' vzhledem k svítícímu bodu jako pólu; je-li rovnice křivky Γ tvaru $f(x, y) = 0$, přísluší jí křivka Γ' s rovnicí $f\left(x - \frac{y}{\mu}, \frac{x}{\mu} + y\right) = 0$, úhel promítání má oblouk arcsin λ, je-li λ index lomu.

Vlastní větu Weyrovu obdržíme pro $\lambda = 1$ ($\varepsilon = \frac{1}{2}\pi$, $\mu = \infty$); šikmá podoida přejde v podoidu Brocardovu, křivky Γ a Γ' splynou.

---

[4]) *Wilson*, Untersuchung einer linearquadratischen Berührungstransformation, 1913. (Thomas & Hubert, Weida i. Thüringen.)

[5]) *Salmon-Fiedler*, Analytische Geometrie der höheren ebenen Kurven, 1882, str. 390 (pozn. str. 504).

VYUČOVÁNÍ.

Příspěvek k metodice složitého úrokování.

Dr. Jar. Simerský, Třeboň.

Úvod. Složité úrokování patří k těm oborům středoškolské matematiky, kde je k správnému řešení úloh velmi žádoucí dobrý názor, když se jedná většinou o úlohy dosti složité. Naše učebnice přihlížejí zpravidla jen k úlohám základním, jednoduchým a spokojují se odvozením formulí pro vzrůst a diskont jistiny, pro výpočet nastřádaného kapitálu, ukládají-li se pravidelně jisté částky vždy na začátku (nebo na konci) roku, pro výpočet jistiny, zajišťující roční rentu atd. Třebaže se týto základní úlohy řešiti musí, aby se staly spolehlivým základem pro další úlohy složité, přece nejsem asi daleko od pravdy, soudím-li, že ony různé formule nemají často pro žáka valné ceny. Na př. formule pro výpočet nastřádané jistiny může žák použíti jen v tom případě, že terminy vkladů souhlasí s terminy úrokovacími. Kdybychom žádali, aby žák znal zpaměti všechny možné formule, kterých by bylo třeba k řešení oněch rozmanitých úloh, jež tvoří učebnou látku našeho středoškolského složitého úrokování, byla by jeho paměť velmi a zbytečně přetěžována a výsledek by byl asi ten, jak zcela otevřeně uvádí známý metodik W. Lietzmann,[1]) že by žák sáhl obyčejně po formuli nepatřičné. Ostatně žádný moderní učitel, úzkostlivě se varující, aby neučinil z matematické výuky šablonu, nemůže spatřovati splnění učebného úkolu nejvyšších tříd střední školy v tom, aby žák prostě dovedl na speciální případ aplikovati formule a užitím tabulek je vyčíslovati. Kloním se proto k náhledu, jejž jako jednu ze schůdných cest doporučuje l. c. Lietzmann, nežádati od žáků zpaměti vůbec žádných formulí krom vzorce $K_n = K_0 q^n$ (z něhož ihned plyne formule pro diskontování), všechny úlohy pak řešiti sestavováním a sčítáním geometrických řad. Nad to nežádám od žáků ani znalosti obecného výrazu pro střadatele Q, zásobitele R a umořovatele U, když přece jsou uvedeny v záhlaví tabulek.

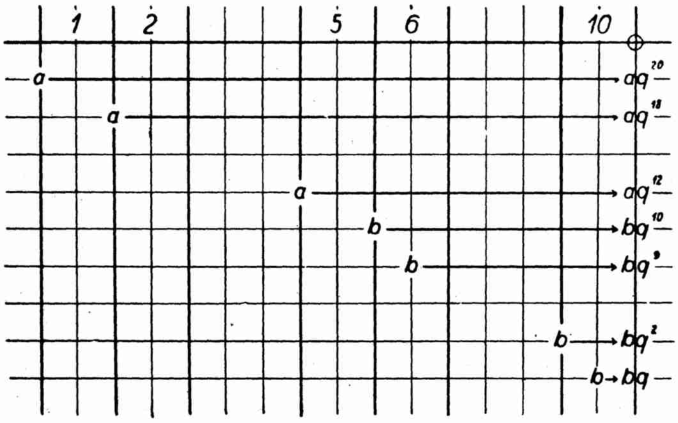
[1]) Methodik des math. Unterrichts, II, 251.

Ovšem mnozí žáci si je zapamatují, když bylo rozřešeno několik úloh, v nichž je možno Q, R nebo U použíti.

Postavíme-li se však na toto stanovisko, pak musíme dát žákům spolehlivý návod, jak se mají k úlohám stavěti a je řešiti. A tento metodický návod je předmětem našeho pojednání; bude založen na zásadě, že cesta k porozumění vede rukama a očima.

Vzrůst a diskontování jistiny. Protože řešení všech úloh budeme opírati jedině o formuli $K_n = K_0 q^n$, vyžadujme, aby žák tuto formuli nejen bezpečně znal zpaměti (zapamatuje se velmi snadno), nýbrž aby ji uměl odvoditi a vyjádřiti z ní hbitě K_0, q, n. Nechť spolehlivě liší úrokování celoroční (p. a., t. j. per annum) od pololetního (p. s., t. j. per semestre); a protože je dnes v praxi obvyklé úrokování p. s., budiž k němu při řešení úloh přihlíženo větší měrou, než jak vyžadují naše známé sbírky úloh z matematiky. Jedná-li se v některé složitější úloze o dvojí úrokovou míru nebo vyskýtá-li se vedle úrokování p. s. též úrokování p. a., je radno k úročiteli q připojovati indexy, souhlasící s počtem procent, tedy na př. $q_2 = 1{,}02$, $q_{4,5} = 1{,}045$. Důležité je dále zavésti jednou pro vždy pravidlo pro indexování vzrůstající jistiny. V úlohách, neopírajících se o určitý letopočet, existuje vždy jistý rok, jejž chápeme jako prvý. Hodnotu jistiny na začátku tohoto roku označujme K_0, její hodnotu na konci tohoto roku (čili na začátku roku druhého) K_1 atd., na konci n-tého roku K_n, a to i tehdy, když se jedná o úrokování pololetní. Budeme tedy psáti na př. při 4% p. s. $K_{10} = K_0 q_2^{20}$ a nebudeme se rozpakovati užít označení na př. $K_{8,5}$ pro hodnotu jistiny na konci sedmnáctého pololetí. Jsou-li časové údaje úlohy stanoveny letopočtem, pak analogicky bude znamenati K_{1925} hodnotu jistiny na konci roku 1925, její hodnotu na začátku roku 1935 pak označíme K_{1934}. Soudím, že úlohy získají pro žáka na „životnosti", když je budeme zakládat na letopočtech. (Formule pro vzrůst jistiny bude pak míti tvar na př. $K_{1940} = K_{1934} q^{12}$ při úrokování p. s., ježto od konce r. 1934 do konce r. 1940 uplyne 6 let.)

Střádání. Úlohy, týkající se střádání, rent, umořování a cenných papírů, kde je základem vzrůst neb diskont jistin, doporučuji opříti o názor vhodného schématu. Nepochybuji o tom, že mnozí naši profesoři takových schémat užívají, snad v různých formách, s tím společným cílem, aby jediný pohled dal žáku dobrou představu o celém „ději" úlohy. Takové schéma není vlastně nic jiného než to, čemu ve fysice říkáme časové rozvinutí. Kdežto však někteří učitelé dávají zapisovati jednotlivé údaje úlohy na jedinou přímku, časovou osu, doporučuji užívati schématu obšírnějšího (aspoň zpočátku, než žák nabude jisté prakse), v němž každý z vypsaných údajů úlohy má svou vlastní časovou osu. Sestaviti takové schéma je velmi jednoduché, užívají-li žáci čtverečkovaného papíru,[2]) jak dále o tom bude řeč. Nemohu však souhlasiti s tím, aby se na př. při střádání, kdy se pravidelně ukládají stále stejné částky vždy na začátku roku, tyto vklady zapisovaly na časovou osu takto: $a_1, a_2, \ldots$ Nemáme-li žáka uváděti v omyl, musíme trvati na tom, aby se na časové ose stejné částky označovaly stejným znakem. Když je ovšem úročíme, pak je možno tyto částky, zúročené k témuž terminu, lišiti indexy. Ve schématu dále uvedeném nebude však toho třeba.



Schema 1.

Za podklad schématu užívají žáci, jak bylo řečeno, čtverečkovaného papíru. Zpočátku budou črtati vertikály, značící postupně počátek roku 1, 2 atd. Později si schéma zjednoduší. Budiž na př. dána úloha takováto: „Kdosi ukládá po 5 let vždy počátkem roku částku *a*, po dalších 5 let vždy na začátku každého pololetí částku *b*. Jakou hodnotu má nastřádaná jistina na konci 10. roku, je-li úroková míra 4% p. s.?"

Žák nechť sestavuje schéma ihned po opakování úlohy a doprovází je slovy asi takto: „Na začátku 1. roku byla uložena částka *a*, taktéž na začátku roku 2. atd. až poslední na začátku roku 5. Na začátku roku 6. byla uložena částka *b*, v pololetí 6. roku rovněž, až poslední v pololetí roku 10. Chceme zjistiti hodnotu nastřádané jistiny na konci 10. roku." (Kroužek na příslušné verti-

[2]) Učitel užije menší pomocné tabule čtverečkované. Autor dal si zhotoviti takovou tabuli z tenké překližky se silnějším rámem, do něhož jsou nahoře zašroubována dvě šroubová vřetena, zakončená kovovými kroužky, jimiž se tabule zavěší na dva háky, zachycené na tabuli hlavní. Jedna strana této pomocné tabule je čtverečkována (strana čtverečků 5 cm), na druhé straně je vyrýsována kružnice se svislou a vodorovnou osou a s tečnami pro zobrazování hodnot goniom. funkcí.

kále. Vzrůst částek a, b budiž vyznačen vodorovnými, napravo orientovanými úsečkami, končícími u vertikály, jež představuje konec 10. roku.) „První částka a nabude na konci 10. roku hodnoty aq^{20} ($q = 1{,}02$), druhá aq^{18}, poslední aq^{12}, jsouc uložena 6 let. Podobně částky b.“ Hodnota nastřádaného kapitálu na konci 10. roku je tedy

$$K = bq + bq^2 + \ldots + bq^{10} + aq^{12} + aq^{14} + \ldots + aq^{20}$$

čili

$$K = bq \frac{q^{10} - 1}{q - 1} + aq^{12} \frac{q^{10} - 1}{q^2 - 1},$$

což lze psáti

$$K = bQ_{10} + aq^{12} \frac{q^{10} - 1}{q^2 - 1}.$$

Poznámka. Při sestavování schématu je velmi důležité určiti správně exponent úročitele při vzrůstu jednotlivých vkladů. Žáci mohou býti (aspoň zpočátku) přivedeni do rozpaků, mají-li udati, kolik roků uplyne na př. od začátku roku 5. do konce roku 10., jak se vyskytlo právě v předchozí úloze. Proto nechť si náležitě uvědomí, že

1. od zač. r. n-tého do zač. r. m-tého uplyne $(m - n)$ let,
2. podobně od konce r. n-tého do konce r. m-tého $(m - n)$ let;
3. tedy od zač. r. n-tého do konce r. m-tého $(m - n + 1)$ let,
4. od konce r. n-tého do zač. r. m-tého $(m - n - 1)$ let.

Nejlépe je ovšem v příp. 3 chápati konec r. m-tého jako začátek roku $(m + 1)$-ho, takže podle 1 uplyne $(m + 1 - n)$ let, v případě 4 podobně chápati začátek r. m-tého jako konec r. $(m - 1)$-ho, takže podle 2 uplyne $(m - 1 - n)$ let.

Renta. Žák, který by byl vychováván jen k aplikaci formulí, hleděl by pravděpodobně při úlohách o rentě užíti formule se zásobitelem; a přece je řada úloh o rentě, při jejichž řešení je na místě nikoli diskontování, nýbrž naopak úročení, a je tedy někdy možno užíti k vyčíslení nikoli zásobitele, nýbrž střadatele. Taková úloha je na př. tato: „Osoba 40letá uložila si jistinu K na 4% p. s. Počínajíc 61. rokem vybírala odtud vždy počátkem roku rentu r. Zemřela krátce před dovršením 72. roku. Kolik zanechala dědicům?“

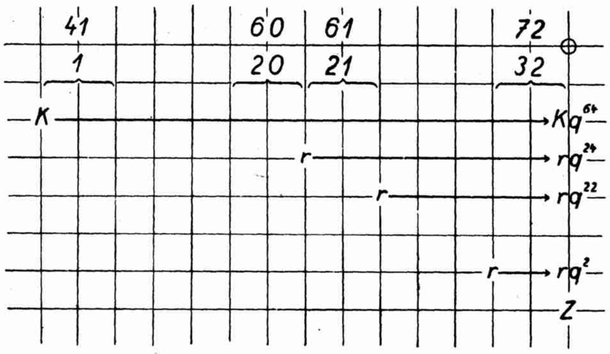
Zjednodušené schéma úlohy viz na další stránce!

Poznámka: Osoba 40letá je ta, která dovršila 40. rok věku (samozřejmé, žák si to však musí jednou pro vždy uvědomiti). Proto 41. rok její chápeme v úloze jako rok prvý. Všecky částky je třeba zúročiti ke konci roku 32, neboť je zjistiti hodnotu zbytku Z na konci tohoto roku.

Podle schématu platí rovnice

$$Z + rq^2 + rq^4 + \dots + rq^{24} = Kq^{64}.$$

Při úrokování celoročním změnila by se na

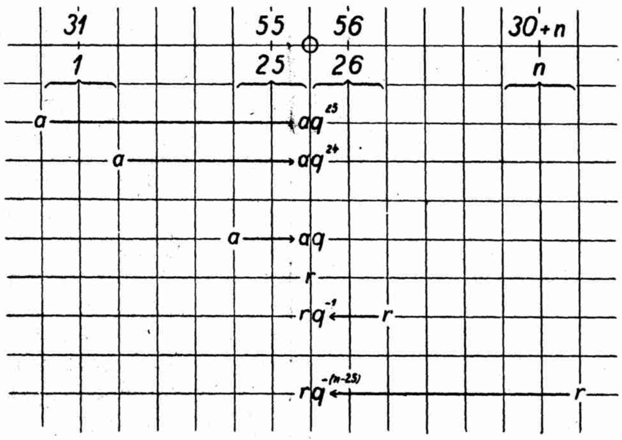


Schema 2.

$$Z + rq + rq^2 + \dots + rq^{12} = Kq^{32},$$

odkudž

$$Z = Kq^{32} - rQ_{12}.$$



Schema 3.

Byl-li formulací této úlohy určen termin, k němuž se všechny částky úročily, jsou mnohé úlohy (a právě didakticky nejcennější), v nichž na takovém terminu nezáleží a možno jej několikerým způsobem voliti. Na př.: „Člověk 30letý ukládá vždy počátkem roku částku a na $p\%$ p. a. až do roku 55. Jak dlouho by musel být živ, aby nastřádaný kapitál vyčerpal, vybírá-li od zač. roku 56 vždy počátkem roku rentu r?" Nechceme-li zavádět zbytečnou komplikaci, je možno řešiti tuto úlohu třemi způsoby: a) všechno úročiti ke konci roku n-tého,[3]) b) všechno diskontovati k začátku roku prvého, c) nebo konečně vklady a úročiti a renty r diskontovati ke konci roku 25. Schéma 3 znázorňuje tento způsob c).

Podle schématu platí rovnice

$$aq + aq^2 + \ldots + aq^{25} = rq^{-(n-25)} + rq^{-(n-26)} + \ldots + rq^{-1} + r. \quad (1)$$

(Žáci nechť píší geometrickou řadu vždy vzestupně podle mocnin úročitele! Při sčítání řad dopouštějí se žáci nejčastěji té chyby, že nesprávně určí počet jejich členů, nejedná-li se ovšem o řadu tak průhlednou, jaká je na levé straně předchozí rovnice (1). Budiž zde tedy uvedeno několik metodických poznámek o sčítání geom. řad.

1. Řada $aq^5 + aq^6 + \ldots + aq^{20}$ má členů $20 - 5 + 1$.

2. Řada na pravé straně rovnice (1) má členů $n - 25 + 1$, protože bez posledního jich je $n - 25$.

3. Zobecněním 1 plyne, že řada $q^m + q^{m+1} + \ldots + q^{n-1} + q^n$ má členů $n - m + 1$.

4. Stoupají-li exponenty úročitele o jednotku, možno snadno určiti počet členů řady srovnáním exponentů s pořadovým číslem členů řady. V řadě na př. $q^4 + q^5 + \ldots + q^{n-2}$ je exponent každého členu o 3 větší než jeho pořadové číslo, takže člen q^{n-2} je $(n - 2 - 3)$-tí, jak plyne též podle předchozí pozn. 3, podle níž má napsaná řada členů $n - 2 - 4 + 1$.

5. Jde-li o řadu, kde exponenty mocnitele stoupají vždy o 2 jednotky, pak, jsou-li tyto exponenty sudé, představme si je děleny dvěma a počet členů určíme podle pozn. 1. Jsou-li tyto exponenty liché, zvětšme je vesměs o jednotku a máme případ předchozí.)

Rovnici (1) upravují žáci postupně

$$aq \cdot \frac{q^{25} - 1}{q - 1} = rq^{25-n} \cdot \frac{q^{n-24} - 1}{q - 1},$$

$$aQ_{25} = rq \cdot \frac{1}{q^{n-24}} \cdot \frac{q^{n-24} - 1}{q - 1},$$

$$aQ_{25} = rqR_{n-24}. \quad (2)$$

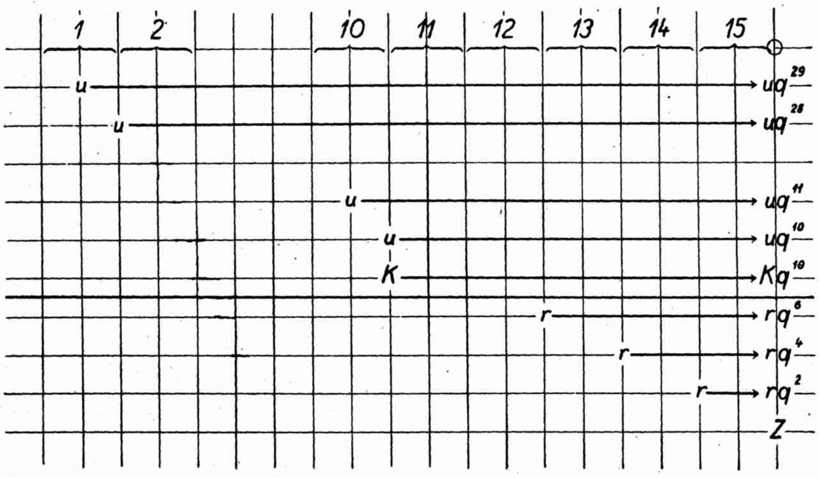
Odtud se vypočte R_{n-24} a pomocí tabulek stanoví n.

K téže výsledné relaci (2) se ovšem musí dospěti, řeší-li se úloha ostatními dvěma způsoby dříve uvedenými. Jest velmi

[3]) Poslední renta z konce roku n-tého bude spotřebována během roku $(n + 1)$-ho. Aby byl tedy kapitál zcela vyčerpán, musel by žíti jeho majitel do konce roku $(30 + n + 1)$-ho.

prospěšno, aby se každá úloha, jež připouští několik způsobů řešení, počítala všemi těmito způsoby tak, že třída pracuje rozdělena na vhodný počet skupin.

Cenné papíry. Úlohy o cenných papírech obyčejně připadají žákům obtížné. A přece užitím schématu se stanou průhledné. Budiž dána úloha: „Kdosi koupil 50 obligací (4% p. s., nominale 1000 Kč) a úroky z nich plynoucí ukládal na 4% p. s. Po 10 letech je prodal při kursu 95. Peníze, jež za ně dostal, uložil rovněž na 4% p. s. Po dvou letech počal vybírati vždy počátkem roku částku $r =$



Schema 4.

$= 10.000$ Kč. Tři roky nato zemřel, nevybrav už 4. renty. Kolik zanechal dědicům?"

Žák bude sestavování schématu slovně doprovázeti asi takto: „Na zač. 2. pololetí 1. roku uložil 2% úrok u z nominale (po straně poznamená $u = 50 \,.\, 20$ Kč), podobně počátkem každého pololetí; poslední úrok u uložil na zač. r. 11. Při tom obligace prodal, stržený obnos K (po straně $K = 50 \times 950$ Kč) uložil. Tím jsou vyznačeny všechny jeho vklady. Podtrhneme (silná vodorovná čára). Po 2 letech, t. j. na zač. r. 13 vybral první rentu r, začátkem r. 14 druhou, na zač. r. 15 třetí; na konci tohoto roku zemřel a dědicům zanechal zbytek Z. Všechny částky zúročíme ke konci roku 15, neboť chceme zjistiti hodnotu zbytku Z na konci 15. roku. První úrok u by nabyl na konci 15. roku hodnoty uq^{29}, kde $q = 1{,}02$, atd."

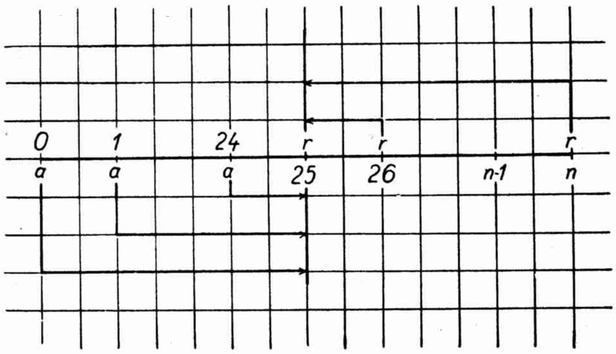
Když je schéma sestaveno, píše se ihned rovnice

$$Z + rq^2 + rq^4 + rq^6 = Kq^{10} + uq^{10} + uq^{11} + \ldots + uq^{29};$$

odtud

$$Z = Kq^{10} + uq^9Q_{20} - rq^2\frac{q^6 - 1}{q^2 - 1}.$$

Schémat, o nichž byla řeč, užívám při výuce složitého úrokování (i pojišťování) už několik let a učinil jsem s nimi zkušenosti příznivé. Nedomnívám se ovšem, jak jsem už výše naznačil, že bych byl v předchozích odstavcích podal něco nového; jsem naopak přesvědčen, že mnozí kolegové, kteří při výuce složitého úrokování narazili na obtíže, snažili se jako já je překlenouti vhodnou grafickou pomůckou, která by učinila žákům úlohy průhlednými.



Schema 5.

Účelem předchozího pojednání je tedy jednak upozorniti kolegy začátečníky, že je možno pomocí uvedených schémat složité úrokování žákům usnadniti, jednak dáti popud kolegům zkušeným, aby uveřejnili v tomto časopisu svůj vyučovací postup v tomto důležitém oboru středoškolské matematiky.

Dodatek. Před otištěním tohoto článku dostala se mi do rukou nová učebnice aritmetiky pro V.—VII. třídu středních škol (autoři Bydžovský-Teplý-Vyčichlo, vyd. J. Č. M. a F., schv. výn. MŠANO ze dne 22. srpna 1935). S uspokojením shledávám, že se v této učebnici radí užívati grafického znázornění při řešení úloh složitého úrokování; v dřívějších učebnicích to nebylo. Grafy jsou otištěny na str. 142, 145, 147 a 148. Liší se od našich schémat jedině tím, že se v nich vklady a renty zapisují na jedinou časovou osu; pak se ovšem musí vzrůst resp. diskontování každé částky zobraziti linií zlomenou do pravého úhlu, jejíž vodorovná část není ničím jiným než částí časové osy této částky v našem schématu. K provádění těchto grafů ve škole dlužno však připomenouti to, že má-li graf v žákově sešitě vypadati vzhledně, nutno užíti papíru čtverečkovaného. K srovnání takovýchto grafů s našimi schématy uvádím graf č. 5, odpovídající dříve uvedenému schématu č. 3, k čemuž nutno ještě dodati, že v žákově sešitě bude tento graf i předchozí schémata vypadati výrazněji, když síť čtverečků je tištěna v sešitech barvou světle modrou.

Účast žactva na řešení úloh z Rozhledů.

Karel Lerl, Valašské Meziříčí.

V následujících několika řádcích a tabulce chci ukázati na stále klesající zájem studujících o naše Rozhledy matematicko-přírodovědecké. Nahlédneme-li do starých ročníků Časopisu nebo později do Přílohy, vidíme, že bývalo větší množství proponovaných úloh, mnohem těžších a seznam řešitelů byl udáván na několika stránkách. Ačkoliv převratem získán byl u nás velký počet škol, zvláště zřízením nových na Slovensku a Podkarpatské Rusi, lze stále od převratu pozorovati větší a větší úbytek počtu odběratelů a zájmu o úlohy stále více ubývá, přes to, že redakce Rozhledů s největším snažením hledí učiniti jejich obsah co nejzajímavějším a proponované úlohy jsou nyní někdy až velmi lehké. Jak to vysvětliti? Zajisté náladou, povahou a sklony dnešní mládeže, jejíž zájem se nese zcela často jinam mimo školu, snad i mírnějšími požadavky školními a osnovami. Na kolik to vše přičísti i dnešní hospodářské krisi a nezaměstnanosti vystudované mládeže, je další otázkou.

Tabulka je sestavena celkem z 25 let, a to z několika ročníků předválečných, namátkou vybraných (r. 1905, 1908, 1911, 1914), pak ze všech až do dnešní doby. Rozhledy počaly vycházeti místo Přílohy ve šk. r. 1921—1922. Každý jistě přisvědčí, že několik zde uvedených čísel zřetelně mluví (tabulka).

Mějme stále na paměti i poznámku o vzrůstu počtu nejen škol, ale i žactva. Tyto všechny okolnosti bylo by zajímavé zjistiti přesně statisticky a vyvoditi pak úhrnem závěr. Na př. k úplnosti tabulky bylo by dobré přidati počet stř. škol, žactva a odběratelů, čímž by onen nezájem více vynikl. Srovnáme-li i ročníky z dob válečných, kdy vyšší třídy byly odvodními komisemi zbaveny žáků, s posledními lety Rozhledů, jsme ve svém přesvědčení utvrzeni. Jedno je jisté, že dnešní naše střední škola je zcela jiná než bývala před převratem, a není již školou výběrovou. Z tak malých tabulek nelze toho mnoho usouditi, ale některé věci přece jen jasně vystoupí. Na př. *jakou byla udělána deskriptivní geometrie „popelkou" rušením reálek a odstrkem, jakého se jí dostalo na r.*

gymnasiích a r. r. gymnasiích. Když v některých letech byly úlohy z fysiky málo řešeny, může to býti redakci pobídkou pro příští rok na zmenšení požadavků, ježto pro hromadění látky ve vyšších třídách při velkém počtu žáků lze ji jen s velkými potížemi dostatečně probrati. Ale jsou patrné i jiné zjevy. Všimneme-li si v době popřevratové v tabulce maksima řešitelů (r. 1924), vidíme v seznamu jejich několik, kteří dnes pracují vědecky, a ještě více pak středoškol. učitelů. Je to po deseti letech, kdy tito se stejnou ctižádostí jako tehdy pracují pro zvýšení našeho kulturního života mezi ostatními národy. — Skromné tyto poznámky jsou vhodným námětem pro širší diskusi o všech příčinách jevícího se úpadku a o způsobech, jakými by bylo lze dosáhnouti dřívějšího stavu.

	Rok	Ročník	Počet úloh daných			Počet řešitelů	Počet zaslaných řešení			Celkem
			m	f	dg		m	f	dg	
Příloha	1905	XI	36	—	—	75	951	—	—	951
	1908	XIV	37	13	6	120	1787	108	155	2050
	1911	XVII	36	10	10	53	510	163	200	873
	1914	XX	30	10	8	72	938	111	59	1108
Příloha	1915	XXI	30	12	5	44	384	47	30	461
	1916	XXII	22	15	7	55	605	112	35	752
	1917	XXIII	20	10	5	39	221	27	110	358
	1918	XXIV	20	5	5	52	274	30	83	387
	1919	XXV	15	5	3	36	121	64	34	219
	1920	XXVI	15	5	3	42	253	83	28	364
	1921	XXVII	15	5	3	52	424	41	50	515
Rozhledy	1922	I	22	3	4	49	437	36	87	560
	1923	II	20	10	5	48	417	47	41	505
	1924	III	20	10	5	59	434	56	70	560
	1925	IV	20	10	5	37	271	49	67	387
	1926	V	20	10	5	34	192	40	27	259
	1927	VI	20	10	5	28	172	18	33	223
	1928	VII	20	10	5	44	333	47	41	421
	1929	VIII	20	10	5	46	394	23	44	461
	1930	IX	20	10	5	23	215	21	15	251
	1931	X	20	10	5	41	423	10	91	524
	1932	XI	20	10	5	15	157	29	25	211
	1933	XII	20	10	5	20	127	49	31	207
	1934	XIII	25	10	5	17	118	45	18	181
	1935	XIV	25	10	5	32	248	43	9	300

Poznámky k pokusům v učebnici Petírově-Šmokově.

Vratislav Charfreitag, Hradec Králové.

(Část čtvrtá.)*)

Mechanika. Str. 139 a násl. V nauce o rovnováze a pohybu těles pevných doporučuji hojné používání siloměrů; lze je zakoupiti do sbírek hotové nebo je zhotoviti — třebas ve fysikálním praktiku — (viz na př. Sechovský-Šilháček: Fysikální praktikum, str. 28).

Tak hned skládání sil stejnosměrných str. 140, 2 lze názorně ukázati pomocí siloměru (je to též podotčeno v úlohách str. 142); tento způsob má výhodu, že nepoužívá další pomocné síly R', kterou se ruší výslednice R sil P_1 a P_2.

Str. 140, 3. Skládání sil protisměrných. Také zde můžeme se vyhnouti zavádění pomocné síly R', dáme-li pod větší závaží (obr. 191b) listovní váhy, které hned ukáží výslednici.

Str. 142, b). Skládání sil rovnoběžných stejnosměrných. Podle mého názoru je na nižším stupni vhodnější toto uspořádání pokusu: Tyč 1 m dlouhou (obr. 194) zavěsíme uprostřed na pružné pero, dostatečně silné a na vertikálním měřítku zjistíme tuto základní polohu. Pak zavěsíme ve stejných vzdálenostech od závěsu (na př. 3 dm) dvě stejná závaží (na př. po 2 závažích hektogramových); závitnice se prodlouží, což opět zjistíme na vertikálním měřítku. Potom obě závaží sejmeme a zavěsíme je uprostřed; prodloužení závitnice je totéž jako dříve. Je tedy váha těchto 4 hektogramových závaží výslednicí obou původních složek, protože způsobila týž účinek. — Pak vezmeme 2 nestejná závaží (2 hg a 3 hg). Aby se tyč neotáčela, je nutné umístiti je v různých vzdálenostech (3 dm a 2 dm). Zjistíme prodloužení, sejmeme obě závaží, dáme je doprostřed atd. Výhodou je tu, že žáci skutečně vidí hledanou výslednici; není zapotřebí žádné kladky, žádného vyrovnávacího závažíčka, ani žádné pomocné síly R' (opačného směru), jež by rušila skutečnou výslednici.

Str. 148. Stálost polohy. Zhotovíme si šikmý hranol z papíru (nebo šikmý plechový válec), nahoře otevřený a takový, že prázdný se kácí. Naplníme jej částečně pískem (vodou); snížením těžiště získá hranol polohu stálou a nekácí se. (Šikmá věž v Pise.)

Str. 149. Kladky. U pevné kladky za sílu užívá se obyčejně závaží, při čemž provazce visí rovnoběžně; s výhodou použijeme tu siloměru zrovna tak jako u kladky volné resp. kladkostroje. U kladky volné použijeme dvou siloměrů; konec provazu A

*) Viz Časopis roč. 64., str. D 71, 108, 144.

v obr. 207 připevníme k jednomu siloměru, který zavěsíme na hák; druhý siloměr (v ruce) ukáže velikost síly. Břemeno volíme větší (na př. 10 hg), aby bylo možno zanedbat váhu volné kladky.

Str. 156. Váhy listovní. Zmíníme se, že čtyřúhelník AOM a bod vpravo od M (obr. 218) je rovnoběžník (obojí protější strany jsou stejně dlouhé); proto tyčinka spojená s miskou je v každé poloze vertikální (a tedy miska horizontální), neboť je rovnoběžna s MO, jež je trvale v poloze svislé.

Str. 159. Nakloněná rovina. V případě, že síla působí rovnoběžně s délkou nakloněné roviny, lze ukázati siloměrem závislost této síly na úhlu α. Na siloměr zavěsíme válcovité závaží (1 hg) a položíme obé na horizontální desku. Siloměr držíme v ruce a desku pomalu odkláníme. Vzrůst příslušné složky váhy lze přímo odečísti na siloměru.

Str. 166. Padostroj Atwoodův. Tento přístroj působí někdy při experimentování jisté obtíže. Na př., není-li podlaha dosti pevná, stačí krok experimentátora stranou, aby už závaží neprošlo otvorem stolečku 3 (na obr. 231) a pod. Vyhneme se tomu tím, že padostroj upevníme na vhodném místě trvale na zeď v posluchárně. Každý zručnější mechanik provede snadno potřebnou adaptaci. Spodek přístroje dáme uříznout a oba sloupce se upevní na čtvercovou desku (30 cm—35 cm); k této desce jsou vpředu připevněny i svorky pro přívod a odvod proudu. Nahoře, asi ve výši, jak je nakreslen stoleček 3, připevní se padostroj pomocí železných trámečků ke zdi; dolní deska opatří se třemi velkými šrouby; dva umožňují pohyb padostroje směrem ke zdi, třetí vpravo a vlevo. Těmito šrouby nastavíme padostroj přesně jednou pro vždy. — Otřesy podlahy při přecházení na padostroj nijak nepůsobí, takže je přístroj připraven stále k experimentování. Další výhodou je, že při trvalém umístění aparátu v učebně není třeba se obávati nějakých poruch v chodu kladky, jež mohou nastati, když se přístroj přenáší z kabinetu do posluchárny. — Pro základní pokusy volme závaží M a M_1 dosti velká (na př. po 200 g) a pomocí posuvných čoček na kyvadle (nebo závažíčka na metronomu) upravme jednotku časovou tak, aby se za prvých 5 jednotek proběhla dráha 125 cm. Jde-li správně tento pokus, zdaří se i všecky ostatní. — K pokusům o zákonu rychlosti (str. 167, 2) připomínám: Stoleček 3 nemá býti u 5, resp. 20 nebo 45 cm, jak je v učebnici, nýbrž výše o tolik, kolik činí tloušťka závaží M; jinak trval by pohyb rovnoměrně zrychlený déle než má býti. — Potvrditi pokusem větu (str. 170), že poměr P/a své hodnoty nemění, lze jen tenkráte, je-li setrvačnost kladky tak malá, že ji lze zanedbati vedle setrvačnosti hmot M a M_1. Kladka musí býti přesně centrována a tření zmenšeno na nejmenší možnou míru (do vyčištěných ložisek kápneme dobrého hodinového oleje).

Str. 168. Padostroj šňůrkový (obr. 232). Použijeme ještě druhé niti, na níž jsou olověné kuličky navlečeny v stejných vzdálenostech, t. j. 4, 8, 12 a 16 dm od podlahy. Nestejný rytmus při dopadu těchto kuliček je proti prvému pokusu velmi nápadný.

Str. 173. Vrh vodorovný. K důkazu, že doba, za kterou dopadne těleso vržené vodorovně na vodorovnou rovinu je stejná, jako když je puštěno volným pádem, bylo sestrojeno mnoho různých přístrojů. (Viz Dr. Zahradníček: Základní pokusy fysikální, str. 39.) Velmi jednoduše dá se to dokázati tím, že z malého děla (dětské hračky) vystřelíme kuličku vodorovně a současně druhou pustíme se stejné výše volným pádem. Obě dopadnou současně.

Str. 184. Třením vzniká teplo. Ukážeme známým pokusem Tyndallovým. Kovovou trubici s trochou éteru třeme dřevěnými kleštěmi s měkkou korkovou vložkou (odstředivý stroj). Vzniklým teplem uvede se éter do prudkého vypařování a páry buď vyrazí zátku, kterou je trubice uzavřena (po 1—3 minutách) nebo je zapálíme na konci skleněné trubičky (otvor ne příliš úzký); hoří vysokým plamenem.

Při výkladu energie elektrické objasníme žákům pojem „kilowatthodiny". Jednoduchými pokusy (2 akumulátory 4 Voltové, Voltmetr, Ampérmetr a 2 žárovky z kapesní baterie — zapiaté jednou do serie, po druhé paralelně) ukážeme, že výkonnost elektr. proudu závisí přímo na napětí a na intensitě proudu, t. j. 1 watt = 1 Volt × 1 Amp.

Akustika. Str. 192. Šíření zvuku. Malý zvonek upevníme na pružný ocelový drát, který prochází zátkou silnostěnné skleněné baňky, takže zvonek je v baňce neprodyšně uzavřen. Baňku ponoříme úplně pod vodu a pohybováním docílíme, že zvonek zní a to silněji, než když jím pohybujeme ve vodě přímo (bez baňky). S baňkou takto upravenou lze předvésti ještě tento pokus. Na dno dáme trochu vody, kterou přivedeme do varu a vaříme delší dobu. Když je vzduch z baňky vypuzen, uzavřeme ji zátkou se zvonečkem; po ochlazení vznikne nad vodou prostor skoro vzduchoprázdný (podobně jako při známém pokuse Franklinově) a zvonek zní jen velmi slabě. Je-li zátka opatřena ještě jedním otvorem, kterým prochází krátká skleněná tyčinka, možno pomocí ní ponenáhlu vpouštěti vzduch do baňky a zvonek zní silněji.

Str. 194. Zvěstné trubice. Na jeden konec gumové trubice 1—2 m dlouhé nastrčíme nálevku, na druhý naslouchátko. Tikot kapesních hodinek, jež držíme v nálevce, jest v naslouchátku dobře slyšitelný.

Str. 196. Struny. Vhodná délka struny na polychordu je 120 cm (dělitelno 2, 3, 4, 5, 15). — Body odpovídající tónům durové stupnice (též molové), t. j. body ve vzdálenostech $13\frac{1}{3}$, 24, 30, . . . cm označíme černými (červenými) čárkami. — K ukázání, že výška základního tónu struny je přímo úměrna druhé odmocnině z jejího napětí, dáme si zhotoviti 3 závaží 3,2 kg, 1,8 kg a 2,2 kg opatřené nahoře i dole háčky k zavěšení. Zavěsíme-li postupně jedno, obě a všecka 3 závaží (v nahoře naznačeném sledu), jsou napětí 3200 g, 5000 g a 7200 g; výšky tónů, jež postupně dá struna, jsou v poměru $\sqrt{3200} : \sqrt{5000} : \sqrt{7200} = 4 : 5 : 6$, t. j. zazní tvrdý trojzvuk.

Str. 197. Svrchní tóny struny ukážeme tím, že po rozezvučení dotkneme se lehce (suchým štětcem) struny v $^1/_2$, $^1/_3$ atd., čímž umlčíme tóny, jež nemají v onom bodě uzlu (též tón základní) a slyšíme pak — byť i slaběji — příslušný tón svrchní.

Str. 198. Ladička. Uzly ladičky ukážeme pomocí malé skleněné kuličky, zavěšené na niti, kterou postupně snižujeme od horního konce ladičky k ohbí, aby se stále dotýkala ramene ladičky. Kulička odskakuje ze začátku velmi živě, čím dále, tím méně, až v uzlu visí klidně.

Obrazce Chladniho. Písek sypeme s větší výše; místo prstem přidržíme desku nehtem; vysokých tónů, které dávají velmi krásné a složité obrazce, docílíme, vedeme-li smyčec kolmo k desce. Nehet přidržíme jednou uprostřed strany čtverce, po druhé ve vrcholu; vzniklé obrazce jsou orientovány v prvém případě podle symetrál stran, v druhém podle úhlopříček.

Str. 200. Retnou píšťalu pro svrchní tóny zhotovíme si takto: Ke skleněné trubici (30 cm délky, vnitřní světlost 8—10 mm) přitmelíme malou kovovou píšťalku a do trubice vpravíme měkký, tenký mosazný drát, který dříve navineme na tyčinku menšího průměru než má trubice. Drát uvnitř trubice se roztáhne, přihne ke stěnám trubice a vytvoří šroubovici, kterou urovnáme tak, aby výška závitu byla asi 3 mm. Tyto závity pomáhají k vytvoření uzlů v trubici, která dává celou řadu svrchních tónů. Základní tón a jeho oktáva se zpravidla nedají vyloudit; ale další ozvou se velmi snadno; zejména 7. tón (zvýšená sexta) je velmi nápadný. Foukati ze začátku velmi slabě!

Str. 201. Resonance (správně vynucené spoluchvění). Ladička opřená o stolní desku může tuto rozechvěti i tak, že zavzní spodní oktáva. Dotýkáme-li se nožkou ladičky desky jen slabě, rozechvěje se deska tak, že na její jeden kmit připadnou 2 kmity ladičky, t. j. její kmitočet je jen poloviční jako ladičky a slyšíme dolní oktávu; teprve přitiskneme-li nožku silněji, zavzní normální tón ladičky. Pokus nutno nacvičiti! (Pokračování.)

ZPRÁVY A DROBNOSTI.

Profesor Miloslav Pelíšek osmdesátníkem. Dne 19. listopadu dožil se osmdesáti let čestný člen a místopředseda brněnského odboru naší Jednoty, dříve řádný, nyní čestný profesor deskr. geometrie na české vysoké škole technické v Brně, MILOSLAV PELÍŠEK. Jeho záslužné vědecké práce v oboru geometrie bylo v našem Časopise vzpomenuto před deseti lety. Dnes těšíme se z toho, že v plném zdraví a duševní svěžesti dožívá se svého vzácného věku a že i za posledních deset let obohatil naši literaturu několika pracemi z kinematické geometrie. Do dalších, kéž bohdá ještě hojných let přejeme mu, aby v spokojenosti a ve zdraví užil svého zaslouženého odpočinku. *J. K.*

Prof. Eduard Čech členem ústavu pro pokročilá studia v Princetonu. Náš vynikající matematik E. Čech, profesor Masarykovy university v Brně, přijal pozvání ústavu „Institute for Advanced Study" v Princetonu ve státě New Jersey na rok 1935-36; do Princetonu odjel koncem září a bude tam působiti až asi do května příštího roku. Členy ústavu jsou učenci prvního řádu — jmenujeme jen namátkou A. Einsteina, O. Veblena, H. Weyla; ostatně též na universitě v Princetonu jsou matematikové světového jména, z nichž Čechovi zvláště blízký bude topolog S. Lefschetz. Může nás naplniti uspokojením, že také československá věda bude na tomto ústavě zastoupena, a to odborníkem vskutku světového formátu; činnost Čechova v Princetonu jistě nezůstane bez podstatného vlivu na rozvoj topologie v Americe (která má v tomto oboru též vynikající specialisty). Ostatně redakce Časopisu obdržela již teď — na samém počátku Čechova pobytu v Princetonu — rukopis L. Zippina z Princetonu, navazující na myšlenky Čechovy. *Red.*

Prvá mezinárodní topologická konference. Velmi důležitým činitelem pro pokrok matematické vědy (a ovšem i každé jiné) je osobní styk aktivně pracujících badatelů. K různým způsobům, jakými tento styk bývá realisován, zásluhou ruských matematiků přibyl v poslední době způsob nový, který slibuje se státi významným. Jsou to konference věnované speciální matematické disciplině a obeslané individuálně pozvanými vynikajícími badateli v této disciplině. Prvá taková konference se konala v Moskvě ve dnech 17. až 23. května 1934 a byla věnována tensorovému počtu. Mezi účastníky byl z Československa prof. Hlavatý.

Ve dnech 4. až 10. září 1935, rovněž v Moskvě, se konala druhá podobně organisovaná konference, věnovaná topologii a jejím aplikacím.

Konference se zúčastnilo aktivně 38 delegátů, z nichž každý měl aspoň jednu přednášku. Největší počet účastníků (třináct) byl ovšem z Ruska: Alexandrov, Bogoljubov, Brušliňskij, Cohn-Vossen, Gordon, Jeframovič, Kolmogorov, Krylov, Markov, Němickij, Pontrjagin, Rožaňska, Tychonov. Velmi značný (deset) byl také počet účastníků ze Spojených států: Alexander, G. Birkhoff, v. Kampen, Lefschetz, v. Neumann, Smith, Stone, Tucker, Whitney, Zariski. Následuje s pěti účastníky Polsko: Borsuk, Kuratowski, Mazurkiewicz, Schauder, Sierpiński; se třemi účastníky Holandsko: v. Dantzig, Freudenthal, Hurewicz; se dvěma účastníky Švýcarsko: H. Hopf a de Rham. Konečně po jednom účastníku měly tyto státy: Československo (Čech), Dánsko (Nielsen), Francie (A. Weil), Německo (Nöbeling) a Norsko (Heegard).

Podle obsahu můžeme přednášky rozděliti na pět skupin. Nejvíce přednášek (18) bylo z kombinatorické topologie; 7 přednášek bylo věnováno ryze množinovým metodám v topologii; 4 přednášky byly o užití topologie v diferenciální geometrii; aplikacím topologie na analysu a algebru bylo věnováno 9 přednášek; aplikacím na mechaniku 3.

Průběh konference byl velmi uspokojující. Ježto každý účastník přednášel o věcech blízkých osobnímu zájmu všech jiných účastníků, byla po každé přednášce zpravidla velmi zajímavá debata, a mnohdy už sama přednáška byla více vzájemnou rozpravou než přednáškou. Celkově přednášky podávaly — ač několik dalších významných topologů se nemohlo konference zúčastniti — velmi dobrý obraz okamžitého stavu topologie a jejích rozmanitých větví a aplikací; několikráte se také objevilo, že stejná nová idea se zrodila současně u několika badatelů.

V závěrečné schůzi bylo usneseno, aby se mezinárodní topologické konference konaly pravidelně každý čtvrtý rok, tedy vždy rok před mezinárodním matematickým kongresem, a na mezinárodním kongresu má býti vždy podána zpráva o průběhu a výsledcích konference. Za účelem přípravy příští konference byla zvolena komise: Alexandrov, Čech, Freudenthal, Heegard, Hopf, Lefschetz, Nielsen a Sierpiński. Příští konference bude pravděpodobně ve Varšavě.

V rámci konference konala se 6. září schůze moskevské matematické společnosti na paměť zesnulé E. Noetherové.

Za zdařilý průběh konference hlavní dík náleží jejímu předsedovi Alexandrovovi a sovětské vládě. Všem zahraničním účastníkům byla hrazena cesta od ruských hranic, ubytování i strava. O společenskou stránku a o možnost poznati život dnešní Moskvy se skvěle postaral Voks. *Čech.*

Kongres Mezinárodní Astronomické Unie (International Astronomical Union) konal se letos ve dnech 10.—17. července v Paříži. Mezinárodní astronomická unie je sdružení astronomů z celého světa, profesionálů i částečně amatérů, jež pořádá své kongresy vždy v intervalech tří let. Členy Unie se stávají členové národních astronomických komitétů anebo členové některých komisí. Z Československa byli přítomni z členů Unie rektor pražské techniky prof. dr. J. Svoboda, prof. dr. V. V. Heinrich, doc. dr. V. Nechvíle, doc. dr. J. M. Mohr a dr. B. Šternberk. Jako hosté se zúčastnili dr. V. Guth, dr. J. Nováková, dr. F. Link, dr. H. Slouka.

Na předposledním kongrese konaném v Cambridgi, v Massachusetts v Americe, byl zvolen na následující tříletí presidentem prof. F. Schlesinger, ředitel Yalské observatoře v New Haven. Sjezdová jednání pařížská sám řídil. Místopředsedy byli T. Banachiewicz z Krakova, E. Bianchi z Milánu, Ch. Fabry z Paříže, N. E. Nörlund z Kodaně a F. Nušl z Prahy. Prof. Nušl se však pařížského sjezdu pro nemoc nezúčastnil.

Pracovní program Unie je obsažen v pracech jednotlivých komisí, jichž je nyní 31, neboť komise 1, 2, 7, 15 a 21 byly zrušeny. Tyto zbývající komise jednají o nomenklatuře, efemeridách (nezbytných na př. pro námořní plavbu), bibliografii, telegramech, meridianové astronomii, přístrojích, slunečních skvrnách, zjevech chromosférických, záření a spektroskopii sluneční, zatměních, standartních vlnových délkách, fysikálních pozorováních planet, nomenklatuře lunární, zeměpisných délkách, variacích zeměpisných délek, efemeridách malých planet, létavicích, mezinárodní mapě oblohy (Carte du Ciel), paralaxách a vlastních pohybech hvězd, fotometrii, dvojhvězdách, proměnlivých hvězdách, mlhovinách, spektrální klasifikaci hvězd, radiálních rychlostech, čase, vybraných partií oblohy (Selected Areas), hvězdné statistice, sluneční paralaxe, složení hvězd a spektrofotometrii.

Zájem astronoma inklinujícího k fysice směřuje proto k celé řadě komisí, z nichž nejdůležitější jsou ovšem všechny tři komise sluneční, spektrální klasifikace hvězd, radiálních rychlostí, spektrofotometrie a konečně o vnitřním složení hvězd. Ve všech otázkách těchto komisí uplatňují se obě složky fysiky, teoretická i praktická, při čemž myšlenkové spekulaci nejlépe prospívají otázky složení hvězd, jež tvoří dnes největší část teoretické astrofysiky.

Jak z názvů jednotlivých komisí vysvítá, spočívá význam M. A. U. v organisování kolektivní mezinárodní práce, v dohodě o racionálním usměrnění častokráte úmorných statistických prací, v roztřídění úkolů týkajících se výpočtů nezbytných pracovních pomůcek, jež se většinou tabulují, v možnosti osobní výměny názorů a konečně i v nemalé míře v možnosti navázání vědeckých styků mezi různými observatořemi a ústavy celého zemského globu. S tohoto hlediska zejména má pro náš stát, kde astronomie dosud nezaujímá místo přiměřené poměrně početnému národu československému, účast co největšího počtu osob svůj význam. Je proto tím více nutno litovati, že se mnohé státy stavějí na stanovisko tak nepochopitelné a neposkytují podpory dostatečnému počtu zástupců, kteří by representovali a dokumentovali před cizinou kulturní výši celého národa a státu.

Pařížského sjezdu se zúčastnilo asi 300 hvězdářů. Nejpočetnější byla ovšem delegace francouzská. Také někteří Němci a Rusové přijeli; snad proto, že byli zvoleni členy jednotlivých komisí. Sluší totiž uvésti, že po válce nebyli Němci připuštěni do M. A. U., což jim konečně nevadilo, protože sami vytvořili již dávno Astronomische Gesellschaft, jež má do jisté míry ráz mezinárodní.

Sjezd v Paříži měl plný vědecký úspěch; na jednotlivé podrobnosti nelze zde ovšem zacházet, sjezdové jednání je obsaženo v Draft Reports, jež přes svoji stručnost mají na 250 stran. Kromě toho dostalo se sjezdu účinné finanční i mravní podpory se strany francouzské vlády. Sjezd byl zahájen za přítomnosti presidenta republiky p. A. Lebruna, dne 10. července v Centre Berthelot, jenž slouží podobným účelům. President Lebrun pozval účastníky na garden party do elysejského paláce dne 15. července, kdež všichni mu byli představeni. Jiné společenské události, jako výlety autokary do Fontainebleau, Meudonu, Versailles, pak přijetí na pařížské radnici, soirée na pařížské observatoři organisované řed. E. Esclangonem a jeho chotí, recepce pořádaná francouzskou astronomickou společností v I. poschodí Eiffelovy věže v den národního svátku, jakož večer na rozloučenou pořádaný národním astronomickým komitétem francouzským, zůstanou nezapomenutelnými i citově tak zdiskreditované kastě lidí, jako jsou astronomové.

U příležitosti tohoto pařížského astronomického kongresu byla organisována také výstava astronomických přístrojů a dokumentů, ale po pravdě budiž řečeno, že spíše zklamala, protože většina věcí byla známa již dávno z literatury.

Na další tříletí byl zvolen presidentem ředitel pařížské observatoře p. E. Esclangon a příští sjezd se bude konati r. 1938 ve Stockholmu.

Mohr.

Zpráva o činnosti matematické sekce Krajinského odboru Spolku čsl. profesorů v Brně za šk. rok 1934-35. V uplynulém školním roce konala matematická sekce našeho odboru 7 přednáškových a debatních schůzí. Nejmenší návštěva byla 8, největší 23, průměrná 13 osob.

Dne 5. října 1934 předvedli dr. Antonín Bělař a prof. Otokar Baše „*Pokusy z nauky o vlnění*". Byl ukázán přístroj, jímž lze demonstrovati všechny základní úkazy vlnění na případě vln vodních. Do plechové nádoby tvaru obdélníka je nalita voda. Stejnoměrná hloubka a odraz světla je docílen skleněnou deskou ponořenou na dno. Rozkmitání děje se malým elektromotorem o excentrickém hřídeli, jímž se mění amplituda, a na nějž lze nasazovati budiče různých tvarů. Změnou napětí (5—8 V), resp. zařazeným reostatem, lze měniti frekvenci. Šikmo postavenou obloukovou lampou (stejnosměrný proud!) lze pak promítnouti obraz vln zvětšeně na stínítko, umístěné nad tabulí (skreslení šikmou projekcí nevadí). — Nasazením bodového budiče demonstruje se vznik kruhových vln a závislost délky vlny na frekvenci (rychlost vln závisí přímo na hloubce vody). Na kovovém stinítku ukáže se odraz vln kruhových, na stinítku s úzkou štěrbinou pak princip Huygensův, při štěrbině široké potom přímočaré šíření a ohyb. Použitím dvojitého budiče dokáže se interference dvou kruhových vln (hyperboly minim a maxim jsou velmi nápadné). Obklopí-li se budič kruhovým hřebenem, lze pozorovati vně kruhu skládání elementárních rozruchů v obalovou vlnoplochu. Nasazením přímého hřebene s malým resp. větším počtem otvorů lze demonstrovati vznik obalující rovinné vlny z elementárních vlnek kruhových, a konečně nasazením budiče přímkového vzniknou vlny dokonale rovinné. U nich lze ukázati předně odraz na zrcadle rovinném, dutém a vypuklém (ohniska vyniknou zcela zřetelně), a na zrcadlech Fresnelových pak interferenci. Dále lze ukázati při průchodu vln úzkou štěrbinou vznik elementárních vlnek kulových podle Huygense, při široké pak štěrbině přímočaré šíření a ohyb, a při několika štěrbinách vedle sebe posléz ohyb mřížkou, a konečně lom planparalelní deskou hranolem a čočkami. Při tom zmenšení rychlosti vln (a tedy lom ke kolmici) docílí se vložením skleněných zrcadel na skleněnou desku na dně, čímž se zmenší hloubka vody a tím i rychlost vln; změna délky a směru vln je tu velmi nápadná.

Dne 7. prosince 1934 přednášel dr. Karel Koutský na téma: „*Úvod do teorie množin*". Přednášející vyložil základní pojmy o množinách (množina, její elementy a části, součet, průřez a rozdíl množin). Dále vysvětlil vzájemné zobrazení množin, zejména jednojednoznačné, a z toho plynoucí pojem jednoznačné funkce definované na množině. Závěrem svého výkladu vysvětlil pojem ekvivalence množin a pojem kardinálních čísel (mocnost množiny). Stručný obsah této přednášky byl rozmnožen a rozdán členům sekce.

Dne 18. ledna 1935 konal dr. Miloš Neubauer přednášku „*O uspořádaných množinách*". Byla podána definice pořádku, podobnosti množin a pořádkového typu. Probrány byly pořádkové typy n (pro $n = 1, 2, 3, \ldots$), t. j. typ konečné množiny, dále pořádkový typ ω (typ množiny $1, 2, 3, \ldots$ přirozených čísel v přirozeném pořádku) a k němu inversní pořádkový typ ω^*; dále pořádkový typ η (typ všech racionálních čísel (seřazených podle velikosti) a konečně pořádkový typ λ (t. j. typ všech reálních čísel seřazených podle velikosti). Nakonec podána byla definice součtu a součinu pořádkových typů a ukázáno, že platí pro ně zákon asociativní, nikoliv však komutativní.

Dne 13. března 1935 přednášel dr. Karel Koutský „*O kardinálních číslech*". Přednáška navazovala na přednášečův „Úvod do teorie množin", který ilustrovala rozmanitými příklady množin konečných, spočetných i nespočetných, při čemž byla věnována význačná pozornost vzájemnému jednojednoznačnému zobrazení. Podána definice součtu kardinálních čísel a ukázána platnost zákona asociativního i komutativního. Zvláště pak byla odvozena pravidla pro součty kardinálních čísel $\aleph_0$ (kardinálního čísla spočetné množiny) a $\aleph$ (kardinálního čísla kontinua).

V druhé části této schůze zahájen rozhovor o zkušenostech s *Návrhem osnov pro střední školy* v matematice, fysice a deskriptivní geometrii. Usneseno rozděliti rozhovory podle tříd a předmětů.

Dne 5. dubna 1935 po úvodním referátu dr. Miloše Neubauera a 26. dubna 1935 po referátu prof. Stanislava Lišky bylo v těchto rozhovorech živě pokračováno a 17. května 1935 byl pořad letošních schůzí naší sekce rozhovorem o zkušenostech s absolventy středních škol na školách vysokých prozatím ukončen. Do poslední schůze dostavili se pozvaní pp. profesoři zdejších vysokých škol, prof. dr. Karel Čupr, prof. dr. Josef Klíma a prof. dr. Ladislav Seifert, kteří promluvili o svých zkušenostech a zúčastnili se živě debaty. — Protože v debatních schůzích o zkušenostech s novými osnovami a o zkušenostech s absolventy středních škol bude ještě pokračováno, podáme o nich souborný referát po jejich ukončení.

Dr. *Karel Koutský* a prof. *Ladislav Staněk.*

Monografje matematyczne je název polské sbírky matematických monografií, kterou redigují Banach, Knaster, Kuratowski, Mazurkiewicz, Sierpiński, Steinhaus. Tato sbírka je věnována hlavně oněm částem moderní matematiky, které spočívají na teorii množin. Vyšlé svazky zpracovávají vesměs velmi důležité obory — důležité i pro toho, kdo se zabývá hlavně klasickou matematikou; to je ostatně přirozené při rostoucím vlivu, kterým teorie množin působí nejen při vytváření nových oborů matematiky, nýbrž i při rozvoji klasických nauk. Dosud vyšlo těchto šest svazků: S. Banach, Théorie des opérations linéaires; S. Saks, Théorie de l'intégrale; C. Kuratowski, Topologie I; W. Sierpiński, Hypothèse du continu; A. Zygmund, Trigonometrical series; S. Kaczmarz a H. Steihaus, Theorie der Orthogonalreihen. Svazky dosud vyšlé jsou monografickými učebnicemi v nejlepším smyslu slova: nepředpokládají mnoho vědomostí u čtenáře, podávají úplně vypracované důkazy a přihlížejí s obzvláštní pečlivostí k nejnovější literatuře. Rozsah dosud vydaných svazků pohybuje se mezi 194 a 332 str. Cena je mírná — na př. kniha Zygmundova (332 str. 8°) stojí pouze pět dolarů. Vrátíme se k jednotlivým svazkům této znamenité sbírky ještě obšírnějšími recensemi.

Red.

K otázce pomůcek pro fysikální praktikum. Při vyučování fysice jsou praktická cvičení pro žáky částí zvláště zajímavou a užitečnou. Bohužel jest začasté nesnadné cvičení tato řádně organisovati; příčina tkví v nedostatku vhodných pomůcek. Profesoři Roubault a Bourguignon, působící na Lycée Lakanal v Paříži, pokusili se částečně zdolati tuto potíž a o svém úsilí a výsledcích podávají zprávu v časopise „L'enseignement scientifique" (č. 74, leden 1935).

Praktická cvičení mohou býti prováděna, jak známo, dvěma různými způsoby: 1. Všichni žáci pracují současně na stejném pokusu; předmět praktických cvičení jest každou cvičebnou hodinu změněn; — nebo 2. Žáci, rozděleni ve skupiny po dvou, pracují současně, ale na různých pokusech, jejichž počet se rovná počtu skupin žáků; skupiny ty si vyměňují předměty pokusů cyklickou záměnou.

První uvedený způsob, tak zvaný „sériový", má důležité výhody: Pokusy jsou v přímém vztahu k předmětu současného vyučování a mimo to umožňují porovnávání prací žáků a i výsledků těchto prací. Avšak, aby na příklad deset skupin po dvou žácích mohlo pracovati současně na stejném pokuse, musili by míti k disposici deset kusů každé potřebné pomůcky, což je vyloučeno z důvodů finančních i technických (uložení, udržování, atd.). — Druhý způsob má nesmírnou závadu pedagogickou: Žáci dělají pokusy po případě i z partií učiva, které ještě nebylo prostudováno, takže nemohou dostatečně rozuměti smyslu a významu cvičení.

Autoři jali se čeliti chybám první metody, studujíce materiál, který se skládá ze součástí běžných (metry, pravítka, kreslicí prkna, různé háčky, motouz, atd.), nebo normalisovaných, a to za tím účelem, aby se téže součástky dalo užíti mnohonásobně. Tak sestrojili na př. manipulační lavici, která může býti součástí nakloněné roviny, optické lavice, polychordu, Wheatstonova mostu, atd. Ona lavice může se přišroubovati na sedačku, na poličku, na nohy stolu, a utvořiti sloup Atwoodova padostroje nebo stojan pro kyvadla. — Nebo: Silná kladka hliníková s kuličkovým ložiskem může býti použita při 15 pokusech. Jest možno přetvořiti ji v registrační přístroj. — Stoly i sedačky mají tvary přizpůsobené k jejich užívání jako podstavců přístrojů (rozměry, váha, atd.).

Žáci dostávají manipulační plány s návodem k použití a montování různých součástí a s kontrolními otázkami. *J. Arnaudiès.*

Nové poznatky o radioaktivitě draslíku. Draslík a „umělá radioaktivita." Draslík — podobně jako rubidium a samarium — je oproti celým genetickým řadám „běžných" radioaktivních prvků zcela osamoceným radioaktivním prvkem. Běžný radioaktivní prvek, člen některé ze tří známých řad, má svůj „prvek mateřský", z kterého rozpadem vzniká. Sám se pak rozpadá jako celkové radioaktivní individuum a je přesně známo, jaký prvek jeho rozpadem vzniká.

Osamocené postavení draslíku v tomto smyslu působilo velké obtíže hlubšímu poznání jeho radioaktivity. Jak známo, jsou podle prací Astonových známy dva isotopy draslíku:

$$^{39}_{19}K,\ ^{41}_{19}K$$

(index horní je atomová váha, dolní atomové číslo). R. 1928 snažil se Hevesy a Lögstrup o parciální dělení těchto isotopů. U preparátu, kde bylo více isotopu těžšího (^{41}K), zjistili také procentuálně stejně vyšší radioaktivitu. Nahromadění těžšího isotopu zdařilo se při tom v množství o 5% vyšším, než je množství tohoto isotopu v běžném draslíku. Zdálo se tedy pravděpodobné, že isotop ^{39}K (který je častější), není radioaktivní, radioaktivita přísluší isotopu těžšímu ^{41}K.

Poněkud odchylný názor projevila již r. 1926 L. Meitnerová. Její názor spočíval na tabulce *isobarů*, prvků se stejnou atomovou vahou a různým atomovým číslem (na př. ^{121}Zn, ^{121}Sb, ^{40}Ar, ^{40}Ca). Většinou se isobary liší o 2 jedničky v atomovém čísle, mezi nimi ležící isobar obyčejně není známý a snad je nestabilní. Tato domněnka se totiž opírá o tabulku isobarů specielně prvků radioaktivních, kde ze tří isobarických druhů atomů je prostřední vždy nejméně stálý, t. j. má nejkratší poločas. Sousední prvky draslíku jsou argon a vápník, které oba mají isotopy atomové váhy 40. U draslíku jsou známy isotopy 39 a 41, isotop 40 snad by tedy mohl býti v souvislosti s radioaktivitou draslíku — protože je ve skupině isobarů 40 prostřední.

Zdá se, že názor Meitnerové je novějšími pracemi podepřen a že vskutku *isotop* ^{40}K *je radioaktivní*. Ve prospěch tohoto názoru jsou především další výsledky pokusů o dělení isotopů draslíku a současné sledování jejich radioaktivity jemnými elektrometry a citlivými „počítači" paprsků. Současnou diskusí atomových vah obyčejného draslíku, jakož i frakcí, lze dokázati, že hromadění těžšího isotopu ^{41}K probíhá rychleji, než současné stoupání radioaktivity. Touto cestou důkazů vzájemně se doplňujících lze vskutku podepříti názor, že radioaktivní isotop má atomovou váhu 40. Jeho množství v draslíku přítomné je ovšem tak nepatrné, že na ně nestačila citlivost pokusů Astonových. Z různých úvah se jeho množství odhaduje na 10^{-6} až 10^{-3} gramu pro gram draslíku.

Existence isotopu ^{40}K stala se rázem jasnější, jakmile byla objevena *umělá radioaktivita*. Fermi na př. bombardoval r. 1934 draslík neutrony a zjistil, že mimo svoje obvyklé záření beta vysílá ještě tvrdší beta-částečky, odpovídající uměle radioaktivnímu prvku s poločasem 16 hodin. Děj probíhá podle „atomové" rovnice:

$$ {}^{41}_{19}K + {}^{1}_{0}n = {}^{42}_{19}K. \qquad (1) $$

Těžký isotop draslíku ^{42}K se rozpadá s poločasem 16 hodin za vysílání částeček beta, proto o něm nemůže býti ničeho známo z pokusů Astonových, ani ovšem z přírody. Na druhé straně podařilo se r. 1935 Hevesymu dokázati, že scandium bombardované neutrony poskytuje isotop draslíku, který je indentický s isotopem Fermiho. V rovnici (1) je výchozím členem isotop ^{41}K, těžší isotop draslíku, jehož je v přírodním draslíku pouhých 7%, zatím co lehčího isotopu ^{39}K je 93%. Je tudíž pravděpodobné, že také isotop ^{39}K reaguje na bombardování neutrony:

$$ {}^{39}_{19}K + {}^{1}_{0}n = {}^{40}_{19}K. $$

Výsledkem by byl isotop ^{40}K, jemuž přisuzujeme „přirozenou" radioaktivitu draslíku. Protože poločas draslíku přirozeně radioaktivního je řádu 10^{13} *let*, je vyloučeno, aby množství ^{40}K vyrobeného bombardováním neutrony něco přidalo k radioaktivitě původního draslíku. Výtěžky bombardování neutrony jsou slabé, rozpad ^{40}K velmi pomalý — ani bombardováním neutrony po celá desetiletí nedocílili bychom tudíž umělého zvýšení přirozené radioaktivity draslíku.

Hevesy však míní, že to, čeho nelze docíliti v laboratořích člověka, odehrávalo se v laboratořích přírody: prvky v dobách preterestrických byly vystaveny bombardování neutronů, tenkráte ve směsici prvků byla také bohatá a pestrá směsice prvků „uměle" radioaktivních. Když bombardování přestalo, rychle vymřely ty prvky, které měly krátké poločasy — ty, které dnes v laboratořích se vyrábějí uměle a které jsou geneticky vůči ostatním známým prvkům *osamocené* — „outsideři" v dnešním systému prvků a isotopů. Dlouhé poločasy vyskytly se však u *draslíku* a *rubidia* (řád 10^{11}—10^{13} let), které isotopům hmot *40* a *86*, umožnily přetrvání až do dnešních dob, kdy působí radioaktivitu draslíku a rubidia v přírodě. Poločasy obou těchto prvků jsou vskutku toho řádu, že snesou srovnání se stářím naší sluneční soustavy.

Z naznačených nových myšlenek a dedukcí možno jasně pozorovati, jak nový objev „umělé radioaktivity" pomáhá vysvětlovati i zjevy odlehlé, které domněle s ním nemají nic společného. *Santholzer.*

Označování bodů a přímek v deskr. geometrii. Po vydání osnov z r. 1908 bylo v učebnicích Jednoty dosaženo jednotnosti v označování, takže i v deskr. geometrii Pithardt-Seifertově byly body označovány velikými písmeny a přímky písmeny malými. Ale na obou technikách zůstalo v deskr. geometrii staré označení Tilšerovo a Jarolímkovo. Když pak i v nové učebnici Kadeřávek-Klíma-Kounovský, vydané pro obě naše techniky, bylo toto označení podrženo, bylo i ve středoškolské deskr. geometrii Klíma-Ingrišově zavedeno. Hlavní důvody pro tento krok jsou asi tyto: deskr. geometrie je dosti přesně oddělena od ostatní geometrie středoškolské, v obrazcích jejích je označeno značně víc bodů než jiných útvarů a popisování malými písmeny méně přeplní obrazec, ve světové literatuře není v označování jednoty a konečně označení Tilšerovo a Jarolímkovo je u nás tradiční. Víme, že označení použité v Pithardt-Seifertovi se dosti vžilo a že právě jednotnost v celé geometrii středoškolské byla kdysi uvítána; nepřijala-li však toto označení technika, jevily se důvody pro návrat k označení Tilšer-Jarolímkovu pádnějšími než požadavek úplné jednoty v celé geometrii středoškolské. Právě pro výlučnost deskr. geometrie a zvláště okolnost, že stejné označení úseček a bodů nemůže v ní vésti k omylům, jako je to tam, kde se úsečkami počítá, lze se domnívati, že odchylné označování nezpůsobí ve vyučování zvláštních obtíží. *L. Č.*

LITERATURA.

A. Recense vědeckých publikací.

J. A. Schouten a D. J. Struik: Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie. Bd. I. *J. A. Schouten:* Algebra und Übertragungslehre. 2. vollst. umgearb. Aufl. Groningen a. Batavia, P. Nordhoff N. V. 1935. XII, 203 stran, Kč 108,—.

V části algebraické jest — pokud vím poprvé v učebnici — zaveden pojem smíšených komponent. Tento pojem dovoluje jednak zavedení nové definice veličin, jednak vede k novému pojetí jednotkového tensoru vzhledem k transformacím. (Právě zmíněného pojetí mohlo býti ve druhé části, analytické, vydatněji použito.) Vedle toho jsou zde různé problémy algebraické geometrie (na př. teorie elem. dělitelů atd.) vyloženy s jednotného hlediska. — V části analytické je zaveden nejprve pojem přenosu (konexe) pro veličiny a pseudoveličiny a to na základě pojmu „rovnoběžného posuvu", šesti požadavky (z nichž prvý plyne z ostatních, ref.). Z podstatně nových pracovních metod v knize užívaných je se zvláště zmíniti o dvou: Jednak je to zavedení t. zv. D-symboliky, která dovoluje v analyse úvahy o veličinách, jejichž komponenty patří různým prostorům (a je tedy nutná v některých disciplinách, na př. při studiu prostoru Einsteinových „semivektorů") a redukuje zároveň podstatně t. zv. „projekční metody" při konstrukci indukovaných konexí. (Jako taková ukáže se zvláště výhodnou v druhém svazku tohoto díla, ve kterém Struik zpracovává teorii prostoru X_m v X_n.) — Druhým velkým kladem této knihy je přiblížení pracovním metodám Cartanovým, což je umožněno zavedením t. zv. „objektu anholonomie", který vede ke Cartanově „vnější derivaci". Čtenáři je tak poskytnuta možnost bez obtíží participovati nejen na výsledcích Schoutenovy školy, ale zároveň vniknouti do pracovní metody Cartanovy. — Je přirozené, že ve svazku poměrně tak malém nelze všechny problémy a discipliny diferenciální geometrie zakřivených prostorů podrobně rozbírati, nebo i jen uváděti. (Tak na př. nejsou zde zastoupeny tyto discipliny: Vitaliho „vyšší" geometrie, teorie Berwaldových prostorů, výsledky Kawaguchiho školy, diferenciální geometrie konformní a projektivní.) Teorie, jež jsou zde probrány, jsou vybrány tak, aby poskytovaly čtenáři možnost nových aplikací. Tak na příklad teorie deformace (vypracovaná zcela nově Schoutenem a v. Dantzigem) je důležitým principem v pětirozměrné projektivní teorii relativity, unitární geometrie (Schouten) je nezbytnou pomůckou ve spinorové analyse, teorie pseudoveličin (Schouten-Hlavatý) byla jedním z podnětů rozvoje japonské školy o obecných konexích atd. Vedle toho je uvedena, případně studována celá řada problémů, jež prohlubují znalosti o struktuře prostoru (Cartanův princip zachování křivosti a torse prostoru, Schlesingerovy úvahy o paralelním posuvu atp.). — První svazek byl napsán, jak to je uvedeno v nadpise, jen Schoutenem a nese také pečeť jeho osobnosti, totiž nesmírně vyvinutý smysl algoritmický, který snad na prvý pohled četbu knihy ztěžuje, ale při dokonalém prostudování odměňuje čtenáře získáním jednotícího principu v mnohých disciplinách, které na prvý pohled jsou jen málo příbuzné. — Druhý svazek této knihy píše Struik a jak jsem z rukopisu mohl zjistiti, je věnován hlavně teorii indukovaných konexí a problémům uložení (Mayer, Burstin atd.). Budeme o něm v příhodné době taktéž referovati.

Hlavatý.

F. Kohlrausch: Praktische Physik, 17. úplně přepracované vydání, Lipsko 1935, X + 960 str., 512 obr., váz. Kč 256,—.

Nové vydání Kohlrauschovy „Praktické fysiky" bylo svěřeno řediteli z P. T. R., Henningovi a řadě spolupracovníků z téhož ústavu, tedy jistě do rukou nejpovolanějších. Rozsáhlost látky vyžádala si spolupráce celkem 19 odborníků, čímž byla vnesena do celkového zpracování jistá nestejnorodost, která je však s druhé strany vyvážena spolehlivostí jednotlivých údajů a výběrem zaručených, moderních, fysikálních metod. Kniha je rozdělena na šest dílů. První díl „Allgemeines über Messungen" pojednává o zpracování fysikálních pozorování a obsahuje zároveň přehled fysikálních jednotek, o nichž bylo v dřívějších vydáních pojednáno na konci knihy. V oddíle „Mechanik" jsou uvedeny metody pro měření hmoty, délky a času a jsou do tohoto oddílu pojaty též kapitoly o elasticitě a akustice. Do oddílu „Zustandgrössen und Wärme" jsou zařaděny nejen metody termometrické a partie fysiky s tím souvisící, nýbrž i záření tepelné a jeho měření. Obsahově zůstal celkem nezměněn oddíl „Optik", ovšem až na potřebné rozšíření látky samé, které si vyžádal zřetel k novým pracem v tom oboru. Zato od základů je přepracován oddíl „Elektrizität und Magnetismus". Kdežto rozdělení kapitol týkajících se měření napětí, proudu a odporu, resp. měření elektrostatických a magnetických zůstalo celkem nezměněno, jest pojednání o střídavých proudech rozčleněno na obor frekvence nízké, střední a vysoké. Elektronovým lampám je vzhledem k jejich důležitosti pro techniku měření věnována zvláštní kapitola. Poslední oddíl „Korpuskeln und Energiequanten" obsahuje nejen měrné metody z oboru X-paprsků a z radioaktivity, ale též novou kapitolu o určení konstant atomů a molekul metodami spektroskopickými. Rovněž i vnější úprava knihy doznala v tomto vydání prospěšné změny. V dřívějších vydáních byly vytištěny některé partie knihy drobným tiskem, aby se rozlišily od sebe věci důležité a méně důležité. Poněvadž rozdělení látky tímto způsobem je velmi obtížné, bylo od toho odlišování v novém vydání upuštěno a drobným tiskem je uvedena pouze literatura, která je v některých částech knihy zaznamenána i z r. 1935. Poukazy, které byly dříve sestaveny pod názvem „Technisches", byly zařaděny na příslušná místa do knihy samé. „Praktická fysika", o jejíž oblibě svědčí dostatečně její 17. vydání, splní jistě i tentokrát plně přání Kohlrauschovo, aby zaváděla nejen studující fysiky do praktické práce, ale aby i při vědeckých pracech byla dobrým rádcem, a konečně aby i technickým fysikům byla nápomocna při řešení různých problémů v jejich povolání.

V. Petržílka.

B. Recense didaktických publikací.

Stan. Petíra-Dr. Mikuláš Šmok: Fysika pro nižší školy střední. Sedmé, úplně přepracované vydání. Nákladem JČMF v Praze 1933. Cena Kč 28,60.

Učebnice je označena jako nové, přepracované vydání Fysiky Petírovy. Skutečně se jí velmi značně blíží, místy však je knihou zcela novou. Je samozřejmé, že rozdíly spočívají především v tom, že bylo nutno vyhověti novým osnovám, a to jak co do litery předpisující nové pořadí látky i mnohé partie nové, tak i co do ducha obsaženého v poznámkách k osnovám. Ale i tam, kde by ze znění osnov nevyplývala nutnost nějakých změn, je výklad často více méně přepracován.

Hned v úvodu na příklad je velmi chvályhodno vložení zmínky o noniu a mikrometrickém šroubu s příslušnými obrazci, bez podrobnějšího výkladu; ten ostatně je možno u šroubu podati později, u nonia by však byl na místě. Mezi základní představy fysikální (podle znění osnov) byla zařazena správně síla a příslušné pojmy vedlejší. Shledáváme tu s uspokojením, že již od počátku je tu zdůrazňován princip akce a reakce, věc, která řádně nevyložena vede žáky často k trapným omylům. Že po této stránce neulpívá nové zpracování učebnice jen na povrchu věci, dokazuje hned v následujícím oddíle odstavec o Archimedově zákoně. Obvyklý experiment dokazující vztlak kapaliny na těleso je doplněn (v úlohách A) pokusem dokazujícím i reakci tělesa na kapalinu. Doporučovalo by se i v nauce o magnetismu zdůrazniti, že magnet a železo přitahují se vzájemně silou stejně velikou, právě tak „slabý" a „silný" magnet (jsou známy pochybené „vynálezy" perpetua mobile na nesprávném pochopení této věci). Také u pokusu Guerickova okolnost, že 16 koní mohlo býti nahrazeno osmi a reakcí pevného háku, stojí za zmínku. Obšírně vyložena a dvěma obrazci zdůrazněna je nutnost přihlížeti při počítání práce jen k složce dráhy ve směru síly. Zákon zachování práce opakován je u každého stroje zvlášť a na konec znovu zdůrazněn. Snaha po zvýšené přesnosti v definování důležitých pojmů je patrna ve značně zlepšeném výkladu el. potenciálu. I tak obtížné (na tomto stupni) vysvětlení rozdílu mezi vahou a hmotou snaží se učebnice vyložiti naprosto precisně. Výklad, poněkud těžký a snad zbytečně obšírný, může být ovšem učitelem podle okolností upraven (tištěn petitem). Recensent dává přednost výkladu asi takto vedenému: Síla, udělující tělesu zrychlení, musí přemáhati setrvačný odpor tělesa (= setrvačná hmota). Zrychlení způsobené touž silou je nepřímo úměrné hmotě tělesa. Tedy v celku výklad „Fysiky" Ryšavého. Na rozdíl od obou učebnic pak formulace výsledku: Zrychlení pohybu je přímo úměrné síle pohyb působící a nepřímo úměrné hmotě pohybovaného tělesa.

Moderní teorie fysikální ovlivnily do jisté míry výklady učebnice v nauce o elektřině. Učebnice seznamuje žáky s elektrony a podává výklad některých zjevů na základě jich představy, vrací se však potom k staršímu způsobu výkladu pomocí dvojí elektřiny. Řešení toto je v celku šťastné, neboť důsledné vybudování výkladu pomocí elektronů a jejich pohybu by vedlo nutně k změně ustálených zvyklostí v označování směru proudu; o elektronech pak zcela pomlčeti by též nebylo správné. Definitivní způsob výkladu náleží jistě k didaktickým otázkám čekajícím na rozřešení. — Učebnice se zmiňuje i o poklesu potenciálního rozdílu na svorkách zdroje pracujícího, a to s poznámkou, že to souvisí s vnitřním odporem zdroje. Pro úplnost bylo by dodati, že pokles je větší, je-li připojený vnější vodič vodivější. Také o samoindukci je pojednáno. Jednoduše, avšak výstižně je vyložena polarita induktoru.

Nejvíce podstatných změn nacházíme v druhé části nauky o elektřině. Tempo je tu pro žáka průměrného až příliš rychlé, přes všechnu jasnost výkladu. Učitel může arciť některé věci podle okolností přiměřeně zkrátiti. Správné jest, věnuje-li výklad více místa radiotelefonii než radiotelegrafii, ježto prvá je v životě obecném běžnější.

Recensent doporučuje konečně několik menších oprav a doplňků. U plošných obsahů uvésti planimetrování vážením vystřižené plochy a porovnáním se zváženou plošnou jednotkou téhož materiálu. Větu: „. . . zaveden střední den sluneční jakožto 365. díl doby jednoho roku . . ." nahraditi jinou (budí v žákovi dojem, že rok (občanský) je jednotkou základní, přirozenou, den odvozenou); lépe říci, že je to průměrný den sluneční. Také je dobře lišiti (celkový) tlak na dno atd., a příslušný tlak hydrostatický v hloubce dna atd. U kondensátorů měl by být uveden zajímavý a poučný pokus s rozkladnou lahví leydskou. Při výkladu článků zdůrazniti, že podstatnou věcí je potenciální rozdíl (elmot. síla článku), a že elektrody mohou míti buď obě kladný, nebo obě záporný potenciál, nebo potenciály různých znamének, jen rozdíl že je (na otevřeném článku) vždy týž. Úloha 5 na str. 100 má se formulovati takto: „Jest správné, že teplota — 40^0 F odpovídá teplotě — 40^0 C?" Podle formulace v učebnici by se smělo psáti též $100^0 C = 212^0 F$, což odporuje správné rovnici $100^0 C = 180^0 F$. Při výkladu tepelné roztažnosti je doporučitelno upozorniti, že objem dutiny se zvětšuje tak jako látka, z níž jsou stěny. Při pokuse o roztažnosti kapalin sloupeček v trubici z tohoto důvodu mnohdy klesá. Málo vhodná (ač obvyklá) je věta: „V těžišti možno si vždy mysliti celou váhu tělesa soustředěnu"; lépe: Těžiště je možno vždy pokládati za působiště celkové váhy tělesa. Při výkladu odporu prostředí měl by být uveden padák.

Poznámky k osnovám výslovně žádají, aby žáci byli zásadně uváděni v přímý styk se skutečností. Má se tak díti jednak navázáním na jejich vlastní zkušenosti, jednak pokusy. K prvému přihlíží kniha hlavně ve své petitové části a v úlohách úvahových (A). Učebnice popisuje často důležité přístroje užívané v řemeslech a průmyslu, moderní prostředky dopravní, pohonná zařízení a pod. Jen vodní turbinu v knize nenacházíme, ačkoli o parní (s obrazcem) zmínka učiněna je. Z technických zařízení velmi důležitých a zcela nově do knihy pojatých jest uvésti zvláště transformátor (a vlastně vše o střídavých proudech).

Pokud se tkne experimentální stránky, je možno říci, že jsou uváděny vesměs pokusy osvědčené a běžným inventářem fysikálních sbírek bez obtíží proveditelné. Také k provádění pokusů a měření žáky je v učebnici hojně podnětů. Revise experimentální stránky učebnice je patrna na př. hned u tlaku kapalin na dno. Pokus s přístrojem Hartlovým (pohyblivé dno, rtuťové těsnění) je nahrazen jiným (dno přitlačované zatíženým vahadlem). Cennou částí učebnice jsou též úlohy B, jichž výběr prozrazuje zkušeného autora výborné sbírky příkladů z fysiky.

Jiný požadavek osnov jest, aby názvosloví i označování veličin bylo na obou stupních pokud možno stejné. Po této stránce je třeba konstatovati, že kniha potřebuje četných změn; dlužno ovšem uvážiti, že kniha vyšla ještě před publikací „Návrhu komise JČMF pro názvosloví a označování" (r. 63 tohoto časopisu, str. V 67 a násl.), i dojde zajisté po definitivním jeho vyřízení k úpravě odchylek.

Jinak po stránce jazykové je učebnice psána slohem jasným a bez jazykových nesprávností.

Že se učebnice nevyhýbá ani ve své terciánské části obecným vzorcům, je nutno jen schváliti.

Historické poznámky jsou zařazeny všude tam, kde mohou k oživení a prohloubení výkladu přispěti. Je správné, že není jimi plýtváno. Životní data vynikajících badatelů jsou uváděna pod čarou a v celé knize jednotně číslována. Vyskytne-li se v pozdějších výkladech týž badatel znovu, je možno podle čísla odkazu vyhledati si příslušnou poznámku.

Dobrou pomůckou fysikálního vyučování jsou schematické obrazy přístrojů. Proti 298 obr. + 1 příloze vydání starého obsahuje učebnice 329 obr. + 4 přílohy. Částečně jsou obrazce přejaty z vydání starého, mnoho obrazů je však nových. Většina jsou obrazy kreslené. Z nich jsou didakticky cenné (ve smyslu poznámek k osnovám) předně ty, které idealisují technický přístroj, dávajíce potlačením částí méně významných vyniknouti věci hlavní, principu, na němž je přístroj založen. Sem patří (z obr. nových): princip aneroidu, manometr kovový, indukční elektrika, voltmetr, tepelné motory, vodní kola, rumpál, vratidlo, aeroplan, fonograf, stroje optické, dynamo, transformátor. Druhou skupinu didakticky cenných obrazců tvoří ty, které mají znázorniti průběh fysikálního děje nebo usnadniti jeho pochopení: obrazce vztahující se k rovnováze sil (na různých místech), gnomon, pokusy elektrostatické, jednoduché stroje a princip zachování práce na nich, pohyb vodiče v magnetickém poli a elmag. indukce, elektronové lampy a radiotelefonie. Platí-li o obrazcích vůbec, že jich nikdy nemůže býti dosti, platí to o posledních zvlášť. Po této stránce, jak je vidno z předešlých řádků, nelze této učebnici mnoho vytýkati. Jen v elektrostatice by se vyplatilo zařaditi obrazce znázorňující děj v několika fázích (nabíjení indukcí, ssání hrotů). Také známé obrazce kmitů nosných, modulovaných, usměrněných a akustických kmitů membrány naslouchátka by výkladu radiotelefonie značně prospěly.

Důležité je jistě správné a úhledné provedení obrazců. Proti původním jsou zřetelnější, výraznější, popisovány normalisovaným písmem a celkem pěkně působí. V několika případech je užito v témž obrazci dvojí projekce (věc, kterou lze vytknouti mnohým obrazcům přejatým z vydání starého): (79) elektroskop lístkový (těleso elektroskopu v šikmé projekci, podstavec v axonometrii), (128) pokus s třaskavým plynem (miska v axonometrii, podstavec pod ní v šikmé projekci); obrázky astronomické: pól hlavní kružnice, jež se jeví jako elipsa, nemůže být na obrysu koule. Za to některé obrazce jsou bezvadné: (130) článek Danielův, (220, 221) rumpál a vratidlo. Obrázek (16) nepokoje hodin pérových je zbytečný, rovněž ciferník stopek (17); také pokus o subjektivních pocitech tepelných není třeba podpořiti obrazcem (19).

Celková úprava knihy je pěkná. Proti předešlému vydání je užito lepšího papíru, formát je normalisován. Tisk je zřetelný a dobře čitelný. Textová část je tištěna trojími typy[1]): garmond (části závazné), borgis (části, jež lze podati individuálně podle okolností), petit (části doplňující, úlohy, poznámky atd.). Myšlenka tato je velmi dobrá, rozlišení garmondové a borgisové části je však poměrně málo zřetelné; snad by bylo lépe odlišiti je jinak (čarou po straně, hvězdičkou na počátku odstavce a pod.). Tiskových chyb recensent neshledal. Rozsah učebnice vzrostl z původních 215 stran na 236, byl by však větší, kdyby nebylo hojně použito menších typů. Na druhé straně však hojnější obrazce vzrůst počtu stran částečně vysvětlují. Věcný rejstřík, podrobnější než ve vydání starém, usnadní užívání knihy i žákovi, který občas potřebuje si některou partii zopakovati.

Celkem lze tedy míti zato, že učebnice i v novém vydání bude hojně a s úspěchem používána. Všestranná péče, kterou knize věnovali autoři, tiskárna i nakladatel jistě si toho zaslouží. *Václav Skalický.*

Valouch-Špaček-Říman: Meroveda pre III. triedu stredných škôl. Tretie, prepracované vydanie. Nákladom Jednoty čsl. matematikov a fyzikov v Prahe 1935. 62 str. Cena Kč 7,40.

Týmto III. dielom zakončuje sa nové vydanie známej učebnice Valouchovej, prepracované podľa osnov z r. 1933. Čo bolo povedané o pečlivosti a svedomitosti prepracovania prvých dvoch dielov, platí i tu v miere nestenčenej.

Od predošlého vydania liši sa tento diel najmä v rozvrhu látky. Posunutím vety Pythagorovej a Euklidových na začiatok učebnice (§ 3) bolo možné previesť podstatné zmeny v rozdelení látky a usporiadať ju podľa istého systému, ktorý sa prejavuje zvlášte v stereometrickej časti. Tým, ako i vypustením partie o podobných uholníkoch a použitím stručnejšej formy pri opakovaní známych poznatkov z nižších tried, keď majú byť východiskom pre další postup, podarilo sa autorom rozsah knižky značne zmenšiť.

Pokiaľ sa týka spôsobu spracovania látky, treba pripomenúť zvlášte všade zdôrazňovaný požiadavok presnosti i potrebu riadneho odôvodnenia

[1]) Viz také autoreferát v Čas. 63, str. D 29.

pre každé tvrdenie. Je patrná snaha najsť pre každý vzorec vhodné odvodenie, pre každú vetu postačujúci dôkaz. Pri tom často používa sa tiež aritmetiky, čím ukazuje sa na úzku súvislosť oboch častí matematiky. S uspokojením treba konštatovať, že ani vzorec pre výpočet objemu a povrchu gule nebol uvedený bez odvodenia.

Na precvičenie učiva je pripojený ku každej časti celý rad vhodne volených cvičení, z ktorých mnohé čerpajú látku z praktického života. Pri výbere a usporiadaní je pamätané na nenútené opakovanie celej látky. Skoro v každej skupine cvičení najdeme niekoľko otázok, ktorými si má žiak uvedomovať závislosti jednotlivých veličín (dĺžok, obsahov a objemov) na určujúcich prvkoch — základ funkcionálneho myslenia. Niektoré z cvičení vedú žiaka vhodnými otázkami už tiež k diskuzii o výsledku (omedzenie, počet riešení), iné nabádajú k vymýšľaniu vlastných príkladov, po prípade požadajú, aby žiaci stanovili určovacie prvky vlastným meraním s uvedomením se medzí presnosti pri meraní i výpočtu. Nezabúda sa ani na pestovanie odhadu (kontrolovaného výpočtom).

Mnohé partie (v hojnejšom počte ako u vydania predošlého) sú doplnené historickými poznámkami, ktoré sa u žiakov stretávajú pravidelne s potešiteľným záujmom.

V celej učebnici sa používa dôsledne ustáleného názvoslovia — obvod, obsah; povrch, objem — i jednotnej symboliky (z latiny — povrch S, objem V).

Grafická úprava vyniká prehľadnosťou tlače a bezvadným prevedením obrázkov, ako už v dieloch predošlých.

Chýb v učebnici, okrem niekoľkých prietlačkov, niet. Str. 8, 2. riadok: $= 60_2$ namiesto $= 60^0$, str. 32, 3. riadok: prečo namiesto a preto, podobne 17. riadok, str. 33, cvič. 153: priesečníkov namiesto priesečníka, str. 38, obr. 79: vrchol označený F namiesto E, posledný riadok: ods. 26 namiesto 28, str. 58, cvič. 305: priemer 28 m namiesto 2,8 m, str. 61, 12. riadok: $= MP_1$ namiesto $= MP$. Nebolo by snáď na škodu veci, keby dané obrazce v cvičeniach, najmä premeny obrazcov sa týkajúcich, boly presne určené, tak ako na pr. v cvič. 39. Jednak preto, že by si žiaci pri sostrojovaní daného opakovali základné konštrukcie z nižších tried a tiež pre to, že neni vždy vhodné ponechať voľbu obrazca žiakom samým, poneváč na nej závisí dosť často riešiteľnosť úlohy. Zväčšil by sa tak síce čiastočne rozsah knižky, ale táto nevýhoda by bola dostatočne vyvážená tým, že by učiteľ pri ukladaní dom. úlohy mohol udať proste číslo príslušného cvičenia a nestrácať čas bližším vysvetľovaním.

Keď ešte raz prezeráme celú učebnicu v novom vydaní, môžeme s radosťou a uspokojením konštatovať, že sa nám dostáva do rúk knižka, ktorá splňuje všetky predpoklady dobrej učebnice a ktorá svojimi hodnotami prispeje k povzneseniu úrovne geom. vyučovania na nižšom stupni.

Jos. Filip.

Parametr; roč. 2,[1]) seš. 1.—7. **Młody matematyk;** roč. 1, seš. 1—7. A. M. Rusiecki, který počal vydávati *Parametr*, připojil k němu část pro studenstvo s názvem *M. m.* Sešity 1.—7. druhého roč. Parametru obsahují články, týkající se vyučování na škole národní i střední. Do oboru školy střední zasahuje článek dr. Mihulowicze o probírání nauky o úměrnosti a uvažuje možnosti různého jeho vyjadřování na jednotlivých stupních vyspělosti žákovy. Staniszewski se zabývá úvodem do nauky o obecných číslech, kde radí dospěti k nim postupným zkracováním zápisu postupu výpočtu a užitých při tom slov. Straszewicz píše o skupinách nutných, postačujících a od sebe neodvislých vztahů, kterým musejí vyhovovati

[1]) Referát o roč. 1. viz Čas. roč. 60. (Příloha did.-met. str. 32) a roč. 61, str. D 25.

strany a úhly trojúhelníka, a uvádí tři takové ekvivalentní skupiny, založené v podstatě na větě o součtu úhlů a na větách sinové, o průmětech a cosinové. Hoborski jedná o zavedení pojmu iracionálního čísla na střední škole a o svých zkušenostech v tom směru; zdá se mu, že dosavadní pokusy v Polsku činěné na základě definice Dedekindovy vedly k slabým výsledkům, protože je to věc pro žáky ve věku, o který se jedná, příliš abstraktní. Týž autor se zabývá v dalším článku nepřímým důkazem a dovozuje, že se nesmí ze střední školy vyřaďovati. Jurgielewiczówna popisuje postup svého vyučování na učitelském ústavě. Frycz podává svoji modifikaci Daltonského plánu. Dr. Steckel pojednává o žákovských matematických kroužcích, v nichž jest prohlubovati a rozšiřovati školní látku a uváděti v samostatnou práci. Posléze Hornowski oceňuje[2]) úlohy dané při písemných maturitních zkouškách a konstatuje, že terminologie v nich je nejednotná, stylisace že nebývá vždy náležitá, a konečně, že požadavky jsou velmi nestejné. Články z oboru školy národní se zabývají počátky nauky o zlomcích (Racinowski, Krasiński), o dělitelnosti (Neapolitański), o prvých počátcích dělení (Szablewska); o postupu při uvádění v řešení úloh jednají dr. Jeleńska a dr. Millerówna.

Młody matematyk obsahuje články z dějin matematiky (zejména v Polsku), z astronomie a j. Autoři dovedli někdy dáti svým článkům názvy, které je činí žákům zajímavé. Tak článek, který jedná o úloze najíti, jak nejdéle může býti Slunce nad obzorem v dané části povrchu zemského, má nadpis: „Rekord časové délky denního letu v hranicích republiky Polské“. Výpočet, kolikerým způsobem lze rozděliti na sčítance určitého druhu dané číslo, má nadpis: „Rozměniti złoty“. Ml. m. obsahuje ovšem také hojně úloh.

Bohužel, zdá se, že se časopisy pro nezájem čtenářů neudržely.

Jos. Vavřinec.

The tenth yearbook of the national council of the teachers of mathematics. The teaching of arithmetics. (New York, Bureau of publications Teachers college, Columbia University. 1935, str. VI a 289.) Tato desátá ročenka amerických učitelů matematiky jest věnována aritmetice a sice počátkům počítání a obsahuje třináct pojednání. Brownel v prvém článku „Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic“ se zabývá trojím směrem, jímž se může bráti vyučování počtům, a to teorií drilu, teorií příležitostného učení v rámci projektu a konečně učení na podkladě porozumění významu operací (meaning). Obrací se rozhodně proti populárnímu drilu, vytýkaje mu množství chyb, zejména, že dítěti ukládá velikou námahu, jež je předurčuje k neúspěchu; že v něm nevzbuzuje reakcí, jež se domnívá vzbuzovati; že, kdyby se tyto reakce dítěti vštípily, budou nevhodným základem dalšího učení aritmetice; děti, učené tímto způsobem docházejí úspěchu jinými cestami, než kterými je chce dovésti učitel. Obrací se také proti příležitostnému učení, protože je málo účinné a vyžaduje mnoho času. Třetí způsob pracuje na základě porozumění a není tu místa, aby bylo aritmetice učeno jako souhrnu nesouvislých fakt; činí aritmetiku méně věcí paměti dítěte a obrací se více k jeho inteligenci. Brueckner v článku „An analysis of instructional practices in typical clases in schools of the United States“ se zabývá tím, čemu se v amerických školách učí a jakým způsobem, a tu vidíme ze statistiky, že toho, o čem se nám psává, jako by nás v tom Amerika předháněla, je hodně málo a že jsou věci, kde jsme my napřed. Buckingham v pojednání „Informational arithmetic“ jedná o tom, jak při vyučování aritmetice naučit žáky počtářsky myslit a dívat se na svět. Buswell v článku „The relation of social arithme-

[2]) Němci provádějí také takové přehledy. Bylo by zajímavé, kdyby se také někdo u nás ujal té práce a sestavil kritický přehled maturitních otázek z matematiky podle maturitních protokolů.

tic to computational arithmetic" ukazuje, že to nejsou dva protichůdné směry, nýbrž, že se navzájem doplňují. Vedením R. Hanny podnikla řada učitelů zkoumání, v jaké míře je třeba jednotlivých aritmetických výkonů v různých učebných situacích v 3. a 6. roce vyučovacím a výsledky uložili v článku „Opportunities for the use of arithmetic in an activity program". Převládá sčítání a násobení, nejméně se vyskytuje dělení. Zapomíná se tu asi na to, že se ve škole mohou připustiti jen takové situace, aby je děti zvládly. Není tu určen skutečný poměr, v kterém se potřebují. Johnson v pojednání „Economy in teaching arithmetic" se přimlouvá za to, aby se na nejnižších stupních nepočítalo obyčejnými zlomky vůbec, nýbrž, aby se přeměňovaly v desetinné, při čemž, zdá se, chce, aby si děti hodnoty k sobě patřící pamatovaly. Sám ovšem přiznává, že nemyslí, že by se měly vůbec vynechat, neboť je jich třeba v algebře a ve vyšších partiích matematiky. Pochybuji, že by tento návrh byl účelný. Judd a Morton pojednávají v článku „Current practices in teacher-training courses in arithmetic" o tom, jak je v různých školách k vzdělání učitelů postaráno o jejich odborné vzdělání k vyučování aritmetice; je viděti, že je o ně postaráno velmi nestejně a někde přímo nedostatečně. Overmanův článek „The problem of transfer in arithmetic" se zabývá přenosem cviku a autor dochází k výsledku, že existuje a že jeho velikost závisí na způsobu vyučování; záleží totiž na tom, aby žák řádně rozuměl metodě dotyčného výkonu, byly mu objasněny jeho důvody a principy, na nichž je založen. Je třeba dbáti také toho, aby nenastal nežádoucí přenos, plynoucí z nesprávné generalisace. Repp v pojednání „Types of dril in arithmetic" vidí v drilu prostředek, jak zvětšiti žákovo porozumění výkonu a jeho usnadnění. Rozeznává dva typy a to isolovaný dril, kdy se cvičí stále jedno a totéž, a smíšený, kdy se cvičí různé výkony. Isolovaný je na místě, když jde o nový výkon, smíšený, jde-li o podržení nabytých vědomostí a cviku. Ukazuje se také na to, že cvik není jen výsledek opakování, ale také duševního zrání. Třeba si tu všimnouti toho, že autor, mluvě o drilu, nemyslí tím bezduché dření. Smith, jeden z vedoucích amerických metodiků, se zabývá v článku „Retrospect, introspect, prospect" tím, co ve vyučování aritmetice v Americe bylo, jest a co asi bude. Uznává, že co do důkladnosti je Amerika za Evropou. Pro budoucno prorokuje zjednodušení terminologie (některé názvy prý se vynechají), odstranění dalších částí látky ze školy (nejv. spol. míra, nejm. spol. násobek, krácení zlomků a j.). Snahy po řešení úkolů z okolí dítěte, které je zajímají, se rozšíří, a výkony početní, jimž se dnes učí na vyšším stupni, se přemístí níže. Do vyšších stupňů vtáhne levný počítací stroj atd. Většina dětí se bude učit jen tomu, co nejširší lidové vrstvy potřebují a vyšší partie budou jen pro specialisty ... Je prý nebezpečno prorokovat, ale je to pěkná kratochvíle a jen vymýšlením lepší budoucnosti se buduje pokrok ... Je však otázka, bylo-li by to vše, co autor prorokuje, vskutku pokrokem. Thiele v pojednání „The mathematical viewpoint applied to the teaching of elementary school arithmetic" zavrhuje na základě svých pokusů bezduchý dril stavějící na pouhém opakování a přimlouvá se za rozumové řešení základních úloh; jde o to, naučit žáka, aby viděl vztahy čísel a neučil se isolovaným faktům. Wheeler v článku „The new psychology of learning" seznamuje čtenáře s hlavními principy novější psychologie, pokud se aplikují na vyučování aritmetice. Posléze Upton v pojednání „Making long division automatic" se zabývá široce písemným dělením dvojciferným číslem a dochází k tomu, co my již dávno činíme, totiž, že odhadujíce cifru podílu při dvojciferném děliteli, vynecháme vůbec druhou cifru a zvětšíme prvou o jednu, je-li druhá větší než šest. Zajímavé je statistické vyšetření, v kolika případech se tak obdrží správná cifra podílu. Celkem možno říci, že vývoj počátečního vyučování počtům jde v Americe proti směru, který u nás podle starších amerických vzorů propaguje posud dr. Příhoda se svými spolupracovníky.

Jos. Vavřinec.

C. Původní publikace československých matematiků a fysiků.

V. Hlavatý: Espaces abstraits courbes de König. (Rendiconti Circ. Palermo, **59** (1935), 1—39.) Studium projektivních zakřivených prostorů Königových, které možno n-rozměrnému prostoru adjungovati. V druhé části studium problémů uložení Königových prostorů v prostorech o vyšším počtu dimensí.

V. Hlavatý: Système complet des invariants d'une courbe dans un espace projectif courbe. (Abhandl. aus dem Seminar für Vektor- und Tensoranalysis. Lief. II—III, Moskva, Leningrad (1935), 119—144.) V projektivním n-rozměrném křivém prostoru neexistuje kovariantní diferenciál obecných veličin. Lze však stanoviti přes to kompletní systém diferenciálních invariantů dané křivky a systém bodových hustot. Tyto dva soubory pojmů jsou vázány obdobou Frenetových vzorců.

V. Hlavatý: Zur Konformgeometrie. I. Eichinvariante Konnexion. (Kon. Akad. van Wettenschappen, Amsterdam, Proceedings, **38** (1935), 281—286.) V n-rozměrném konformním prostoru ($n \geqq 3$), který není konformně-euklidický lze udati konnexi, která je invariantní vůči konformní změně metriky. Tato konnexe je zvláštní případ Weylovy konnexe.

V. Hlavatý: Zur Konformgeometrie. II. Anwendungen, insbesondere auf das Problem der Affinnormale. (Kon. Akad. van Wetenschappen, Amsterdam, Proceedings, **38** (1935), 738—743.) Aplikace shora zmíněné konnexe na teorii uložení prostorů v konformním prostoru o vyšším počtu dimensí. Stanovení normály a příslušné indukované konnexe (oba pojmy jsou nejvýše třetího řádu) pro afinní (n — 1)-rozměrnou nadplochu v n-rozměrném afinním zakřiveném prostoru.

Z. Horák: Sur le calcul absolu des variations. Prace Mat.-Fiz., XLIII, p. 119—149. Warszawa 1935.

Autor se zabývá variačním počtem se stanoviska počtu absolutního a řeší tuto základní úlohu: Najíti n funkcí $x^\nu(t)$, $\nu = 1, \ldots, n$, pro které integrál $\int F\,(a, b, \ldots; \mathrm{d}x^1/\mathrm{d}t, \ldots, \mathrm{d}x^n/\mathrm{d}t; t)\,\mathrm{d}t$ má extrémní hodnotu, při čemž F je skalární funkce afinorových polí $a\,(x^1, \ldots, x^n)$, $b\,(x^1, \ldots, x^n), \ldots$, vektoru $\mathrm{d}x^\nu/\mathrm{d}t$ a integrační proměnné t.

V. Jarník: O jistém problému minimálním. Práce moravské přírodov. společnosti, sv. VI, spis 4 (1930).

V. Jarník: Ein Existenzsatz aus der Theorie der diophantischen Approximationen. Prace matematyczno-fizyczne **39** (1932), str. 135—144.

V. Jarník: Über die Mittelwertsätze der Gitterpunktlehre. Věstník Kr. čes. spol. nauk 1931, č. 20, str. 17.

V. Jarník: Zur Theorie der diophantischen Approximationen. Monatshefte für Math. u. Phys. **39** (1932), str. 403—438.

V. Jarník: Über die Mittelwersätze der Gitterpunktlehre III. Math. Zeitschr. **36** (1933), str. 581—617.

V. Jarník: Über die Menge der Punkte, in welchen die Ableitung unendlich ist. The Tôhoku Math. Journ. **37** (1933), str. 248—253.

V. Jarník: Über die Differenzierbarkeit stetiger Funktionen. Fundamenta math. **21** (1933), str. 48—58.

V. Jarník: Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden: Eine Anwendung des Hausdorffschen Maßbegriffes. Math. Zeitschr. **38** (1934), str. 217—256.

V. Jarník: Sur les nombres dérivés approximatifs. Fundamenta math. 22 (1934), str. 4—16.

Em. Klier a F. Erhart: Poznámky ke kritické rychlosti a rychlosti zvuku. Strojnický obzor, 14, čís. 23, 1934.

Autoři podávají jednoduché odvození vzorce a novou definici pro kritickou výtokovou rychlost plynů. Dokazují totožnost kritické rychlosti se zvukovou.

F. Link: Sondages de la haute atmosphère à l'aide des phénomènes crépusculaires. Journ. des observateurs, 17 (1934), 161.

F. Link: Densité de la haute atmosphère calculée d'après les phénomènes crépusculaires. C. R. **200** (1935), 78.

F. Link: Tables d'éclairements crépusculaires de la haute atmosphère. Mémor. de l'Inst. Météor. de Pologne 1935, sešit 5.

J. M. Mohr: Stellar Motions and Edmondson's Formula for the Mean Parallax. The Astronom. Journ., **44** (1934), 10.

J. M. Mohr: The rotational Space Motions of the Stars. Spisy přírodov. fak. Karlovy univ., čís. **135**, 1935, str. 40.

V. Petržílka: Längsschwingungen von kreisförmigen Quarzplatten. Ann. d. Phys. **23** (1935), 156.

Autor studoval podélné kmity destiček křemenových, broušených kolmo k optické ose. Nalezl všechny tři typy kmitů požadované teorií: kmity rovnoběžné s poloměrem, kmity k němu kolmé a konečně kmity, které se dějí v obou těchto směrech současně. Z frekvencí kmitů prvních dvou typů možno stanoviti dosti přesně Youngův modul a přibližněPoissonovu konstantu.

Q. Vetter: Nicolas Kopernik et la Bohême, Bulletin scientifique de l'école polytechnique de Timisoara, 4, fasc. 3/4.

Q. Vetter: Problem 14 of the Moscow Mathematical Papyrus, Journal of egyptian Archeology (1933), 16—18. Příspěvek k hypotese, jak asi Egypťané objevili vzorec pro objem komolého jehlanu.

Q. Vetter: L'évolution des sciences sur le territoire de la République Tchécoslovaque, Bulletin of the international Committee of historical Sciences, vol. **5**, part II, 333—352.

Q. Vetter: La préparation théorique et practique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les divers pays. Tchécoslovaquie, L'enseignement mathématique, **32**, 381—394.

SPOLKOVÝ VĚSTNÍK.

ŘÁDNÁ VALNÁ SCHŮZE
Jednoty československých matematiků a fysiků v Praze

se bude konati v pondělí dne 9. prosince 1935 o 17. hodině ve fysikálním ústavu university Karlovy v Praze II, u Karlova 5.

P O Ř A D:

1. Čtení protokolu poslední valné schůze.
2. Zprávy funkcionářů.
3. Zpráva kontrolující komise.
4. Doplňovací volby:
   a) ředitele na 3 roky;
   b) 7 členů výboru na 3 roky;
   c) 1 člena výboru na 1 rok;
   d) 6 náhradníků na 1 rok;
   e) 3 kontrolujících komisařů na 1 rok.
   f) 1 člena fysikální sekce vědecké rady na 1 rok.
5. Volné návrhy (podepsané aspoň od 5 členů a podané předsedovi nejméně 3 dny před valnou schůzí).

Poznámka: Podle článku 12 stanov jsou vyloženy účty spolkové ve spolkové kanceláři v Žitné ul. č. 25. Je tedy volno pp. členům v úředních hodinách v ně nahlédnouti.

VÝROČNÍ ZPRÁVA ZA ROK 1934-35.

1. Zpráva ředitelova.

Vážené shromáždění!

Výbor Vám předkládá přehled svého působení v uplynulém správním roce a žádá, aby se jeho činnosti dostalo Vašeho schválení.

Výbor zvolený na valné schůzi dne 7. prosince 1934, o níž byla otištěna zpráva ve Věstníku, roč. 4, str. 45, se ustavil, jak bylo uvedeno v cit. zprávě, a konal 8 schůzí; kromě toho byly konány četné schůze presidia, komisí a vědecké rady, jakož i členské schůze s přednáškami. Z výboru vystupují, protože se končí jejich funkční období: prof. dr. V. HRUŠKA, prof. dr. M. KÖSSLER, prof. dr. K. RYCHLÍK, řed. dr. M. ŠMOK, vrchní škol. rada dr. J. ŠTĚPÁNEK, dr. M. VALOUCH a prof. dr. F. ZÁVIŠKA; mimoto zemřel prof. dr. V. POSEJPAL a resignoval prof. dr. V. RYŠAVÝ, na jejichž místa byli do výboru povoláni doc. dr. J. HRDLIČKA a prof. dr. F. VYČICHLO.

Letos vyšel 64. ročník *Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky* a 14. ročník *Rozhledů matematicko-přírodovědeckých.* Pp. členové dostali 8 sešitů Časopisu, který v lichých číslech přinášel Rozhledy, v sudých číslech vědeckou část a část nazvanou Vyučování, Zprávy, Literatura, k níž se připojuje spolkový věstník. Pro vydávání Časopisu platí řád otištěný ve Věstníku, 1933/34, str. 72. Nová úprava Časopisu byla přijata sympaticky skoro veškerým členstvem. Podněty, které pp. členové zaslali výboru k jeho výzvě, byly bedlivě uváženy a vzhledem k nim a k návrhům redakce rozhodl výbor, aby úprava Časopisu až na další zůstala beze změny a Rozhledy aby vycházely v dvouarchových sešitech pětkrát ročně, při čemž obsahově budou upraveny tak, aby ještě více vyhovovaly zájmům a potřebám středoškolských studujících. Časopis pak vyjde v 4 sešitech ročně ve volných lhůtách s týmž obsahem jako letos. — Dále vycházel 4. ročník *Aktuárských věd* a 30. ročník *Čsl. strojníka a elektrotechnika.* — Redakce časopisů jsou uvedeny na str. 12.

Pro *Sborník JČMF* připravuje prof. dr. K. PETR Základy algebry, prof. dr. F. NACHTIKAL Akustiku, prof. dr. F. ZÁVIŠKA Termiku a prof. dr. V. HLAVATÝ Diferenciální geometrii.

V Knihovně spisů matematických a fysikálních vyjde sv. 18, prof. dr. E. ČECHA Bodové množiny (rukopis prvé části se sází) a sv. 19 prof. dr. F. NACHTIKALA Technická fysika (druhé vydání).

Hvězdářská ročenka pro rok 1936, roč. 16, dr. B. MAŠKA vyšla v listopadu v obdobné úpravě jako loni. Protože je při tom přihlíženo k potřebám středních škol, doufá výbor, že všechny střední školy zakoupí ji pro žákovské knihovny a fysikální praktika.

Z učebnic vyšly: B. BYDŽOVSKÝ - S. TEPLÝ - V. VYČICHLO, Aritmetika pro V.—VII. tř., 6. přeprac. vyd., H. DEVORECKÝ - M. ŠMOK, Fysika pro vyšší tř., I. díl, J. FERENYI, Technická hydromechanika pro průmysl. školy, J. KLÍMA-V. INGRIŠ, Deskriptivní geometrie pro VI./VII. tř. reálek, J. KLÍMA-V. INGRIŠ, Deskriptivní geometrie pro reál. a ref. reál. gymn., M. VALOUCH - M. A. VALOUCH, Tabulky logaritmické, 9. vyd., J. VOJTĚCH, Geometrie pro V. tř. gymn. všech typů, 6. přeprac. vyd., J. VOJTĚCH, Geometrie pro V. tř. reálek, 6. přeprac. vyd., J. VOJTĚCH, Geometrie pro VI. tř. gymn. všech typů, 5. přeprac. vyd., J. VOJTĚCH, Geometrie pro VI. tř. reálek, 5. přeprac. vyd., J. VOJTĚCH, Geometrie pro VII. tř. gymn. a reál. gymn., 5. přeprac. vyd., B. BYDŽOVSKÝ - S. TEPLÝ - F. VYČICHLO - M. ONDRUŠ, Aritmetika pre IV. tr., 2. preprac. vyd., J. KLÍMA - V. INGRIŠ - E. ŘÍMAN, Rysovanie pre III./IV. tr. gymn. a reál. gymn., J. KLÍMA - V. INGRIŠ - E. ŘÍMAN, Rysovanie pre III./IV. tr. ref. reál. gymn. a reálok, J. VOJTĚCH - L. BUČAN, Geometria pre IV. tr., 2. preprac. vyd., A. DAUDET, Choix de contes, II. díl, J. RENARD, Choix de contes. *Písmo* pro popis rysů, 4. vyd.

Šafaříkova učená společnost v Bratislavě vyhověla žádosti Jednoty o jazykovou revisi slovenských vydání jejích učebnic a pověřila jí p. prof. dr. V. VÁŽNÉHO.

Ve *Sbírce přednášek a rozprav*, vydávané Extensemi čsl. vysokých škol ve 3 řadách: pražské, brněnské a bratislavské, vyšlo v řadě pražské 12 svazků, z nichž letos vyšly sv. 11, A. MUSIL, Dnešní orient v politice světové, a sv. 12, V. KYBAL, Velikáni španělských dějin, v řadě brněnské 3 svazky a v řadě bratislavské 6 svazků. Prospekty této sbírky s obsahy jednotlivých svazků pošleme na požádání a prosíme pp. členy, aby ji doporučovali laskavě též studentstvu.

V prodeji má Jednota publikace vydávané *Čsl. společností chemickou*, *Jednotou českých filologů*, *Pražským linguistickým kroužkem* (Travaux), *Klubem moderních filologů* (Xenia Pragensia), *Král. českou společností nauk* (Bolzanovy spisy) a *Společností přátel antické kultury* (Sbírka překladů Museion a Přednášky a rozpravy). Kromě toho prodává všechny publikace nakladatelů domácích i zahraničních.

Jednota pečuje již po několik let o to, aby byly za přiměřené ceny vyráběny opravdu dobré fysikální přístroje, které by všestranně vyhovovaly potřebám našich škol. Proto zřídila při svém knihkupectví oddělení pro opatřování učebních pomůcek a od roku 1931 financovala výrobu fysikálních přístrojů a pomohla tak vybudovati dobře zařízenou dílnu a rozsáhlý sklad firmy František Kment. Aby mohla se zdarem pokračovati v této své péči, kterou pokládá za svoji povinnost právě tak jako vydávání cenných vědeckých spisů a dobrých učebnic, a ji prohloubiti, založila zvláštní samostatnou společnost FYSMA, *výroba vědeckých a učebních přístrojů, společnost s r. o.*, Praha XIX-Bubeneč, Piettova 180, která převzala celou dílnu a veškeré zařízení firmy František Kment, Praha XIX-Bubeneč, Piettova 180, a komisionelní rozprodej skladu hotových výrobků, pořízeného Jednotou.

Společnost FYSMA vyrábí, dodává a opravuje přístroje vědecké i demonstrační, všechna zařízení z oboru matematiky, fysiky, chemie a přírodních věd a školní pomůcky všeho druhu s veškerým příslušenstvím. Prozatím ji vedou: prof. dr. A. ŽÁČEK, prof. dr. A. WANGLER a prof. dr. M. A. VALOUCH. Vedoucím mechanikem je osvědčený odborník s dlouholetou praksí ve vysokoškolských ústavech a v dílnách na jemné přístroje. Od 1. prosince 1935 se ujal obchodního vedení společnosti ing. RNDr. V. MICHÁL, býv. asistent fysikál. ústavu techn. a úředník společnosti pro obchod roentgenovými potřebami v Praze. Podnik jest úplně samostatný a není na něm zúčastněn ani p. F. Kment ani jiný výrobce. Veškeré objednávky a dotazy jest řídíti buď na knihkupectví Jednoty nebo přímo na společnost FYSMA.

K oslavě 85. narozenin presidenta Československé republiky, prof. T. G. MASARYKA, bylo Jednotou věnováno *Fondu pro podporu vědeckého badání* 10 000 Kč.

Marešovu fondu, z něhož se udělují odměny řešitelům úloh v Rozhledech, věnovali jeho zakladatelé, vládní rada ing. JINDŘICH MAREŠ s chotí, dalších 500 Kč, takže fond čítá nyní 9000 Kč. Budiž jim za to vřelý dík.

Mackův základ Fondu pro podporu vědeckého badání, který založil nejmenovaný člen Jednoty věnováním 1000 Kč a k němuž Jednota přispěla částkou 2000 Kč, dostoupil výše 4310 Kč. Výbor Jednoty se obrací na všechny přátele a žáky s prosbou o příspěvky tomuto základu.

V uplynulém roce přednášeli v Jednotě tito zahraniční hosté: prof. dr. R. RISSER, Paříž, J. L. DESTOUCHES, Paříž, prof. A. GULDBERG, Oslo, a prof. G. VRANCEANU, Černovice.

Komise výborem zvolená (ČERVENKA, INGRIŠ, VOJTĚCH a VYČICHLO) vypracovala za předsednictví vl. rady L. ČERVENKY návrh pro *jednotné označování matematických pojmů a veličin* se zřetelem k vyučování matematice na středních školách. Vypracovaný návrh, o němž se právě koná užší anketa, bude otištěn ve spolkovém věstníku, aby jej mohli všichni členové Jednoty posouditi. Táž komise dokončuje návrh jednotné terminologie, který bude v brzku předložen členstvu.

Výbor pověřil prof. V. INGRIŠE a řed. dr. M. ŠMOKA, aby měli v patrnosti pořádání *kursu pro profesory reálných oborů* v době co možná nejbližší.

Od 1. ledna 1935 *přesídlila* Jednota do vlastního domu v Praze II, Žitná 25.

Účet pokladní v odd. 4 doplňují tato data k 30. červnu 1935: Jmění základní 110 100 Kč; fond pro podporu vědeckého badání 74 609 Kč (základ Koláčkův 4706 Kč, Kučerův 14 574 Kč, Mackův 4310 Kč, Mrňávkův 14 199 Kč, Sobotkův 4000 Kč, Strouhalův 8560 Kč, Studničkův 7451 Kč, Vaňausův 12 702 Kč, Weyrův 4107 Kč); Marešův fond 9000 Kč; Kavánův fond 1100 Kč; Pospíšilova cena 500 Kč.

Pánům *jednatelům* na ústavech vzdává výbor vřelý dík za jejich vzornou a obětavou součinnost a vznáší k nim snažnou prosbu, aby i nadále účinně podporovali Jednotu v jejích snahách. Seznam všech pp. jednatelů je v odd. 8 (podle stavu dne 30. června 1935).

Počet členů klesl o 36, takže proti loňským 1747 členům je letos 1711 členů; přibyl 1 člen čestný, 5 členů zakládajících, 4 členi skuteční a ubylo 46 členů činných. Seznam členů jest uveřejněn v odd. 8. Prosíme pp. členy, aby jej laskavě zrevidovali a shledaná nedopatření oznámili spolkové kanceláři.

Zaměstnanců Jednoty bylo dne 30. června 1935 v kanceláři, nakladatelství a knihkupectví 8 osob, v knihovně 1 osoba.

K veliké naší lítosti opustili nás letos navždy: *čestný a zakládající člen*, dlouholetý člen výboru, dr. VÁCLAV POSEJPAL, profesor Karlovy university v Praze, *skuteční členové* ing. VINCENC FISCHER, autor. stavitel v Letkách, BOHUMIL HOBZEK, ředitel dívčího reál. gymnasia v Hradci Králové, dr. EWALD KLEIN, profesor ref. reál. gymnasia v Novom Meste n. Váhom, dr. VIKTOR NEJDL, ředitel reál. gymnasia v Mělníku, OTTO OTTIS, profesor reál. gymnasia v Rokycanech, JA-

ROSLAV PAZDÍREK, major v Milovicích, dr. HYNEK SECHOVSKÝ, profesor gymnasia v Praze XII, ing. JOSEF ŠEDO, techn. komisař v Benešově, ing. VÁCLAV TVRDÝ, profesor textilní průmyslové školy v Brně, a *činný člen* KAREL JANOVSKÝ, profesor anglického reál. gymnasia v Praze. Čest buď jejich památce!

Na konec konám milou povinnost, projevuje jménem výboru *nejvřelejší díky* všem příznivcům a podporovatelům Jednoty, zejména ministerstvu školství a národní osvěty za podporu naší vydavatelské činnosti, profesorskému sboru přírodovědecké fakulty na universitě Karlově v Praze za propůjčení místností pro spolkovou knihovnu, čítárnu a ke konání přednáškových schůzí, ředitelstvím matematického a fysikálního ústavu university Karlovy a středních škol v Praze za propůjčení místností ke konání schůzí, ředitelstvím škol středních a odborných za zaslání výročních zpráv, příznivcům knihovny za věnování knih, jakož i redakcím denních listů v Praze za ochotné uveřejňování zpráv spolkových. Rovněž jest mi potěšením poděkovati všem našim spolupracovníkům v kanceláři, knihovně a knihkupectví za jejich horlivé plnění povinností.

V Praze dne 9. prosince 1935.

Dr. *MILOSLAV VALOUCH*,
ředitel.

2. Zpráva o členských schůzích.

Matematická sekce vědecké rady pořádala 11 schůzí. Přednášeli:

Dne 22. října 1934 prof. dr. RENÉ RISSER (Paříž): De la dispersion afférente à la somme de *n* erreurs dans le cas où chacun des erreurs composants est régie par une loi simple.

Dne 24. října 1934 prof. dr. RENÉ RISSER (Paříž): Les principes de la statistique mathématique.

Dne 8. listopadu 1934 OTOMAR PANKRAZ: Rovnice prémiové reservy v sociálním pojištění.

Dne 22. listopadu 1934 K. RÖSSLER: O kanonickém svazku projektivní diferenciální geometrie.

Dne 29. listopadu 1934 doc. dr. V. KOŘÍNEK: Některé výsledky z moderní algebry.

Dne 17. ledna 1935 prof. dr. V. JARNÍK: O aditivních vlastnostech posloupnosti přirozených čísel.

Dne 31. ledna 1935 as. dr. V. KNICHAL: O superposicích funkcí.

Dne 21. března 1935 as. dr. O. PANKRAZ: Příspěvek k národohospodářskému zákonu poptávky.

Dne 7. a 9. května 1935 ALF GULDBERG, profesor university v Oslo: Eine Anwendung der Differenzengleichungen in der theoretischen Statistik.

Dne 8. května 1935 G. VRANCEANU, profesor university v Černovicích: La géométrisation des groupes non holonomes.

Fysikální sekce vědecké rady pořádala 12 schůzí. Přednášeli:

Dne 23. října 1934 dr. LUCAS (Jena): O nových poznatcích fysikálních a chemických, získaných užitou optikou (německy).

Dne 6. listopadu 1934 prof. dr. V. DOLEJŠEK: Konfigurace elektronů v atomech a Moseleyův zákon.

Dne 13. listopadu 1934 prof. dr. K. TEIGE: Teorie doznívání sálů.

Dne 4. prosince 1934 doc. dr. F. BĚHOUNEK: Ionisační měření paprsků γ a rovnice Klein-Nishinova.

Dne 15. ledna 1935 dr. V. KUNZL a J. KÖPPEL: Stanovení skutečné mřížkové konstanty krystalů.

Dne 26. února 1935 as. dr. V. POSPÍŠIL: Měření účinku světla na brownické částice v osvětlení bočném a metodou Fürthovou.

Dne 5. března 1935 dr. V. KUNZL a ing. J. SLAVÍK: Ventil pro regulaci velmi malých tlaků plynu.

Dne 19. března 1935 prof. dr. F. LINK: Soumrakové zjevy a výzkum vysoké atmosféry.

Dne 2. dubna 1935 JEAN LOUIS DESTOUCHES (Paříž): O teorii neutronu a neutrina (franc.).

Dne 3. dubna 1935 J. L. DESTOUCHES: O pojmu fysikálního prostoru (teorie množství a topologie) (franc.).

Dne 14. května 1935 as. dr. Z. SEKERA: Fotoelektrické měření polarisace difusního záření oblohy, a dr. V. KUNZL: O nové fokusační metodě roentgenspektroskopické.

Dne 21. května 1935 doc. dr. V. PETRŽÍLKA: O podélných kmitech křemenných destiček.

Referáty o přednáškách jsou otištěny ve **Věstníku**, roč. 4, str. 44, 47, 49—51, 53—55. Schůze byly konány v místnostech universitního ústavu matematického a fysikálního. Za jejich laskavé propůjčení vzdává vědecká rada srdečný dík ředitelům obou ústavů. Po fysikálních přednáškách byly předváděny a vystavovány ukázky nových přístrojů fysikálních a chemických a upozorňováno na nové publikace.

Dr. *E. SCHOENBAUM*,
předseda matematické sekce.

Dr. *V. DOLEJŠEK*,
předseda fysikální sekce.

Dr. *V. JARNÍK*,
pořadatel matematické sekce.

Dr. *M. A. VALOUCH*,
pořadatel fysikální sekce.

Středoškolská komise pořádala 11 schůzí. Přednášeli:

Dne 30. října 1934 prof. dr. F. NACHTIKAL: Fysikální názvosloví.

Dne 27. listopadu 1934 as. V. PLESKOT: Drobnosti z aplikované matematiky.

Dne 18. prosince 1934 prof. dr. J. BÍLEK: Nové rozvržení látky z fysiky ve vyšších třídách (použití epidiaskopu při vyučování).

Dne 29. ledna 1935 as. V. PLESKOT: Nomografie pro středoškolskou praksi.

Dne 12., 13. a 14. února 1935 prof. dr. V. HRUŠKA: O moderních počítacích strojích (s demonstracemi a cvičeními).

Dne 9. dubna 1935 doc. dr. J. ŠAFRÁNEK: O fotočlánku.

Dne 11., 12. a 13. dubna 1935 prof. dr. V. HRUŠKA: O planimetrech (s demonstracemi a cvičeními).

Schůze byly konány v místnostech fysikálního ústavu universitního, ústavu aplik. matematiky na technice, I. reál. gymnasia v Praze II a reálky v Praze X. Za jejich laskavé propůjčení vzdává komise srdečný dík ředitelům ústavů.

Dr. *J. BŘEZINA*,
předseda.

Dr. *F. VYČICHLO*, dr. *A. WANGLER*,
pořadatelé.

3. Zpráva knihovní.

Počet svazků (mimo časopisy) vzrostl o 135. Výdaje na knihovnu činily: za časopisy 12 847,50 Kč, za knihy 13 738,30 Kč, za vazbu časopisů a knih 3243,50 Kč, za remuneraci manipulantky 3250 Kč, za úklid 180 Kč, za výlohy 247 Kč; celkem 33 506,30 Kč.

Darem dostala knihovna tyto knihy:

BOUČEK J. - NOVÁK VL.: Praktická fotografie. 3. vyd. (Dar autorů.)

Třicet let pojistné techniky. (Dar Spolku pojistných techniků v Praze.)

Prof. L. PEPRNÝ, daroval knihovně 7 knih a 2 atlasy a prof. HOSTINSKÝ separáty prací svých a svých žáků.

Prof. A. F. KOVAŘÍK z Yale University, čestný člen JČMF, vzdal se ve prospěch knihovny JČMF honoráře v částce 617 Kč za článek Radioaktivita v Technickém slovníku naučném. Za tento peníz budou zakoupeny knihy a označeny jménem dárcovým.

Knihovna je otevřena jako minulá léta v pondělí, ve středu a v pátek od $^1/_2$17 do 18 hod. mimo svátky a vysokoškolské prázdniny.

Knihovníci děkují všem, kdož knihovnu obohatili dary nebo jim přispěli ve vykonávání jejich funkcí.

Dr. *J. BŘEZINA*, Dr. *K. RYCHLÍK*, Dr. *V. TRKAL*,

Dr. *F. ZÁVIŠKA*,

knihovníci.

5. Rozpočet na správní rok 1935—36.

Příjem	Kč	Vydání	Kč
1. Příspěvky členské .	40000	1. Správní výlohy . .	200000
2. Za spisy a pomůcky	400000	2. Na vydání spisů . .	220000
3. Různé	21000	3. Na knihovnu	30000
		4. Vydání vědecké rady	3000
		5. Dotace brněn. odboru	8000
	461000		461000

Dr. *BOH. BYDŽOVSKÝ*, pokladník. Dr. *JOS. ŠTĚPÁNEK*, účetní správce. Dr. *MIL. VALOUCH*, ředitel.

4. Účet pokladní za správní rok 1934—1935.

	Příjem	Kč	h		Vydání	Kč	h
1	Dlužníci	2 027 855	40	1	Dlužníci	1 838 318	—
2	Věřitelé	1 410 397	11	2	Věřitelé	1 357 927	05
3	Hotovost	5 460	85	3	Hotovost	3 204	95
4	Peněžní ústavy	1 694 046	35	4	Peněžní ústavy	1 782 538	20
5	Knihy a učebné pomůcky	1 950 145	70	5	Knihy a učebné pomůcky	1 861 559	06
6	Časopis spolkový	2 022	60	6	Časopis spolkový	44 215	60
7	Režie	21 744	20	7	Režie	57 619	45
8	Místnosti	315	20	8	Kancelářské potřeby	7 976	70
9	Služební požitky	7 590	90	9	Místnosti	35 117	85
10	Úroky a srážky	46 829	05	10	Služební požitky	117 924	10
11	Knihovna	797	70	11	Úroky a srážky	96 681	60
12	Vědecká rada	167	—	12	Daně	45 803	70
13	Členské příspěvky	49 099	50	13	Knihovna	3 430	—
14	Fond pro podp. věd. badání	14 559	—	14	Vědecká rada	3 867	85
15	Fond Marešův	940	—	15	Brněnský odbor	7 868	25
16	Nemovitost	66 299	40	16	Členské příspěvky	1 045	—
17	Základní jmění	2 000	—	17	Fond pro podp. věd. badání	500	—
				18	Fond Marešův	440	—
				19	Nemovitost	34 232	60
		7 300 269	96			7 300 269	96

Dr. *BOHUMIL BYDŽOVSKÝ*,
pokladník.

Dr. *JOSEF ŠTĚPÁNEK*,
účetní správce.

Dr. *MILOSLAV VALOUCH*,
ředitel.

6. Zpráva kontrolující komise.

Podepsaní revidovali dne 13. března a 5. září 1935 účetní knihy a doklady Jednoty, jakož i účetní závěrku. Ve všem byl shledán vzorný pořádek a pečlivé hospodaření. Movité jmění bylo vykázáno pokladní hotovostí, průkazy o přebytcích u peněžních ústavů a cennými papíry podle rozvážného účtu.

Dne 21. listopadu 1935 byla revidována knihovna a čítárna. Jejich správa jest zařízena velmi účelně a prováděna vzorně.

Podepsaní navrhují valné schůzi, aby dala výboru absolutorium za správní rok 1934/35 a zároveň jemu a zejména řediteli poděkovala za úspěšné vedení a za obětavou práci pro Jednotu.

Dr. *VÁCLAV LENZ*, Dr. *BEDŘICH ŠALAMON*, *JAN ŠRŮTEK*,

kontrolující komisaři.

---

7. Výroční zpráva brněnského odboru.

Řádná valná schůze se konala dne 8. listopadu 1935 ve fysikální síni české vysoké školy technické v Brně. Zahájil ji prof. dr. VL. NOVÁK upozorněním, že se místopředseda odboru prof. MIL. PELÍŠEK dožije dne 19. listopadu 1935 osmdesáti let, a blahopřál mu jménem všech k tomuto životnímu jubileu. — Od čtení zápisu o poslední valné schůzi bylo upuštěno, ježto jest otištěn ve Věstníku, roč. 4, str. 13/14.

Zpráva jednatelova. Odbor konal v uplynulém roce 1 valnou schůzi a 6 členských schůzí s průměrnou návštěvou 34 osob. Přednášeli:

8. XI. na valné schůzi prof. dr. V. NOVÁK: Jos. K. Sumec. (Almanach Akademie, 1935.)

10. I. prof. dr. J. SAHÁNEK referoval o experimentálních výsledcích získaných přednášejícím při buzení netlumených Hertzových vln diodami, bez působení magnetického pole; dále o experimentálním potvrzení průběhu dynamických charakteristik, jak vyplývají z teorie přednášejícího, H. Holmannem (Sitzungsberichte der preussischen Akademie, 1933, VI·(Nakonec předvedeno buzení Hertzových vln (pod 1 metr) s magnetrony, které věnovala přednášejícímu firma Philips. Získaná oscilační energie byla zjišťována pomocí žárovky zařazené do okruhu těsně spřaženého s oscilátorem. Jedním magnetronem se čtyřdílnou anodou získána oscilační energie postačující k plnému rozsvícení dvacetipětiwattové žárovky. Ukázky směrového účinku laděných reflektorů.

24. I. T. GAJDOŠ: Akustické měření interference. (Spisy přír. fak. Mas. un., č. 218.)

14. III. B. POSPÍŠIL: O Menger-Nöbelingově větě o *n* obloucích. (Časopis, r. 64, str. 293.)

24. III. prof. A. MAZUREK: O vzniku fotografického objektivu.

Přednášející ukázal na nesnadné výpočty, pro něž nutno zaříditi sbor počtářů, který je v neustálém kontaktu s dílnou. Četné vady sférických ploch, které se vybrušují přesnými stroji, nutno opravovati soustavně podle promyšleného plánu. Příkladem byl uveden fotografický objektiv „Benar", předloženy příslušné výpočty a demonstrovány součástky i hotový objektiv. Přednáška byla doprovázena demonstracemi jednotlivých stadií výroby a četnými diapositivy znázorňujícími zařízení továrny a dílen.

9. V. prof. dr. M. KÖSSLER: Funkce s předepsanými hodnotami. (Časopis, r. 64, str. 150.)

Jednatel děkuje prof. NOVÁKOVI a ZAHRADNÍČKOVI za propůjčování přednáškových síní k členským schůzím a dennímu tisku za uveřejňování zpráv.

Podle zprávy knihovníkovy přibylo v knihovně 43 spisů a knih, z toho 18 svazků časopisů. Dva svazky získány darem (A 236ab). Vázáno bylo 21 svazků, z toho 12 periodik. Knihy byly půjčovány jako v minulých letech v pondělí a ve čtvrtek odpoledne. Z vypůjčených knih bylo během roku vráceno 135 svazků. Přírůstky knihovny jsou otištěny v odd. 10 na str. 40.

Zpráva pokladníkova za správní rok 1934/35.

Příjem	Kč	h	Vydání	Kč	h
1. Dotace JČMF 1934/35	8000	—	1. Schodek z min. roku	81	55
			2. Za knihy a časopisy	6484	20
			3. Za vazbu knih . .	415	—
			4. Za přednášky . . .	600	—
			5. Správní výlohy . .	170	30
			6. Přebytek na př. rok	248	95
Celkem .	8000	—	Celkem .	8000	—

Na návrh revisorů, kteří revidovali pokladnu i knihovnu, bylo dáno výboru absolutorium.

Volby do výboru nebylo letos nutno konati. Za náhradníky byli zvoleni doc. dr. KLAPKA a prof. dr. ZAHRADNÍČEK, za revisory prof. dr. KLADIVO a prof. PAUL.

Volné návrhy: Usneseno opětovně požádati ústředí o subvenci na skříň pro knihy.

Dr. *KAREL ČUPR*,
jednatel.

8. Statistický přehled.

a) Výbor.

Při doplňovacích volbách, konaných na valné schůzi dne 7. prosince 1934 v posluchárně matematického ústavu universitního, byli zvoleni:

Za pokladníka na 3 roky (do konce roku 1937):

Dr. BOHUMIL BYDŽOVSKÝ, profesor university Karlovy v Praze.

Za členy výboru na 3 roky (do konce roku 1937):

Dr. JAN BŘEZINA, profesor reál. gymnasia v Praze.
Dr. VOJTĚCH JARNÍK, profesor university Karlovy v Praze.
Ing. dr. RUDOLF KUKAČ, profesor vys. učení techn. v Praze.
Dr. FRANTIŠEK NUŠL, ředitel stát. hvězdárny v Praze.
Dr. VIKTOR TRKAL, profesor university Karlovy v Praze.
Dr. ALOIS WANGLER, profesor při zemské školní radě v Praze.
JOSEF ŽĎÁREK, profesor st. průmyslové školy v Praze.

Za člena výboru na 2 roky (do konce roku 1936):

VÁCLAV INGRIŠ, profesor při zemské školní radě v Praze.

Za náhradníky (na 1 rok):

Dr. FRANTIŠEK LEHAR, profesor reál. gymnasia v Praze.
STANISLAV TEPLÝ, profesor reál. gymnasia v Praze.
Dr. FRANTIŠEK VYČICHLO, profesor reálky v Praze.
Dr. JOSEF HRDLIČKA, docent vys. učení techn. v Praze.
ZDENĚK KREJČÍ, posluchač university Karlovy v Praze.
FRANTIŠEK PROCHÁZKA, posluchač university Karlovy v Praze.

Za kontrolující komisaře (na 1 rok):

Dr. VÁCLAV LENZ, profesor vys. učení techn. v Praze.
Dr. BEDŘICH ŠALAMON, profesor university Karlovy v Praze.
JAN ŠRŮTEK, profesor reál. gymnasia v. v. v Praze.

Podle dnešního stavu skládá se výbor z těchto členů:

Předseda: LADISLAV ČERVENKA, vládní rada v. v. v Praze (do konce r. 1936).

Místopředseda: STANISLAV PETÍRA, vrchní školní rada v Praze (1936).

Ředitel: dr. MILOSLAV VALOUCH, sekční šéf v. v. v Praze (1935).

Pokladník: dr. BOHUMIL BYDŽOVSKÝ, profesor university Karlovy v Praze (1937).

Jednatel: dr. VÁCLAV POSEJPAL, profesor university Karlovy v Praze (1936), zemřel 8. dubna 1935.

Knihovníci: dr. FRANTIŠEK ZÁVIŠKA, profesor university Karlovy v Praze (1935).
dr. JAN BŘEZINA, profesor reál. gymnasia v Praze (1937);
dr. KAREL RYCHLÍK, profesor vys. učení techn. v Praze (1935);
dr. VIKTOR TRKAL, profesor university Karlovy v Praze (1937).

Účetní správce: dr. JOSEF ŠTĚPÁNEK, vrchní školní rada v Praze (1935).

Archivář: dr. MIKULÁŠ ŠMOK, profesor reálky v Praze (1935).
Zapisovatel: dr. ALOIS WANGLER, profesor při zem. škol. radě v Praze (1937).
Bez zvláštní funkce: dr. JOSEF HRDLIČKA, docent vys. učení techn. v Praze (1935);
dr. VÁCLAV HRUŠKA, profesor vys. učení techn. v Praze (1935);
VÁCLAV INGRIŠ, profesor při zem. škol. radě v Praze (1936);
dr. VOJTĚCH JARNÍK, profesor university Karlovy v Praze (1937);
dr. MILOŠ KÖSSLER, profesor university Karlovy v Praze (1935);
ing. dr. RUDOLF KUKAČ, profesor vys. učení techn. v Praze (1937);
dr. BOHUSLAV MAŠEK, místoředitel st. hvězdárny v Praze (1936);
dr. FRANTIŠEK NACHTIKAL, profesor vys. učení techn. v Praze (1936);
dr. FRANTIŠEK NUŠL, ředitel st. hvězdárny v Praze (1937);
dr. KAREL PETR, profesor university Karlovy v Praze (1936);
dr. VLADIMÍR RYŠAVÝ, profesor reál. gymnasia v Praze (1935), resignoval 20. září 1935; dr. FRANTIŠEK VYČICHLO, profesor reálky v Praze (1935);
dr. AUGUST ŽÁČEK, profesor university Karlovy v Praze (1936);
JOSEF ŽĎÁREK, profesor st. průmyslové školy v Praze (1937).

b) Vědecká rada.

Členové sekce matematické (do konce r. 1936):

Dr. VLADIMÍR HEINRICH, profesor university Karlovy v Praze.
Dr. EMIL SCHÖNBAUM, profesor university Karlovy v Praze, předseda.
Dr. JAN VOJTĚCH, profesor vys. školy technické v Praze.
Delegát výboru: dr. VOJTĚCH JARNÍK, pořadatel.

Členové sekce fysikální (do konce r. 1936):

Dr. VÁCLAV DOLEJŠEK, profesor university Karlovy v Praze, předseda.
JAROSLAV FRIEDRICH, profesor reálky v Praze.
Dr. MILOSLAV A. VALOUCH, profesor vys. učení techn. v Praze, pořadatel.
Delegát výboru: dr. FRANTIŠEK NACHTIKAL.

c) Redakce.

1. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky.

Hlavní redaktoři: dr. VOJTĚCH JARNÍK a dr. FRANTIŠEK ZÁVIŠKA.
Odborní redaktoři: JAROSLAV FRIEDRICH, dr. FRANTIŠEK VYČICHLO a dr. ALOIS WANGLER.
Redakční rada: dr. BOHUMIL BYDŽOVSKÝ, dr. EDUARD ČECH, dr. VÁCLAV DOLEJŠEK, dr. VÁCLAV HLAVATÝ, dr. BOHUSLAV HOSTINSKÝ, dr. MILOŠ KÖSSLER, dr. KAREL RYCHLÍK, dr. MILOSLAV A. VALOUCH a dr. AUGUST ŽÁČEK.

2. Rozhledy matematicko-přírodovědecké.

Dr. FRANTIŠEK VYČICHLO a dr. ALOIS WANGLER.

3. Věstník JČMF.

Dr. MILOSLAV VALOUCH.

4. Aktuárské vědy.

Dr. EMIL SCHÖNBAUM a dr. VILÉM HAVLÍK.

5. Čsl. strojník a elektrotechnik.

Ing. JAROSLAV JINDRA, vládní rada MŠO v. v. v Praze.

d) Výbor brněnského odboru.

Předseda: dr. VLADIMÍR NOVÁK, profesor české techniky v Brně (1937).
Místopředseda: MILOSLAV PELÍŠEK, čestný profesor české techniky v Brně (1936).
Jednatel: dr. KAREL ČUPR, profesor české techniky v Brně (1936).
Pokladník: dr. LADISLAV SEIFERT, profesor Masarykovy university v Brně (1936).
Knihovník: dr. JOSEF SAHÁNEK, profesor Masarykovy university v Brně (1937);
Bez zvláštní funkce: dr. EDUARD ČECH, profesor Masarykovy university v Brně (1937);
dr. LADISLAV MORÁVEK, profesor při zem. škol. radě v Brně (1937);
dr. ANTONÍN ŠIMEK, profesor Masarykovy university v Brně (1936).
Náhradníci (na 1 rok): dr. JIŘÍ KLAPKA, docent české techniky v Brně;
dr. JOSEF ZAHRADNÍČEK, profesor Masarykovy university v Brně.
Revisoři (na 1 rok): dr. BOHUMIL KLADIVO, profesor české techniky v Brně;
HUBERT PAUL, profesor I. r. gymnasia v Brně.

e) Jednatelé Jednoty (216)

ve správním roce 1934—35.

Banská Bystrica, reál. gymnasium: p. prof. VOJTĚCH PETÁK.
— dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV VÝBORNÝ.
Benešov, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK MÜLLER.
Beroun, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV HRUŠKA.
— obchodní akademie: p. prof. ANTONÍN NOVÁK.
Boskovice, reál. gymnasium: p. prof. OTTO ŽIVNŮSTKA.
Brandýs n. Lab., reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN KOLÁŘ.
Bratislava, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF KŘÍŽEK.
— dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN NAVRÁTIL.
— reálka: p. prof. KAREL ZDRÁHAL.
— průmyslová škola: p. prof. OLDŘICH ŠILHAN.
Břeclav: ref. reál. gymnasium: sl. prof. MARIE VONDRÁČKOVÁ.
Brno, gymnasium: p. prof. METOD NEČAS.
— první reál. gymnasium: p. prof. ALOIS HOLÝ.
— druhé reál. gymn.: p. prof. BOHUSLAV STAROSTA.
Brno, třetí reál. gymnasium: p. prof. BEDŘICH POSPÍŠIL.
— dív. reál. gymnasium: sl. prof. dr. BOŽENA NOVOTNÁ.
— ref. reál. gymnasium: p. prof. JOSEF HORÁK.
— dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. JOSEF KOVÁŘ.
— první reálka: p. prof. FRANTIŠEK POSEJPAL.
— druhá reálka: p. prof. dr. ANTONÍN BĚLAŘ.
— učitelský ústav: p. prof. FRANTIŠEK JŮVA.
— I. průmyslová škola: p. prof. VLASTIMIL VACH.
— III. průmyslová škola: p. prof. dr. JINDŘICH KUBÍČEK.
— technika: p. prof. dr. KAREL ČUPR.

Bučovice, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF KŘÍBEK.
Čáslav, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK PULKRÁBEK.
Česká Lípa, ref. reál. gymnasium: p. prof. ALOIS BOUČEK.
Česká Třebová, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF SKOLIL.
České Budějovice, ref. reál. gymnasium: p. prof. JAROSLAV MAŇÁK.
— dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. IGNÁT ČEJKA.
— reálka: p. prof. FRANTIŠEK HORÁK.
— učitelský ústav: p. prof. JAN ŽLÁBEK.
Český Brod, reál. gymnasium: p. prof. JAN ŠTANGLER.
Český Těšín, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF KOTALA.
Dolní Kubín, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF BARTOŠ.
Domažlice, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV BENDA.
Duchcov, ref. reál. gymnasium: p. prof. BOHUMIL SLAVÍK.
Dvůr Králové n. L., reál. gymnasium: p. prof. dr. FRANTIŠEK KOZA.
Hlučín, reál. gymnasium: p. prof. dr. ALFONS HYŠKA.
Hodonín, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV NĚMEČEK.
Hradec Králové, gymnasium: p. prof. JOSEF LOUDA.
— dív. reál. gymnasium: p. prof. JAROSLAV VOLF.
— reálka: p. prof. JOSEF MATYK.
— učitelský ústav: p. prof. dr. LEV PILZ.
Hranice, reál. gymnasium: p. prof. KONRÁD ROTREKL.
Hustopeče, reál. gymnasium: p. prof. ZDENĚK HEINDL.
Chrudim, reál. gymnasium: p. prof. ALOIS ŘÍHA.
Chust, ref. reál. gymnasium: p. prof. NIKOLAJ DOBROGORSKIJ.
Ivančice, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK KUNDRATA.
Jaroměř, reálka: p. prof. VILÉM KAVÁLEK.
Jevíčko, reálka: p. prof. VOJTĚCH JELEN.
Jičín, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK DUŠEK.
— reálka: p. prof. dr. JAROSLAV BUCHAR.
Jihlava, ref. reál. gymnasium: p. prof. MIROSLAV JIROUŠEK.
Jilemnice, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF MACHAČ.
Jindřichův Hradec, reál. gymnasium: p. prof. JAN LIŠKA.
Karlovy Vary, ref. reál. gymnasium: p. prof. LADISLAV KLEISL.
Karvinná, průmyslová škola: p. prof. ing. VÁCLAV ŠIMÁK.
Kežmarok, reál. gymnasium: p. prof. JAROSLAV KREJZLÍK.
Kladno, reálka: p. ředitel BOHDAN KAUFMANN.
Kláštor p. Znievom, reál. gymnasium: p. prof. JÁN ŠTALMAŠEK.
Klatovy, reál. gymnasium: p. prof. EMANUEL KOUKOL.
Kolín, reál. gymnasium: p. prof. dr. VÁCLAV VESELÝ.
Kostelec n. Orl., reálka: p. ředitel FRANTIŠEK GRANÁT.
Košice, reál. gymnasium: p. prof. ing. KAREL SOVÁK.
— reálka: p. prof. BOHUMIL DVOŘÁČEK.
Kralupy n. Vlt., ref. reál. gymnasium: p. prof. dr. JAROSLAV JARUŠEK.
Kremnica, ref. reál. gymnasium: p. prof. EMILIÁN ČIHALÍK.
Kroměříž, reál. gymnasium: p. prof. dr. FRANTIŠEK BOUCHAL.
— arcibisk. gymnasium: p. prof. ZENO JOKL.
— reálka: p. prof. JOSEF KREJČÍ.
Kutná Hora, reálka: p. prof. FRANTIŠEK TOMŠÍ.
— učitelský ústav: p. prof. FRANTIŠEK KOTÁN.
Kyjov, reál. gymnasium: p. ředitel FRANTIŠEK TAUCHMANN.
Levice, ref. reál. gymnasium: p. prof. JAROSLAV ŠAVRDA.
Liberec, ref. reál. gymnasium: p. prof. MILOŠ MATERNA.
Lipník, reálka: p. prof. JOSEF ŠIROKÝ.
Lipt. Sv. Mikuláš, reál. gymnasium: p. prof. LUDVÍK VOLNÝ.
Litoměřice, ref. reál. gymnasium: p. prof. KAREL BAUER.
Litomyšl, ref. reál. gymnasium: p. prof. RUDOLF WALTER.

Litomyšl, učitelský ústav: p. prof. dr. VLADIMÍR LIBICKÝ.
Litovel, reál. gymnasium: p. prof. ing. JAN KROUŽEK.
Louny, reálka: p. prof. ADOLF BABUŠKA.
Lučenec, ref. reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN LERL.
Malacky, gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK KRSEK.
Mělník, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV DVOŘÁK.
Michalovce, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK HRADECKÝ.
Místek, reál. gymnasium: p. ředitel ANTONÍN GRAUPNER.
Mladá Boleslav, gymnasium: p. prof. VOJTĚCH EBENLENDER.
— reálka: p. prof. KAREL REGNER.
Mor. Ostrava, ref. reál. gymnasium: p. prof. ALOIS PEŘINA.
— reálka: p. prof. FRANTIŠEK SYSEL.
— průmyslová škola: p. prof. INOCENC DOKOUPIL.
Mor. Budějovice, reál. gymnasium: p. prof. JOSEF GOLDMANN.
Most, ref. reál. gymnasium: p. prof. JOSEF KÓTYK.
Mukačevo, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV VILÍMEK.
Náchod, reál. gymnasium: p. prof. RUDOLF MAREK.
Německý Brod, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK PEŘINA.
Nitra, reál. gymnasium: p. prof. KAROL HLUČIL.
Nové Město na Moravě, reálka: p. prof. JOSEF FIALA.
Nové Mesto n. Váhom, ref. reál. gymn.: p. prof. LUDVÍK HOUŠKA.
Nové Zámky, reál. gymnasium: p. prof. dr. FRANTIŠEK HYHLÍK.
Nový Bohumín, ref. reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK ŽIVNÝ.
Nový Bydžov, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK FALTUS.
Nový Jičín, reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN TULÁČEK.
Nymburk, reálka: p. prof. JOSEF SEHNOUTKA.
Olomouc, reál. gymnasium: p. prof. KAREL MENINGER.
— dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. EMANUEL AMBROS.
— reálka: p. prof. dr. JOSEF MAŠEK.
— učitelský ústav: p. prof. KAREL BAZAL.
Opava, reál. gymnasium: p. prof. dr. MARIAN HAAS.
— učitelský ústav: p. prof. dr. FRANTIŠEK MAREŠ.
Orlová, reál. gymnasium: p. prof. ZDENĚK HORÁK.
Pardubice, reál. gymnasium: p. prof. FERDINAND MLÁDEK.
— reálka: p. prof. dr. JOSEF HONZÁK.
Pelhřimov, reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN VALENTA.
Písek, gymnasium: p. prof. JOSEF JIRÁK.
— reálka: p. prof. dr. VÁCLAV SUKDOL.
— lesnické ústavy: p. prof. ZDENĚK MAŠEK.
Plzeň, gymnasium: p. prof. ANTONÍN ŠPELDA.
— reál. gymnasium: p. prof. JOSEF LUTOVSKÝ.
— dív. reál. gymnasium: p. prof. VOJTĚCH KLACÁK.
— II. reálka: p. prof. ANTONÍN HECHT.
— obchodní akademie: p. prof. JAN DOUDA.
— I. průmyslová škola: p. prof. dr. JAN SEYDLER.
— II. průmyslová škola: p. prof. ing. FRANTIŠEK CÍSAŘ.
Polička, reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN LOCHMANN.
Praha I, dív. reálné gymnasium: p. prof. JAROSLAV HYNEK.
— I, reálka: p. prof. JAN ZÍD.
— I, žen. učitelský ústav: p. prof. dr. JAN KOPECKÝ.
— I, průmyslová škola: p. prof. JOSEF ŽĎÁREK.
— II, akad. gymnasium: p. prof. dr. FRANTIŠEK ULLRICH.
— II, Jiráskovo gymnasium: p. prof. ANTONÍN RABAN.
— II, první reál. gymnasium: p. prof. dr. JAN BŘEZINA.
— II, druhé reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK HRUBÝ.
— II, dív. reál. gymnasium: p. prof. HYNEK KRUPIČKA.

Praha II, dív. ref. reál. gymnasium: pí. prof. dr. JINDŘIŠKA STAŇKOVÁ.
— II, reálka: p. prof. dr. JAN SCHUSTER.
— II, muž. učitelský ústav: p. prof. dr. METODĚJ OSTRÝ.
— III, reálka: p. prof. JOSEF DUBSKÝ.
— VI, reálka: p. prof. STANISLAV SMĚLÝ.
— VII, dív. reál. gymnasium: sl. prof. KARLA MÜLLNEROVÁ.
— VII, reálka: p. prof. dr. EMANUEL HEROLT.
— VIII, reál. gymnasium: p. prof. JAROSLAV KULHÁNEK.
— X, reálka: p. prof. BOHUMIL KARÁSEK.
— XI, gymnasium: p. prof. BOHUSLAV ŠTĚPÁN.
— XI, reálka: p. prof. FRANTIŠEK BOČEK.
— XII, gymnasium: p. prof. RICHARD HRZÁN.
— XII, první reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV ŠMÍDA.
— XII, druhé reál. gymnasium: p. prof. dr. ZDENĚK MALÝ.
— XII, dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. JAN VAŠÁTKO.
— XII, reálka: p. prof. FRANTIŠEK VRÁNA.
— XIII, reál. gymnasium: p. prof. HUGO DEVORECKÝ.
— XVI, reál. gymnasium: p. prof. LADISLAV KLÍR.
— XVI, dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. BOHUMÍR KONÍČEK.
— XVI, reálka: p. prof. KAMIL KÜCHLER.
— XVI, obchodní akademie: p. prof. VÁCLAV SELIGER.
— XVI, průmyslová škola: p. prof. ing. dr. JAROMÍR KOŠVANEC.
— XIX, arc. gymnasium: p. prof. dr. ALOIS JEMELKA.
— XIX, ref. reál. gymnasium: p. prof. dr. ANTONÍN ZAHRÁDKA.
— min. škol. a nár. osv.: p. vr. min. kom. OLDŘICH JENIŠTA.
— zem. škol. rada: p. všr. dr. JOSEF ŠTĚPÁNEK.
Prachatice, reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN JEDLIČKA.
Přerov, reál. gymnasium: p. prof. MARTIN KRÁLÍČEK.
Prešov, ev. kol. gymnasium: p. prof. STANISLAV FELBER.
Prešov, reál. gymnasium: pí. prof. HELENA MÁNKOVÁ.
Příbor, reál. gymnasium: p. ředitel JOSEF KÁLAL.
Příbor, učitelský ústav: p. prof. EMANUEL SMEJKAL.
Příbram, gymnasium: p. prof. EMANUEL CIHELKA.
Příbram, reálka: p. prof. FRANTIŠEK JUSTIN.
Prievidza, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV KOLC.
Prostějov, gymnasium: p. prof. JOSEF ONDROUCH.
— dív. reál. gymnasium: p. prof. dr. BOHUMIL HACAR.
Rakovník, reálka: p. prof. RUDOLF OUŘADA.
Rimavská Sobota, reál. gymnasium: p. ředitel JÁN FALUBA.
Rokycany, reál. gymnasium: p. prof. OTTO OTTIS.
Roudnice, reál. gymnasium: p. prof. dr. VÁCLAV ŠPAČEK.
Ružomberok, reál. gymnasium: p. prof. JAROSLAV LAVIČKA.
Rychnov n. Kn., gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK JELÍNEK.
Skalica, reál. gymnasium: p. prof. KAREL ČULÍK.
Slezská Ostrava, dív. ref. reál. gymnasium: p. prof. JOSEF SPISAR.
— učitelský ústav: p. prof. FRANTIŠEK VESELÝ.
Soběslav, učitelský ústav: p. prof. FRANTIŠEK ŠEJNA.
Spišská Kapitula, učitelský ústav: p. prof. HUBERT HORKA.
Spišská Nová Ves, reál. gymnasium: sl. prof. ANNA POLÁČKOVÁ.
Strakonice, reál. gymnasium: p. prof. KAREL VANĚČEK.
Sušice, ref. reál. gymnasium. p. prof. STANISLAV PLICKA.
Sv. Jan pod skalou, učitelský ústav: p. prof. dr. ALOIS VOŠAHLÍK.
Štub. Teplice, učitelský ústav: p. prof. JAN BUŇATA.
Šumperk, reálka: p. prof. ADOLF SLAVÍK.
Tábor, reál. gymnasium: p. prof. BOHUSLAV PEKAŘ.
— reálka: p. prof. JOSEF RYBÁK.

Telč, reál. gymnasium: p. prof. ing. dr. JAN ROHÁČEK.
Tišnov, ref. reál. gymnasium: p. prof. EMANUEL JIREČEK.
Třebíč, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK NAVARA.
Třeboň, reál. gymnasium: p. prof. dr. JAROSLAV SIMERSKÝ.
Trenčín, reál. gymnasium: p. prof. VOJTĚCH VIKÁR.
Trnava, reál. gymnasium: p. prof. EMILIÁN ČIHALÍK.
Trutnov, reál. gymnasium: p. prof. KLEMENT ŠPAČEK.
Turč. Sv. Martin, ref. reál. gymnasium: p. prof. JOSEF FILIP.
Turnov, reál. gymnasium: p. prof. ANTONÍN HALADA.
Uherské Hradiště, reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK PTÁČEK.
Uherský Brod, reál. gymnasium: p. prof. RUDOLF TOMICA.
Ústí n. L., ref. reál. gymnasium: p. prof. JOSEF VOKOUN.
Užhorod, reál. gymnasium: p. prof. ŠTEFAN PETRUS.
Valašské Meziříčí, reál. gymnasium: p. prof. OTAKAR KODL.
Vysoké Mýto, reál. gymnasium: p. prof. KAREL OKTAVEC.
Vyškov, reál. gymnasium: p. prof. ARNOLD BUDÍK.
Zábřeh, reál. gymnasium: p. prof. OSKAR KUNOVSKÝ.
Zlaté Moravce, reál. gymnasium: p. prof. VÁCLAV BOK.
Znojmo, reál. gymnasium: p. prof. BOHUSLAV BLÁHA.
Zvolen, ref. reál. gymnasium: p. prof. FRANTIŠEK VYVADIL.
Žatec, učitelský ústav: p. prof. VOJTĚCH PÍCKA.
Žilina, dív. reál. gymnasium: sl. prof. EMA KASKOVÁ.
Žilina, reálka: p. prof. VILÉM LAMPARTER.

f) Čestní členové (105).

Zesnulí (59):

Appel Paul, rektor university v Paříži (1923).
Battaglini Giuseppe, profesor university v Římě (1872).
Dr. *Blažek Gabriel*, gen. řed. Hypoteční banky král. Českého v Praze (1870).
Brisse Charles, profesor university v Paříži (1873).
Cremona Luigi, profesor university v Miláně (1871).
Curie Pierre, profesorka university v Paříži (1923).
Dr. *Čečka Jakub*, profesor reál. gymnasia v Praze (1912).
D'Ovidio Enrico, senátor, profesor university v Turinu (1872).
Dr. *Dvořák Vincenc*, profesor university v Záhřebě (1912).
Ehrenfest Paul profesor university v Leydenu (1923).
Finger Josef, profesor vys. školy technické ve Vídni (1870).
Goldhammer D. A., profesor university v Kazani (1923).
Dr. *Gruss Gustav*, profesor university v Praze (1912).
Hermite Charles, profesor university v Paříži (1892).
Hoüel Guillaume Jules, profesor university v Bordeaux (1873).
Chasles Michel, profesor university v Paříži (1873).
Chvolson Orest Danilovič, profesor university v Petrohradě (1923).
Jandečka Václav, školní rada v Novém Bydžově (1870).
Dr. *Jarolímek Čeněk*, profesor vys. školy technické v Praze (1909).
Jeřábek Václav, ředitel reálky v Telči (1912).
Dr. *Kamerlingh Onnes Heike*, profesor university v Leydenu (1923).
Dr. *Kodym Stanislav*, spisovatel v Praze (1870).
Dr. *Koláček František*, profesor university v Praze (1899).
Dr. *Krejčí Jan*, profesor university v Praze (1871).
Dr. *Kučera Bohumil*, profesor university Karlovy v Praze (1920).
Lerch Matyáš, profesor university Masarykovy v Brně (1911).
Libický Antonín, ředitel reálky v Hradci Králové (1927).
Dr. *Líznar Josef*, profesor Karlovy university v Praze (1923).

Lorentz Hendrik Antoon, profesor university v Leydenu (1923).
Lošťák Josef, zemský školní inspektor v Brně (1872).
Dr. *Macků Bedřich*, profesor university Masarykovy v Brně (1928).
Majcen Juraj, profesor university v Záhřebu (1923).
Mittag-Leffler Gösta, profesor university ve Stockholmu (1923).
Painlevé Paul, profesor university v Paříži (1923).
Dr. *Palacký František*, historiograf král. Českého v Praze (1872).
Páněk Augustin, profesor vys. školy technické v Praze (1901).
Dr. *Petzval Josef*, profesor university ve Vídni (1874).
Dr. *Procházka Bedřich*, profesor vys. učení technického v Praze (1912).
Pokorný Martin, ředitel střední školy v Praze (1884).
Dr. *Posejpal Václav*, profesor university Karlovy v Praze (1928).
Řehořovský Václav, profesor vys. školy technické v Brně (1896).
Segre Corrado, profesor university v Turinu (1923).
Dr. *Seydler August*, profesor university v Praze (1884).
Slavík Jan, zemský školní inspektor v Brně (1904).
Dr. *Sobotka Jan*, profesor university Karlovy v Praze (1906).
Starý Václav, ředitel reálky v Praze (1912).
Strnad Alois, ředitel reálky v Kutné Hoře (1910).
Dr. *Strouhal Čeněk*, profesor university Karlovy v Praze (1899).
Dr. *Studnička František Josef*, profesor university v Praze (1892).
P. *Šimerka Václav*, farář v Jenšovicích (1870).
Dr. *Šolín Josef*, profesor vys. školy technické v Praze (1892).
Šourek Antonín, profesor university v Sofii (1912).
Štefánik Milan Rastislav, hvězdář, ministr války Českoslov. republ. (1919).
Dr. *Theurer Josef*, profesor vys. školy báňské v Příbrami (1912).
Dr. *Tilšer František*, profesor vys. školy technické v Praze (1871).
Dr. *Vaňaus Josef Rudolf*, profesor gymnasia v Praze (1870).
Dr. *Weyr Eduard*, profesor vys. školy technické v Praze (1884).
Dr. *Weyr Emil*, profesor university ve Vídni (1875).
Dr. *Zahradník Karel*, profesor vys. školy technické v Brně (1912).

Žijící (46):

Baillaud Benjamin, ředitel hvězdárny v Paříži (1923).
Borel Emile, profesor university v Paříži (1925).
Bragg William H., Sir, profesor university v Londýně (1923).
Deslandres Henri Alexandre, ředitel observatoře v Paříži (1928).
Dickson Leonard Eugene, profesor university v Chicagu (1923).
Dickstein Samuel, profesor university ve Varšavě (1923).
Fréchet Maurice, profesor university ve Štrasburku (1928).
Fubini Guido, profesor techniky v Turinu (1923).
Hardy G. H., profesor university v Oxfordu (1923).
Henri Victor, profesor university v Curychu (1923).
Kovařík Alois F., profesor university Yale v New Haven (1923).
Langevin Paul, profesor na Collège de France v Paříži (1926).
Levi-Cività Tullio, profesor university v Římě (1923).
Lindelöf Ernst Leonard, profesor university v Helsingfors (1923).
Loria Gino, profesor university v Janově (1923).
Mellin Hjalmar Robert, profesor techniky v Helsingfors (1923).
Perrin Jean, profesor university v Paříži (1928).
Petrovič Mihaljo, profesor university v Bělehradě (1923).
Picard Emile, tajemník Académie des sciences v Paříži (1923).
Plemelj Josef, profesor university v Lublani (1923).
Rutherford Ernst, Sir, profesor university v Cambridge (1923).
Siegbahn Manne, profesor university v Upsale (1923).
Sierpiňski Waclaw, profesor university ve Varšavě (1923).

Sundmann Karl Frithiof, profesor university v Helsingfors (1923).
Takagi Teiji, profesor v Tokiu (1923).
Varičák Vladimír, profesor university v Záhřebu (1923).
Volterra Vito, profesor university v Římě (1923).
Weis Pierre, profesor university ve Štrasburku (1923).
Dr. *Zeeman Pieter*, profesor university v Amsterodamu (1923).
Dr. *Bydžovský Bohumil*, profesor university Karlovy v Praze (1928).
Červenka Ladislav, vládní rada v. v. v Praze (1928).
Dr. *Josef Frič*, továrník v Praze (1928).
Dr. *Hostinský Bohuslav*, profesor university Masarykovy v Brně (1928).
Hübner Václav, profesor reálky v. v. v Praze (1928).
Dr. *Láska Václav*, profesor university Karlovy v Praze (1912).
Lomšakov A. S., profesor vys. školy technické v Praze (1923).
Dr. *Mašek Bohuslav*, místoředitel stát. hvězdárny v Praze (1923).
Dr. *Nachtikal František*, profesor vys. učení techn. v Praze (1934).
Dr. *Novák Vladimír*, profesor vys. školy technické v Brně (1921).
Dr. *Nušl František*, ředitel státní hvězdárny v Praze (1920).
Pelíšek Miloslav, profesor vys. školy technické v Brně (1912).
Petíra Stanislav, vrchní školní rada v Praze (1923).
Dr. *Petr Karel*, profesor university Karlovy v Praze (1909).
Dr. *Pleskot Antonín*, profesor v. v. v Praze (1927).
Dr. *Valouch Miloslav*, sekční šéf min. šk. a n. o. v. v. v Praze (1921).
Dr. *Záviška František*, profesor university Karlovy v Praze (1930).

g) Zakládající členové (314).

a) Zesnulí (120):

Adámek Antonín, profesor stát. průmyslové školy v Praze (1884).
Dr. *Axamit Ignác*, profesor akademického gymnasia v Praze (1873).
Baudiš Josef, ředitel akademického gymnasia v Praze (1870).
Bělský Josef, stavitel v Praze (1874).
Bílka Petr, majitel vyučovacího ústavu ve Vídni (1872).
Bílý Josef, profesor reálné školy v Písku (1874).
Dr. *Blažek Gabriel*, dvorní rada v Praze (1870).
Bondy Bohumil, továrník v Praze (1874).
Dr. *Bořický Emanuel*, profesor university v Praze (1871).
Branžovský Václav, děkan v Chotusicích u Čáslavě (1871).
Clam-Martinic Jindřich, hrabě (1872).
Dr. *Čečka Jakub*, profesor reál. gymnasia v Praze (1898).
Červenka Jaroslav, profesor gymnasia v Praze (1880).
Čerych Antonín, podnikatel staveb v Praze (1872).
Dr. *Durdík Josef*, profesor university v Praze (1872).
Finger Josef, profesor vys. školy technické ve Vídni (1870).
Dr. *Gruss Gustav*, profesor university Karlovy v Praze (1913).
Harrach Jan, hrabě (1872).
Heide J., knihvedoucí v Lysé nad Labem (1873).
Hejnic Otakar, profesor reálky v Kutné Hoře (1880).
Heyda Gustav, podnikatel staveb v Saalfeldenu (1875).
Dr. *Hlávka Josef*, vrchní stavební rada v Praze (1872).
Dr. *Hof Emanuel*, přednosta aerod. sekce voj. let. úst. v Praze (1919).
Dr. *Houdek František*, profesor v. v. a továrník v Praze (1872, 1912 ad hon.).
Hromádko František, profesor střední školy v Praze (1870).
Hron Jakub, profesor gymnasia v Hradci Králové (1892).
Dr. *Hrys E.*, ředitel ústavu ke vzdělání učitelek v Plzni (1872).
Chanovský-Dlouhoveský F., baron v Němčicích (1872).

Jelínek Vavřinec, profesor vyšší průmyslové školy v Bechyni (1899).
Jeřábek Antonín, školní rada na Král. Vinohradech (1913).
Jeřábek Václav, ředitel reálky v Telči (1913).
Jirsík Valerian, biskup v Č. Budějovicích (1872).
Juppa J., továrník v Praze (1873).
Kapras Jan, profesor gymnasia v. v. v Novém Bydžově (1913).
Kareš Alois, výpravčí lodí v Brémách (1873).
Kašpr Josef, profesor reál. gymnasia na Smíchově (1901).
Kavalier Josef, továrník v Sázavě u Uhlíř. Janovic (1872).
Dr. *Kaván Jiří,* vrchní komisař státní hvězdárny v Praze (1906).
Kheil Karel Petr, docent vys. školy technické v Praze (1882).
Kittl Antonín, soukromník v Praze (1872).
Kittl Emanuel, soukromník v Praze (1872).
Klika Josef, profesor učit. ústavu v Kutné Hoře (1870).
Klumpar J., ředitel gymnasia v Král. Hradci (1871).
Kloušek Jan, profesor vys. školy technické v Praze (1903).
Kolovrat-Krakovský Hanuš, hrabě (1872).
Kovářík Jan, profesor gymnasia v Olomouci (1873).
Dr. *Kučera Bohumil,* profesor university Karlovy v Praze (1903).
Dr. *Kuneš Václav Vojtěch,* rytíř, místořed. námoř. akad. ve Rjece (1873).
Dr. *Lhotský Mořic,* advokát v Hradci Králové (1882).
Libický Antonín, ředitel reálky v Hradci Králové (1896).
Lobkovic Jiří, kníže, nejvyšší maršálek král. Českého (1872).
Dr. *Lohař František,* advokát v Jičíně (1872).
Mach Adolf, ředitel reálky na Král. Vinohradech (1907).
Dr. *Mach Arnošt,* profesor university ve Vídni (1871).
Dr. *Machytka Bohumil,* univ. docent, prof. obch. akad. v Praze (1926).
Dr. *Majer Antonín,* ředitel státní průmyslové školy v Plzni (1872).
Monin Theodor, profesor v Sofii (1886).
Mráz František, hlav. ředitel pražsko-duchc. dráhy v Praze (1872).
Mrňávek Josef, ředitel reálky v Praze (1910).
Náprstek Vojtěch, majitel pivovaru v Praze (1871).
Nekvasil F. J., architekt a podnikatel staveb v Praze (1872).
Dr. *Neumann Mírumil,* docent univ. a továrník v Praze (1872).
Oliva Alois, velkoobchodník v Praze (1872).
Pacovský Antonín, mistr truhlářský v Praze (1873).
Pánek Augustin, profesor vys. školy technické v Praze (1898).
Plch Kornel, profesor v Bohusudově (1884).
Podhajský Jan z Kaschenbergu, vrchní inženýr ve Vídni (1872).
Pokorný Martin, ředitel střední školy v Praze (1871).
Dr. *Posejpal Václav,* profesor university Karlovy v Praze (1913).
Pour Josef, profesor reálky v Praze (1898, 1912 ad honorem).
Pravda Jan, vrchní inspektor při evid. katastru (1872).
Dr. *Procházka Bedřich,* profesor vys. učení technického v Praze (1905).
Řehořovský Václav, profesor vys. školy technické v Brně (1885).
Remeš František, soukromník v Tejnecku (1882).
Rokos J., učitel na měšťanské škole v Brandýse n. L. (1873).
Rozvoda Jindřich, ředitel měšťanské školy v Hlinsku (1872).
Sallabašev Ivan, ministr financí m. s. v Sofii (1906).
Sallač Josef, profesor reálky v Praze (1919).
Dr. *Seydler August,* profesor university v Praze (1872).
Schwarzenberg Bedřich, kníže, kardinál arcibiskup pražský (1872).
Schwarzenberg Karel, kníže (1872).
Skrejšovský J. S., majitel novin v Praze (1872).
Skřivan Antonín, majitel obchodního učiliště v Praze (1872).
Slavík Jan, zemský školní inspektor v Brně (1893).

Smolík Josef, profesor českosl. obch. akad. v Praze (1871, 1912 ad honorem).
Sobička Jaroslav, zemský školní inspektor v Praze (1912 ad honorem).
Dr. *Sobotka Jan*, profesor university Karlovy v Praze (1901).
Souček J., katecheta reál. gymnasia v Chrudimi (1873).
Soumar Antonín, měšťan v Jičíně (1872).
Sova František Vr., profesor reál. školy v Pardubicích (1873).
Dr. *Strouhal Čeněk*, profesor university Karlovy v Praze (1882).
Dr. *Studnička František Josef*, profesor university v Praze (1870).
Sucharda Antonín, profesor vys. školy technické v Praze (1896).
Sumec Josef, profesor vys. školy technické v Brně (1909).
Svoboda Václav, zemský školní inspektor v Jičíně (1871).
Šanda František, ředitel reálné školy v Karlíně (1871).
Ševčík František Bedřich, ředitel, docent techniky ve Vídni (1872).
Šimek František, profesor ústavu učit. v Soběslavi (1873).
Šourek Antonín, profesor university v Sofii (1888).
Štěpánek J., ředitel reál. školy v Rakovníce (1874).
Štulc Václav, probošt kapitoly na Vyšehradě (1873).
Dr. *Taftl Emanuel*, školní rada v Klatovech (1871, 1912 ad honorem).
Ťálský Josef, profesor obchodní akademie v Praze (1873).
Teige Karel, profesor gymnasia v Roudnici (1880).
Dr. *Theurer Josef*, profesor vys. školy báňské v Příbrami (1896).
Tille Jan, ředitel státní průmyslové školy v Praze (1871).
Dr. *Tilšer František*, profesor vys. školy technické v Praze (1871).
Tonner Emanuel, ředitel českosl. obchodní akademie v Praze (1872).
Tůma František, školní rada v Českých Budějovicích (1912 ad honorem).
Ulrich František, ředitel reálné školy v Král. Hradci (1872).
Dr. *Vaňaus Josef Rudolf*, profesor gymnasia v Praze (1901).
Vlk Jan, člen řádu pobožných škol v Kyjově (1870).
Vocásek Josef, profesor reálky v Hradci Králové (1912 ad honorem).
Dr. *Vykruta Jan*, profesor stát. průmyslové školy v Praze (1929).
Výšek František, inženýr a ředitel v Bělehradě (1873).
Weber Josef, profesor gymnasia v Domažlicích (1872).
Webr Josef rytíř z Pravomilů, zemský školní inspektor v Praze (1871).
Weidenhoffer A., továrník v Německém Brodě (1872).
Dr. *Weyr Emil*, profesor university ve Vídni (1870).
Zelený Václav, ředitel obec. reál. gymnasia v Praze (1871).

b) Korporace (133):

Beseda v Hradci Králové (1873).
Beseda „Budislav" v Kladně (1873).
Beseda katolická v Praze (1873).
Československá společnost chemická v Praze (1924).
Klub přírodovědecký v Praze (1912).
Knihovny vys. školy technické v Brně (1922), ref. reál. gymnasia v Levicích (1920), ref. reál. gymnasia v Praze XIX (1921), reál. gymnasia v Příboře (1910).
Matematický ústav university Masarykovy v Brně (1920).
Měšťanská beseda ve Vodňanech (1873).
Obce měst Benešova (1873), Čáslavě (1872), Dvora Králové (1874), Holic (1873), Hořic (1874), Hostomic (1872), Jičína (1872), Karlína (1872), Kolína (1872), Loun (1872), Německého Brodu (1872), Nymburka (1874), Pelhřimova (1874), hlav. města Prahy (1872), Rakovníka (1872), Smíchova (1872), Tábora (1872), Vysokého Mýta (1874).
Občanské záložny v Čáslavi (1871), Benešově, Budějovicích, Dobříši, Domažlicích, Holicích, Hořicích, Hostomicích, Hradci Králové, Chrudimi,

Jaroměři, Jičíně, Jilemnici, Karlíně, Kolíně, Kouřimi, Lomnici n. P., Netolicích, Německém Brodě, Nových Benátkách, Novém Strašecí, Nymburce, Pardubicích, Poděbradech, Přelouči, Slaném, Smíchově, Vodňanech (1872), v Ml. Boleslavi, Rakovníce, Sedlci (1873), v Turnově, Vysokém Mýtě (1874).

Okresní zastupitelství v Bělé u Bezděze, Benešově, Berouně, Blatné, Čáslavi, Dobříši, Hořicích, Chrudimi, Kutné Hoře, Lomnici n. Pop., Lounech, Mladé Boleslavi, Mnichově Hradišti, Novém Strašecí, Přešticích, Příbrami, Roudnici, Slaném, Smíchově, Třeboni, Unhošti, Zbirově (1872), v Humpolci, Chlumci n. C., Jičíně, Karlíně, Nechanicích, Rychnově n. Kn., Velvarech, Veselí n. Lužnicí (1873), v Hořovicích, Hradci Králové, Litomyšli, Nasavrkách, Nymburce, Písku, Říčanech, Soběslavi, Vysokém Mýtě, Zbraslavi (1874).

Památka Jaromíra Mareše, abiturienta zemřelého 13. června 1917 ve Štýrském Hradci po zranění v 10. sočské bitvě (1917).

Sbor profesorů gymnasia v Jindřichově Hradci (1871), reál. gymnasia v Domažlicích (1872), reál. gymnasia v Chrudimi (1872), gymnasia v Jičíně (1872), reál. školy v Kutné Hoře (1872), gymnasia v Litomyšli (1872), reál. školy v Pardubicích (1872), gymnasia v Písku (1873), I. čes. reál. gymn. v Praze (1874), reálky v Praze II, Ječná (1872), gymnasia v Přerově (1874), reál. školy v Rakovníce (1873), gymnasia v Táboře (1872).

Sbor učitelů měšťanské školy v Čáslavi (1873), ve Vysokém Mýtě (1873).

Společný rolnický cukrovar u Hradce Králové (1872).

Spolková rolnická továrna na cukr v Uhříněvsi (1872).

Spolkové továrny na cukr v Českém Brodě, v Lužci, u Mělníka (1872).

Spolkový rolnický cukrovar v Kralupech (1872).

Spořitelna v Jičíně (1872).

Státní hvězdárna v Praze (1922).

Státní ústav meteorologický v Praze (1919).

Ústav experimentální fysiky Masarykovy university v Brně (1922).

Ústav pro lékařskou fysiku university Komenského v Bratislavě (1924).

Ústav pro teoretickou fysiku při Masarykově universitě v Brně (1921).

Ústav a seminář pro teoretickou fysiku při Karlově universitě v Praze (1922).

Vojenská akademie v Hranicích (1921).

Vojenský technický ústav v Praze (1921).

c) Jednotlivci (61):

Ing. ***Broulim Karel***, úředník ČSD, Tábor.

Dr. ***Bydžovský Bohumil***, profesor university Karlovy v Praze (1921).

Bydžovský Jan, kandidát profesury v Praze (1928).

Červenka Ladislav, vládní rada v. v. v Praze (1911).

Dr. ***Čupr Karel***, profesor vys. školy technické v Brně (1919).

Dr. ***Dolejšek Václav***, profesor university Karlovy v Praze (1933).

Ferkl Josef, ředitel gymnasia v Písku (1928).

Dr. ***Hambálek Jaromír***, profesor obch. akademie v Olomouci (1919).

Hlavsa Václav, vrchní měř. komisař MF v Praze (1918).

Dr. ***Honzák Josef***, profesor reálky v Pardubicích (1918).

Dr. ***Hostinský Bohuslav***, profesor university Masarykovy v Brně (1915).

Hrubý-Gelenj Josef, velkostatkář v Červených Pečkách (1930).

Dr. ***Hruška Václav***, profesor vys. učení technického v Praze (1923).

Hübner Václav, profesor reálky v. v. v Praze (1919).

Dr. ***Janko Jaroslav***, odborový rada min. soc. péče v Praze (1928).

Jansa František, ředitel reálky v. v. v Lipníku (1901).

Jánský Cyril M., profesor university v Madison, USA (1920).

Kocián Dominik, ředitel reálky v Kroměříži (1919).
Dr. *Kössler Miloš*, profesor university Karlovy v Praze (1919).
Kubelík Stanislav, profesor v. v. v Praze XI (1919).
Dr. *Láska Václav*, profesor university Karlovy v. v. v Praze (1919).
Dr. *Lenz Václav*, profesor vys. učení technického v Praze (1919).
Lexa Jan, finanční rada v. v. v Praze (1920).
Dr. *Libický Vladimír*, profesor pedagogia v Litomyšli (1918).
Malíř Josef, profesor reál. gymnasia v. v. v Praze (1897).
Maňák Jaroslav, profesor ref. reál. gymnasia v Čes. Budějovicích (1919).
Dr. *Mašek Bohuslav*, místoředitel stát. hvězdárny v Praze (1904).
Dr. *Mayer Jan*, min. rada, zem. škol. insp. v. v. v Jindř. Hradci (1892).
Melichar Jan, profesor reálky v Kroměříži (1916).
Dr. *Nachtikal František*, profesor vys. učení technického v Praze (1934).
Pelíšek Miloslav, profesor vys. školy technické v Brně (1926).
Petíra Stanislav, vrchní školní rada v Praze (1909).
Dr. *Petr Karel*, profesor university Karlovy v Praze (1904).
Dr. *Pleskot Antonín*, profesor v. v. v Praze (1930).
Dr. *Pleskot František*, profesor v. v. a továrník v Praze (1928).
Dr. *Potoček Jan*, asistent Masarykovy university v Brně (1934).
Dr. *Procházka Julius*, profesor reál. gymnasia v Benešově (1934).
Řepa Václav, kanovník v Čes. Budějovicích (1916).
Dr. *Rudolf František*, profesor reál. gymnasia v Jevíčku (1920).
Dr. *Rychlík Karel*, profesor vys. učení technického v Praze (1919).
Dr. *Ryšavý Vladimír*, profesor reálky v Praze XII (1926).
Dr. *Schoenbaum Emil*, profesor university Karlovy v Praze (1923).
Dr. *Schuster Jan*, profesor reálky v Praze II (1931).
Slavík Adolf, profesor reálky v Šumperku (1918).
Dr. *Svoboda Jindřich*, profesor vys. učení technického v Praze (1932).
Dr. *Šalamon Bedřich*, profesor university Karlovy v Praze (1921).
Dr. *Šmok Mikuláš*, ředitel reálky v Praze (1934).
Šrůtek Jan, profesor reál. gymnasia v. v. v Praze (1920).
Dr. *Štěpánek Josef*, vrchní školní rada v Praze (1906).
Dr. *Teissler Viktor*, profesor university Komenského v Bratislavě (1917).
Dr. *Trkal Viktor*, profesor university Karlovy v Praze (1919).
Dr. *Valouch Miloslav*, sekční šéf min. š. a n. o. v. v. v Praze (1911).
Dr. *Valouch Miloslav A.*, profesor vys. učení techn. v Praze (1922).
Dr. *Vetter Quido*, profesor university Karlovy v Praze (1917).
Vicovský Jaroslav, generální tajemník v Praze (1927).
Dr. *Vojtěch Jan*, profesor vys. učení technického v Praze (1924).
Dr. *Vojtěch Viktorin*, profesor university Karlovy v Praze (1910).
Dr. *Záviška František*, profesor university Karlovy v Praze (1916).
Zběhlík Edvard, profesor reálky v. v. v Brně (1911).
Dr. *Žáček August*, profesor university Karlovy v Praze (1934).
Žlábek Jan; profesor učit. ústavu v Čes. Budějovicích (1919).

h) Skuteční členové (1095).

a) Zesnulí (9):

Ing. *Fischer Vincenc*, aut. stav., Letky.
Hobzek Bohumil, řed. dRg Hradec Kr.
Dr. *Klein Ewald*, Rg Nové Mesto n. V.
Dr. *Nejdl Viktor*, řed. Rg Mělník.
Ottis Otto, Rg Rokycany
Pazdírek Jaroslav, major, Milovice.
Dr. *Sechovský Hynek*, G Praha XII
Ing. *Šedo Josef*, tech. kom., Benešov.
Ing. *Tvrdý Václav*, pf v. š. text., Brno.

b) Korporace (186):

Profesorské sbory, knihovny, sbírky a ústavy škol:

Brno, ústav pro deskriptivní geometrii vys. školy technické.
Brno, ústav matematiky a deskript. geom. vys. školy zemědělské.
Praha, astronomický ústav přírodov. fakulty Karlovy university.
Praha, fysikální ústav přírodov. fakulty Karlovy university.
Praha, matematický seminář přírodov. fakulty Karlovy university.
Praha, ústav astron. sfér. a matematiky vys. šk. spec. nauk na technice.
Praha, ústav deskr. geom. vys. šk. inž. stavit. na technice.
Praha, ústav deskr. geom. vys. šk. stroj. a elektr. inž. na technice.
Praha, první ústav fysikální vys. šk. inž. stavit. na technice.
Praha, druhý ústav fysikální vys. šk. stroj. a el. inž. na technice.
Praha, první ústav matem. vys. šk. stroj. a elektr. inž. na technice.
Praha, matematický ústav vys. školy obchodní na technice.
Praha, ústav statiky a dynamiky vys. šk. inž. stavitel. na technice.
Příbram, fysikální ústav vys. školy báňské.
Příbram, ústav důlního měřictví a geodesie vys. školy báňské.

Banská Bystrica, Rg
Baňská Štiavnica, Rg
Banská Štiavnica, Pš
Banská Štiavnica, Ls
Benešov, Rg
Beroun, Oa
Boskovice, Rg
Bratislava, Rg
Bratislava, dRrg
Bratislava, Pš
Břeclav, Rrg
Brno, G
Brno, I. Rg
Brno, dRrg
Brno, I. R
Brno, I. Pš
Čáslav, Rg
Česká Lípa, Rg
Česká Třebová, Rg
Čes. Budějovice, G
Čes. Budějovice, Rrg
Čes. Budějovice, R
Čes. Budějovice, I. Pš
Duchcov, Rg
Dvůr Králové, Rg
Hlučín, Rg
Hodonín, R
Holešov, Rg
Hořovice, P
Hradec Králové, G
Hradec Králové, R
Hradec Králové, Pš
Hranice, Rg
Hranice, Ls
Hustopeče, Rg
Jaroměř, Rg
Jičín, Rg
Jičín, R
Jihlava, Rrg
Jilemnice, Rg
Jindř. Hradec, Rg
Karvinná, Pš
Kladno, Rg
Kláštor p. Znievom, Rg
Klatovy, Rg
Kolín, Rg
Kostelec n. Orl., Rg
Košice, Pš
Kremnica, Rrg
Kroměříž, Rg
Kroměříž, R
Kutná Hora, Rg
Kyjov, Rg
Levoča, Rg
Lipník, R
Lipt. Sv. Mikuláš, Rg
Litoměřice, Rg
Litomyšl, Rrg
Litovel, Rg
Louny, Rg
Lučenec, Rrg
Malacky, G
Místek, Rg
Mladá Boleslav, G
Mladá Boleslav, R
Mor. Ostrava, Rrg
Mor. Ostrava, R
Mor. Ostrava, Pš
Mor. Ostrava, hš
Mor. Budějovice, Rg
Mukačevo, Rg
Mukačevo, Oa
Náchod, Rg
Německý Brod, Rg
Nitra, Rg
Nové Město na M., R
Nové Mesto n. Váh., Rrg
Nový Bohumín, Rrg
Nový Bydžov, Rg
Nový Jičín, Rg
Nymburk, Rg

Zkratky: G gymnasium, Rg reál. gymn., Rrg ref. reál. gymn., d dívčí, P učitelský ústav, U universita, T technika, B vys. škola báňská, Z vys. škola zemědělská, Oa obchodní akademie, Oš obch. škola, Pš průmyslová škola, Hš zemědělská škola, hš horní škola, Lš lesnická škola, Va vojenská akademie, mš měšťanská škola, MÚ meteorol. ústav, RÚ radiolog. ústav, ZÚ voj. zeměp. ústav, VPÚ všeob. pens. ústav, ÚSO ústř. soc. pojišťovna, ZŠR zem. škol. rada, MŠO min. školství, MF min. financí, MNO min. nár. obrany, MSO min. soc. péče, MV min. vnitra, pf profesor, as. asistent, uč. učitel, r rada v vrchní, š školní, o odborný, i inspektor. U členů působících na školách je titul zpravidla vynechán.

Olomouc, Rg
Olomouc, R
Olomouc, P
Opava, Rg
Orlová, Rg
Pardubice, Rg
Pardubice, R
Pardubice, Pš
Pelhřimov, Rg
Písek, R
Písek, Lš
Plzeň, G
Plzeň, Rg
Plzeň, dRg
Plzeň, II. R
Plzeň, I. Pš
Plzeň, II. Pš
Plzeň, II. Pš, žák. kn.
Praha II, akad. G
Praha II, Jirásk. G
Praha XI, G
Praha XII, G
Praha I, dRg
Praha II, I. Rg
Praha II, II. Rg
Praha II, dRg
Praha VIII, Rg
Praha XII, I. Rg
Praha XIII, Rg
Praha XVI, Rg
Praha III, R
Praha VI, R
Praha VII, R
Praha XI, R
Praha XII, R
Praha XVI, R
Praha I, I. Pš
Praha XVI, II. Pš
Prešov, Rg
Prešov, P
Příbram, G
Příbram, R
Prostějov, G
Prostějov, dRg
Prostějov, R
Prostějov, Oa
Roudnice, Rg
Ružomberok, Rg
Rychnov n. Kn., Rg
Slaný, Rg
Strakonice, Rg
Strážnice, Rg
Šumperk, Rg
Telč, Rg
Třebíč, Rg
Trnava, Rg
Turč. Sv. Martin, Rrg
Turnov, Rg
Uherské Hradiště, Rg
Uherský Brod, Rg
Ústí n. Lab., Rg
Užhorod, Rg
Valaš. Meziříčí, Rg
Vsetín, Rg
Vysoké Mýto, Rg
Vyškov, Rg
Zábřeh, Rg
Zlaté Moravce, Rg
Žilina, R

Ostatní.

Bratislava, Slovenská poisťovna, úč. spol.
Bratislava, Zemská úradovňa pre poisťovanie robotníkov na Slovensku.
Jince, Důstojnický sbor dělostřelecko-měřické roty.
Olomouc, Studijní knihovna.
Orlová, Knihovna okresu fryštátského.
Plzeň, Okresní studijní knihovna Čiperova.
Praha, Česká astronomická společnost.
Praha, Čsl. ústřední inspektorát pro službu cejchovní.
Praha, Elektrické podniky hlav. města Prahy.
Praha, Knihovna hlav. města Prahy.
Praha, Samospráva Švehlovy studentské koleje.
Praha, Spolek československých inženýrů SIA.
Praha, Spolek československých pojistných techniků.
Praha, Spolek posluchačů inženýrství při čes. vys. učení techn.
Praha, Spolek posluchačů pojistné techniky.
Praha, Spolek posluchačů strojního a elektrotechnického inženýrství.
Praha, Státní ústav radiologický.
Praha, Umělecká beseda.
Praha, Vojenský zeměpisný ústav.
Rokycany, Městské museum.
Vídeň, Ústřední knihovna škol. spolku „Komenský".

c) Jednotlivci (904):

Adámek Zdeněk, II. Rg Praha II.
Almasy Karel, řed. don. prac., Praha.
Ambros Emanuel, Rrg Brno.
Ambros Klement, řed. Rg Lipník.
Dr. *Ambrož Josef*, úř. pojišť., Praha.
Andršt Václav, odb. uč. Říčany.
Archleb Jiří, II. Rg Praha XII.
Arnaudiès Jacques, fr. Rg Praha XIX.
Artimovič Adrian, Rg Berehovo.
Auerhan Rudolf, řed. P Lučenec.
Dr. *Aulický Vladimír*, Rg Rim. Sobota.
Dr. *Baborovský Jiří*, T Brno.
Babuška Adolf, Rg Louny.
Dr. *Bacík František*, Rg Kolín.

Bahník Ladislav, Rg Příbor.
Baier Jan, Rg Ústí n. L.
Balada František, Rg Vídeň.
Baloun Rudolf, Pš Hradec Král.
Bánó Arnošt, Rg Nové Zámky.
Dr. *Baňovský Frant.*, Kostelec n. O.
Baraník Jozef, Rg Košice.
Bartoš Bohuslav, dRg Praha II.
Bartoš Josef, Rg Vyškov.
Bartoš Karel, Rg Kyjov.
Ing. *Baše František*, Olšany u Rudy.
Baše Otakar, II. R Brno.
Dr. *Bašta Jan*, sekční šéf v. v., Praha.
Bauer Karel, Rrg Litoměřice.
Bazal Karel, P Olomouc.
Ing. *Bečka Alois*, Plzeň.
Bednář Antonín, všr., MŠO Praha.
Dr. *Běhounek Frant.*, doc. U Praha.
Dr. *Bělař Antonín*, II. R Brno.
Benda Josef, Rg Místek.
Benda Václav, Rg Domažlice.
Dr. *Beneš Ladislav*, pluk., Praha.
Berkovec Jan, I. Pš Plzeň.
Dr. *Bílek Jaroslav*, R Praha X.
Bílek Karel, I. Rg Praha XII.
Dr. *Bílý Josef*, kom. MV, Praha.
Bittner Jindřich, R Tábor.
Blaha Bohuslav, Rg Znojmo.
Dr. *Bláha Karel*, G Plzeň.
Blažek Josef, Pš Bratislava.
Blažek Vladimír, Rg Praha XVI.
Dr. *Blüh Otto*, doc. něm. U Praha.
Blumauer Richard, R Praha.
Boček František, R Praha XI.
JUDr. *Böhm Rudolf*, Praha.
Ing. *Bohuslav Václav*, as. T Praha.
Bok Václav, Rg Zlaté Moravce.
Borecký Václav, inž., Praha.
Bořil Jan, major, Praha.
Dr. *Borůvka Otakar*, U Brno.
Boubal Václav, Rg Chrudim.
Bouček Alois, Rg Čes. Lípa.
Bouchal František, Rg Kroměříž.
Bozděch Václav, Oš Praha XII.
Dr. *Brázdilová Ludm.*, Jir. G Praha.
Brdička Jan, ř. uč. v. v., Chrudim.
Dr. *Březina Jan*, I. Rg Praha II.
Bříza Rudolf, řed. Rrg Tišnov.
ブršlica Jan, pf v. v., Nivnice.
Břusková Vojtěška, Rrg Levice.
Dr. *Brychta František*, Rg Místek.
Brychta Otakar, R Praha VI.
Ing. Dr. *Bubeník Václav*, T Brno.
Bučan Ludevít, Rg Trnava.
Buček Jan, uč., Užhorod.
Budík Arnold, Rg Vyškov.
Dr. *Buchar Eugen*, Rrg Sušice.
Dr. *Buchar Jaroslav*, R Jičín.
Bukva Jan, uč., Tisovec.
Buňata Jan, P Štubnianské Teplice.
Dr. *Bunickij Eugen*, pf, Praha.
Bureš František, R Jičín.
Burša Rudolf, inž., Praha.
Cachovan Jan, Rg Kláštor p. Zn.
Cebuský Alfred, Rg Opava.
Cettl Josef, R Mladá Boleslav.
Ing. *Cibuš Václav*, B Příbram.
Cífka Eduard, Rg Užhorod.
Cihelka Emanuel, G Příbram.
Cimburek František, G Praha XIX.
Ing. *Císař František*, II. Pš Plzeň.
Dr. *Císař Jaroslav*, vrch. řed., Brno.
Cvetnič Lavoslav, šéf mat., Praha.
Cyphelly Václav, dRg Praha II.
Dr. *Čech Eduard*, U Brno.
Čechová Marie, Rg Chotěboř.
Čejka Ignát, dRrg Čes. Budějovice.
Černický František, Rg Čes. Brod.
Ing. *Černý Jaroslav*, kom., Třebíč.
Černý Karel, as. U Praha.
Černý Otakar, Rg Kroměříž.
Číhalík Emilián, Rg Kremnice.
Čmolík Václav, R Mor. Ostrava.
Čulík Karel, Rg Skalica.
Ing. Dr. *Čuřík František*, B Příbram.
Danč Ján, Rg Bratislava.
Ing. dr. *Dašek Václav*, T Praha.
Davídek Antonín, fin. řed., Brno.
Devorecký Hugo, Rg Praha XIII.
Dianiška Pavel, Rg Rim. Sobota.
Dr. *Dillinger Miloslav*, Rg B. Bystrica.
Dr. *Dittrich Arnošt*, řed. hvězd. St. Ďala.
Divíšek Otakar, R Mladá Boleslav.
Dlouhý František, Oa Hradec Král.
Dobrogorskij Nikolaj, Rg Chust.
Dokoupil Inocenc, Pš Mor. Ostrava.
Dolanský Jan, Rg Klatovy.
Doležal Jaroslav, řed. v. v., Přelouč.
Dopita Ladislav, pf. v. v., Brno.
Dörner Bedřich, kaplan, Příbram.
Dostal Bernard F., U Gainswille.
Dostál Jan, Rg Jaroměř.
Douda Jan, Oa Plzeň.
Dr. *Dráb Karel*, techn. úř., Praha.
Drahoňovský Oldřich, pf, Kolín.
Dr. *Dratvová Běla*, doc. U Praha.
Dubec Anton, Rrg Zvolen.
Dubský Josef, R Praha III.
Dudek Josef, inž., Praha.
Duchek František, praporčík, Košice.
Ďurana Albín, Rg Prešov.
Ďurana Kornel, Rg Kláštor p. Zn.

Dusil Karel, řed. Oa Beroun.
Dr. *Dusl Karel*, T Praha.
Dušek František, Rg Chrudim.
Dušek František, Rg Jičín.
Dvořáček Bohumil, R Košice.
Dvořák Florián, Pš Brno.
Dr. *Dvořák František*, pf, Brno.
Dvořák Josef, Rrg Litomyšl.
Dvořák Josef, R Písek.
Dvořák Václav, Rg Mělník.
Ebenlendr Vojtěch, G Ml. Boleslav.
Engelberth Richard, insp. ÚP Praha.
Ertl Otakar, poj. mat., Praha.
Dr. *Fabiánová Marie*, řed. v. v., Praha.
Ing. *Fajtl Josef*, odb. uč., D. Mokropsy
Faltus František, Rg Nový Bydžov.
Faluba Ján, řed. Rg Rim. Sobota.
Faus Josef, R Pardubice.
Felber Stanislav, G Prešov.
Ing. Dr. *Felber Vítězslav*, T Praha.
Fetter Václav, or, MŠO Praha.
Fiala Bohuslav, R Mor. Ostrava.
Dr. *Fiala František*, T Praha.
Fiala Jan, Rg Roudnice.
Fiala Josef, R Nové Město n. M.
Fiala Leopold, I. Rg Praha XII.
Ing. *Fidler Jan*, pluk., Praha.
Fikejs Bohumil, Rg Praha XIII.
Filčáková Elena, mad. Rg Košice.
Filip Josef, Rrg Turč. Sv. Martin.
Ing. *Fischer Alexander*, Praha.
Dr. *Fischer Ján*, P Lučenec.
Dr. *Fischer Ota*, Praha.
Ing. *Fischer Václav*, št. kpt., Praha.
Fišer Raymund, G Broumov.
Fišerová Vlasta, Rg Litoměřice.
Forster Vítězslav, Rg Ban. Štiavnica.
Fousek Gustav, R Příbram.
Fousek Jan, R Praha I.
Franěk František, R Praha II.
Dr. *Frank Philip*, něm. U Praha.
Frenyo Ludevít, Rg Rim. Sobota.
Frida Vlastimil, řed. Oa Praha XVI.
Friedl Karel, min. rada, MVP Praha.
Friedrich Jaroslav, pf v. v., Praha.
Frolík Vladislav, ČSD Hradec Král.
Frydrych Josef, řed. mš v. v., Praha.
Fuchs Jaroslav, Rg Zábřeh.
Funk Theodor, Rrg Sušice.
Füredi Hugo, Pš Košice.
Furka Štefan, Rg Lipt. Sv. Mikuláš.
Dr. *Fürth Reinhold*, něm. U Praha.
Gabriel Bedřich, R Prostějov.
Gallaš Emil, uč., Bodina.
Gebauer Jan, pluk., Praha.
Geryk Emil, pluk., Ružomberok.
Gjivovič Teddy, pf, Sušak SHS.
Dr. *Glaser Walter*, doc. něm. U Praha.
Goldmann Josef, Rg Mor. Budějovice.
Dr. *Goldschmied Bedřich*, šéf laboratoří voj. telegraf. dílen, Praha.
Ing. *Gottmann Ferdinand*, ČSD Nymburk.
Granát František, řed. R Kostelec n. O.
Graupner Antonín, řed. Rg, Místek.
Dr. *Guth Vladimír*, kom., Praha.
Habersberger Rudolf, řed. rada, Praha.
Haberland Viliam, P Spišská Kapitula.
Dr. *Hacar Bohumil*, řed. Rg Šumperk.
Hájek Emanuel, Rg Praha XVI.
Hájek František, mš Praha.
Hájek Miroslav, řed. Rg Chomútov.
Halada Antonín, Rg Turnov.
Dr. *Hampl Miloslav*, doc. T Praha.
Hanuš Josef, Rg Roudnice.
Hanzlík Inocenc, R Písek.
Dr. *Hanzlík Stanislav*, U Praha.
Hartlová Julie, Rg Rokycany.
Dr. *Haas Marian Augustin*, Rg Opava.
Háva Bohdan, R Olomouc.
Havel Matěj, Rrg Mor. Třebová.
Havel Václav, řed. Rg Kralupy.
Havelka František, R Lipník.
Havlíček Václav, vl. r, MŠO, Praha.
Dr. *Havlík Vilém*, úř. ÚSP Praha.
Hecht Antonín, II. R Plzeň.
Dr. *Heinrich Vladimír*, U Praha.
Ing. *Hejtman Antonín*, úř. ZÚ Praha.
Hejtmánek Jan, R Praha III.
Hellerová Ludmila, Rg Karl. Vary.
Dr. *Hendrich Jiří*, Benešov.
Hepner Karel, řed. R Bratislava.
Doc. dr. *Herasymenko Polykarp*, Plzeň.
Dr. *Herolt Emanuel*, R Praha VII.
Ing. *Heřt Josef*, kom. ČSD Louny.
Ing. *Herynk Josef*, Ústí n. L.
Dr. *Heyrovský Jaroslav*, U Praha.
Hlad Václav, Rg Čes. Třebová.
Dr. *Hladký Konstantin*, Rg Užhorod.
Dr. *Hlaváček Miloslav*, Rg Náchod.
Hlavajová Jana, R Žilina.
Hlavatý Emanuel, řed. R v. v., Praha.
Dr. *Hlavatý Václav*, U Praha.
Hlučil Karol, Rg Nitra.
Hofman Konrád, P Ban. Štiavnica.
Holubová Marie, d Rrg Košice.
Holý Alois, I. Rg Brno.
Horák Bořislav, Rg Louny.
Horák František, R Čes. Budějovice.
Dr. *Horák Jan M.*, Oa Praha II.
Horák Josef, Rrg Brno.

Dr. *Horák Zdeněk*, doc. T Praha.
Horák Zdeněk, Rg Orlová.
Horčička Miloslav, Rg Nitra.
Horka Hubert, P Spišská Kapitula.
Horníček Jaroslav, Rrg Brno.
MUDr. *Hoščálek Josef*, Pardubice.
Hošek Jan, pf v. v., Praha.
Houška Ludvík, Rrg Nové Mesto n. V.
Houžvička Ervín, Pš Smíchov.
Houžvička Václav, Rrg N. Mesto n. V.
Hrabák Václav, všr, Brno.
Hrabětová Jindřiška, dP Plzeň.
Hradecký František, Rg Michalovce.
Ing. Dr. *Hrach Josef*, řed. pivovarů, Milá u Mostu.
Dr. *Hrazdil Antonín*, vor, MŠO Praha.
Dr. *Hrdlička Josef*, doc. T Praha.
Hroch František, Rg Nitra.
Dr. *Hronec Juraj*, T Brno.
Ing. *Hruban František*, Pš B. Štiavnica.
Hrubeš Ferdinand, řed. v. v., Praha.
Hrubý František, II. Rg Praha II.
Hrudička Bohuslav, mš Hrotovice.
Hrudka Josef, I. Rg Praha XII.
Dr. *Hruša Karel*, R Tábor.
Hruška Miroslav, poj. mat., Praha.
Hruška Václav, Rg Beroun.
Hrzán Richard, G Praha XII.
Hubička Jindřich, Rg Tábor.
Dr. *Hustý Bedřich*, Rg Místek.
Hutterer Ondřej, R Prostějov.
Dr. *Hyhlík František*, Rg Nové Zámky.
Hynek Jaroslav, dRg Praha I.
Dr. *Hyška Alfons*, Rg Hlučín.
Ing. *Chalupníček Bohumil*, T Praha.
Charfreitag Vratislav, dRg Hradec Kr.
Charous Vilém, major, Praha.
Dr. *Charousek Jan*, R Lipník.
Chrapan Ján, řed. mš Tornali.
Chráska Eduard, R Praha XI.
Dr. *Illingerová Lidmila*, Rg Dol. Kubín.
Ingriš Václav, ZŠR Praha.
Jandásek Josef, inž., Cicero Ill. USA.
Janečková Augustina, dP Chrudim.
Dr. *Janko Ladislav*, nadpor., Praha.
Dr. *Janků Vladimír*, řed. v. v., Olomouc.
Janota Ladislav, PhC, Praha.
Jaňour Zbyněk, Rg Kyjov.
Dr. *Jarník Vojtěch*, U Praha.
Dr. *Jarušek Jaroslav*, Rrg Kralupy.
Dr. *Jašek Martin*, dRg Plzeň.
Javůrek Václav, úř. pojišť., Praha.
Jedlička Antonín, Rg Prachatice.
Jech Václav, R Praha XVI.
Jelen Vojtěch, R Jevíčko.
Jelínek František, G Rychnov n. Kn.
Dr. *Jemelka Alois*, G Praha XIX.
Jeništa Oldřich, vrch. kom. MŠO, Praha.
Jeřábek Josef, II. Rg Praha XII.
Jeřábek Václav, voj. zem. úst., Praha.
Ježek František, Rg Užhorod.
Ježek Josef, Oa Praha II.
Jirák Josef, G Písek.
Jireček Emanuel, Rrg Tišnov.
Jiroušek Miroslav, Rrg Jihlava.
Jirsák Josef, mš Dvůr Král. n. L.
Jokl Zeno, G Kroměříž.
Jonáš Jan, R Prostějov.
Julák Otakar, R Vídeň.
Dr. *Jurek Bohumil*, R Žilina.
Justin František, R Příbram.
Jůva František, P Brno.
Kabelíková Helena, choť un. pf, Olomouc.
Dr. *Kadeřávek František*, T Praha.
Kadeřávek Vladimír, npor., Praha.
Kálal Josef, řed. Rg Příbor.
Kalina Dobroslav, řed. Rg Jaroměř.
Dr. *Kalivoda Vlastimil*, úř. ÚSP Praha.
Kamelský Jan, I. Pš Praha I.
Kampé de Fériet Joseph, U Lille.
Kánský Eduard, major, Ružomberok.
Kapička Ludvík, as. Z Brno.
Karásek Bohumil, R Praha X.
Karmazínová Anna, R Praha I.
Kasková Ema, dRrg Žilina.
Kašlík Jaroslav, taj. ber. spr., N. Jičín.
Kašová Ludmila, dRg Košice.
Dr. *Kaucký Josef*, doc. U Brno.
Kaufmann Bohdan, řed. Rg Kladno.
Kaválek Vilém, R Hradec Král.
Kazda Jaroslav, P Valaš. Meziříčí.
Kejzlar Antonín, dRrg Sl. Ostrava.
Kervitcer Karel, poj. mat., Praha.
Klacák Vojtěch, dRg Plzeň.
Dr. *Kladivo Bohumil*, T Brno.
Dr. *Klapka Jiří*, doc. T Brno.
Kleiner Josef, dělmistr, Dobroměřice.
Kleisl Ladislav, Rg Karlovy Vary.
Ing. *Klier Emanuel*, Škod. z. Plzeň.
Dr. *Klíma Josef*, T Brno.
Klír Ladislav, Rg Praha XVI.
Dr. *Kloboućek Josef*, T Praha.
Klonga Karel, mš Lipt. Sv. Mikuláš.
Klouček Emanuel, pplk., MNO Praha.
Kmeť Vojtěch, inž., Bratislava.
Knejfl Vítězslav, Rg Mělník.
Dr. *Knichal Vladimír*, as. U Praha.
Knor Vojtěch, P Štubň. Teplice.

Kocich Bohumír, P Sv. Jan p. sk.
Kočnar Miloslav, as. U Praha.
Kodl Otakar, Rg Val. Meziříčí.
Dr. *Kohlmann Čeněk*, Rg Praha XVI.
Dr. *Kokeš Miloslav*, Rg Mor. Budějovice.
Kolář Antonín, Rg Brandýs n. L.
Kolc Václav, Rg Prievidza.
Kolečkář Boleslav, prokurista, Praha.
Dr. *Kollert Antonín*, poj. tech., Praha.
Komárek Václav, všr v. v., Brno.
Ing. *Konečný Bohumil*, konstr. T Praha.
Konečný František, R Kroměříž.
Konečný Ivan, Rg Kyjov.
Koníček Bohumír, dRrg Praha XVI.
König Bedřich, R Nové Město Mor.
Konopásek Jaroslav, pf., Čes. Brod.
Konopásek Václav, R Písek.
Kopp Václav, úř. ČSD, Beroun.
Kopáček František, Rg Uh. Hradiště.
Dr. *Kopecký Jan*, dP Praha I.
Köppel Josef, II. Rg Praha II.
Koreček František, I. R Brno.
Dr. *Kořínek Vladimír*, U Praha.
Kořínková Vlasta, I. Rg Brno.
Dr. *Kořízek Karel*, I. Pš Praha.
Korousová Milada, Rg Pardubice.
Kösslerová Zdenka, dRrg Praha XII.
Dr. *Košek František*, I. Pš Praha I.
Dr. *Košťál Rostislav*, Rg Praha VIII.
Ing. Dr. *Košvanec Jaromír*, předn. odb. II. Pš Praha XVI.
Kotala Josef, Rrg Čes. Těšín.
Kotán František, P Kutná Hora.
Kotyk Josef, Rg Most.
Koudelka František, Rg Nová Paka.
Koukol Emanuel, Rg Klatovy.
Dr. *Kounovský Josef*, T Praha.
Koutný Otakar, Rg Kyjov.
Dr. *Koutský Karel*, dRg Brno.
Kovanda Stanislav, řed. Rrg Zvolen.
Kovář Josef, dRrg Brno.
Kowalski Zdeněk, III. Pš Brno.
Dr. *Koza František*, Rg Dvůr Králové.
Dr. *Kozel Jaroslav*, R Žilina.
Králíček Martin, Rg Přerov.
Kramář Josef, I. R Brno.
Krásný Josef, mš Poděbrady.
Krátký Prokop, R Praha VI.
Krčma Václav, Rg Trenčín.
Krejčí Josef, řed. Rg Nový Jičín.
Krejzlík Jaroslav, Rg Kežmarok.
Dr. *Kreutzinger Rudolf*, něm. T Brno.
Kříbek Josef, Rg Bučovice.
Křížek Josef, Rg Bratislava.
Krkavec Ladislav, R Praha X.
Krmešský Julo, R Bratislava.
Kroupa Josef, pf, Něm. Brod.
Ing. *Kroužek Jan*, Rg Litovel.
Krsek František, G Malacky.
Krupička Hynek, dRg Praha II.
Kubánek Alois, R Praha I.
Ing. *Kubec Josef*, Praha.
Kubeček Jindřich, Rg Kostelec n. O.
Kubice Bedřich, mš Duchcov.
Kubíček František, II. Rg Brno.
Kubíček Jan, pf v. v., Praha.
Dr. *Kubíček Jindřich*, III. Pš Brno.
Kubínek Jan, mš Tlumačov.
Kučera Vladimír, Rg L. Sv. Mikuláš.
Kučerová Libuše, R Nymburk.
Kudela Adolf, R Žilina.
Dr. *Kudela František*, kom. MSP Praha.
Kudrna Jan, Rg Brno.
Kuchler Kamil, R Praha XVI.
Ing. dr. *Kukač Rudolf*, T Praha.
Kulhánek Jaroslav, Rg Praha VIII.
Kulík Bohdan, pf Praha.
Kundrata František, Rrg Ivančice.
Kunovský Oskar, Rg Zábřeh.
Kunz František, úř., Stod.
Dr. *Kunzl Vilém*, as. U Praha.
Kůst Jiří, Rg Strakonice.
Kutílek Milan, Rg Bratislava.
Kutlík Igor, v. taj. ref. MŠO Bratislava.
Kvapil Alois, R Olomouc.
Kvasničková Emilie, G Ml. Boleslav.
Kymla Karel, dRrg Olomouc.
Kýr Antonín, Oa Prostějov.
Labský Ladislav, v. adj. ČSD, Pezinok.
Lamparter Vilém, R Žilina.
Landa Karel, I. Pš Plzeň.
Landsmann Jan, Rg Brandýs n. L.
Ing. *Lang Ferdinand*, v. r. ČSD Přerov.
Langenberg František, ši, řed. v. v., Praha.
Ing. *Langr Josef*, pluk. v. v., Praha.
Lašťovičková Blažena, dRrg Čes. Budějovice.
Lavička Jaroslav, Rg Ružomberok.
Lebeda Antonín, Rg Něm. Brod.
MUDr. *Lednický Alois*, Zábřeh n. O.
Ledvinka Josef, řed. P Č. Budějovice.
Dr. *Lehar František*, I. Rg Praha II.
Lerl Antonín, Rg Jindř. Hradec.
Lerl Karel, Rg Val. Meziříčí.
Dr. *Linhart Jaromír*, P Kroměříž.
Dr. *Link František*, G Praha XII.
Liška Jan, Rg Jindř. Hradec.
Dr. *Liška Jaroslav*, Rg Náchod.
Liška Josef, pf v. v., Ml. Boleslav.

Liška Stanislav, II. Rg Brno.
Litomiský Miroslav, Rg Užhorod.
Littloch Karel, řed. dRg Prostějov.
Ing. *Litzman Ludvík*, řed. Brno.
Lochmann Antonín, Rg Polička.
Lorčenko Mykolo, pf ukr. vys. p., Praha.
Dr. *Lošan Josef*, Rg Benešov.
Louvar Josef, Rg Bratislava.
Lutovský Josef, Rg Plzeň.
Mádr Vratislav, dRrg Banská Bystrica.
Mach Bohuš, Rg Levoča.
Machač Josef, Rg Jilemnice.
Ing. *Machek Jan*, úř., Praha.
Dr. *Makarius Jan*, dRrg Praha II.
Malášek Juraj, G Malacky.
Maleček Jan, řed. dRg Brno.
Dr. *Málek Stanislav*, Rg Kežmarok.
Malý Bohuslav, Rg Kutná Hora.
Mallý František, inž., Čakovice.
Dr. *Malý Zdeněk*, II. Rg Praha XII.
Mancl Jaroslav, mš Královice.
Mánková Helena, Rg Prešov.
Ing. *Marek Karel*, Lš Hranice.
Marek Rudolf, Rg Náchod.
Mareš František, řed. v. v., Brno.
Dr. *Mareš František*, P Opava.
Mareš Jaroslav, G Příbram.
Ing. *Marhold Josef*, Hradec Král.
Ing. *Mařík Augustin*, Hš Plzeň.
Mařík Jan, Rg Bučovice.
Marjánek Antonín, Rg Levice
Mastný Emil, mš Velký Týnec.
Ing *Mašata Josef*, Praha
Mašek František, min rada v. v. Praha
Dr. *Mašek Josef*, R. Olomouc.
Dr. *Mašek Vladimír*, Z Brno.
Mašek Zdeněk, Lš Písek.
Maška Otakar, II. Rg Brno.
Matas Bohumil, R Praha XI.
Matějíček Václav, Pš Karvinná.
Matějka Miloš, Rg Boskovice.
Materna Miloš, Rg Liberec.
Mates Josef, pf v. v., Pardubice.
Matoušek Karel, uč., Stodůlky.
Matyk Josef, R Hradec Král.
Maurer Alois, úředník, Praha.
Mayer Karel, Rrg Břeclav.
Mazurek Alois, Pš Přerov.
Meduna František, G Brno.
Meninger Karel, Rg Olomouc.
Menzel Jindřich, Rg Jaroměř.
Měšťan Josef, úř., Příbram.
Ing. *Mezník Jiří*, měř. rada, Praha.
Míka Jaroslav, řed. Rg Skalica.
Dr. *Mikan Milan*, doc. T Praha.
Mikula Jaroslav, Rg Náchod.
Dr. *Mikulíček Jan*, Rg Třebíč.
Ing. *Milinovský Filip*, Pš Praha XVI.
Minařík Otto, I. Pš Praha I.
Mládek Ferdinand, Rg Pardubice.
Dr. *Mohr Josef*, as. U Praha.
Mokrý Antonín, poj. tech., Praha.
Morav Karel, por., St. Boleslav.
Moravec Josef, uč., Praha.
Dr. *Morávek Ladislav*, pf, ZŠR Brno.
Mottl Alois, dRrg Praha II.
Mrázek Vilém, kapitán, Olomouc.
Muk Jindřich, pf v. v., Praha.
Müller František, Rg Benešov.
Müllnerová Karla, dRrg Praha.
Musil František, R Hradec Král.
Najman Josef, řed. Rg Trutnov.
Navara František, Rg Telč.
Dr. *Návrat Viktor*, šr MŠO Praha.
Navrátil Antonín, dRrg Bratislava.
Nečas Method, G Brno.
Ing. *Nedoma Antonín*, T Brno.
Ing. *Nedomlel František*, Jičín.
Dr. *Nechvíle Jiří*, tech. úř., Praha.
Dr. *Nechvíle Vincenc*, doc. U Praha.
Nekula František, Rg Prievidza.
Ing. *Němec Alois*, v. řed. elektr., Přerov.
Dr. *Němec Bohuslav*, pf v. v., Praha.
Němec Ferdinand, pf, Znojmo.
Němec František, Rg Hodonín.
Ing. *Němec František*, Škodovka, Plzeň.
Němeček Václav, Rg Hodonín.
Dr. *Němejcová Adéla*, úř., Praha.
Dr. *Neubauer Miloš*, G Brno.
Neuwirth Karel, Rg Užhorod.
Nevečeřal Čeněk, vl. r. MŠO Praha.
Nosek Josef, bank. úř., Dvůr Král.
Novák Antonín, Oa Beroun.
Novák Bohumil, pf v. v., Tábor.
Dr. *Novák Hugo*, as. T Praha.
Novák Karel, uč., Hrotice.
Dr. *Nováková Bohumila*, pf, Praha.
Dr. *Novotná Božena*, dRg Brno.
Novotný František, řed. v. v., Č. Budějovice.
Novotný František, řed. R Příbram.
Dr. *Nussberger Jaroslav*, úř, cejch. úř., Praha.
Ing. *Obdržálek Václav*, úř., Praha.
Dr. *Ohera František*, Rg Znojmo.
Oktavec Karel, Rg Vys. Mýto.
Olejníček Anděloslav, I. R Brno.
Olžbut Václav, Rg Uher. Brod.
Ondrák František, P Znojmo.

Ondrouch Josef, G Prostějov.
Dr. *Ostrý Metoděj*, P Praha II.
Ouřada Rudolf, R Rakovník.
Pacák Jaroslav, Rg Trnava.
Ing. *Pajer Václav*, všr, Praha.
Palla Eduard, měř. adj., Podbořany.
Pallas Jiří, Rg Třebíč.
Dr. *Pankraz Otomar*, as. T Praha.
Dr. *Pantoflíček Jaroslav*, T Praha.
Paul Hubert, Rrg Brno.
Pavlata Emanuel, R Bratislava.
Pavlíček Josef, Rg Pardubice.
Dr. *Pavlík Bohuslav*, as. U Praha.
Pavlišta Ladislav, ZŠR Praha.
Payerová Božena, pf Praha.
Pekař Bohuslav, Rg Tábor.
Pelc Otto, Pš Košice.
Peřina Alois, Rrg M. Ostrava.
Peřina František, Rg Německý Brod.
Ing. Dr. *Pestrecov Konstantin*, New York.
Petr Vladimír, Rg Litovel.
Ing. dr. *Petřík Josef*, T Praha.
Petrovič Štefan, Rg Košice.
Ing. *Petrtýl Karel*, I. Pš Praha I.
Petrus Stefan, Rg Užhorod.
Dr. *Petržilka Václav*, doc. U Praha.
Picka Vojtěch, P Žatec.
Píč Josef, Rg Kostelec n. Orl.
Dr. *Pietsch Ferdinand*, doc. T Praha.
Pilát Vladimír, dRg Prostějov.
Pilný Stanislav, dRg Praha I.
Dr. *Pilz Lev*, P Hradec Králové.
Pitala Josef, pol. Rg Orlová.
Pithardt Josef, řed. v. v., Praha.
Pithart Jaroslav, R Hradec Králové.
Ing. *Plašil Josef*, šéfmat., Praha.
Pleskot Václav, as. T Praha.
Pleva Eduard, řed. II. R Plzeň.
Plicka Stanislav, Rrg Sušice.
Dr. *Plíhal Josef*, Turnov.
Pluhař Jaroslav, dRrg Praha XVI.
Podivín Vladimír, rytec, Praha.
Podlešák František, por., Vimperk.
Podlipský Jaroslav, poj. mat., Praha.
Podtjagin Nikolaj, pf, Praha.
Pokorný Oldřich, mš Semily.
Pokorný Vladimír, G Mor. Ostrava.
Poláčková Anna, Rg Spiš. Nová Ves.
Poláčková Helena, dRrg Bratislava.
MUDr. a RNDr. *Polland Bohumil*, doc. U a primář nemoc., Praha.
Polívková Antonie, Rrg Praha XIX.
Poljakov Alexej, rus. Rrg Praha.
Pomýkal Josef, Rrg Mor. Ostrava.
Posejpal František, I. R Brno.
Pospíšil Bedřich, III. Rg Brno.
Pospíšil Čeněk, velkostat., Lochovice.
Dr. *Pospíšil Václav*, as. T Praha.
Pospíšilová Marie, Rg Plzeň.
Potočný Vojtěch, mš Brezno.
Ing. *Prandstetter Eduard*, Praha.
Dr. *Prašinger Petr*, Rg Jindř. Hradec.
Ing. *Příbram Robert*, konstruktér v. v., Praha.
Procházka František, Rg Litovel.
Dr. *Procházka Jaroslav*, as. T Praha.
Dr. *Procházka Jindřich*, I. R Brno.
Procházková Božena, R Kroměříž.
Projsl Jaroslav, II. R Plzeň.
Průcha Karel, inž., Praha.
Průša Vlastimil, Pš Karvinná.
Ptáček František, Rg Uher Hradiště.
Pučan Norbert, mechanik, Brno.
Pulkrábek František, Rg Čáslav.
Raban Antonín, Jir. G Praha II.
Rabiška Ludvík, G Čes. Budějovice.
Radoušová Jarmila, Rg Litoměřice.
Rachač Karel, Rg Rokycany.
P. *Rakus Gracian*, G Malacky.
Ráž Jaroslav, Rg Praha XIII.
Rečičar Karol, Rg Nitra.
Regner Karel, R Mladá Boleslav.
Rech Gustav, II. R Brno.
Řepka Vojtěch, Rg Trenčín.
Řezáč Jaromír, uč., Sobědruhy.
Řezníček Josef, Rrg Čes. Budějovice.
Režná Marie, Rg Spiš. Nová Ves.
Režný Jan, Rg Praha VIII.
Říha Alois, P Chrudim.
Říha Václav, Rg Klatovy.
Dr. *Richter Richard*, Rrg Čes. Těšín.
Říman Evžen, Rg Bratislava.
Ing. dr. *Roháček Jan*, R Telč.
Röhrig Adolf, řed. dP Praha I.
Rolčík Viktor, inž., Praha.
Rosiar Samuel, Rg Rim. Sobota.
Rotrekl Konrád, Rg Hranice.
Rudolf Vladimír, Rg Hranice.
Růžička Jaroslav, Rg Litovel.
Rybák Josef, R Tábor.
Rychlý Rudolf, R Praha III.
Dr. *Ryšavý Josef*, T Praha.
Dr. *Sahánek Josef*, U Brno.
Dr. *Santholzer Vilém*, RÚ Praha.
Sehnoutka Josef, Rg Nymburk.
Seidler Arnošt, G Kroměříž.
Seifert Jaroslav, R Praha II.
Dr. *Seifert Ladislav*, U Brno.
Dr. *Sekera Zdeněk*, as. U Praha.
Seliger Václav, Oa Praha XVI.
Dr. *Semerád August*, T Brno.

Setzer Ota, Rg Kralupy n. Vlt.
Dr. *Seydler Jan*, I. Pš Plzeň.
Schauer Josef, Rg Rychnov n. Kn.
Ing. *Schier Ferdinand*, Pš M. Ostrava.
Schloff Antonín, úř. Zem. poj., Praha.
Schmeiser František, v. insp., Karvinná.
Schulz Jan, R Praha X.
Dr. *Simerský Jaroslav*, Rg Třeboň.
Sitka Erich, poj. mat., Praha.
Skalický Václav, Rg Pardubice.
Ing. *Skokan Jindřich*, Praha.
Skolil Josef, Rg Česká Třebová.
Slavík Bohumil, Rg Duchcov.
Slavík Čeněk, Oa Hradec Králové.
Slepánková Ludmila, Rg Příbor.
Dr. *Slouka Hubert*, as. U Praha.
Smejkal Emanuel, P Příbor.
Smělý Stanislav, R Praha VI.
Smetana Josef, Pš Bratislava.
Ing. *Sochor Jaroslav*, dRg Plzeň.
Sokol Vilém, mš Trnava.
Dr. *Souček Bohumil*, II. Rg Praha II.
Spal Jaroslav, R Praha VII.
Spal Jindřich, řed. Rg Náchod.
Spisar Josef, Rg Olomouc.
Srb Jan, Rg Nový Bohumín.
Srovnal Antonín, pf, Praha.
Staněk Ferdinand, P Plzeň.
Staněk Ladislav, I. R Brno.
Dr. *Staňková Jindřiška*, dRrg Praha II.
Starosta Bohuslav, II. Rg Brno.
Steffal Šimon, řed., Rg Třeboň.
Steiner Josef, mš Píšť.
Stindl Rudolf, mš Hrabyně.
Stolárik Matúš, všr, Bratislava.
Dr. *Stránský Jaroslav*, úř. VPÚ, Praha.
Stratil Jan, farář, Rajnochovice.
Strážnický František, Rrg Tišnov.
Sudek Václav, Rrg Turč. Sv. Martin.
Suchan Karel, řed. Rg Bučovice.
Dr. *Suchý Karel*, Rg Nitra.
Dr. *Sukdol*, R Písek.
Dr. *Svoboda Gustav*, v. kom. MÚ Praha.
Svoboda Jan, řed. rada Hyp. b. Brno.
Svoboda Josef, Rg Třeboň.
Svoboda Karel, III. Rg Brno.
Sýkora Bohuslav, Rg Nymburk.
Sýkora Vojmír, R Praha XII.
Sysel František, R Mor. Ostrava.
Ing. *Šabata Zdeněk*, Pš Karvinná.
Dr. *Šafránek Jaroslav*, doc. U Praha.
Šalon Josef, řed. Rg Michalovce.
Šavrda Jaroslav, Rrg Levice.
Dr. *Šebesta Václav*, B Příbram.
Šejna František, P Soběslav.
Šícha Karel, účetní, Kročehlavy.
Šikola Břetislav, Rg Příbor.
Dr. *Šilháček Karel*, Rg Praha VIII.
Šilhan Oldřich, Pš Bratislava.
Šimák Alois, P Kladno.
Ing. *Šimák Václav*, Pš Karvinná.
Dr. *Šimek Antonín*, U Brno.
Šimek Ludvík, T Praha.
Šimon Jaroslav, G Ml. Boleslav.
Ing. *Šíp Karel*, měst. inž., Turč. Sv. Martin.
Šípová Františka, dRg Plzeň.
Široký Josef, R Lipník.
Škop Adolf, Rg Pardubice.
Ing. *Šlechta Jaroslav*, tch. úř., Praha.
Ing. *Šmejkal Jaromír*, I. Pš Praha I.
Dr. *Šmída Jindřich*, Rg Pelhřimov.
Šmída Václav, I. Rg Praha XII.
Šmika Augustin, R Rakovník.
Ing. *Šmok Jan*, v. tch. kom., Kežmarok.
Šneler Václav, MŠO Praha.
Šofr Bedřich, Rg Banská Bystrica.
Dr. *Šoler Kliment*, as. B Příbram.
Špaček Karel, I. Rg Praha II.
Špaček Klement, Rg Trutnov.
Špaček Miroslav, mš Opava.
Doc. dr. *Špaček Václav*, Rg Roudnice.
Špelda Antonín, G Plzeň.
Ing. *Špičák František*, měř. kom., M. Krumlov.
Šrámek Bohumil, dRg Praha I.
Šrámek Josef, II. Rg Praha XII.
Ing. Dr. *Šrámek Leopold*, T Praha.
Šrámek Václav, Rg Chust.
Šroubek Jaroslav, techn. úř., Čáslav.
Štalmašek Ján, Rg Kláštor p. Zn.
Štangler Jan, Rg Český Brod.
Dr. *Štech Vojtěch*, G Čes. Budějovice.
Štěpán Bohuslav, G Praha XI.
MUDr. *Štěpán Jaromír*, as. U Bratislava.
Ing. *Štěpán Jaromír*, koncip., Michalovce.
Štěpánek Jan, Rg Bučovice.
Dr. *Štěpánek Jaroslav*, as. hv., Ondřejov.
Dr. *Štěpánek Josef*, R Tábor.
Dr. *Štěpánský Václav*, Rg Jaroměř.
Dr. *Šternberk Bohumil*, v. kom. St. Ďala.
Ing. *Štětina Josef*, mš Dun. Streda.
Štibr Adolf, řed. R Hradec Král.
Štibr Václav, Rg Plzeň.
Ing. *Štván Antonín*, měř. rada, Opava.
Štych Jaroslav, vrch. stav. rev., Praha.
Šubrt Jiří, Rg Pelhřimov.
Šváb Adolf, G Prostějov.

Tarasevič Alexander, doc., Praha.
Tarbajovský Emerich, G Prešov.
Dr. *Tardy Vladimír*, G Praha XI.
Tatár Juraj, Rg Bratislava.
Tauchmann František, řed. v. v., Kyjov.
Ing. *Tayerle Miloslav*, tch. úř., Praha.
Technik Vladivoj, Rg Liberec.
Dr. *Teige Karel*, U Praha.
Tenk Peregrin, techn. kom., Praha.
Teplý Stanislav, Rrg Praha XIX.
Dr. *Tereba Ludvík*, Rg Kroměříž.
Terš Aleš, II. R Plzeň.
Tesař Jan, Rg Bratislava.
Ing. dr. *Tesař Václav*, Praha.
Tichánek Bohumír, řed. v. v., Brno.
Ing. *Tichý Alois*, techn. rada, Plzeň.
Tobek Jaroslav, I. Rg Brno.
Ing. *Tochten Pavel*, G Mukačevo.
Tolar Václav, II. Pš Praha XVI.
Ing. *Tomáš Karel*, konstr. Butovice.
Tomica Rudolf, Rg Uherský Brod.
Tomši František, R Kutná Hora.
Tóth Štěpán, rotmistr, Nitra.
Dr. *Trkalová Marie*, dRrg Praha XVI.
Dr. *Trnka František*, G Praha XII.
Trnovský Karol, Rg Prešov.
Dr. *Truksa Ladislav*, doc. U Praha.
Tuček Vojtěch, G Brno.
Tuláček Antonín, Rg Nový Jičín.
Dr. *Tuleškov Genčo P.*, as. U Sofia.
Tvrz Jan, R Praha X.
Dr. *Ullrich František*, ak. G Praha II.
Ing. *Uřídil Josef*, Praha.
Václavek František, Rg Kralupy.
Vach Vlastimil, Pš Brno.
Valach František, farář, Prosenice.
Dr. *Valášek Josef*, U Minneapolis.
Valenta Antonín, Rg Pelhřimov.
Valenta Emanuel, R Praha XVI.
Valentová Anna, Rg Mor. Budějovice.
Vambera Josef, Rg Mělník.
Vaněček Karel, Rg Strakonice.
Vaněk Adolf, Rg Jilemnice.
Vaněk Dobroslav, Rrg Jihlava.
Vaněk Josef, Rg Příbor.
Vanovič Jan, Rg Bratislava.
Vařenka František, R Příbram.
Vašátko Jan, dRrg Praha XII.
Dr. *Vašíček Antonín*, doc. T Brno.
Dr. *Vávra Boleslav*, ZŠR Praha.
Vávra Eduard, Oa Beroun.
Vavřinec Josef, řed. R Ml. Boleslav.
Večerka Josef, Rg Něm. Brod.
Velhartický Vojtěch, Rg Kutná Hora.
Velíšek František, mš Dobřany.
Dr. *Velíšek Josef*, T Brno.
Vencálek František, Rg Benešov.
Veselý Ferdinand,RrgTurč.Sv.Martin.
Veselý František, G Ml. Boleslav.
Veselý František, P Slezs. Ostrava.
Veselý Jan, II. R Plzeň.
Veselý Jindřich, Rg Prachatice.
Veselý Václav, dP Plzeň.
Vicovský Karel, Rg Čáslav.
Vikár Vojtěch, Rg Trenčín.
Vilímek Václav, Rg Mukačevo.
MUDr. *Vinař Josef*, doc. U, pl. v. v., Praha.
Vinš Josef, řed. v. v., Praha.
Ing. dr. *Vitouš Pavel*, b. kom., Praha.
Vlach František, Rrg Mor. Třebová.
Vlášek Karel, I. Rg Praha II.
Vlk Bohuslav, řed. R Praha XII.
Vlk Jaroslav, Pš B. Štiavnica.
Dr. *Vodička Karel*,řed.G Č.Budějovice.
Vokoun Josef, Rg Ústí n. L.
Dr. *Voleník Vojtěch*, chemik, Plzeň.
Volf Jaroslav, dRg Hradec Králové.
Volný Ludvík, Rg Lipt. Sv. Mikuláš.
Dr. *Vondráček Augustin*, PšBratislava.
Vondráček František, R Ml. Boleslav.
Vondráčková Marie, Rrg Břeclav.
Vopička Václav, R Mladá Boleslav.
Voráček Josef, inž., Praha.
Vorel Vladimír, Rg Kroměříž.
Vorlický Václav, Rg Prešov.
Vosyka František, ZŠR Praha.
Vosyka Václav, R Praha X.
Dr. *Vošahlík Alois*, P Sv. Jan p. sk.
Vrána František, R Praha XII.
Vtelenský Jaroslav, Rrg Č. Budějovice.
Výborný Václav, dRrg Ban. Bystrica.
Dr. *Vyčichlo František*, R Praha X.
Vydra Vladimír, rada ÚSP Praha.
Vykydal Jaroslav, Rg Plzeň.
Vyvadil František, Rrg Zvolen.
Ing. *Wadin Alexander*, v. inž., Praha.
Wagner František, katecheta, Praha.
Walter Rudolf, Rrg Litomyšl.
Dr. *Wangler Alois*, ZŠR Praha.
Ing. *Waters Jiří*, Praha.
Weiner Bohumil, Rg Zl. Moravce.
Werner Josef, Rrg Lučenec.
Dr. *Wolf František*, R Praha XII.
Wurm Bohdan, I. Rg Praha II.
Dr.*ZahrádkaAntonín*, RrgPraha XIX.
Dr. *Zahradníček Josef*, U Brno.
Dr. *Zachoval Ladislav*, as. T Praha.
Zajíček Antonín, Rg Beroun.
Zástěra Josef, Rg Kralupy n. Vlt.
Zatřepálek Josef, II. Rg Praha II.

Zdráhal Karel, R Bratislava.
Zedek Miloslav, R Olomouc.
Dr. *Zelenka Antonín*, ÚSP Praha.
Zelenková Alexandra, Rrg Praha XIX.
Zelinka Rudolf, Rg Brandýs n. L.
Zíd Jan, R Praha I.
Dr. *Zich Otakar*, as. T Praha.
Zlatník František, Rg Vídeň.
Zuczek Josef, pol. Rg Orlová.
Zukal Adolf, mš Mor. Krumlov.
Zvach Jan, R Praha III.
Žabský Bohumil, Rg Orlová.
Žák Jan, G Písek.
Žambůrek Josef, II. R Plzeň.
Žďárek Josef, I. Pš Praha I.
Žďárská Zdenka, dRg Hradec Král.
Dr. *Žďárský Josef*, pf v. v., Praha.
Ždímal Alois, všr, Brno.
Žídek Karel, konsul, MZV Praha.
Živnůstka Otto, Rg Boskovice.
Živný František, Rrg N. Bohumín.
Žižlavský Ferdinand, Jir. G Praha.

i) Činní členové (193).

Zemřel (1): Karel *Janovský*, Praha.

Kandidáti profesury a aspiranti (40): Jaroslav *Anderle*, Unhošt — Vladimír *Augustin*, Duchcov — Oldřich *Barták*, Opočno — Jan *Bílek*, Duchcov — dr. Jan *Bouška*, Benešov — Rudolf *Cihlář*, Městečko Trnávka — Václav *Cikán*, Bojiště — Bohumil *Čaloud*, Rg Pelhřimov — Alois *Daněk*, Pacov — Jan *Filip*, Brumov — Alois *Hlavička*, Milovice — Bohuslav *Jettmar*, Harachov — Jan *Jiroušek*, Č. Brod — František *Kahuda*, Zborov — dr. Emil *Kašpar*, Rg Vys. Mýto — Ladislav *Klemera*, Hradec Král. — Antonín *Kodýtek*, Rg Hustopeče — Emil *Kraemer*, Praha — Ladislav *Lehoučka*, Praha — dr. Jiří *Liška*, Praha — Antonín *Martiny*, Skalica — Jaroslav *Matějka*, Praha — Oldřich *Myslivec*, Petrovičky — Antonín *Náhlík*, Dolany — Josef *Páleníček*, Ružomberok — Josef *Pařík*, Bakov — Zdeněk *Pírko*, Praha — Rudolf *Piska*, Kostelec n. H. — Bohumil *Polesný*, Čes. Krumlov — Václav *Pospíšil*, Praha — Karel *Rössler*, Praha — Bohumil *Sobotka*, Brno — Antonín *Starý*, Praha — Václav *Strach*, Beroun — dr. Ferdinand *Šamonil*, Praha — Jaroslav *Šír*, Praha — Ladislav *Špaček*, Praha — František *Vejsada*, Touškov — Václav *Votruba*, dRg Praha XII — Michal *Zynio*, St. Yonkers.

Posluchači university Karlovy v Praze (98): Jiří ***Aksamit***, Jiří ***Antropius***, Ludmila ***Bartoňová***, Jindřich ***Bělina***, Josef ***Beran***, Karel ***Beran***, Miroslav ***Brdička***, Štěpán ***Bunganič***, Jarolím ***Bureš***, Jaroslav ***Cerman***, Stanislav ***Crha***, Štefan ***Csank***, Ladislav ***Czvank***, Jarmila ***Dolejší***, Augustin ***Eberle***, František ***Egermayer***, Jaroslav ***Feifer***, Jindřich ***Forejt***, Antonín ***Freund***, Jiří ***Friedmann***, Jaromír ***Hába***, Josef ***Hájek***, Viktorie ***Hamalová***, Juraj ***Haščík***, Karel ***Havlíček***, Pavel ***Hiller***, Jiří ***Hrudka***, Josef ***Hudec***, Karel ***Huml***, Leo ***Hunča***, Eliška ***Chvojková***, Zdeněk ***Jelínek***, Jaroslav ***Ježek***, Anna ***Jiroutová***, Jaroslav ***Josífko***, František ***Kejla***, Antonín ***Kertész***, František ***Khol***, Josef ***Klumpár***, Arnošt ***Knöpfelmacher***, Věra ***Kofránková***, Pavlína ***Kopáčová***, Benö ***Kornreich***, Vlastimil ***Kovář***, Zdeněk ***Krejčí***, Eduard ***Kriegelstein***, František ***Krista***, Eduard ***Křivánek***, Václav ***Kučera***, Ján ***Kurtulík***, Vojtěch ***Kypta***, Gerda ***Lustigová***, Marie ***Matějovcová***, Zdeněk ***Matyáš***, Josef ***Metelka***, Rosalie ***Mužíková***, Jan ***Navrátil***, Václav ***Pekař***, Antonín ***Peterka***, Vladimír ***Pfeifer***, J. ***Podlipný***, Alois ***Pokorný***, Marie ***Pražáková***, Anna ***Pretschnerová***, František ***Procházka***, Jaroslava ***Procházková***, Marie ***Randulová***, Miroslav ***Rozsíval***, Jaroslav ***Růžička***, Jiří ***Rybák***, Jiří ***Seitz***, Jan ***Schimmer***, Štefan ***Schwarz***, Karel ***Siebert***, Karel ***Skála***, Jaroslav ***Slaba***, Josef ***Sobola***, Pavel ***Stašek***, Antonín ***Svačina***, Josef ***Szigeti***, Alžběta ***Szkupenová***, Ludevít ***Szües***, Rudolf ***Šíma***, Ivan ***Šimon***, Antonín ***Špaček***, Bohumil ***Švábenický***, Karel ***Švéd***, Josef ***Talacko***, Josef ***Tomášek***, Jaromír ***Tomeš***, Josef ***Urban***, Milan ***Vanča***, Vladimír ***Vand***, Igor ***Vasilkovský***, Vincenc ***Vavruška***, Štefan ***Virág***, Josef ***Vítek***, Bedřich ***Závarský***.

Posluchači Masarykovy university v Brně (22): Miroslav *Auda*, Pavel *Čech*, Miloš *Doležel*, Jaroslav *Hedvábný*, Augustin *Hýža*, Marta *Chytilová*, Miroslav *Kaňák*, Karel *Komínek*, Leo *Krakówka*, Anežka *Kvasničková*, Eduard *Nechvátal*, Rudolf *Nešpor*, Josef *Novák*, Bedřich *Pospíšil*, Věra *Skoumalová*, Jaroslava *Šimáčková*, Ladislav *Thern*, Lubomír *Vašek*, Oldřich *Vyjídák*, Josef *Winkler*, Josef *Zapletal*, Zdirad *Žák*.

Posluchači českého vysokého učení technického v Praze (11): František *Brož*, Antonín *Huťa*, Karel *Kindl*, Dalimil *Kybal*, Ludevít *Mikolášik*, Marie *Palečková*, František *Rubín*, Peťa *Růžička*, Miloš *Spěvák*, František *Vacek*, Antonín *Vaško*.

Posluchač české vysoké školy technické v Brně (1): Bedřich *Strnadel*.

Studující ostatních škol (20): Bratislava Rg: Egon *Fluss*, Alexander *Lichner* — Bučovice Rg: Antonín *Kříž* — Kremnica Rrg: Otto *Hobst*, Juraj *Ševčík* — Lučenec Rrg: Tibor *Kolbenheyer* — Nový Bohumín Rrg: *Pešek* — Plzeň Rg: František *Říha*, Jan *Tušl* — Praha Rg: Ferdinand *Vitáček* — Praha XI R: Jan *Bílek*, Miloslav *Cibulka*, Vjačeslav *Kůstka*, Karel *Roháček* — Strakonice Rg: Karel *Temml* — Třeboň Rg: Josef *Šnobl* — Trenčín Rg: M. *Pecíková* — Valašské Meziříčí Rg: Josef *Bublík* — Veselí na Mor.: František *Kozumplík* — Žilina R: Ludevít *Mikolašík*.

k) Počet členů ve správním roce 1934-1935.

Členů	Korporací	Žijících	Zesnulých	Celkem letos	Celkem loni	Změna ±
čestných	—	46	59	*105*	104	+ 1
zakládajících	133	61	120	*314*	309	+ 5
skutečných	186	904	9	*1099*	1095	+ 4
činných	—	192	1	*193*	239	— 46
Úhrnem	319	1203	189	*1711*	1747	— 36

9. Přírůstky pražské knihovny.

1. *Matematika.*

Ahrens W.: Mathematische Unterhaltungen und Spiele. I. sv., 3. vyd. 8, 400 s. Leipzig 1921. II. sv., 2. vyd. 10, 455 s. Leipzig 1918.

Bernštein S. N.: Sovremennoe sostojanie teorii verojatnostej. 43 s. Moskva, Leningrad 1933.

Bohnert F.: Grundzüge der ebenen Geometrie. (Samml. Schubert II). 8, 223 s. Berlin u. Leipzig 1915.

Bouligand G.: Introduction à la géométrie infinitésimale directe. 8, 229 s. Paris 1932.

Bouligand G.: Géométrie infinitésimale directe et physique mathématique classique (Mém. d. sc. mathém., fasc. 71). 60 s. Paris 1935.

Bürklen O. Th.: Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie der Ebene. (S. Gösch, 256.) 2. vyd. 175 s. Berlin u. Leipzig 1920.

Couffignal L.: Les machines à calculer. Leurs principes. Leur évolution. 9, 86 s. Paris 1933.

Deltheil R.: Erreurs et moindres carrés. (Traité du Calcul des Probabi-

lités, tome I, fasc. II.) 1, 161 s. Paris 1930.
Deuring M.: Algebren. (Ergebn. d. Math. u. ihrer Grenzgeb., IV 1.) 5, 143 s. Berlin 1935.
Encyklopädie d. mathematischen Wissenschaften. Dritter Band. Geometrie. II. Teil, 2. Hälfte, Teilband A. 11, 769 až 1436 s. Leipzig 1921—1928. Teilband B. 13, 1437 až 2331 s. Leipzig 1921—1934.
Galbrun H.: Théorie mathématique de l'assurance invalidité et de l'assurance nuptialité. (Traité du Calcul des Probabilités, tome III, fasc. IV.) 156 s. Paris 1933.
Galbrun H.: Théorie mathématique de l'assurance maladie. (Traité du Calcul des Probabilités, tome III, fasc. VI.) 8, 219 s. Paris 1934.
Godeaux L.: Les transformations birationnelles de l'espace. (Mém. d. sc. math., fasc. 67.) 64 s. Paris 1934.
Got Th.: Domaines fondamentaux des Groupes fuchsiens et automorphes. (Mém. d. sc. math., fasc. 68.) 64 s. Paris 1934.
Hasse H.: Aufgabensammlung zur höheren Algebra. (Samml. Göschen 1482.) 175 s. Berlin, Leipzig 1934.
Hayashi K.: Fünfstellige Tafeln der Kreis- u. Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen e^x u. e^{-x}. 2, 182 s. Berlin u. Leipzig 1921.
Henry A.: Le calcul des différences finies et ses applications. Traduit de l'anglais A. Sallin. 211 s. Paris 1932.
Hess A.: Analytische Geometrie für Studierende der Technik und zum Selbststudium. 7, 172 s. Berlin 1925.
Heyting A.: Mathematische Grundlagenforschung. Intuitionismus. Beweistheorie. (Ergebn. d. Mathem. u. ihrer Grenzg. III, 4.) 4, 73 s. Berlin 1934.
Hlavatý V.: Les courbes de la variété générale à *n* dimensions. (Mém. d. sc. math., fasc. 63.) 73 s. Paris 1934.
Hurwitz A.: Mathematische Werke. I. Band. Funktionentheorie. 24, 734 s. Basel 1932. II. Band. Zahlentheorie. Algebra u. Geometrie. 14, 755 s. Basel 1933.
Chinčin A. Ja.: Osnovnye zakony teorii verojatnostej. 86 s. Moskva, Leningrad 1933.
Iuel C.: Vorlesungen über projektive Geometrie. 11, 287 s. Berlin 1934.
Kähler E.: Einführung in die Theorie der Systeme von Differentialgleichungen. 4, 79 s. Leipzig u. Berlin 1934.
Kostitzin V. A.: Applications des équations intégrales (applications statistiques). Mém. d. sc. mathém., fasc. 69. 49 s. Paris 1935.
Krull W.: Idealtheorie. (Ergebn. d. Math. u. ihrer Grenzgeb., IV. 3.) 7, 152 s. Berlin 1935.
Kuratowski C.: Topologie I. Espaces métrisables, espaces complets. (Monografje matematyczne, tom III.) 10, 285 s. Warszawa—Lwów 1933.
Landau E.: Einführung in die Differentialrechnung und Integralrechnung. 368 s. Groningen 1934.
Lie S.: Gesammelte Abhandlungen. I. Band. Geometrische Abhandlungen. I. Abteilung. 19, 493 s. Anmerkungen zum ersten Bande 495 až 862 s. Leipzig a Oslo 1934.
Lindelöf E.: Einführung in die höhere Analysis. Zum Selbststudium u. für Studierende der ersten Semester. Přel. E. Ullrich. 9, 526 s. Leipzig u. Berlin 1934.
Mahler G.: Ebene Geometrie. (S. Gösch. 41.) 4. vyd. 166 s. Berlin u. Leipzig 1922.
Milne-Thomson L. M.: The Calculus of Finite Differences. 23, 558 s. London 1933.
Ore O.: Les corps algébriques et la théorie des idéaux. (Mémor. d. sc. math., fasc. 64.) 72 s. Paris 1934.
Pasch M.: Der Ursprung des Zahlenbegriffs. Neudruck. 6, 50 s. Berlin 1930.
Poincaré H.: Oeuvres. Tome III. 596 s. Paris 1934.
Riebesell P.: Mathematische Statistik u. Biometrik. 3, 59 s. Frankfurt a. M. u. Berlin 1932.
Sachs S.: Théorie de l'intégrale. (Monografje matematyczne, tom II.) 12, 290 s. Warszawa 1933.
Saltykow N.: Méthodes modernes d'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre

à une fonction inconnue. (Mém. d. sc. math., fasc. 70.) 66 s. Paris 1935.

Shohat J.: Théorie générale des polynomes orthogonaux de Tchebichef. (Mém. d. sc. math., fasc. 66.) 69 s. Paris 1934.

Scheffers G.: Lehrbuch der Mathematik für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik. 5. vyd. 6, 748 s. Berlin u. Leipzig 1921.

Sierpiński W.: Hypothèse du continu. (Monografje matematyczne, tom IV.) 5, 192 s. Warszawa—Lwów 1934.

Sperner E.: Über die fixpunktfreien Abbildungen der Ebene. 47 s. Leipzig 1933.

Thomsen E.: Grundlagen d. Elementargeometrie in gruppenalgebraischer Behandlung. 8, 88 s. Leipzig u. Berlin 1933.

Tropfke J.: Geschichte der Elementarmathematik. 2. vyd. I. Rechnen. 7, 177 s. II. Allgemeine Arithmetik. 2, 221 s. Berlin u. Leipzig 1921.

Véronnet A.: Le calcul vectoriel. Cours d'algèbre de math. spéciales et de math. générales. 18, 252 s. Paris 1933.

Vivanti G.: Elemente der Theorie der linearen Integralgleichungen. Übersetzt u. mit Anmerkungen versehen von *Friedr. Schwank.* 11, 296 s. Hannover 1929.

van der Waerden B. L.: Gruppen von linearen Transformationen. (Ergebnisse d. Math. u. ihrer Grenzgeb., IV. 2.) 1, 91 s. Berlin 1935.

Wieleitner H.: Geschichte der Mathematik. I. Von den ältesten Zeiten bis zur Wende des 17. Jahrhunderts. (S. Gösch. 226.) 136 s. Berlin u. Leipzig 1922. II. Von 1700 bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts. (S. Gösch. 875.) 154 s. Berlin u. Leipzig 1923.

Wiener N.: The Fourier Integral and certain of its Applications. 11, 201 s. Cambridge 1933.

Witting A.: Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Integralrechnung. (Samml. Göschen 147.) 118 s. Berlin u. Leipzig 1934.

Woolsey Johnson W.: Équations différentielles. Přel. A. Sallin. 7, 82 s. Paris 1930.

Zariski O.: Algebraic Surfaces. (Ergebn. d. Mathem. u. ihrer Grenzgeb., III. Band, Heft 5.) V, 198 s. Berlin 1935.

2. *Fysika.*

d'Adhémar R.: La balistique extérieure. (Mém. d. sc. math., fasc. 65.) 55 s. Paris 1934.

Albrecht R.: Radiotechnik. IV. Stromquellen für Röhrenempfangsgeräte. (S. Gösch. 966.) 108 s. Berlin u. Leipzig 1927.

Barkhausen H.: Lehrbuch der Elektronen-Röhren und ihrer technischen Anwendungen. 3. Band. Rückkopplung. 3. a 4. vyd. 15, 174 s. Leipzig 1935.

Beck Q.: Kernbau u. Quantenmechanik. 279 až 450 s. Leipzig 1933.

Bloch F.: Molekulartheorie des Magnetismus. 375 až 484 s. Leipzig 1934.

Bloch W.: Radiotechnik. II. Wellentelephonie. (S. Gösch. 946.) 124 s. Berlin u. Leipzig 1926.

Boas W. viz *Schmid E.*

Bouček J. - Novák Vl.: Praktická fotografie. 3. vyd. 244 s. Brno 1935 (dva výtisky).

Bouligand G. viz Matematika.

Bridgman P. W.: Die Logik der heutigen Physik. Přeložil W. Krampf. 12, 173 s. München 1932.

Brillouin L.: La diffraction de la lumière par des ultra-sons. 31 s. Paris 1934.

Brion G.: Die elektrische Meßtechnik. II. Die Messungen an elektrischen Maschinen, Transformatoren und Gleichrichtern. (S. Gösch. 886.) 120 s. Berlin u. Leipzig 1929.

Broglie L. de: L'électron magnétique. (Théorie de Dirac.) 8, 315 s. Paris 1934.

Broglie L. de: Théorie de la Quantification dans la nouvelle Mécanique. 28, 250 s. Paris 1932.

Buhl A.: Gravifiques, Groupes, Mécaniques. (Mém. d. sc. math., fasc. 62.) 61 s. Paris 1934.

Eberhardt C.: Flugtechnik. (S. Gösch. 841.) 100 s. Berlin u. Leipzig 1921.

Eberhardt C.: Luftschiffahrt. (S. Gösch. 842.) 118 s. Berlin u. Leipzig 1921.
Encyklopädie d. mathematischen Wissenschaften. IV. Band. Mechanik. II. Teilband. 13, 804 s. Leipzig 1904—1935.
Engel A. v. - Steenbeck M.: Elektrische Gasentladungen. Ihre Physik und Technik. I. Band. Grundgesetze. 7, 248 s. Berlin 1932. II. Band. Entladungseigenschaften. Technische Anwendungen. 8, 352 s. Berlin 1934.
Eucken A.: Grundriss der physikalischen Chemie. 4. vyd. 23, 699 s. Leipzig 1934.
Fabry Ch.: Les principes de la Photométrie en Astronomie et en Physique. (Mém. d. sc. phys., fasc. 24.) 48 s. Paris 1934.
Foëx G.: Les Lois expérimentales du paramagnétisme. (Mém. d. sc. phys., fasc. 27.) 68 s. Paris 1935.
Foch A.: Acoustique. (Collect. A. Collin.) 210 s. Paris 1934.
Grimsehl E.: Lehrbuch der Physik. II. Band, 2. Teil. Materie u. Äther. Neubearbeitet v. R. Tomaschek. 6. vyd. 7, 426 s. Leipzig u. Berlin 1934.
Gutton G.: Lignes téléphoniques. (Mém. d. sc. phys., fasc. 25.) 49 s. Paris 1934.
Haas A.: Materiewellen u. Quantenmechanik. 4. a 5. vyd. 8, 299 s. Leipzig 1934.
Haas A.: Kleiner Grundriss der theoretischen Physik 7, 183 s. Berlin u. Leipzig 1934.
**Handbuch d. Experimentalphysik.* Band 17, 1. Teil. Schwingungs- u. Wellenlehre. Ultraschallwellen. Bearbeitet v. *E. Grossmann, H. Martin, H. Schmidt.* 10, 561 s. Leipzig 1934.
Herrmann I.: Die elektrische Meßtechnik. I. Die elektrischen Methoden im allgemeinen. (S. Gösch. 885.) 2. vyd. 127 s. Berlin u. Leipzig 1931.
Herrmann I.: Die elektrischen Meßinstrumente. (S. Gösch. 477.) 3. vyd. 159 s. Berlin u. Leipzig 1927.
Joos G.: Lehrbuch der theoretischen Physik. 2. vyd. 16, 676 s. Leipzig 1934.
v. Kármán Th. - Levi-Civita T.: Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- u. Aerodynamik. (Innsbruck 1922.) 2, 251 s. Berlin 1924.
Kellog O. D.: Foundations of Potential Theory. (Grundlehren d. math. Wissensch., sv. 31.) 9, 384 s. Berlin 1929.
Kessler H.: Die Photographie. (S. Gösch. 94.) 6. vyd. 140 s. Berlin u. Leipzig 1920.
Knoblauch O. - Koch W.: Technisch-physikalisches Praktikum. 5, 167 s. Berlin 1934.
Labrouste H.: L'analyse des séismogrammes. (Mém. d. sc. phys., fasc. 26.) 68 s. Paris 1934.
Langevin P.: La notion de corpuscules et d'atomes. 47 s. Paris 1934.
Levi-Civita T. viz *v. Kármán Th.*
Lichtenstein L.: Grundlagen der Hydrodynamik. (Grundlehren d. math. Wissensch., sv. 30.) 16, 507 s. Berlin 1929.
Mahler G. - Mahler K.: Physikalische Formelsammlung. 5. vyd. (S. Gösch. 136.) 162 s. Berlin u. Leipzig 1927.
Mahler G. - Mahler K.: Physikalische Aufgabensammlung. (S. Göschen 248.) 3. vyd. 136 s. Berlin u. Leipzig 1927.
Mesny R.: Télévision et Transmission des images. (Collect. A. Collin.) 216 s. Paris 1933.
Mises R. v.: Fluglehre. 4. vyd. 6, 400 s. Berlin 1933.
Novák Vl. viz *Bouček J.*
Sallinger Fr.: Transformatoren. (S. Gösch. 952.) 114 s. Berlin u. Leipzig 1927.
Sallinger Fr.: Wechselstromerzeuger. (S. Gösch. 547.) 128 s. Berlin u. Leipzig 1922.
Seeliger R.: Einführung in die Physik der Gasentladungen. 9, 423 s. Leipzig 1927.
Schaefer K. L.: Musikalische Akustik. (S. Gösch. 21.) 2. vyd. 144 s. Berlin u. Leipzig 1923.
Schmid E. - Boas W.: Kristallplastizität mit besonderer Berücksichtigung der Metalle. 10, 373 s. Berlin 1935.
Schnippenkötter J. - Weyres Th.: Physik für höhere Lehranstalten. Handbuch für den Lehrer. Unterstufe.

394 s. Berlin u. Bonn 1935. Oberstufe. 878 s. Berlin u. Bonn 1934.
Schouten J. A.: Über die Entwicklung der Begriffe des Raumes und der Zeit und ihre Beziehungen zum Relativitätsprinzip. 3, 41 s. Leipzig u. Berlin 1924.
Schulze F. A.: Große Physiker. (Aus Natur u. Geistesw. 324.) 2. vyd. 4, 115 s. Leipzig u. Berlin 1917.
Steenbeck M. viz *Engel A. v.*
Strecker K.: Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Schwachstromausgabe. (Fernmeldetechnik.) 10. vyd. 22, 1137 s. Berlin 1928.
Vater R. - Schmidt Fr.: Praktische Thermodynamik. Aufgaben u. Beispiele zur technischen Wärmelehre. (Aus Natur u. Geistesw. 596.) 2. vyd. 2, 96 s. Leipzig u. Berlin 1923.
Wallot J.: Einführung in die Theorie der Schwachstromtechnik. 9, 331 s. Berlin 1932.
Weyres Th. viz *Schnippenkötter J.*

3. *Astronomie.*

Encyklopädie d. mathematischen Wissenschaften. Sechster Band, II. Teil. Astronomie. 2. Hälfte. 17, 1123 s. Leipzig 1922—1934.
Fabry Ch. viz Fysika.
Fauth Ph. - Mang A.: Einfache Himmelskunde. 114 s. Stuttgart 1908.
Schoenberg E.: Photometrie der Gestirne. 831 až 986 s. Leipzig 1933.

4. *Chemie.*

Bauer H.: Chemie der Kohlenstoffverbindungen. I. Aliphatische Verb. Erster Teil. (S. Gösch. 191.) 3. vyd. 132 s. Berlin u. Leipzig 1919. II. Aliphatische Verb. Zweiter Teil. (S. Gösch. 192.) 3. vyd. 126 s. Berlin u. Leipzig 1920. III. Karbozyklische Verb. (S. Gösch. 193.) 3. vyd. 153 s. Berlin u. Leipzig 1921. IV. Heterozyklische Verb. (S. Gösch. 194.) 2. vyd. 136 s. Berlin u. Leipzig 1918.
Eucken A. viz Fysika.
Koppel J.: Die Metalle und ihre Verbindungen. II. Kupfergruppe, Aluminiumgruppe, Titangruppe, Bleigruppe. (S. Gösch. 813.) 133 s. Berlin u. Leipzig 1920. III. Vanadiumgruppe, Chromgruppe, Mangan-Eisengruppe, Platingruppe. (S. Gösch. 814.) 143 s. Berlin u. Leipzig 1920.
Roth W. A.: Thermochemie. (S. Gösch. 1057.) 102 s. Berlin u. Leipzig 1932.

5. *Vědy technické.*

Albrecht R.: Die Elektrizität im Dienste der Kraftfahrzeuge. (S. Gösch. 815.) 120 s. Berlin u. Leipzig 1920.
Barth Fr.: Die Dampfmaschinen. I. Wärme- u. dampftechnische Grundlagen. (S. Gösch. 8.) 147 s. Berlin u. Leipzig 1919.
Couffignal L. viz Matematika.
Förster G.: Geodäsie. (Landesvermessung u. Erdmessung.) (S. Gösch. 102.) 122 s. Berlin u. Leipzig 1927.
Günther S.: Physische Geographie. (S. Gösch. 26.) 4. vyd. 152 s. Berlin u. Leipzig 1913.
Just R.: Kaufmännisches Rechnen. I. Teil. (S. Gösch. 139.) 3. vyd. 127 s. Berlin u. Leipzig 1918. II. Teil. (S. Gösch. 140.) 2. vyd. 125 s. Berlin u. Leipzig 1921. III. Teil. (S. Gösch. 187.) 2. vyd. 111 s. Berlin u. Leipzig 1921.
Krause M.: Die Kältemaschinen und ihre thermodynamischen Grundlagen. (S. Gösch. 1058.) 140 s. Berlin u. Leipzig 1932.
Müller W.: Technische Tabbellen u. Formeln. (S. Gösch. 579.) 151 s. Berlin u. Leipzig 1930.
Röttinger M.: Die thermodynamischen Grundlagen der Wärmekraft- und Kältemaschinen. (S. Gösch. 2.) 149 s. Berlin u. Leipzig 1920.
Technický *slovník* naučný. Díl X. Pedál až Přírubové. 6, 1088 s. Praha 1934. Díl XI. Přírubové až Řetězový. 6, 1088 s. Praha 1935.
Villey J.: Les principes des moteurs thermiques. (Mém. d. sc. phys., fasc. 28.) 7, 67 s. Paris 1935.
Werkmeister P.: Vermessungskunde. I. Stückvermessung u. Nivellieren. (S. Gösch. 468.) 3. vyd. 176 s. Berlin u. Leipzig 1922.

6. *Různé.*

Třicet let pojistné techniky. 128 s. Praha 1935.

Dr. *FRANTIŠEK ZÁVIŠKA*,
knihovník.

---

10. Přírůstky knihovny brněnské.

Jung H. W. E.: Einführung in die Zahlentheorie. Leipzig 1935. A 234
Posse J. J.: Kurs diferencialnogo a integralnogo ičyslenia. Moskva 1934. 1.—2. díl. A 235ab
Bieberbach L.: Lehrbuch der Funktionentheorie. Bd. I.—II. A 236ab
Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften. 13. Berlin 1934. C 47/13
Engel-Steenbeck: Elektrische Gasentladungen. II. Bd. C 340b
Blackett P. M. S.: La radiation cosmique. I.—IV. Paris 1935. C 342a—d
Rossi B.: Rayons cosmiques. Paris 1935. C 343
Valadares M.: Transmutation des éléments. Paris 1935. C 344
Hrudička B.: Úvod do technické meteorologie. Brno 1935. D 120
Seifert L.: Dvě kruhové plochy čtvrtého stupně. Sp. přír. fak. Brno 1934. D 121
Čech E.: Sur les arcs indépendants dans un continu localement connexe. Sp. přír. fak. Brno 1934. D 122
Hostinský B.: Sur une équation fonctionnelle de la théorie des probabilités. (2. partie.)
Potoček J.: Remarque sur un mémoire de M. Hostinský. Sp. přír. fak. Brno 1934. D 123
Gruss G.: Základové theoretické astronomie. I.—II. Praha 1901. E 39ab
Schüller Fr.: Atlas souhvězdí severní oblohy. Praha 1926. E 40
Zeitschrift für Hochfrequenztechnik. 44/45. 1934—35. G 16
Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie. 33. 1934. G 17
L'enseignement mathém., XXXIV. 1935. No. 1, 2. G 20
Elektrotechnický Obzor. 1934. G 23
Aktuárské vědy. IV, dokončení. 1934. G 24
Proceedings of the Institute of Radio Engineers. 22. dokončení. G 26
Zeitschrift für Physik. Bd. 91.—95. 1934—35. G 27
Commentarii mathematici helvetici. Vol. I.—VII. G 28
Špirk L. - Jarchovský B.: Patentová ochrana. Praha 1931—32. H 63
Novák Vl.: Josef K. Sumec. Praha 1935. H 64
Almanach české Akademie. R. XLV. Praha 1935. H 65
Němec B.: Artur Brožek. Praha 1935. H 66
Francěv V. A.: K. J. Grot. Praha 1935. H 67

Dr. *JOSEF SAHÁNEK*,
knihovník.