

## Werk

**Label:** Article

**Jahr:** 1934

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X\\_0063|log9](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0063|log9)

## Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

$$b = p^2 - \frac{m^2 n^2}{p^2} + n^2 - m^2 = \frac{1}{p^2} (p^2 + n^2) (p^2 - m^2),$$

$$c = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = p^2 + q^2 = p^2 + \frac{m^2 n^2}{p^2},$$

$$O = \frac{mn}{p^2} (p^2 + n^2) (p^2 - m^2).$$

Tenže výsledek dostaneme ovšem, dosadíme-li příslušné hodnoty do determinantu, uvedeného na počátku. Za předpokladu, že volíme  $p > m$  (čo je nutné, aby  $b$  malo význam) dokážeme i možnosť existencie trojuholníka, lebo i súčet každých dvoch strán je väčší, ako strana tretá (čo je podmienka nutná a postačujúca).

Volíme-li  $mn$  deliteľné  $p$ , dostaneme riešenie *celými číslami*.

*Poznámka:* V racionálnom trojuholníku sú i ostatné veličiny ako na pr.: výšky, polomery kružnic, funkcie uhlov a pod. racionálne, o čom sa ľahko presvedčíme výpočtom. (Příště dokončení.)

## Elektrické dvojvrstvy.

*Josef Sahánek.*

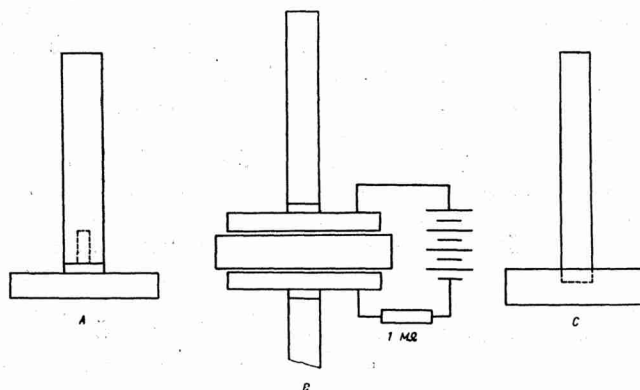
Na rozhraní dvou látek lze pozorovati řadu elektrických úkazů, jejichž vznik vysvětlujeme si předpokladem elektrických nábojů, kupících se po obou stranách rozhraní. Náboj na jedné straně má při tom znamení kladné, na druhé straně záporné. Střední vzdálenost nábojů jest malá, příp. jen rozměrů molekulárních. Soustava těchto dvou nábojů kupících se po obou stranách rozhraní nazývá se *elektrickou dvojvrstvou*. Elektrická dvojvrstva *samočinně* vzniká jen na těch místech, kde se hraniční plochy obou uvažovaných látek skutečně dotýkají. Elektrické množství po jedné straně stykové plochy se nalézající závisí proto na opracování stykových ploch.

Pojem elektrické dvojvrstvy zavedl do fysiky Helmholtz (1879), aby vysvětlil vznik dotykové elektřiny. Tento pojem osvědčil se však i při výkladu četných jiných jevů elektrických vznikajících na rozhraní dvou látek. Dotykovou elektřinou nazývá se úkaz vzniku elektrických nábojů na dvou látkách, které byly ve stavu neelektrickém uvedeny do styku a pak od sebe opět oddáleny. Úkaz ten vzniká mezi kterýmikoliv dvěma látkami, tedy jak mezi dvěma samotiči (isolátory), tak mezi vodičem a samotičem, nebo mezi dvěma různými vodiči. V posledním případě nazývá se úkazem Voltovým. Čím lépe jsou stýkající se plochy

opracovány, tím větší jest náboj, který po jediném, prvním dotyku se na nich objeví. Opětuje-li se dotyk, pak velikost náboje sice vzrůstá, ale ne trvale, nýbrž blíží se určité hodnotě. Ježto při oddálení látek od sebe se předpokládána elektrická dvojvrstva roztrhne tak, že na jedné látce zůstává náboj jednoho, na druhé druhého znamení, je děj obdobný s dějem při rozložení rozkladného kondensátoru. To zn., že mezi látkami jest nějaký potenciální rozdíl, který se při oddělení látek podstatně zvýší a to v poměru kapacity dvojvrstvy ke kapacitě jednotlivé látky. Okolnost, že nelze opakováním pokusů získati na látce libovolné množství elektřiny, že toto může dosáhnouti jen určité nejvyšší hodnoty, při níž potenciál jedné látky vůči druhé dosahuje pro dané dvě látky charakteristické hodnoty, na velikosti jich nezávislé, dá se vyložití tím, že mezi náboji dvojvrstvy, když se obě látky dotýkají, jest *zcela určitý potenciální rozdíl*, který se nazývá *dotykovým potenciálem*. Nejsnáze si lze předvésti vznik dotykové elektřiny pokusem Christiansenovým (1894) v úpravě Cohena a Lotzea (1920). Kruhová kovová deštička upevněná na izolujícím držadle (užívaná při rozkladném kondensátoru) pokryje se krátkým ponořením do roztopeného parafinu vrstvičkou tohoto. V okolí místa, kde je upevněno izolující držadlo vrstvičku odškrábneme, abychom náboj z desky snadno mohli přenést dotykem na elektroskop. Dotkneme-li se plochou deštičky povrchu rtuti a pak ji odtrhneme tak, aby rtuť nestříkala, objeví se hned po prvním dotyku na desce silný náboj, o němž se přesvědčíme dotkneme-li se místem zbaveným parafinu deštičky elektroskopu. Dotyk mezi kapalnou rtutí a parafinem jest dokonalý a ježto se parafin rtutí nesmáčí, lze také rychle stykové plochy od sebe oddělití. Tím si lze vysvětliti úspěch popsaného pokusu.

Vznik elektřiny třením vysvětlujeme si pomocí úkazu dotykové elektřiny. Pohybem látky jedné podél druhé dosahuje se dotyku po větší ploše než při pouhém přiložení jich k sobě. Tím vytvoří se dvojvrstva o příslušném dotykovém potenciálu na větší ploše a tím vzniká i větší elektrické množství, které po sesunutí dotýkajících se ploch se uvolní a ocítá se vůči druhému na podstatně vyšším potenciálu. Tak tomu je, třeme-li o sebe dva izolátory, nebo izolátor a polovodič (flanel, srst, dřevo). Upevní-li se na izolujícím držadle na př. tyč železná, pak třeme-li ji na př. flanelem nebo srstí, neobdržíme na ní buď náboj žádný, nebo jen malý. Při sesunutí troudícího tělesa z jednoho místa povrchu kovu na sousední posune se totiž, vzhledem k volnosti pohybu náboje v kovu, za nábojem na troudící látce, dvojvrstva se podél kovové tyče posouvá. Náboj se sice při tom zvětšuje, neboť přicházejí do styku s kovem místa troudící látky ještě nezelektrovaná, ale v okamžiku, kdy troudící látka opouští konec tyče, uvolňují se náboje dvojvrstvy,

potenciální rozdíl její rychle vzrůstá, zatím co se ještě část troucí látky dotýká tyče. V důsledku toho proráží se povrchová vrstvička náboje dvojvrstvy od sebe dělicí a tím se náboje vyrovnávají, až na nepatrný zbytek. Obdobně se stane, jestliže tyč uvolníme z troucí látky rozevřením dlaně. Užije-li se místo izolované tyče kruhové deštičky ze stejného kovu (tedy v našem případě železné), která jest jako desky rozkladného kondensátoru upevněna na izolující tyčce (obr. 1a), stačí jedno přejetí plochou deštičky po flanelu na stole položeném, aby po nazvednutí se jevila značně nabitou. Držíme ji ovšem při tření i zdvínání za horní konec izolující tyčky.



Obr. 1.

Elektroskop, případně i kovová nabitá tělesa, vybíjíme obvykle dotykem ruky. Chceme-li jen náboje na elektroskopu neb tělese zmenšiti, dotýkáme se tyčinkou suchého dřeva. Vybití elektroskopu trvá pak i několik vteřin. Dřevo proto řadíme mezi polovodiče. Třeme-li izolované kovové deštičky Fe, Al, Zn se dřevem (v daném případě dřevěná deska byla olšová překližka), nabíjí se všechny tyto kovy kladně. Měď nabíjí se někdy kladně, někdy záporně.

Položí-li se nabitá kovová koule upevněná na izolujícím držadle na dřevěnou podložku, vybíjí se v několika málo vteřinách. Podobně, položí-li se některá ze svrchu uvedených deštiček nabitá na dřevěnou podložku tak, že spočívá na ní jen svým okrajem (a opírá se o konec izolující tyčky), vybíjí se v době docela krátké. Je-li však položena na dřevěnou podložku celou plochou, pak se můžeme přesvědčiti ještě po pěti i více minutách, že je ještě značně nabitá, zdvihneme-li ji za izolující držadlo a spojíme ji s elektro-

skopem. Nabijeme-li desky z *různých* kovů na týž potenciál, ubývá nábojů na nich po položení na dřevěnou podložku prakticky *stejně*.

Úkazy tyto můžeme si vysvětliti předpokladem, že povrchová vrstvička dřeva klade mnohem větší odpor než vrstvy hlubší. Velikost tohoto odporu závisí na potenciálním rozdílu po obou stranách vrstvičky a s klesajícím potenciálním rozdílem rychle vzrůstá. Položíme-li nabitou kovovou deštičku hranou na dřevěnou podložku dotýká se této jen na velmi malé ploše. Při velkém potenciálním rozdílu nastává však rychlé vybití vzhledem k zmenšenému odporu ve stykovém místě. Položí-li se nabitá deska *celou plochou* na dřevěnou podložku, vzniká v ní indukci vázaný náboj, a obdobně jako u rozkladného kondensátoru klesá potenciál deštičky vůči podložce na hodnotu mnohoseťkrát či tisíckrát menší. Tím roste odpor povrchové vrstvičky dřeva a vybití kovové deštičky trvá proto několiksetkrát déle než při dotyku jen hranou, třebaže plocha, kterou náboj do dřeva odplyvá, jest nyní mnohokrát větší.

Všimněme si nyní, jak se chová deštička dřevěná na izolující tyčince upevněná. K elektroskopu připojí se na př. kovová deštička upevněná vodorovně v izolujícím stojánku (obr. 1b) a na tuto klademe třené deštičky dřevěné, držíce je při tom za izolující tyčinky. Třeme-li špalíčky různého dřeva (dubové, z pařeného buku, smrkové, jasanové dobře vyschlé) o flanel položený na stole stejným způsobem, jako byly před tím třeny deštičky kovové, shledáme položením jich na deštičku elektroskopu, že jsou skutečně nabitý a to elektrinou zápornou. Při položení na kovovou deštičku elektroskopu jen velmi pomalu přechází s nich náboj na elektroskop, podobně jako dříve pomalu přecházel náboj s kovových deštiček do dřeva. Při tření nabíjejí se obvykle rychleji, pohybujeme-li jimi napříč letům, než při pohybu podél let. Ale i různá dřeva třena o sebe se nabíjejí, na př. třeme-li dubové o olšové. U dubového nastává někdy dokonce nabíjení, když jsou třeny dva kousky z téhož prkna napříč letům o sebe.

Pozvolné vybíjení nabitého dřeva položeného na kovovou podložku dá se vyložiti tímtož pochodem, jako při položení kovové nabité deštičky na dřevěnou podložku. Dřevo k dalším pokusům můžeme pohodlněji a vždy stejně nabíjeti jiným způsobem. Položí-li se na dobře rovinně vybroušenou lithografickou břídlíci stejně dobře vybroušená kovová deštička a připojí-li se k této a k polepu na druhé straně břídlí zdroj napětí kolem 200 voltů, objeví se mezi břídlou a kovovou deskou síla k sobě je přidržující, o které předpokládáme, že je důsledkem přitahování kladného a záporného náboje *dvojvrstvy* na společném povrchu vzniklé. Úkaz tento je znám pod jménem jevu Johnsen Rabbekova. Z velikosti přitažlivé síly vychází pro střední vzdálenost nábojů

dvojvrstvy (podle Rottgarta 1921) setina až pět tisícín milimetru. Závisí to přirozeně na dokonalosti opracování stykových ploch. E. Regener (1922) ukázal, že odpojí-li se zdroj napětí od kovové desky a tato se za izolující držadlo vyzdvihne, nabije se na značně vysoký potenciál. Ježto při připojené baterii prochází systémem proud odpovídající odporu řádu  $10^8$  ohmů, měly by se náboje dvojvrstvy po odpojení zdroje vyrovnati asi během vteřiny. Regener však zjistil, že ještě po uplynutí jedné minuty i delší ještě doby je stále kovová deska po odtržení poměrně silně nabita. Tento jev si rovněž snadno vyložíme svrchu učiněným předpokladem o závislosti přechodového odporu, t. j. odporu povrchové vrstvičky břidly, na potenciálním rozdílu dvojvrstvy. Uspořádání Regenerovo lze použítí za elektrofor, u něhož odpadá tření ebonitové desky před pokusem, zato nutno při pokusu místo prstem dotknouti se kovové desky jedním přívodem od baterie, zatím co druhý pól baterie jest přes vhodný velký odpor (na př. megohm) spojen se spodním polepem břidlicové desky. (Obr. 1b.)

Provede-li se pokus obráceně, tedy na kovovou desku spojenou s jedním pólem baterie položí se deštička lithografického kamene, nebo též deštička *dobře proschlého* dřeva opatřená izolujícím držadlem (obr. 1c) a dotkneme se horního povrchu deštičky přívodem od druhého pólu baterie, tak po zdvihnutí *není* deštička nabita. Teprve nechá-li se přívodní drát, na př. zakončený 5 mm silným nástavkem, dotýkati horní plochy u dřeva (podle jeho vyschnutí) po desítky vteřin, u lithografického kamene ještě déle, ukazuje se, že po oddálení přívodu a zdvižení deštičky za izolující držadlo jsou nabity. Dotkneme-li se však horní plochy nenabitě deštičky opět na kovovém podkladu položené prstem ruky, při čemž konec přívodu od baterie držíme nyní v ruce, stačí při napětí baterie 120 voltů několik málo vteřin, aby po oddálení prstu, zdvihnutí deštičky a položením jejím na deštičku elektroskopu ukázal se potenciál i několika tisíců voltů. Zdvihneme-li deštičku záhy s desky elektroskopu zůstává tento nenabit. Teprve po delší době, jež jest zvláště dlouhá u lithografického kamene nebo u deštičky mramorové, rozprostře se náboj deštičky též po elektroskopu.

Elektrická dvojvrstva nevzniká tedy jen samočinně při dotyku dvou látek, nýbrž i připojením zdroje elektromotorické síly k oběma stýkajícím se látkám. Velikost náboje jednoho každého znamení v dvojvrstvě závisí nyní na velikosti napětí použitého zdroje. Měníme-li hodnotu napětí postupně od nuly — při čemž nabíjecí dobu volíme vždy stejnou a tak dlouhou (u lith. kamene postačí několik málo vteřin, někdy i doba kratší jedné vteřiny), aby další prodloužení dotyku nemělo již na výsledný potenciální rozdíl po oddálení deštičky vlivu — vzrůstá také postupně potenciál, na který se deštička nabíjí. Náboj s deštičky přechází na