rovnost $\left|\frac{w(t') - w(t)}{t' - t}\right| < p$. Volme sudé číslo $m > 0$ tak, že

$$\frac{1}{m} \leqq \frac{1}{n}, \quad m \cdot \frac{r}{16} > p + n, \tag{7}$$

a definujme funkci $z(t)$ takto:

$$z(s/m) = 0 \text{ pro } s \text{ sudé, } 0 \leqq s \leqq m;$$
$$z(s/m) = \tfrac{1}{4}r \text{ pro } s \text{ liché, } 1 \leqq s \leqq m - 1;$$

$z(t)$ je lineární v každém intervalu

$$s/m \leqq t \leqq (s + 1)/m \quad (s = 0, 1, 2, \ldots, m - 1).$$

Budiž K' koule o středu $w(t) + z(t)$ a poloměru $\frac{1}{32}r$; dokážeme, že $K' \subset K$, $K'P_n = 0$.

Budiž tedy $x(t) \varepsilon K'$, t. j.

$$x(t) = w(t) + z(t) + \xi(t), \ \xi(t) \varepsilon C, \ \underset{0 \leqq t \leqq 1}{\text{Max}} | \xi(t) | < \tfrac{1}{32}r.$$

Máme dokázati, že platí $x(t) \varepsilon K$, $x(t) \varepsilon C - P_n$.

Pro $0 \leqq t \leqq 1$ jest

$$| x(t) - v(t) | \leqq | w(t) - v(t) | + | z(t) | + | \xi(t) | <$$
$$< \tfrac{1}{2}r + \tfrac{1}{4}r + \tfrac{1}{32}r < r,$$

tedy $x(t) \varepsilon K$. Za druhé: je-li t kterékoliv číslo intervalu $\left[\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}\right]$, existuje jistě číslo h takové, že platí $0 < | h | \leqq 1/m$, $| z(t + h) - z(t) | \geqq \frac{1}{8}r$. Pro toto h tedy platí podle (7) předně $0 < | h | \leqq 1/n$ a za druhé

$$\left|\frac{x(t + h) - x(t)}{h}\right| \geqq$$

$$\geqq \frac{| z(t + h) - z(t) | - | w(t + h) - w(t) | - | \xi(t + h) - \xi(t) |}{| h |} >$$

$$> \frac{1}{| h |} (\tfrac{1}{8}r - p | h | - \tfrac{1}{16}r) = \frac{1}{| h |} \cdot \frac{r}{16} - p \geqq m \frac{r}{16} - p > n$$

a tedy jest $x(t) \varepsilon C - P_n$.

*

Sur une classe de fonctions continues.

(Extrait de l'article précédent.)

Dans cet article — de caractère plutôt informatif — l'auteur démontre (outre quelques résultats connus) le théorème suivant (§ 3ème):

C étant l'espace de toutes les fonctions réelles $\mathrm{x}(t)$, continues dans l'intervalle (fermé) $[0, 1]$ (avec la définition usuelle de la distance), il existe un résiduel $A \subset C$ tel que toute fonction $\mathrm{x}(t) \varepsilon A$ jouisse des propriétés suivantes:

1. Il n'existe qu'une seule valeur $\tau \varepsilon [0, 1]$ telle que $\mathrm{x}(\tau) = \max\limits_{0 \leqq t \leqq 1} \mathrm{x}(t)$.

2. De même pour Min au lieu de Max.

3. Au contraire, α, β, y étant des nombres quelconques tels que

$$0 \leqq \alpha < \beta \leqq 1, \quad \min_{\alpha \leqq t \leqq \beta} \mathrm{x}(t) < y < \max_{\alpha \leqq t \leqq \beta} \mathrm{x}(t),$$

l'équation $\mathrm{x}(t) = y$ est satisfaite pour une infinité de valeurs $t \, \varepsilon \, [\alpha, \beta]$.