où

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} \beta_1, & \beta_3, & \beta_5, & \ldots, & \beta_{2\nu-1} \\ 1, & \beta_2, & \beta_4, & \ldots, & \beta_{2\nu-2} \\ 0, & \beta_1, & \beta_3, & \ldots, & \beta_{2\nu-3} \\ & & & & \vdots \\ & & & & \beta_\nu \end{vmatrix}.$$

Ces règles permettent, d'après les valeurs des coefficients, de constater, si les oscillations stables arrivent ou non. On peut aussi trouver les coefficients qui entrent dans l'équation par suite du couplage, pour que les oscillations stables arrivent. On a rien supposé à l'égard des oscillations libres, donc elles peuvent être aussi instables et se stabilisent par le couplage.

Quand n éléments sont couplés, les coefficients entrants par le couplage doivent satisfaire aux conditions $a_{kr} = a_{rk}$, $c_{kr} = c_{rk}$, $d_{kr} = d_{rk}$, $e_{kr} = - e_{rk}$. Le couplage ajoute donc en général $4(n - 1)n$ termes à coefficients α, γ, δ et ε qui peuvent être différents et encore $4\binom{n}{2}$ termes à coefficients a, c, d et e qui sont liés par la condition citée ci-dessus. En total, le couplage ajoute en général $4n(n - 1) + 4\binom{n}{2} = 6n(n - 1)$ termes. Si le couplage doit être symétrique, puis $a_{kr} = a_{rk}$, $c_{kr} = c_{rk}$, $d_{kr} = d_{rk}$ $e_{kr} = 0$, $\alpha_{kr} = \alpha_{rk}$, $\gamma_{kr} = \gamma_{rk}$, $\delta_{kr} = \delta_{rk}$, $\varepsilon_{kr} = 0$, alors le nombre des termes qui s'ajoutent par suite du couplage peut être au maximum $6\binom{n}{2} = 3n(n - 1)$. Si le couplage doit être antisymétrique, puis il faut $a_{kr} = 0$, $c_{kr} = 0$, $d_{kr} = 0$, $e_{kr} = - e_{rk}$, $\alpha_{kr} = 0$, $\gamma_{kr} = 0$, $\delta_{kr} = 0$, $\varepsilon_{kr} = - \varepsilon_{rk}$ et le nombre des termes qui s'ajoutent par le couplage peut être au maximum $2\binom{n}{2} = n(n - 1)$. C'est de cette façon que le nombre de coefficients est déterminé et ceux-ci peuvent varier de sorte que les oscillations stables arrivent.

*

Stabilisace kmitů spražením.

(Obsah předešlého článku.)

Mějme systém n volných elementů; kmity těchto elementů (ať stabilní nebo nestabilní) jsou dány rovnicemi

$$a_k\ddot{\varphi}_k + b_k\dot{\varphi}_k + c_k\varphi_k = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n.$$

Když jsou tyto elementy spřaženy, pak je pohyb k-tého elementu dán rovnicemi

$$
\begin{aligned}
&a_k\ddot{\varphi}_k + b_k\dot{\varphi}_k + c_k\varphi_k + \Sigma'_r\,(a_{kr}\ddot{\varphi}_r + b_{kr}\dot{\varphi}_r + c_{kr}\varphi_r) + \\
&+ \Sigma'_r\,(\alpha_{kr}\ddot{\varphi}_k + \beta_{kr}\dot{\varphi}_k + \gamma_{kr}\varphi_k) = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n,
\end{aligned}
\tag{I}
$$

kde Σ' značí součet pro všechna r, vyjímajíc $r = k$.

Když k-tý element koná složený pohyb kmitavý definovaný rovnicemi (I), nemusí obecně ještě každý z nespřažených elementů konati jednoduchý harmonický pohyb, t. j. nemusí jeho kmity býti stabilní. Chci nalézti, jaké musí býti podmínky mezi koeficienty původními a koeficienty, jež přistupují spřažením, aby rovnice (I) dávala stabilní kmity, čili aby spřažením vznikly z původních kmitů kmity stabilní.

Označme

$$
a_{kk} = a_k + \Sigma'_r\alpha_{kr}, \quad b_{kk} = b_k + \Sigma'_r\beta_{kr}, \quad c_{kk} = c_k + \Sigma'_r\gamma_{kr},
$$

pak rovnice (I) nabývá tvaru

$$
\sum_{r=1}^{n}(a_{kr}\ddot{\varphi}_r + b_{kr}\dot{\varphi}_r + c_{kr}\varphi_r) = 0, \quad 1 \leqq k \leqq n, \tag{II}
$$

a součet se nyní vztahuje pro všechna $1 \leqq r \leqq n$. Podmínka existence řešení tohoto systému rovnic zní

$$
\begin{vmatrix}
a_{11}\lambda^2 + b_{11}\lambda + c_{11}, & a_{12}\lambda^2 + b_{12}\lambda + c_{12}, & \ldots, & a_{1n}\lambda^2 + b_{1n}\lambda + c_{1n} \\
a_{21}\lambda^2 + b_{21}\lambda + c_{21}, & a_{22}\lambda^2 + b_{22}\lambda + c_{22}, & \ldots, & a_{2n}\lambda^2 + b_{2n}\lambda + c_{2n} \\
\vdots & & & \\
a_{n1}\lambda^2 + b_{n1}\lambda + c_{n1}, & a_{n2}\lambda^2 + b_{n2}\lambda + c_{n2}, & \ldots, & a_{nn}\lambda^2 + b_{nn}\lambda + c_{nn}
\end{vmatrix} = 0;
$$

upravením

$$
\alpha_0\lambda^{2n} + \alpha_1\lambda^{2n-1} + \ldots + \alpha_{2n} = 0,
$$

kde α jsou známé funkce a, b, c.

Nechť prvý koeficient $\alpha \neq 0$ — postupujeme-li od nejvyšších mocnin — má index $2n - m$; dělme rovnici tímto koeficientem a výslednou rovnici pišme tvarem

$$
f(\lambda) \equiv \lambda^m + \beta_1\lambda^{m-1} + \beta_2\lambda^{m-2} + \ldots + \beta_m = 0, \tag{III}
$$

kde

$$
\beta_k = \frac{\alpha_{2n-m+k}}{\alpha_{2n-m}}, \quad 1 \leqq k \leqq m.
$$

Aby systém diferenciálních rovnic (II) dával stabilní kmity, k tomu je nutné a stačí, aby rovnice (III) splňovala podmínky:

1. nulový kořen může míti jen jednoduchý; když má nulový kořen, zavedeme funkci $F(\lambda) = f(\lambda)/\lambda$; jinak $F(\lambda) = f(\lambda)$; stupeň $F(\lambda)$ označme m';

2. signatura kvadratické formy

$$\sum_{\xi=1}^{m'}\sum_{\eta=1}^{m'} s'_{\xi+\eta-2}\lambda_\xi\lambda_\eta,$$

kde s' jsou potenční součty kořenů charakteristické rovnice $F(\lambda) = 0$, musí býti aspoň o 2 nižší, nežli je její hodnost;

3. $\beta_{m'-2\nu} > 0$ a buď všechna $\beta_{m'-2\nu-1} > 0$, anebo všechna $\beta_{m'-2\nu-1} = 0$ pro $0 \leqq \nu \leqq \left[\frac{m'-1}{2}\right]$;

4. když signatura kvadratické formy

$$\sum_{\xi=1}^{\tau}\sum_{\eta=1}^{\tau} s_{\xi+\eta-2}y_\xi y_\eta,$$

je ϱ, při tom s jsou potenční součty kořenů největší společné míry

$$d(y) \equiv d_0y^\tau + d_1y^{\tau-1} + \ldots + d_\tau = 0$$

dvou polynomů $g(y) = g(\lambda^2)$, $h(y) = h(\lambda^2)$, utvořených jednak z členů o sudých mocninách λ, jednak z členů o lichých mocninách λ rovnice $F(\lambda) = 0$; $F(\lambda) = g(\lambda^2) + \lambda h(\lambda^2)$, pak musí býti

$$\Delta_\nu > 0 \text{ pro } 1 \leqq \nu \leqq m' - 2\varrho,$$

při tom

$$\Delta_\nu = \begin{vmatrix} \beta_1, & \beta_3, & \beta_5, & \ldots, & \beta_{2\nu-1} \\ 1, & \beta_2, & \beta_4, & \ldots, & \beta_{2\nu-2} \\ 0, & \beta_1, & \beta_3, & \ldots, & \beta_{2\nu-3} \\ & & & & \vdots \\ & & & & \beta_\nu \end{vmatrix}.$$