

Werk

Label: Periodical issue

Jahr: 1934

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0063|log60

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

ROČNÍK 63.

SEŠIT 4.

ČASOPIS

PRO PĚSTOVÁNÍ

MATEMATIKY A FYSIKY

Část matematickou řídí BOHUMIL BYDŽOVSKÝ s redakční radou:
EDUARDEM ČEHEM, KARLEM PETREM a KARLEM RYCHLÍKEM.

Část fyzikální řídí AUGUST ŽÁČEK s redakční radou:
VÁCLAVEM DOLEJŠKEM, BOHUSLAVEM HOSTINSKÝM
a FRANTIŠKEM ZÁVIŠKOU.

Část didakticko-metodickou řídí JAROSLAV FRIEDRICH.

Část středoškolskou řídí FRANTIŠEK VYČICHLO
A ALOIS WANGLER.

Část bibliografickou a Věstník řídí MILOSLAV VALOUCH.

VYDÁVÁ VLASTNÍM NÁKLADEM

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

ZA PODPORY MINISTERSTVA ŠKOLSTVÍ A NÁRODNÍ OSVĚTY.



V PRAZE 1934.

Ročně 8 sešitů.

Předplatné (pro nečleny) 120 Kč.

Journal Tchécoslovaque de Mathématique et Physique.

Éditeur: Jednota čsl. matematiků a fysiků, Praha II-681, Tchécoslovaquie.

Obsah seš. 4. — Sommaire du fasc. 4.

Část matematická — Travaux mathématiques

- F. Vyčichlo: Poznámka k vytvoření prostorové křivky 4. řádu 2. druhu. (Note relative à l'engendrement de la courbe du 4^e degré et de la 2^e espèce.) 73

Část fyzikální — Travaux de physique

- A. Dittrich: Náhrada astronomických tabulek babylonských trigonometrickými vzorci. (Substitution des tables astronomiques babyloniennes par les formules trigonométriques.) 82
- J. Liška: Elektromagnetické vlny na dielektrických trubiciích. (Les ondes électromagnétiques le long des tuyaux diélectriques.) 97
- V. Kunzl a J. Köppel: Nová metoda pro přesné měření mřížkové konstanty krystalů. (Une méthode nouvelle pour mesurer les constantes cristallines.) 109

Literatura, Zprávy — Analyses, Communications.

Věstník — Bulletin.

ŠABLONKY k popisování normalisovaným písmem.

Velká abeceda 7 mm, 5 mm, 3¹/₂ mm vysoká
Malá abeceda 7 mm, 5 mm, 3¹/₂ mm vysoká po Kč 12,—

Číslice 3¹/₂ mm vysoké Kč 5,60. — Též
držáky dřevěné nebo hliníkové a pera dodá

KNIHKUPECTVÍ JEDNOTY ČESKOSLOV. MATEMATIKŮ A FYSIKŮ
V PRAZE II, VODIČKOVA 20.

HVĚZDÁŘSKÁ ROČENKA NA ROK 1934

Péčí Státní hvězdárny sestavil dr. BOHUSLAV MAŠEK.

1933, 8^o 62 stran, 9 obr.

Kč 14,40

Dodá každé knihkupectví nebo přímo nakladatel

Jednota československých matematiků a fysiků v Praze II,
Vodičkova 20.

Tento sešit vyšel 3. února 1934.

ČÁST MATEMATICKÁ

Poznámka k vytvoření prostorové křivky
4. řádu 2. druhu.

F. Vyčichlo.

(Došlo 25. srpna 1933.)

I. Promětnost základních útvarů 2. řádu vede přímo k vytvoření¹⁾ bikvadratické křivky K^4 , která je druhého druhu, svazkem rovin (s) 2. třídy a promětnou k němu řadou přímek ($\tilde{R}$) na ploše druhého stupně H .

Budiž s vrchol kužele S obaleného rovinami a P přímka vytčené řady, která libovolné rovině π svazku promětně přísluší. Rovina π protíná ($\tilde{R}$) v bodové řadě na kuželosečce K a daný svazek rovin ve svazku přímek o vrcholu s , který je k této řadě promětný; procházejí tudíž tři přímky tohoto svazku příslušnými jim body uvedené řady, a to jsou body naší prostorové křivky, jejíž čtvrtý bod v rovině π je průsečíkem $(\pi \times P)$. Libovolná rovina ρ , neobsahující s , protíná (s) ve svazku přímek 2. třídy a řadu ($\tilde{R}$) v řadě bodové 2. řádu, jež je k tomuto promětná. Procházejí tudíž 4 přímky svazku příslušnými body řady a tyto body náležejí křivce K^4 . Ale i když prochází rovina ρ bodem s , plyne z dané promětnosti, že procházejí 4 roviny svazku (s) příslušnými body řady, v níž ($\tilde{R}$) seče tuto rovinu. Když konečně rovina ρ prochází přímkou P řady ($\tilde{R}$), pak protíná H ještě v přímce řady druhé Q , na níž vzniká bodová involuce promětná ke svazku přímek, v němž ρ seče svazek (s); leží tudíž tři body řady bodové na Q na příslušných přímkách tohoto svazku, z čehož usuzujeme, že na každé přímce řady ($\tilde{R}$) leží jeden bod a na každé přímce řady druhé náležející H leží tři body křivky K^4 .

Promítneme uvažované útvary z bodu s do libovolné roviny μ . Především promítá se řada ($\tilde{R}$) svazkem rovin 2. třídy ($\tilde{r}$), který je promětný ke svazku (s), když každé rovině v (s) přiřadíme onu rovinu tohoto svazku, která prochází přímkou promětně jí příslušnou v ($\tilde{R}$). Tyto svazky vytvářejí kužel 4. řádu K^4 , jímž se promítá K^4 z bodu s .

¹⁾ Různá vytvoření uvažované kvartiky uvádí: Gino Loria: Curve sghembe speciali I, pg. 276 etc., L. Vietoris: Eine besondere Erzeugungsweise der Raumkurve 4. Ordnung . . ., Sitzb. Wiener Ak. 1916, pg. 259 etc.

Průmět křivky K^4 do μ je tudíž křivka 4. řádu K_μ^4 .

Uvedená promětnost náleží kolineaci dvou trsů o společném vrcholu s . V této kolineaci přísluší přímkám, v nichž se roviny svazku (s) dotýkají kužele, přímky kužele soustředného L a tečného k H , v nichž se ho dotýkají odpovídající roviny ve svazku ($\check{r}$). Buďtež A_1, A_2, A_3 samodružné přímky uvedené kolineace. (Předpokládáme, že tato kolineace, stejně jako promětnost, je obecná.) Tečným přímkám k S vedeným přímkou A_1 odpovídají promětně roviny v ($\check{r}$), které procházejí rovněž přímkou A_1 ; obdobně pro A_2 a A_3 .

Z toho plyne, že přímky A_1, A_2, A_3 jsou dvojnými přímkami plochy K^4 a že tudíž tato je racionální. Je tedy také průmět K_μ^4 křivky K^4 křivka racionální, která má stopníky a_1, a_2, a_3 přímek A_1, A_2, A_3 na μ za body dvojně. Odpovídají si tudíž svazky 2. třídy stopních křivek S_μ, L_μ ploch S a L v kolineaci, která má a_1, a_2, a_3 za body samodružné a vytvářejí svými průsečíky křivku K_μ^4 .

Z promětnosti svazků tečen na L_μ a S_μ plyne, že 4 tečny křivky S_μ procházejí body dotyku promětně příslušných jim tečen křivky L_μ a naopak, ježto svazek tečen na S_μ je zároveň promětný s řadou bodů dotyku příslušných tečen křivky L_μ a naopak. Z toho plyne, že křivky S_μ a L_μ jsou vepsány křivce K_μ^4 dotýkající se jí ve čtyřech bodech.

Žvolme nyní trojúhelník a_1, a_2, a_3 za základ promětné souřadné soustavy. Pak rovnice křivky K_μ^4 má tvar:

$$a_{11}x_1^2x_2^2 + a_{22}x_2^2x_3^2 + a_{33}x_3^2x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2x_3^2 + 2a_{23}x_2x_3x_1^2 + 2a_{31}x_3x_1x_2^2 = 0. \quad (1)$$

Transformujeme-li křivku tak, aby každému bodu příslušela jeho harmonikála vzhledem k trojúhelníku a_1, a_2, a_3 , pak se transformuje v kuželosečku V , jejíž rovnice v přímkových souřadnicích je:

$$a_{11}u_1^2 + a_{22}u_2^2 + a_{33}u_3^2 + 2a_{12}u_1u_2 + 2a_{13}u_1u_3 + 2a_{23}u_2u_3 = 0. \quad (2)$$

Libovolné tečně (u_1, u_2, u_3) křivky V přísluší určitý bod (x_1, x_2, x_3) křivky K_μ^4 a naopak, jehož souřadnice plynou ze souřadnic tečny rovnicemi:

$$\varrho x_1 = \frac{1}{u_1}, \quad \varrho x_2 = \frac{1}{u_2}, \quad \varrho x_3 = \frac{1}{u_3}.$$

Tím bodem je stanoven svazek přímek:

$$u_1x_1 + (\kappa - 1)u_2x_2 - \kappa u_3x_3 = 0. \quad (3)$$

Když (x_i) probíhá křivku (1), tu přímka u_i obaluje kuželosečku (2) a pro každé κ obaluje přímka (3), jejíž souřadnice U_i jsou dány rovnicemi:

$$\varrho U_1 = u_1, \quad \varrho U_2 = (\kappa - 1)u_2, \quad \varrho U_3 = -\kappa u_3.$$

kuželosečku:

$$(\kappa-1)^2 \kappa^2 a_{11} U^2 + \kappa^2 a_{22} U_2^2 + (\kappa-1)^2 a_{33} U_3^2 + 2\kappa^2 (\kappa-1) a_{12} U_1 U_2 - \\ - 2\kappa (\kappa-1) a_{23} U_2 U_3 - 2\kappa (\kappa-1)^2 a_{31} U_1 U_3 = 0.$$

Bodová rovnice této kuželosečky je:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \frac{x_1}{\kappa(\kappa-1)} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \frac{x_2}{\kappa} \\ a_{31} & a_{23} & a_{33} & -\frac{x_3}{\kappa-1} \\ \frac{x_1}{\kappa(\kappa-1)} & \frac{x_2}{\kappa} & -\frac{x_3}{\kappa-1} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

aneb, značíme-li A_{ik} minory determinantu křivky (2):

$$A_{11}x_1^2 + (\kappa-1)^2 A_{22}x_2^2 + \kappa^2 A_{33}x_3^2 + 2(\kappa-1) A_{12}x_1x_2 - \\ - 2\kappa (\kappa-1) A_{23}x_2x_3 - 2\kappa A_{31}x_3x_1 = 0. \quad (4)$$

Můžeme ji psát též ve tvaru:

$$\kappa^2 (A_{22}x_2^2 + A_{33}x_3^2 - 2A_{23}x_2x_3) - 2\kappa (A_{22}x_2^2 - A_{12}x_1x_2 - A_{23}x_2x_3 + \\ + A_{31}x_3x_1) + A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2 - 2A_{12}x_1x_2 = 0.$$

Mění-li se κ , obdržíme soustavu kuželoseček, jež obalují křivku o rovnici:

$$(A_{22}x_2^2 + A_{33}x_3^2 - 2A_{23}x_2x_3) (A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2 - 2A_{12}x_1x_2) - \\ - (A_{22}x_2^2 - A_{12}x_1x_2 - A_{23}x_2x_3 + A_{31}x_3x_1)^2 = 0$$

čili

$$a_{11}x_2^2x_3^2 + a_{22}x_3^2x_1^2 + a_{33}x_1^2x_2^2 + 2a_{12}x_1x_2x_3^2 + 2a_{23}x_2x_3x_1^2 + \\ + 2a_{31}x_3x_1x_2^2 = 0.$$

Obaluje tudíž soustava těchto kuželoseček křivku K_μ^4 . Libovolné dvě z těchto kuželoseček jsou promětné a přísluší sobě v kolíneaci v rovině μ , která má a_1, a_2, a_3 za body samodružné. Neboť přísluší-li jedna z nich K_κ parametru κ , druhá $K_{\kappa'}$ parametru κ' , plyne pro souřadnice U_1, U_2, U_3 tečen prvé z nich:

$$\varrho U_1 = u_1, \quad \varrho U_2 = (\kappa-1) u_2, \quad \varrho U_3 = -\kappa u_3$$

a pro souřadnice druhé U'_1, U'_2, U'_3 pak:

$$\varrho' U'_1 = u_1, \quad \varrho' U'_2 = (\kappa'-1) u_2, \quad \varrho' U'_3 = -\kappa' u_3,$$

$$\text{takže} \quad \varrho'' U_1 = U'_1, \quad \varrho'' U_2 = \frac{\kappa-1}{\kappa'-1} U'_2, \quad \varrho'' U_3 = \frac{\kappa}{\kappa'} U'_3$$

a křivka K_μ^4 je vytvořena promětnými svazky tečen na těchto kuželosečkách.

Každá z těchto dvou kuželoseček se dotýká křivky K_μ^4 ve 4 bodech, poněvadž z naší promětnosti plyne, že 4 tečny kuželosečky K_κ procházejí body dotyku příslušných tečen kuželosečky K_κ .

Jedna z kuželoseček uvažované soustavy splývá s L_μ , promětně příslušnou S_μ můžeme tudíž nahraditi libovolnou jinou kuželosečkou naší soustavy.

Z toho plyne, že lze K^4 vytvořiti nekonečně mnoha způsoby řadou přímek na H a svazkem rovin 2. třídy k ní promětným, jehož vrchol je bod s . Je tedy možno bodem s vésti nekonečně mnoho kuželů 2. stupně, z nichž každý, jakožto svazek rovin 2. třídy promětných k řadě (R) , vytváří s ní křivku K^4 . Libovolné dva z těchto kuželů jsou promětné a v kolineaci, již tato promětnost určuje, jsou samodružné přímky bisekanty křivky K^4 bodem s vedené. Všechny tyto kužele obalují racionální kužel 4. řádu.

Jelikož je průmět křivky K^4 z libovolného bodu v prostoru s_μ do roviny μ racionální křivka 4. řádu, soudíme z toho, že pro každý bod s_μ , jenž neleží na K^4 (pro který je tedy průmět K^4 nerozpadlá křivka 4. řádu) lze sestrojiti nekonečně mnoho svazků rovin 2. třídy promětných k uvažované řadě přímek na H , jež s touto vytvářejí křivku K^4 , jejíž průmět z s_μ do μ je křivka K_μ^4 .

Křivka K_μ^4 může míti ve zvláštním případě v jednom z bodů a_1, a_2, a_3 inflexní uzel. Předpokládejme, že tomu tak je pro bod a_3 . V tomto případě procházejí přímkou $s_\mu a_3$ dvě oskulační roviny křivky K^4 , z nichž jedna oskuluje v jednom, druhá v druhém bodě křivky K^4 , v němž ji seče bisekanta $s_\mu a_3$, v tomto případě zvaná bisekantou hlavní.

Rovnice tečen křivky (1) v bodě a_3 je

$$a_{11}x_2^2 + a_{22}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 = 0;$$

ony protínají křivku ještě v bodech, jež leží na kuželosečce:

$$a_{33}x_1x_2 + 2a_{23}x_1x_3 + 2a_{31}x_2x_3 = 0,$$

kteřá v případě, kdy tečny ty jsou inflexními, musí degenerovati v přímky

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0,$$

takže

$$a_{23} = a_{31} = 0.$$

Rovnice (1) potom přechází v rovnici:

$$a_{11}x_2^2x_3^2 + a_{22}x_3^2x_1^2 + a_{33}x_1^2x_2^2 + 2a_{12}x_1x_2x_3^2 = 0,$$

nebo, změníme-li označení součinitelů:

$$a_1^2x_2^2x_3^2 + a_2x_3^2x_1^2 - a_3^2x_1^2x_2^2 + 2a_{12}x_1x_2x_3^2 = 0.$$

Potom jsou tečny této křivky v bodě a_2 dány rovnicemi:

$$a_1x_3 - a_3x_1 = 0, \quad a_1x_3 + a_3x_1 = 0.$$

Prvá z nich protíná křivku K_μ^4 mimo bod a_2 ještě v jednom bodě ležícím na přímce

$$a_{22}x_1 + 2a_{12}x_2 = 0.$$

Má-li tato tečna býti inflexní, musí tento bod splynouti s a_2 a tedy přímka právě uvedená musí splynouti s $x_1 = 0$, takže $a_{12} = 0$ a rovnice křivky jest v tomto případě, klademe-li $a_{22} = a_2^2$,

$$a_1^2x_2^2x_3^2 + a_2^2x_3^2x_1^2 - a_3^2x_1^2x_2^2 = 0. \quad (5)$$

Z této rovnice jest také patrné, že také tečna $a_1x_3 + a_3x_1 = 0$ jest tečnou inflexní, a proto je též a_2 inflexním uzlem. Pak je též a_1 inflexním uzlem. Z toho plyne, když bod s_μ náleží jedné hlavní bisekantě a když jím prochází další bisekanta té vlastnosti, že oskulační rovina křivky K^4 , v jednom jejím bodě na ní ležícím, obsahuje tuto bisekantu, pak ji obsahuje též oskulační rovina křivky K^4 v druhém jejím bodě na této bisekantě ležícím. Je tedy též tato druhá bisekanta hlavní a bodem s_μ prochází pak ještě třetí hlavní bisekanta. Z nich mohou nejvýše dvě protínati K^4 v reálných bodech.

Vyjádríme si ještě parametrické rovnice křivky K^4 v případě, že průmět K_μ^4 je dán rovnicí (5). Při tom pro jednoduchost budeme předpokládati, že rovina μ je polární rovinou bodu s_μ , a že soustava souřadná je vytknuta souřadným čtyřstěnem $a_1, a_2, a_3, a_4 \equiv s_\mu$. Potom stopa plochy $\mathbf{H}$ na rovině μ , jako kuželosečka L_μ , je

$$a_2^2a_3^2x_1^2 + (\kappa - 1)^2 a_3^2a_1^2x_2^2 - \kappa^2a_1^2a_2^2x_3^2 = 0,$$

neboť L_μ patří do soustavy (4).

Rovnice plochy $\mathbf{H}$ je tudíž

$$a_2^2a_3^2x_1^2 + (\kappa - 1)^2 a_3^2a_1^2x_2^2 - \kappa^2a_1^2a_2^2x_3^2 - a_4^2x_4^2 = 0,$$

kde a_4 je určitá hodnota.

Vyjádríme nejprve parametrické rovnice křivky K_μ^4 a pak pro křivku K^4 užijeme rovnice plochy $\mathbf{H}$.

Za tím účelem vytkneme si, jak známo, svazek kuželoseček

$$x_1(a_2x_3 - a_3x_2) + \lambda x_2x_3 = 0;$$

poněvadž každá kuželosečka tohoto svazku prochází dvojnými body křivky K_μ^4 a dotýká se jí v bodě a_1 , protne ji ještě v jednom bodě, pro který

$$\frac{x_3}{x_2} = \frac{a_3 \frac{x_1}{x_2}}{a_2 \frac{x_1}{x_2} + \lambda}.$$

Z rovnice (5) křivky K_μ^4 plyne potom

$$a_1^2 - 2a_2\lambda \frac{x_1}{x_2} - \lambda^2 = 0,$$

takže

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_1^2 - \lambda^2}{2a_2\lambda}, \quad \frac{x_3}{x_2} = \frac{a_3(a_1^2 - \lambda^2)}{a_2(a_1^2 - \lambda^2) + 2\lambda^2 a_2}.$$

Jsou tedy parametrické rovnice křivky K_μ^4 :

$$\varrho x_1 = a_1^4 - \lambda^4, \quad \varrho x_2 = 2a_2\lambda(a_1^2 + \lambda^2), \quad \varrho x_3 = 2a_3\lambda(a_1^2 - \lambda^2). \quad (6)$$

Z rovnice plochy $\mathbf{H}$ plyne dosazením právě určených hodnot za x_1, x_2, x_3

$$\frac{\varrho^2 a_4^2 x_4^2}{a_2^2 a_3^2} = [4\kappa a_1^2 \lambda^2 - (a_1^2 + \lambda^2)^2].$$

Rovnice je kvadratická — dostáváme dvě křivky K_1^4, K_2^4 , v nichž kužel o vrcholu $a_4 \equiv s_\mu$ a který promítá K_μ^4 , protíná plochu $\mathbf{H}$. Uvažujme tu, pro kterou jest

$$\frac{\varrho a_4 x_4}{a_2 a_3} = 4\kappa a_1^2 \lambda^2 - (a_1^2 + \lambda^2)^2.$$

Pro parametrické vyjádření této křivky přistupuje tedy k rovnicím (6) ještě rovnice

$$\varrho x_4 = + \frac{a_2 a_3}{a_4} [4\kappa a_1^2 \lambda^2 - (a_1^2 + \lambda^2)^2].$$

Zvolme ještě místo parametru λ parametr μ tak, aby $\lambda = a_1 \mu$; potom

$$\varrho x_1 = a_1(1 - \mu^4), \quad \varrho x_2 = 2a_2\mu(1 + \mu^2), \quad \varrho x_3 = 2a_3\mu(1 - \mu^2),$$

$$\varrho x_4 = \frac{a_1 a_2 a_3}{a_4} [4\kappa \mu^2 - (1 + \mu^2)^2].$$

Tyto rovnice převádíme mnohdy transformací

$$\sigma y_1 = \frac{x_1}{2a_1} - \frac{a_4 x_4}{2a_1 a_2 a_3}, \quad \sigma y_2 = \frac{x_2}{4a_2} + \frac{x_3}{4a_3}, \quad \sigma y_3 = \frac{x_2}{4a_2} - \frac{x_3}{4a_3},$$

$$\sigma y_4 = \frac{x_1}{2a_1} + \frac{a_4 x_4}{2a_1 a_2 a_3}, \quad \text{a } \varepsilon^2 = 2\kappa - 1$$

na tvar

$$\sigma y_1 = 1 - \varepsilon^2 \mu^2, \quad \sigma y_2 = \mu, \quad \sigma y_3 = \mu^3, \quad \sigma y_4 = \mu^2 (\varepsilon^2 - \mu^2).^{2)}$$

II. Prostorová křivka 4. řádu 2. druhu K^4 vznikne též promětností mezi kubickou involucí J_3 přímek řady jedné a řadou J přímek

²⁾ Laguerre: Oeuvres II, pg. 281.

řady druhé na obecné přímkové ploše 2. stupně H . Každá přímka řady J je protáta přímkami z řady, jež tvoří příslušnou skupinu v J_3 ve třech bodech a každá přímka náležející některé skupině v J_3 jest protáta příslušnou přímkou v J v jednom bodě křivky K^4 .

Bud' s libovolný bod prostoru, z něhož promítáme do polární roviny σ bodu s vzhledem k H . Průměty přímek na H obalují kuželosečku K , jež je stopou kužele o vrcholu s opsaného ploše H a zároveň jeho křivkou dotyku s H . Stopníky přímek v J_3 na kuželosečce K tvoří kubickou involuci promětnou s řadou stopníků přímek v J a tedy, vzhledem k promětnosti bodové řady na kuželosečce a křivého svazku tečen v těchto bodech sestrojených, máme na kuželosečce K involuci 3. stupně tečen a promětný k ní svazek tečen 2. stupně.

Průsečíky takto sobě přiřazených tečen kuželosečky vytvoří křivku 4. řádu racionální K_σ^4 , která je průmětem křivky K^4 do roviny σ .

Pro křivku K^4 je možno snadno určit parametrické rovnice, užijeme-li křivky K_σ^4 .

Libovolná tečna A_3 kuželosečky K protne uvedenou involuci v involuci bodové 3. stupně J'_3 k J_3 promětné a uvedený svazek tečen v bodové řadě J' k J rovněž promětné. Jsou tedy J'_3 a J' mezi sebou taktéž promětné. Na A_3 zvolme dva body a_1, a_2 a vedme jimi tečny A_2, A_1 ke kuželosečce K různé od A_3 , které nechť se protnou v bodě a_3 .

Zvolíme-li trojúhelník $a_1a_2a_3$ za trojúhelník souřadný pro projektivní souřadnice, bude mít rovnice křivky K v souřadnicích tečnových tvar:

$$a_1u_2u_3 + a_2u_3u_1 + a_3u_1u_2 = 0$$

a tudíž bude v souřadnicích bodových

$$a_1^2x_1^2 + a_2^2x_2^2 + a_3^2x_3^2 - 2a_1a_2x_1x_2 - 2a_2a_3x_2x_3 - 2a_3a_1x_3x_1 = 0. \quad (K)$$

Libovolná tečna kuželosečky protne přímku A_3 v bodě t , pro nějž $x_3 = 0$ a pro nějž poměr x_1/x_2 kladme roven λ . Tečny z toho bodu ke kuželosečce budou tudíž

$$x_3 = 0, (a_2 - a_1\lambda)x_1 + (a_1\lambda - a_2)x_2 + a_3\lambda x_3 = 0.$$

Poslední rovnice je rovnicí tečny bodem t procházející a různé od A_3 . Promětnost mezi J'_3 a J' je vyjádřena obecně rovnicí

$$(\alpha\lambda^3 + \beta\lambda^2 + \gamma\lambda + \delta)\lambda_1 + \alpha_1\lambda^3 + \beta_1\lambda^2 + \gamma_1\lambda + \delta_1 = 0, \quad (I)$$

v níž určuje λ libovolný bod v J'_3 a λ_1 promětně příslušný bod v J' . Má tudíž příslušná tečna v involuci na K rovnici:

$$(a_2 - a_1\lambda)x_1 + (a_1\lambda - a_2)\lambda x_2 + a_3\lambda x_3 = 0$$

a tečna k ní promětná ve svazku tečen na K rovnici

$$(a_2 - a_1\lambda_1)x_1 + (a_1\lambda_1 - a_2)\lambda_1x_2 + a_3\lambda_1x_3 = 0.$$

Z těchto rovnic plynou souřadnice x_1, x_2, x_3 jejich průsečíku

$$\varrho x_1 = a_1a_3\lambda\lambda_1, \quad \varrho x_2 = a_2a_3, \quad \varrho x_3 = (a_1\lambda - a_2)(a_1\lambda_1 - a_2).$$

Píšeme-li levou stranu rovnice (I) krátce

$$A\lambda_1 + A_1 = 0,$$

bude

$$\sigma x_1 = a_1a_3A_1\lambda, \quad \sigma x_2 = -a_2a_3A, \quad \sigma x_3 = (a_1A_1 + a_2A)(a_1\lambda - a_2). \quad (\text{II})$$

Tím jsme dospěli k parametrickému vyjádření křivky K^4 pomocí parametru λ . Abychom vyjádřili nyní parametricky křivku K^4 , zvolme ještě a_4 v bodě s jako čtvrtý vrchol souřadného čtyřstěnu $a_1a_2a_3a_4$. Potom lze rovnici plochy **H** psáti

$$K - a_4^2x_4^2 = 0,$$

kde K je levá strana rovnice (K) a a_4 má určitou hodnotu. Souřadnice X_1, X_2, X_3, X_4 libovolného bodu p na K^4 jsou dány jednak souřadnicemi x_1, x_2, x_3 jeho průmětu p' z a_4 do σ , při čemž $x_1 : x_2 : x_3 = X_1 : X_2 : X_3$, kdežto za X_4 můžeme klásti hodnotu plynoucí z rovnice plochy **H**. Je tudíž

$$x_4^2 = \frac{K}{a_4^2};$$

klademe-li do této rovnice za x_1, x_2, x_3 hodnoty z (II), obdržíme po jednoduchém výpočtu

$$\sigma^2 a_4^2 x_4^2 = a_1^2 a_2^2 a_3^2 (A\lambda + A_1)^2.$$

Přistupuje tudíž k rovnicím (II) ještě rovnice

$$\sigma x_4 = \pm \frac{a_1 a_2 a_3}{a_4} (A\lambda + A_1). \quad (\text{III})$$

Rovnice (II) a (III) jsou parametrickým vyjádřením dvou racionálních křivek K^4 , v nichž kužel promítající křivku K^4 z bodu s protíná plochu **H**. Křivky ty si přísluší v involuci, která má s za střed a σ za rovinu involuce; pro jednu křivku jsou přímky jedné řady na **H** trisekantami a přímky řady druhé unisekantami, pro druhou křivku jest tomu naopak.

*

Note relative à l'engendrement de la courbe du 4^e degré et de la 2^e espèce.

(L'extrait de l'article précédent.)

L'auteur construit la courbe du 4^e degré et de la 2^e espèce comme lieu des points de l'intersection des plans d'un faisceau

de la 2e classe et des droites projectives d'une demi-quadrique générale; cette construction est possible d'une infinité de manières. A l'aide de la projection de cette courbe dans un plan arbitraire (on projette du sommet du faisceau pris en considération) il déduit quelques théorèmes fondamentaux sur cette quartique. On peut engendrer la courbe encore de la manière suivante, à savoir à l'aide des points de l'intersection des droites d'une demi-quadrique générale qui se trouvent en involution du 3e ordre et des droites projectives de la demi-quadrique complémentaire. L'auteur en déduit les équations paramétriques de la courbe.

ČÁST FYSIKÁLNÍ

Náhrada astronomických tabulek babylonských
trigonometrickými vzorci.

Dr. Arnošt Dittrich, Stará Ďala.

(Došlo 28. června 1933.)

V pojednání „Matematické prostředky babylonských astronomů“, jež uveřejněno v tomto časopise roč. 63, str. 17, r. 1933, podán v resumé stručný návod, jak normální oscilující kolonu babylonskou lze stáhnouti v jediný trigonometrický vzorec.

Předvedu tento převod na koloně G z tabulky pro nové světlo, Nr. 272, 81—7—6.¹⁾ Kolona G následuje bezprostředně za sloupcem F , jež jsme zpracovali jako příklad v uvedeném pojednání. Převodem těchto kolon razíme si cestu k babylonské teorii Luny.

Východiskem je kolona G v tabulce 1. Poloha ideálního maxima M naznačena tenkou dvojitou čarou, ideální minimum m označeno jedinou čarou, tenkou. Podle návodu v resumé na str. 29, roč. 63 tohoto časopisu obdržíme:

$$\begin{aligned} M &= 4^z 29^0 27' 05'' = 4,490856481^z \\ m &= 1^z 52^0 34' 35'' = 1,876373148^z \\ \frac{1}{2}(M + m) &= 3^z 11^0 00' 50'' = 3,18356481^z = \mu \\ \frac{1}{2}(M - m) &= 1^z 18^0 26' 15'' = 1,3072916^z = A \end{aligned}$$

Nastane-li změna o diferenci tabulkovou

$$d = 22^0 30' = 0,3750^z$$

za čas τ , je perioda tabulky p dána relací

$$\frac{p}{\tau} = \frac{4A}{d} = \frac{251}{18} = 13,94.$$

Numerická hodnota ve sloupci G v n -tém řádku zní opravena

$$G_n^* = \mu + A \cos \frac{360}{p} (n\tau - \gamma).$$

Všechny konstanty tohoto vzorce jsou známy až na γ . To se určí z relace

¹⁾ Kugler: Die babylonische Mondrechnung, 12, 1900.

Tab. 1.
Z tab. pro nové světlo Luny*) č. 272, 81—7—6.

No.	<i>G</i>				<i>g</i>	<i>g</i> *	<i>g</i> — <i>g</i> *
0.					<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>
1.	3	59	52	30	3,99792	4,26797	— 0,27005
2.	4	22	22	30	4,37292	4,47775	— 0,10483
3.	4	14	1	40	4,23380	4,42899	— 0,19519
4.	3	51	31	40	3,85880	4,13162	— 0,27282
5.	3	29	1	40	3,48380	3,64501	— 0,16121
6.	3	6	31	40	3,10880	3,06628	0,04252
7.	2	44	1	40	2,73380	2,51096	0,22284
8.	2	21	31	40	2,35880	2,08991	0,26889
9.	1	59	1	40	1,98380	1,88717	0,09663
10.	2	8	37	30	2,14375	1,94321	0,20054
11.	2	31	7	30	2,51875	2,24685	0,27190
12.	2	53	37	30	2,89375	2,73747	0,15628
13.	3	16	7	30	3,26875	3,31714	— 0,04839
14.	3	38	37	30	3,64375	3,87014	— 0,22639
15.	4	1	7	30	4,01875	4,28610	— 0,26735
16.	4	23	37	30	4,39375	4,48197	— 0,08822
17.	4	12	46	40	4,21296	4,41865	— 0,20569
18.	3	50	16	40	3,83796	4,10879	— 0,27083
19.	3	27	46	40	3,46296	3,61425	— 0,15129
20.	3	5	16	40	3,08796	3,03373	0,05423
21.	2	42	46	40	2,71296	2,48311	0,22985
22.	2	20	16	40	2,33796	2,07232	0,26564
23.	1	57	46	40	1,96296	1,88336	0,07960
24.	2	9	52	30	2,16458	1,95394	0,21064
25.	2	32	22	30	2,53958	2,26997	0,26961
26.	2	54	52	30	2,91458	2,76837	0,14621
27.	3	17	22	30	3,28958	3,34965	— 0,06007
28.	3	39	52	30	3,66458	3,89778	— 0,23320
29.	4	2	22	30	4,03958	4,30334	— 0,26376
30.	4	24	52	30	4,41458	4,48537	— 0,07079
31.	4	11	31	40	4,19213	4,40754	— 0,21541
32.	3	49	1	40	3,81713	4,08539	— 0,26826
33.	3	26	31	40	3,44213	3,58322	— 0,14109
34.	3	4	1	40	3,06713	3,00127	0,06586
35.	2	41	31	40	2,69213	2,45570	0,23643
36.	2	19	1	40	2,31713	2,05544	0,26169
37.	1	56	31	40	1,94213	1,88036	0,06177
38.	2	11	7	30	2,18542	1,96543	0,21999
39.	2	33	37	30	2,56042	2,29366	0,26676

$$n \frac{\tau}{p} - \frac{\gamma}{p} = \pm \left(\frac{1}{4} - \frac{y_n}{4A} \right) + k,$$

kde *k* je celistvé číslo,

*) Kugler: Mondrechnung. 12, 13. První dva sloupce. — Další jsou počítány od nás.

$$y_n = G_n - \mu.$$

Závorka dostane znamení minus, pokud serie y_n stoupá, plus, když klesá. Počítáme-li pak pro kterékoliv z 39 přípustných n , dostaneme vždy totéž nejmenší kladné číslo

$$\gamma = 0,165980 \cdot p.$$

Trigonometrická náhrada kolony G zní tedy:

$$G_n^* = 3,18356481^z + 1,3072916^z \cos 360 (n \cdot 0,07171314 - 0,165980) \quad (0)$$

K počítání hodnoty γ pořídili jsme si sloupec hodnot y_n . Můžeme je hned použít k stanovení korigované hodnoty

$$y_n^* = A \cdot \sin y_n / 4A.$$

V třetím sloupci tab. 1 nalezneme

$$g^* = \mu + y^*.$$

ve 4. sloupci rozdíl $g - g^*$, jenž udává chybu, jíž se Babyloňané dopouštěli pro nedokonalost jimi užívané interpolace. Činí nanejvýš $0,27^z$, což odpovídá asi 1 hod., jak v dalším odstavci uvidíme.

Dosud nebylo třeba, abychom se o smyslu kolony G vyslovili. Jen jsme předpokládali, že čísla jsou psána šedesátičenně. Vyjmuli jsme však první čísla, protože nepřestupují číslo 4. Epping postřehl, že se tu celek nedělí šedesátičenně, ale jen na 6 dílů. Označil tento dílek písmenou „z“, kterou i my jsme převzali. Sloupec G je pomocný k počítání časových intervalů mezi sousedními novy. Proto je celkem, jenž se dělí na 6 dílů, den, takže $1^z = 4^h$, $1^0 = 4^m$, $1' = 4^s$, $1'' = 4^t$ naší obvyklé časomíry.

Epping a Lorentz²⁾ objasnili společně smysl sloupců F i G . Také G porozumíme prostřednictvím střední hodnoty μ . Proměníme-li

$$\mu = 3,18356481^z$$

ve zlomek dne

$$\mu = 0,530594136^d,$$

poznáme v něm zlomek středního synodického oběhu Luny

$$T_s = 29,530594136^d.$$

Je to přesně hodnota Hipparchova, jak nám ji zachoval Almagest.

Sloupec G potlačuje důsledně 29 dnů, což zabezpečuje i pozdější sloupec L . — Sloupec G určuje tedy za sebou jdoucí délky synodických měsíců, které oscilují . . . následkem čeho? — O tom nás poučí perioda oscilace. Je tatáž jako v koloně F , je to anomalistický měsíc. Skutečný synodický měsíc kolísá však nejen pro

²⁾ Kugler: Mondrechnung, 11.

anomalii Luny, ale i pro anomálii slunce. Kolísání s periodou anomalistického měsíce T_a poukazuje na to, že v prvním přiblížení se pokládá pohyb slunce za rovnoměrný.

Budiž t_n čas, kdy n -tý nov naší tabulky nastane, pak jest

$$t_n = 29n + \sum_1^n g^*_k.$$

Na př.

$$t_1 = 29 + g^*_1,$$

kterým novem tabulka začíná. Narazili jsme tu na složitější případ, kdy teprve difference veličiny t_n tvoří řadu g^*_n babylonským způsobem oscilující.

Položme obecně zase

$$g^*_k = \mu + A \cos 2\pi/p (k\tau - \gamma)$$

a hledejme součet

$$\sum_1^n g^*_k = n\mu + A \sum_1^n \cos \frac{2\pi}{p} (k\tau - \gamma).$$

Třeba tedy pomocí trigonometrických vzorců sečísti

$$\sum_1^n \cos \frac{2\pi}{p} (k\tau - \gamma) = \sum_1^n \cos (ka - b),$$

kde

$$a = 2\pi\tau/p, \quad b = 2\pi\gamma/p.$$

Protože

$$\cos (ka - b) = \cos ka \cos b + \sin ka \sin b,$$

je

$$\sum_1^n \cos (ka - b) = C \cos b + S \sin b,$$

kdě

$$C = \sum_1^n \cos ka, \quad S = \sum_1^n \sin ka.$$

Suma C je dobře známa z teorie Fourierových řad. Položme proto $a = 2y$ a stanovme

$$C = \sum_1^n \cos 2ky, \quad S = \sum_1^n \sin 2ky.$$

Násobíme $2 \sin y$:

$$2 \sin y C = \sum_1^n 2 \sin y \cos 2ky, \quad 2 \sin y S = \sum_1^n 2 \sin y \sin 2ky.$$

Součiny trigonometrických funkcí rozvedeme v rozdíly pomocí vzorců

$$2 \sin y \cos 2ky = \sin (2k + 1) y - \sin (2k - 1) y,$$

$$2 \sin y \sin 2ky = \cos (2k - 1) y - \cos (2k + 1) y,$$

takže

$$2 \sin y C = \sum_1^n k \sin (2k + 1) y - \sum_1^n k \sin (2k - 1) y,$$

$$2 \sin y S = \sum_1^n k \cos (2k - 1) y - \sum_1^n k \cos (2k + 1) y.$$

Rozepíšeme-li součty v rovnici pro C , jest

$$2 \sin y C =$$

$$= \sin 3y + \sin 5y + \dots + \sin (2n - 1) y + \sin (2n + 1) y \\ - \sin y - \sin 3y - \sin 5y - \dots - \sin (2n - 1) y.$$

Po sloučení zbude

$$2 \sin y C = \sin (2n + 1) y - \sin y.$$

Obdobně rozpíšeme sumy pro S a dostaneme

$$2 \sin y S = \cos y + \cos 3y + \dots + \cos (2n - 1) y \\ - \cos 3y - \dots - \cos (2n - 1) y - \cos (2n + 1) y,$$

takže po sloučení zbude

$$2 \sin y C = \cos y - \cos (2n + 1) y.$$

Dosadíme $a = 2y$ a dostaneme

$$C = \frac{\sin (2n + 1) \frac{1}{2}a - \sin \frac{1}{2}a}{2 \sin \frac{1}{2}a},$$

$$S = \frac{\cos \frac{1}{2}a - \cos (2n + 1) \frac{1}{2}a}{2 \sin \frac{1}{2}a}.$$

Vyvineme

$$C \cos b + S \sin b = \frac{-\sin (\frac{1}{2}a - b) + \sin [(2n + 1) \frac{1}{2}a - b]}{2 \sin \frac{1}{2}a}.$$

Je tedy

$$\sum_1^n k \cos \frac{2\pi}{p} (k\tau - \gamma) = \frac{1}{2 \sin \pi\tau/p} \left\{ \sin \left[(2n + 1) \frac{\pi\tau}{p} - \frac{2\pi\gamma}{p} \right] - \right. \\ \left. - \sin \left(\frac{\pi\tau}{p} - \frac{2\pi\gamma}{p} \right) \right\},$$

takže

$$\sum_1^n k g^*_{*k} = n\mu + \frac{A}{2 \sin \pi\tau/p} \left[\sin \frac{2\pi}{p} \left(\frac{2n + 1}{2} \tau - \gamma \right) - \right. \\ \left. - \sin \frac{2\pi}{p} \left(\frac{\tau}{2} - \gamma \right) \right],$$

Tab. 2.

Z tab. pro nové světlo Luny*) č. 272, 81—7—6.

No.	<i>H</i>	<i>h</i>	<i>J</i>	<i>i</i>	<i>i</i> *	<i>i</i> — <i>i</i> *
0.		⁰		⁰	⁰	⁰
1.	— 20 20	— 20,3	7 19 lal	+ 13,017	12,241	+ 0,776
2.	— 14 52 30	— 14,875	22 11 30 lal	— 7,317	— 5,013	— 2,304
3.	— 8 5	— 8,083	30 16 30 lal	— 22,192	— 19,984	— 2,208
4.	— 1 17 30	— 1,292	31 34 lal	— 30,275	— 29,907	— 0,368
5.	+ 5 30	+ 5,5	27 52 lal	— 31,56	— 32,276	+ 0,709
6.	+ 12 17 30	+ 12,292	15 34 30 lal	— 27,86	— 26,494	— 1,373
7.	+ 19 5	+ 19,083	3 30 30 tab	— 15,575	— 14,019	— 1,556
8.	+ 16 7 30	+ 16,125	19 38 tab	+ 3,508	1,996	+ 1,512
9.	+ 9 20	+ 9,3	28 58 tab	+ 19,63	17,507	+ 2,126
10.	+ 2 22 30	+ 2,375	31 30 30 tab	+ 28,96	28,597	+ 0,370
11.	— 4 15	— 4,250	29 10 30 tab	+ 31,508	32,463	— 0,955
12.	— 11 2 30	— 11,042	18 8 tab	+ 29,175	28,130	+ 1,045
13.	— 17 50	— 17,83	0 18 tab	+ 18,13	16,692	+ 1,441
14.	— 17 22 30	— 17,375	17 4 30 lal	+ 0,30	1,038	— 0,738
15.	— 10 35	— 10,583	27 39 30 lal	— 17,075	— 14,878	— 2,197
16.	— 3 47 30	— 3,792	31 27 lal	— 27,658	— 27,037	— 0,621
17.	+ 3	+ 3,	30 29 lal	— 31,450	— 32,366	+ 0,916
18.	+ 9 47 30	+ 9,792	20 41 30 lal	— 30,483	— 29,521	— 0,962
19.	+ 16 35	+ 16,583	4 6 30 lal	— 20,692	— 19,219	— 1,473
20.	+ 18 37 30	+ 18,625	14 31 tab	— 4,108	— 4,063	— 0,045
21.	+ 11 50	+ 11,83	26 21 tab	+ 14,517	12,119	+ 2,398
22.	+ 5 2 30	+ 5,042	31 23 30 tab	+ 26,350	25,240	+ 1,110
23.	— 1 45	— 1,750	31 47 30 tab	+ 31,392	31,986	— 0,594
24.	— 8 32 30	— 8,542	23 15 tab	+ 31,792	30,653	+ 1,139
25.	— 15 20	— 15,3	7 35 tab	+ 23,250	21,578	+ 1,672
26.	— 19 52 30	— 19,875	11 57 30 lal	+ 7,583	7,053	+ 0,530
27.	— 13 5	— 13,083	25 2 30 lal	— 11,958	— 9,254	— 2,704
28.	— 6 17 30	— 6,292	31 20 lal	— 25,042	— 23,223	— 1,819
29.	— 0 30	— 0,50	31 50 lal	— 31,3	— 31,327	— 0,006
30.	+ 7 17 30	+ 7,292	25 48 30 lal	— 31,83	— 31,518	— 0,315
31.	+ 14 5	+ 14,083	11 43 30 lal	— 25,808	— 23,749	— 2,059
32.	+ 20 52 30	+ 20,875	9 9 tab	— 11,725	— 9,981	— 1,744
33.	+ 14 20	+ 14,3	23 29 tab	+ 9,150	6,308	+ 2,842
34.	+ 7 32 30	+ 7,542	31 1 30 tab	+ 23,483	21,004	+ 2,479
35.	+ 0 45	+ 0,750	31 46 30 tab	+ 31,025	30,394	+ 0,631
36.	— 6 2 30	— 6,042	27 7 tab	+ 31,775	32,108	— 0,333
37.	— 12 50	— 12,83	14 17 tab	+ 27,117	25,712	+ 1,405
38.	— 19 37 30	— 19,625	5 20 30 lal	+ 14,283	12,822	+ 1,461
39.	— 15 35	— 15,583	20 55 30 lal	— 5,342	— 3,307	— 2,035
				— 20,925	— 18,600	— 2,325

*) Kugler: Mondrechnung. 12, 13.

když

$$g^*_k = \mu + A \cos \frac{2\pi}{p} (k\tau - \gamma).$$

Součtový vzorec lze častěji použít v babylonských tabulkách. Na př. v tabulce, z níž bereme numerický materiál, bezprostředně za kolonou F a sousední G následují dvě další H, J . Kolona H obsahuje difference za sebou jdoucích hodnot J . Kolona H jeví normální babylonskou oscilaci, kolona J obsahuje serii součtů veličiny H . Proto lze na ně aplikovati poslední dva naše vzorce. Třeba arci nejdříve určit konstanty kolony H .

Nastane malá komplikace znaménky. V koloně J nalezneme za každým číslem babylonská slova lal po příp. tab. Lal dává předchozímu číslu znamení záporné, tab udílí znamení $+$. Čísla kolony J jsou tedy opatřena znaménky. Má-li se relace

$$J_{n+1} = J_n + H_{n+1} \quad (1)$$

zachovat, musíme také H_n opatřit znaménky. Provedli jsme to v tabulce 2. Nyní jsou H prostě difference za sebou jdoucích hodnot J . Výjimka je jen tam, kde je čára jednoduchá (negativní minimum) neb dvojitá (positivní maximum). Je zcela logické, že H dostalo znaménka. Přejímá funkci difference d , jež také po serii kladných hodnot přejde v záporné a naopak. Vrátime se k věci, až budeme zkoumat sloupec J .

Soustavné zpracování sloupce H vede ke konstantám jeho:

$$\begin{aligned} d &= 6^\circ 47' 30'' = 6,7916^\circ \\ M &= + 21^\circ \\ m &= - 21^\circ \\ \mu &= 0 \\ A &= 21^\circ \end{aligned}$$

Perioda oscilace $p = t_a$ je anomalistický rok, tabulkový interval časový $\tau = T_s$ je synodický měsíc. Je pak

$$p/\tau = 84/6,7916 = 2016/163 = t_a/T_s.$$

To je babylonský (ne zcela správný) poměr mezi rokem anomalistickým t_a a střední lunací T_s .³⁾

Je tedy

$$H_n = A \cos \frac{2\pi}{t_a} (nT_s - \gamma)$$

a numericky

$$H_n = 21^\circ \cos 2\pi \left(\frac{163}{2016} n - \frac{\gamma}{t_a} \right).$$

³⁾ Kugler: Mondrechnung, 26. Anomalistický rok babylonský je o 32^m kratší než naše dnešní hodnota.

Protože $\mu = 0$, jest

$$y_n = H_n,$$

takže

$$n \frac{T_S}{t_a} - \frac{\gamma}{t_a} = \pm \left(\frac{1}{4} - \frac{H_n}{4A} \right) + k.$$

Když serie H_n stoupá, užije se před závorkou —, když klesá +. Propočítáním dostaneme

$$\gamma = 0,5887895 t_a.$$

Numericky jest tedy

$$H_n = 21^\circ \cos 2\pi (0,08085317n - 0,5887895).$$

Tak specialisuje se nám vzorec

$$H_n = A \cos 2\pi \left(n \frac{T_S}{t_a} - \frac{\gamma}{t_a} \right).$$

Babyloňané užívali však hodnot H_n jen k tomu, aby počítali — viz vzorec (1) —

$$J_n = J_0 + \sum_1^n H_k,$$

$$J_n =$$

$$= J_0 + \frac{A}{2 \sin \pi T_S/t_a} \left[\sin \frac{2\pi}{t_a} \left(\frac{2n+1}{2} T_S - \gamma \right) - \sin \frac{2\pi}{t_a} \left(\frac{T_S}{2} - \gamma \right) \right].$$

Dosadíme konstanty:

$$A = 21^\circ, \quad T_S = 0,08085317 t_a, \quad \gamma = 0,5887894 t_a, \quad J_0 = 13^\circ 01'$$

a dostaneme numerický vzorec

$$J_n = 0,513776^\circ + 41,78522^\circ \sin \frac{2\pi}{t_a} \left(\frac{2n+1}{2} T_S - \gamma \right).$$

Nahradíme-li sinus kosinem ve vzorci, dostaneme

$$J_n = 0,513776^\circ + 41,78522^\circ \cos 2\pi \left(n \frac{T_S}{t_a} - \frac{\gamma}{t_a} - \frac{1}{4} \right). \quad (2)$$

To je ale normální kosinový vzorec. Babyloňané byli tedy v omylu, když mínili, že užíváním normální babylonské řady jako řada diferencí získají. Zisk byl jen zdánlivý, od nedokonalosti jejich zpracování periodických zjevů.

Vzorec (2) je výsledkem počtu, když H pokládáme za diferenci po sobě jdoucích J . Ale čísla ve vzorci, ač správně počítána, neodpovídají skutečnosti. J je sluneční korekční člen, jež musíme připojit k ryze lunárnímu členu G , abychom dostali trvání lunace. Protože G užívá již správné střední lunace, nesmí na ní J již nic

korigovat, tedy střední hodnota, kolem níž J kolísá, jest nulou, nikoliv $0,5138^\circ$. Ale také amplituda $41,785^\circ$ není k potřebě. Babyloňané počítají, jako by J kolísalo mezi

$$M = + 32^\circ 28' \text{ a } m = - 32^\circ 28',$$

takže

$$\mu = 0, \quad A = 32^\circ 28' = 32,46^\circ.$$

V normální řadě je d konstantní, střídavě kladné a záporné. V koloně J nahradí se d hodnotou H , opatřenou znaménkem. Jsou-li J_n, J_{n+1} členové obstupující ideální minimum, jest

$$2m = J_n + J_{n+1} - |H_{n+1}|.$$

Obstupují-li ideální maximum, je

$$2M = J_n + J_{n+1} + |H_{n+1}|.$$

Vyšetřili jsme si, že zavedení kolísavých diferencí $d = H_n$ je zbytečnou komplikací, užíváme-li trigonometrických vzorců. — Stačí, když J_n osciluje kolem $\mu = 0$ amplitudou $A = 32,46^\circ$ s periodou t_a , což vede ke vzorci

$$J_n = 32,46^\circ \cos 2\pi \left(n \frac{T_S}{t_a} - \frac{\beta}{t_a} \right).$$

Srovnáme-li se vzorcem (2), vidíme, že μ změnilo se o $0,51^\circ$, A o $9,32^\circ$, při čemž zůstane

$$T_S = 0,08085317 t_a,$$

$$\beta/t_a = \gamma/t_a + 0,25 = 0,8387894.$$

Z opatrnosti budeme veličinu tu přímo na tabulce kontrolovat. Upravme

$$J_n = 32,46^\circ \cos (29,1071412^\circ n - 301,964184^\circ).$$

V tabulce 2. nalezneme v 3. koloně serii hodnot J . Počítati budeme s jejich decimálním vyjádřením „ i “ v koloně sousední. Dostaneme pak 40 hodnot $\beta : t_a$. Na první pohled není tato konstanta příliš „konstantní“. Kdyby kolísání bylo od nahodilých chyb, musili bychom se spokojiti s jedinou decimálkou 0,8. Ale chyby jsou od nedokonalosti babylonské početní techniky. Proto se v nich musí obrážeti perioda tabulky. Tato čítá skoro 14 tabulkových intervalů, přesně 13,94. Proto musí součty 14 za sebou následujících hodnot našich $\beta : t_a$ kolísati mnohem méně než tyto samy o sobě. Tak tomu skutečně jest. Vezmeme-li střed ze 27 součtů, dostaneme, že

$$14\beta/t_a = 11,28653,$$

takže

$$\beta = 0,8061809 t_a.$$

Tedy i tato konstanta se musí změnit, takže se počítá podle vzorce

$$J_n = 32,46^0 \cos (29,1071412^0 n - 290,225124^0). \quad (3)$$

Pomocí jeho počítán sloupec i^* , jenž je 5. v tabulce 2. O chybách, jež Babyloňané dělali následkem nedokonalé interpolace, poučuje nás sloupec 6. označený $i - i^*$. Vidíme, že rozdíl ten dosahuje nanejvýše $2,7^0$. Protože časový stupeň platí 4^m , jest chyba při sluneční korektuře $10,8^m$. — To není tragické. Ještě Ptolemaiovy hodiny byly o 15^m nespolehlivé.⁴⁾

Smysl další kolony K jest velmi jednoduchý. V n -tém řádku stojí

$$K_n = G_n + J_n.$$

Trigonometricky vyjádří se K vzorci (0) + (3), tak, že

$$K_n = 3,18356481^z + 1,3072916^z \cos 360^0 (0,07171314 n - 0,165980) + \\ + 32,46^0 \cos 360^0 (0,08085317 n - 0,8061809).$$

Význam této kolony objasnili Epping a Lorenz.⁵⁾ Objevili, že

$$29 + K_{n+1}$$

je interval mezi n -tým a $(n + 1)$ -vým novem tabulky. Volíme-li den za jednotku času, jest⁶⁾

$$29 + K_n = 29,530594136^d + \\ + 0,21288194^d \cos 360 (0,07171314 n - 0,165980) + \\ + 0,090185^d \cos 360 (0,08085317 n - 0,8061809).$$

Abychom zase přehlédli vliv nedokonalé interpolace, založíme tab. 3 pro K . V první koloně jsou babylonské hodnoty.⁷⁾ V druhé je k , předchozí hodnota přepočtená na zlomek dne. V třetí a čtvrté je g^* a i^* přepočteno z tab. 1 a tab. 2 také na zlomek dne. Sečtením obdržíme

$$k^*_n = i^*_n + g^*_n.$$

což tabulováno v sloupci 5. V šestém je rozdíl $k - k^*$, jenž nás poučuje o velikosti babylonské chyby následkem nedokonalé interpolace. Tato činí až $\pm 0,05^d$, což je asi 5 čtvrt hodin, tedy $\pm 1^h 15^m$.

Epping a Lorenz objevili také význam kolony K . Slouží k zjištění dat novolunních v babylonském kalendáři. Tato data obsahuje sloupec L , první v tab. 4. Hodnoty K jsou difference

⁴⁾ Schoch: Die säkulare Acceleration des Mondes und der Sonne, určuje z dotyku Spiky a srpů Luny, že vodní hodiny Timocharisovy šly o 42^m napřed. Astr. Abh. Sv. 8. No. 2. Str. B. 1. 1930.

⁵⁾ Kugler: Mondrechnung, 11.

⁶⁾ Ludendorff: Das Mondalter in den Inschriften der Maya, 8, 1931 praví, že pravý nov nikdy o víc než $0,59^d$ se nevzdaluje od středního. — Babyloňanům kolísá lunace kol střední hodnoty nejvýše o $0,30^d$.

⁷⁾ Kugler: Mondrechnung, 13.

Tab. 3.

Z tab. pro nové světlo Luny*) č. 272, 81—7—6.

No.	K	k	g^*	i^*	k^*	$k - k^*$
0.		d	d	d	d	d
1.	3 52 33 30	0,64600	0,71133	— 0,01393	0,69740	— 0,05140
2.	4 0 11 0	0,66718	0,74629	— 0,05551	0,69078	— 0,02360
3.	3 43 45 10	0,62154	0,73817	— 0,08307	0,65510	— 0,03356
4.	3 19 57 40	0,55545	0,68860	— 0,08966	0,59894	— 0,04349
5.	3 1 9 40	0,50322	0,60750	— 0,07359	0,53391	— 0,03069
6.	2 50 57 10	0,47487	0,51105	— 0,03894	0,47211	+ 0,00276
7.	2 47 32 10	0,46538	0,41849	+ 0,00555	0,42404	+ 0,04134
8.	2 41 9 40	0,44767	0,34832	+ 0,04863	0,39695	+ 0,05072
9.	2 27 59 40	0,41110	0,31453	+ 0,07943	0,39396	+ 0,01714
10.	2 40 8 0	0,44482	0,32387	+ 0,09018	0,41405	+ 0,03077
11.	3 0 18 0	0,50083	0,37447	+ 0,07814	0,45261	+ 0,04822
12.	3 11 45 30	0,53266	0,45625	+ 0,04637	0,50262	+ 0,03004
13.	3 16 25 30	0,54562	0,55286	+ 0,00288	0,55574	— 0,01012
14.	3 21 33 0	0,55986	0,64502	— 0,04133	0,60369	— 0,04383
15.	3 33 28 0	0,59296	0,71435	— 0,07510	0,63925	— 0,04629
16.	3 52 10 30	0,64493	0,74699	— 0,08991	0,65708	— 0,01215
17.	3 42 17 40	0,61749	0,73644	— 0,08200	0,65444	— 0,03695
18.	3 29 35 10	0,58218	0,68480	— 0,05339	0,63141	— 0,04923
19.	3 23 40 10	0,56575	0,60237	— 0,01129	0,59108	— 0,02533
20.	3 19 47 40	0,55498	0,50562	+ 0,03366	0,53928	+ 0,01570
21.	3 9 7 40	0,52536	0,41385	+ 0,07011	0,48396	+ 0,04140
22.	2 51 40 10	0,47686	0,34539	+ 0,08885	0,43424	+ 0,04262
23.	2 29 34 10	0,41547	0,31389	+ 0,08515	0,39904	+ 0,01643
24.	2 33 7 30	0,42535	0,32566	+ 0,05994	0,38560	+ 0,03975
25.	2 40 17 30	0,44525	0,37838	+ 0,01959	0,39797	+ 0,04728
26.	2 42 55 0	0,45255	0,46140	— 0,02570	0,43570	+ 0,01685
27.	2 52 20 0	0,47870	0,55827	— 0,06451	0,49376	— 0,01506
28.	3 8 32 30	0,52373	0,64963	— 0,08702	0,56261	— 0,03888
29.	3 30 32 30	0,58484	0,71722	— 0,08755	0,62967	— 0,04483
30.	3 59 4 0	0,66407	0,74756	— 0,06597	0,68159	— 0,01752
31.	3 59 48 10	0,66612	0,73459	— 0,02773	0,70686	— 0,04074
32.	3 58 10 40	0,66161	0,68090	+ 0,01752	0,69842	— 0,03681
33.	3 50 0 40	0,63892	0,59720	+ 0,05834	0,65554	— 0,01662
34.	3 35 3 10	0,59737	0,50021	+ 0,08443	0,58464	+ 0,01273
35.	3 13 18 10	0,53695	0,40928	+ 0,08919	0,49847	+ 0,03848
36.	2 46 8 40	0,46151	0,34257	+ 0,07142	0,41399	+ 0,04752
37.	2 10 48 40	0,36336	0,31339	+ 0,03562	0,34901	+ 0,01435
38.	2 5 47 0	0,34940	0,32757	— 0,00919	0,31838	+ 0,03102
39.	2 12 42 0	0,36861	0,38228	— 0,05167	0,33061	+ 0,03800

*) Kugler: Mondrechnung. 12, 13.

za sebou jdoucích L , takže

$$L_n + K_{n+1} = L_{n+1}. \quad (4)$$

Zlomek dne při datu udává přesný nov, pokud jej Babyloňané dovedli stanovit. Den začíná půlnocí, jako u nás.⁸⁾

Pomocí relace (4) lze určit, zda měsíc má 29 či 30 dnů. Má-li (viz datum 1. a 2.)

$$\begin{array}{rcl} \text{Adaru } 29^{\text{d}} 1^{\text{z}} 2^{\text{o}} 43' 50'' + K_2 & = & \text{Nisannu } 28^{\text{d}} 5^{\text{z}} 2^{\text{o}} 54' 50'' \\ \text{kde } 29^{\text{d}} 4^{\text{z}} 0^{\text{o}} 11' 00'' & = & K_2 \\ \hline \text{Adaru } 58^{\text{d}} 5^{\text{z}} 2^{\text{o}} 54' 50'' & = & \text{Nisannu } 28^{\text{d}} 5^{\text{z}} 2^{\text{o}} 54' 50'' \end{array}$$

Ale 58. den od 1. Adaru čítaný stane se 28. dnem následujícího měsíce jen, když Adaru čítal 30 dnů. Tak lze skrze celou tabulku vyšetřit počet dnů v měsíci. Je to vyznačeno v koloně 2. (úzké) znaméním + pro 30, znaméním — pro 29.

Tabulku můžeme doplnit datem nultým, teoretickým východiskem tabulky. Užije se specialisace vzorce (4), jež zní:

$$L_0 + K_1 = L_1.$$

Aby datum stalo se určitým, musíme arci vědět, kolik dnů měl Šabatu, jenž Adar, jímž tabulka začíná, předcházela. Můžeme to určit dvojím způsobem: Přejíždíme-li kolonu L v tab. 4 zdola nahoru, vidíme, že obecně po 29 přijde 28. Jen při $n = 33, 34$ objeví se 29, 29. — Je tedy skoro jisto, že Šabatu měl jen 28. Pak vychází ale, že tento měsíc čítal 29 dnů (viz znaméní — v 2. sloupci). To ale musíme očekávat, byl-li kalendář v pořádku. Jinak by totiž v úzké koloně šla za sebou tři znaméní plus: +++! Tři plné měsíce za sebou v lunárním kalendáři jsou ale velikou vzácností.¹⁰⁾ Schoch praví, že taková kombinace je rovnocennou se zprávou o zatmění slunce.

Čítejme 28 Šabatu, přesněji den nultého úplňku za nultý den naší tabulky, za východisko. Pak byl začáteční (nultý) nov naší tabulky v čas

$$t_0 = 0,528256^{\text{d}}.$$

Viz tab. 4, sloupec 4. Další hodnoty $t_1, t_2, \dots$ tohoto sloupce dostaneme postupným připočítáním hodnot $k_1, k_2, k_3, \dots$. Jsou to babylonské hodnoty originálním datům L ekvivalentní; proto jsme je označili písmenou t , bez hvězdičky.¹¹⁾

⁸⁾ Kugler: Mondrechnung, 31.

⁹⁾ Kugler: Mondrechnung, 22.

¹⁰⁾ Schoch: Die Schaltjahre von Bursin 1 bis Ibisin 1 in Umma, Z. f. Assyriologie, 39. 226. 1930.

¹¹⁾ Originální data babylonská v šedesátičné soustavě značím velkou písmenou na př. K . Táž data decimálně vyjádřená značím k , malou písmenou k předchozí velké náležející. Naše hodnoty, použitím trigonometrie korigované, dostanou hvězdičku, tedy k^* . Index dole na př. k^* , poukazuje na pátý řádek v tabulce.

Tab. 4.

Z tab. pro nové světlo Luny*) č. 272, 81—7—6.

No.	L						l	t	t*	t — t*	
							d	d	d	d	
0.						—	Šabātu 28,52826	0,52826	0,45472	+ 0,07354	
1.	Adâru	29	1	2	43	50	+	Adâru 29,17425	30,17425	30,15213	+ 0,02212
2.	Nisannu	28	5	2	54	50	+	Nisannu 28,84143	59,84143	59,84291	— 0,00148
3.	Airu	28	2	46	40	0	—	Airu 28,46296	89,46296	89,49800	— 0,03504
4.	Simannu	29	0	6	37	40	+	Simannu 29,01841	119,01841	119,09695	— 0,07854
5.	Dûzu	28	3	7	47	20	—	Dûzu 28,52164	148,52164	148,63085	— 0,10921
6.	Âbu	28	5	58	44	30	+	Âbu 28,99651	177,99651	178,10296	— 0,10645
7.	Ulûlu I	28	2	46	16	40	—	Ulûlu I 28,46188	207,46188	207,52699	— 0,06511
8.	Ulûlu II	28	5	27	26	20	—	Ulûlu II 28,90955	236,90955	236,92394	— 0,01439
9.	Tiřritu	29	1	55	26	0	+	Tiřritu 29,32065	266,32065	266,31791	+ 0,00274
10.	Arah-s	28	4	35	34	0	—	Arah-s 28,76546	295,76546	295,73195	+ 0,03351
11.	Kislimu	29	1	35	52	0	+	Kislimu 29,26630	325,26630	325,18456	+ 0,08174
12.	Tebitu	28	4	47	37	30	—	Tebitu 28,79896	354,79896	354,68717	+ 0,11179
13.	Šabātu	29	2	4	3	0	+	Šabātu 29,34458	384,34458	384,24292	+ 0,10166
14.	Adâru	28	5	25	36	0	+	Adâru 28,90444	413,90444	413,84661	+ 0,05783
15.	Nisannu	28	2	59	4	0	—	Nisannu 28,49741	443,49741	443,48586	+ 0,01155
16.	Airu	29	0	51	14	30	+	Airu 29,14234	473,14234	473,14295	— 0,00061
17.	Simannu	28	4	33	32	10	+	Simannu 28,75982	502,75982	502,79739	— 0,03757
18.	Dûzu	28	2	3	7	20	—	Dûzu 28,34201	532,34201	532,42880	— 0,08679
19.	Âbu	28	5	26	47	30	—	Âbu 28,90775	561,90776	562,01989	— 0,11213
20.	Ulûlu	29	2	46	35	10	+	Ulûlu 29,46274	591,46274	591,55917	— 0,09643
21.	Tiřritu	28	5	55	42	50	+	Tiřritu 28,98809	620,98810	621,04314	— 0,05504
22.	Arah-s	28	2	47	23	0	—	Arah-s 28,46495	650,46496	650,47738	— 0,01242
23.	Kislimu	28	5	16	57	10	—	Kislimu 28,88042	679,88043	679,87642	+ 0,00401
24.	Tebitu	29	1	50	4	40	+	Tebitu 29,30577	709,30578	709,26201	+ 0,04377
25.	Šabātu	28	4	30	22	10	—	Šabātu 28,75103	738,75103	738,65998	+ 0,09105
26.	Adâru	29	1	13	17	10	+	Adâru 29,20357	768,20358	768,09567	+ 0,10791
27.	Nisannu	28	4	5	37	10	—	Nisannu 28,68228	797,68228	797,58944	+ 0,09284
28.	Airu	29	1	14	9	40	+	Airu 29,20600	827,20601	827,15205	+ 0,05396
29.	Simannu	28	4	44	42	10	+	Simannu 28,79084	856,79084	856,78172	+ 0,00912
30.	Dûzu	28	2	43	46	10	—	Dûzu 28,45492	886,45492	886,46331	— 0,00839
31.	Âbu	29	0	43	34	20	+	Âbu 29,12103	916,12104	916,17018	— 0,04914
32.	Ulûlu	28	4	41	45	0	—	Ulûlu 28,78264	945,78264	945,86860	— 0,08596
33.	Tiřritu	29	2	31	45	40	+	Tiřritu 29,42156	975,42156	975,52414	— 0,10258
34.	Arah-s	29	0	6	15	40	+	Arah-s 29,01739	1005,01893	1005,10878	— 0,08985
35.	Kislimu	28	3	20	7	0	—	Kislimu 28,55588	1034,55588	1034,60726	— 0,05138
36.	Tebitu	29	0	6	48	50	+	Tebitu 29,01893	1064,01740	1064,02125	— 0,00385
37.	Šabātu	28	2	17	4	20	—	Šabātu 28,38076	1093,38076	1093,37026	+ 0,01050
38.	Adâru I	28	4	22	51	20	—	Adâru I 28,73015	1122,73016	1122,68865	+ 0,04151
39.	Adâru II	29	0	35	33	20	—	Adâru II 29,09876	1152,09877	1152,01926	+ 0,07951

*) Kugler: Mondrechnung. 12, 13.

Počáteční datum t_0 lze počítati z každé hodnoty t_n . Určí se

$$t_0 = t_n - (k^*_n + k^*_{n-1} + \dots + k^*_1) - 29n.$$

Korigované hodnoty k^* vezmeme ze sloupce 5 tabulky 3. Tak dostaneme 40 hodnot t_0 . Na grafu se t_0 vlní. Perioda činí (asi)

14 lunací. Proto serie 27 součtů po 14 za sebou jdoucích t_0 vlní se již jen nepatrně, asi s periodou 12 lunací.

Průměrné

$$t_0^* = 0,454724.$$

Nyní můžeme počítati zlepšené hodnoty

$$t_n^* = t_0^* + k_1^* + k_2^* + \dots + k_n^* + 29n,$$

jež tabulovány v sloupci 5 tab. 4. Vyvineme zase

$$t - t^*$$

(sloupec 6 tab. 4) a vidíme, že pro nedokonalost babylonské interpolace posouvají se novy až o

$$\pm 0,11^d = \pm 2^h 38^m.$$

Tento posuv pochází z nedokonalosti kolony G , jež činí $1^h 5^m$, pak kolony J , jež činí 11^m , čímž jednotlivé k stane se nejistým až o $\pm 1^h 16^m$.

Každý začátek je těžký. Babylonské tabulky obsahují chyby podstatné, jež jsou od nedokonalosti použitých konstant, na př. od špatného roku. Vedle toho obsahují chyby, jež jsou od matematické primitivnosti tabulek. Chyby ty jsou dosti značné. Posouvají nov o $\pm 2^h 38^m$. Jimi se platí za jednoduchý početní mechanism, jímž Babyloňané dokázali ku podivu mnoho.

*

(Résumé.)

Substitution des tables astronomiques babyloniennes par les formules trigonométriques.

Cette revue (année 63, p. 17) a donné une instruction concernant l'expression de la série normale babylonienne oscillante par une formule trigonométrique. Comme exemple l'auteur calcule la vitesse diurne de la Lune d'après le tableau de la lumière nouvelle No 272, 81—7—6 (Kugler, Die babylonische Mondrechnung, p. 13, 1900)

$$F_n = 13,1764^o + 2,0916^o \cos (25,8167^o n - 136,3320^o); \quad \pm 0,43^o.$$

A côté de la formule on trouve l'intervalle des erreurs dues à une interpolation imparfaite des Babyloniens.

Pour le même tableau No 272 sont données dans ce traité les formules supplémentaires

$$G_n = 0,53059^d + 0,21288^d \cos (258,1673^o n - 59,7528^o); \quad \pm 1,08^h.$$

La valeur $G_n + 29$ indique le temps entre la $(n - 1)$ et la n -ième Lune nouvelle (ligne) du tableau, en supposant que le mouvement du Soleil soit uniforme.

La colonne J donne une correction

$$J_n = 0,09018^d \cos (29,1071^{\circ}n - 290,2251^{\circ}); \quad \pm 10,8^m,$$

qui prend en considération l'inégalité du mouvement du Soleil.

L'intervalle de la $(n - 1)$ et la n -ième Lune nouvelle est alors

$$29 + K_n = 29 + G_n + J_n.$$

On en peut calculer l'équivalent de la colonne L , qui contient les dates babyloniennes des Lunes nouvelles comme leur intervalle compté à partir du temps $t = 0$

$$t_n = t_0 + K_1 + K_2 + \dots + K_n + 29n; \quad \pm 2^h 38^m.$$

L'imperfection de l'interpolation babylonienne, à l'aide des séries arithmétiques, introduit donc dans la détermination de la Lune nouvelle une incertitude $\pm 2^h 38^m$.

Elektromagnetické vlny na dielektrických trubicích.

Jiří Liška.

(Došlo 8. července 1933.)

Úvod. Teoretická část: Odvození základních rovnic. Řešení pro případ experimentálně realizovaný. Důsledky. Experimentální část: Úprava aparatury. Postup měření. Výsledky měření.

Úvod.

Úkolem autorovým bylo experimentálně studovati šíření elektromagnetických vln na dielektrických trubiciích. Vedle toho je tato práce pokračováním a současně rozšířením Kašparovy⁵⁾ experimentální práce o šíření elektromagnetických vln na dielektrických drátech. V případě dielekt. drátu jedná se o dvě prostředí, z nichž jedno je tvořeno plným drátem a druhé okolním nekonečně rozlehlým prostorem. V případě dielekt. trubice jedná se o tři prostředí, z nichž jedno je tvořeno prostorem mezi dvěma souosými válcovými plochami, t. zv. meziválcím, druhé je opět okolní nekonečně rozlehlý prostor a třetí vnitřní válcový prostor. Případ dielekt. drátu je vlastně pouze speciálním případem a byl též v následujícím uvažován jako mezný případ dielekt. trubice.

Teorii elektromagnetických vln na dielekt. drátech vytvořili Hondros a Debye.¹⁾ Rozšíření této teorie pro případ dielekt. trubice provedl Zachoval.²⁾ V jeho článku jsou též další teoretické práce týkající se tohoto problému. Experimentálně byly výsledky teorie šíření vln na dielekt. drátě vyšetřovány Zahnem,³⁾ Schrieverem⁴⁾ a Kašparem⁵⁾; výsledky teorie šíření vln na dielekt. trubici autorem tohoto článku.

Teoretická část.

V dalším podávám stručně teorii elektromagnetických vln na dielektrických trubiciích ve tvaru upraveném podle Zachovala pro

¹⁾ Hondros a Debye: Ann. d. Phys. 32, S. 465, 1910.

²⁾ Zachoval: Rozpr. Čes. Akad. 1932, č. 34.

³⁾ Zahn: Ann. d. Phys. 49, S. 907, 1916.

⁴⁾ Schriever: Ann. d. Phys. 63, S. 645, 1920.

⁵⁾ Kašpar: Časopis J. M. F. 1933, S. 40.

případ experimentálně realizovaný. Podrobná teorie je uvedena ve zmíněné Zachovalově práci.²⁾

Odvození základních rovnic.

Při vyšetřování šíření elektromagnetických vln na dielekt. trubici vyjdeme z Maxwellových rovnic pro ryzí dielektrikum. Ježto se jedná o válcovou trubici, zavádíme souřadnice cylindrické (r, φ, z) . Předpokládáme, že děj je časově ryze periodický, že amplituda kmitů s postupem vln podél trubice se zmenšuje podle exponentiely a že elektrická síla $\mathfrak{E}$ leží v rovinách proložených osou trubice čili složka $E_\varphi = 0$. Z tvaru trubice dále plyne, že pole je symetricky kolem ní rozloženo; to znamená, že veličiny nezávisí na souřadnici φ . Všechny tyto předpoklady můžeme shrnouti následovně:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}(r, \varphi, z; t) &= e^{i(\lambda z - \omega t)} \cdot \mathfrak{E}_0(r) \\ \mathfrak{H}(r, \varphi, z; t) &= e^{i(\lambda z - \omega t)} \cdot \mathfrak{H}_0(r) \\ \mathfrak{E}_\varphi &= E_{0\varphi} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Vektory $\mathfrak{E}_0$ a $\mathfrak{H}_0$ jsou tedy na základě těchto předpokladů pouze funkcí r . Označíme-li délku vlné vlny (vlny ve vzduchu) l a délku vlny na dielekt. trubici L , potom

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c}{l}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{L},$$

Za uvedených předpokladů obdržíme z Maxwellových rovnic rozepsaných v cylindrických souřadnicích následující rovnice:

$$\left. \begin{aligned} r^2 \frac{\partial^2 E_{0r}}{\partial r^2} + r \frac{\partial E_{0r}}{\partial r} + \left[4\pi^2 r^2 \left(\frac{\varepsilon\mu}{l^2} - \frac{1}{L^2} \right) - 1 \right] \cdot E_{0r} &= 0 \\ r^2 \frac{\partial^2 E_{0z}}{\partial r^2} + r \frac{\partial E_{0z}}{\partial r} + \left[4\pi^2 r^2 \left(\frac{\varepsilon\mu}{l^2} - \frac{1}{L^2} \right) \right] \cdot E_{0z} &= 0 \\ r^2 \frac{\partial^2 H_{0\varphi}}{\partial r^2} + r \frac{\partial H_{0\varphi}}{\partial r} + \left[4\pi^2 r^2 \left(\frac{\varepsilon\mu}{l^2} - \frac{1}{L^2} \right) - 1 \right] \cdot H_{0\varphi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Dostáváme tedy diferenciální rovnice Besselovy o argumentu:

$$2\pi r \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{l^2} - \frac{1}{L^2}} = kr \quad (3)$$

řádu prvního pro E_{0r} , $H_{0\varphi}$ a řádu nultého pro E_{0z} . Označíme-li cylindrickou funkci řádu n -tého C_n , potom použitím vztahu

$$C_1 = -C'_0$$

obdržíme jako řešení diferenciálních rovnic (2) za použití vztahů (1) následující výsledné rovnice pro složky elektrické a magnetické síly:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= e^{2\pi i(z/L - ct/l)} \cdot a C'_0(kr) \\ E_z &= e^{2\pi i(z/L - ct/l)} \cdot a \frac{kL}{2\pi i} C_0(kr) \\ H_\varphi &= e^{2\pi i(z/L - ct/l)} \cdot a \frac{\varepsilon L}{l} C'_0(kr) \\ E_\varphi &= H_r = H_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Konstantní faktory v těchto rovnicích byly nalezeny ze vztahů mezi E_{0r} , E_{0z} a $H_{0\varphi}$.

Řešení pro případ experimentálně realizovaný.

Uvažujme nyní následující případ tří prostředí (obr. 1). Mějme systém dvou souosých válcových ploch nekonečně dlouhých kruhového průřezu o poloměrech ϱ_1 a ϱ_2 . Prostor nekonečně rozlehlý vně válcové plochy o poloměru ϱ_1 je vyplněn vzduchem čili $\varepsilon_1 = 1$ (prostředí I.), meziválcí tvořené oběma válcovými plochami je vyplněno dielektrikem o dielekt. konst. $\varepsilon_2 = \varepsilon$ (prostředí II.) a válec o poloměru ϱ_2 je opět vyplněn vzduchem čili $\varepsilon_3 = 1$ (prostředí III.). Mimo to předpokládáme, že všechna tři prostředí jsou nemagnetická, takže platí $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$. Označme dále poměr poloměrů

$$p = \varrho_2/\varrho_1.$$

Veličina p může nabýti všech hodnot daných nerovninami:

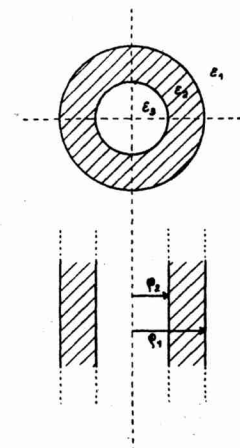
$$0 \leq p \leq 1.$$

Případ $p = 1$ nemá významu, ježto to znamená, že válcové plochy o poloměrech ϱ_1 a ϱ_2 splynuly. Případ $p = 0$ nastává pro $\varrho_2 = 0$; je to tedy případ dielekt. drátu. Pro všechny ostatní hodnoty p v uvedených mezích jedná se o případ dielekt. trubice.

Pro šíření elektromagnetických vln na dielektrické trubici platí rovnice (4). Ježto síla elektrická i magnetická musí zůstatí všude konečnou, můžeme voliti pouze takové cylindrické funkce, které jsou konečné pro všechny možné hodnoty argumentu.

V prostředí (I.) nabývá argument funkce hodnot nekonečně velikých a předcházející podmínku splňují pouze Hankelovy funkce. Musí tedy být argument (kr) resp. k imaginární. Můžeme tedy psáti:

$$C_0 = b_1 H_{1,0}.$$



Obr. 1.

V prostředí (II.) je argument všude konečný a obecnou cylindrickou funkci můžeme vyjádřit jako součet Besselových funkcí prvního a druhého druhu:

$$C_0 = b_2 J_0 + d_2 K_0.$$

V prostředí (III.) nabývá argument hodnotu nulovou, čemuž vyhovuje pouze první Besselova funkce, čili

$$C_0 = b_3 J_0.$$

Na rozhraní dvou prostředí mění se tangenciální složky elektrické a magnetické síly spojitě. Platí tedy pro rozhraní prostředí (I.) a (II.) a prostředí (II.) a (III.):

$$E_z^I = E_z^{II}, H_\varphi^I = H_\varphi^{II}; E_z^{II} = E_z^{III}, H_\varphi^{II} = H_\varphi^{III}. \quad (5)$$

Řešením rovnic (5) obdržíme:

$$\begin{aligned} e^{2\pi i z(1/L_2 - 1/L_1)} &= \frac{k_1 L_1}{k_2 L_2} \cdot \frac{b_1 H_{1,0}(k_1 \varrho_1)}{b_2 J_0(k_2 \varrho_1) + d_2 K_0(k_2 \varrho_1)} \\ &= \frac{L_1}{\varepsilon L_2} \cdot \frac{b_1 H'_{1,0}(k_1 \varrho_1)}{b_2 J'_0(k_2 \varrho_1) + d_2 K'_0(k_2 \varrho_1)}, \\ e^{2\pi i(1/L_3 - 1/L_2)} &= \frac{k_2 L_2}{k_3 L_3} \cdot \frac{b_2 J_0(k_2 \varrho_2) + d_2 K_0(k_2 \varrho_2)}{b_3 J_0(k_3 \varrho_2)} \\ &= \frac{\varepsilon L_2}{L_3} \cdot \frac{b_2 J'_0(k_2 \varrho_2) + d_2 K'_0(k_2 \varrho_2)}{b_3 J'_0(k_3 \varrho_2)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Pravé strany těchto rovnic jsou nezávislé na z , musí tedy býti i levé strany nezávislé na z , což je splněno, když

$$L_1 = L_2 = L_3 = L. \quad (7)$$

Má tedy uvažované elektromagnetické vlnění ve všech třech prostředích touž délku vlnovou.

Na základě předpokladů učiněných o prostředích plyne použitím vztahu (3):

$$k_3 \varrho_2 = p \cdot k_1 \varrho_1; \quad k_2 \varrho_2 = p \cdot k_2 \varrho_1. \quad (8)$$

Ježto k je ryze imaginární, plyne z rovnic (3) a (8), že k musí býti reálné. Zavedeme nyní označení předchozí poznatek vyjadřující:

$$\begin{aligned} x &= 2\pi \varrho_1 \sqrt{\frac{\varepsilon}{l^2} - \frac{1}{L^2}} \\ iy &= 2\pi \varrho_1 \sqrt{\frac{1}{l^2} - \frac{1}{L^2}} \end{aligned} \quad (9)$$

Použitím vztahů (7), (8) a (9) obdržíme z rovnic (6) vyloučením neurčených konstant rovnicí:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{y} \cdot \frac{H'_{1,0}(iy)}{iH_{1,0}(iy)} - \varepsilon \frac{1}{x} \cdot \frac{K'_0(x)}{K_0(x)} \cdot \frac{K_0(x)}{J_0(x)} = \\ & \frac{1}{y} \cdot \frac{H'_{1,0}(iy)}{iH_{1,0}(iy)} - \varepsilon \frac{1}{x} \cdot \frac{J'_0(x)}{J_0(x)} \cdot \frac{K_0(x)}{J_0(x)} = \\ & \frac{1}{py} \cdot \frac{iJ'_0(ip y)}{J_0(ip y)} + \varepsilon \frac{1}{px} \cdot \frac{K'_0(px)}{K_0(px)} \cdot \frac{K_0(px)}{J_0(px)} = \\ & \frac{1}{py} \cdot \frac{iJ'_0(ip y)}{J_0(ip y)} + \varepsilon \frac{1}{px} \cdot \frac{J'_0(px)}{J_0(px)} \cdot \frac{K_0(px)}{J_0(px)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Rovnice (9) a (10) udávají závislost mezi vlnou l a vlnou na dielektrické trubici L .

Obdobným způsobem obdržíme pro dielektrický drát rovnici:

$$\frac{1}{y} \cdot \frac{H'_{1,0}(iy)}{iH_{1,0}(iy)} = \varepsilon \frac{1}{x} \cdot \frac{J'_0(x)}{J_0(x)}. \quad (10')$$

Pro x a y platí v tomto případě tytéž rovnice (9) jako v případě dielekt. trubice.

Důsledky.

A) Z rovnic (9) plyne nerovnice:

$$x^2 = \frac{4\pi^2 \varrho_1^2}{l^2} (\varepsilon - 1) - y^2 \leq \frac{4\pi^2 \varrho_1^2}{l^2} (\varepsilon - 1). \quad (11)$$

Znamení rovnosti platí pouze pro $y = 0$. V tom případě plyne z rovnice (10) pro dielekt. trubici:

$$\frac{K_0(x)}{J_0(x)} - \frac{K_0(px)}{J_0(px)} = 0. \quad (12)$$

Vzhledem k periodickému průběhu Besselových funkcí při reálném argumentu je kořenů rovnice (12) nekonečně mnoho. Označíme-li n -tý kořen ξ_n , potom z nerovnice (11) plyne:

$$l \leq \frac{2\pi \varrho_1}{\xi_n} \sqrt{\varepsilon - 1}; \quad n = 1, 2, \dots, n, \dots \quad (13)$$

Z nerovnic (13) plyne, že vlny na dielekt. trubici jsou možné jen tehdy, jestliže délka volné vlny l nepřekročí jistou mez přímo úměrnou ϱ_1 a závislou na p a ε . Dále plyne z nerovnic (13), že vedle vlny prvního řádu jsou možné ještě vlny řádů vyšších, jakési „vyšší harmonické“.

Podobně z rovnice (10') pro dielekt. drát vyplývá pro $y = 0$:

$$J_0(x) = 0. \quad (12')$$

Nerovnice (13) platí též pro dielekt. drát, při čemž však ξ_n jsou kořeny rovnice (12').

B) Z rovnic (9) plynou dále následující nerovnosti:

$$\frac{1}{L^2} = \frac{\varepsilon}{l^2} - \frac{x^2}{4\pi^2 \varrho_1^2} \leq \frac{\varepsilon}{l^2}; \quad \frac{1}{L^2} = \frac{1}{l^2} + \frac{y^2}{4\pi^2 \varrho_1^2} \geq \frac{1}{l^2}$$

čili

$$l/\sqrt{\varepsilon} \leq L \leq l. \quad (14)$$

To znamená: Je-li podmínka (13) splněna, potom délka vlny na dielekt. trubici resp. drátě se nalézá mezi dvěma krajními hodnotami danými nerovninami (14).

C) Z rovnic (9) můžeme dále vypočítati l a L jako funkce x a y :

$$l = 2\pi\varrho_1 \sqrt{\frac{\varepsilon - 1}{x^2 + y^2}}, \quad L = 2\pi\varrho_1 \sqrt{\frac{\varepsilon - 1}{x^2 + \varepsilon y^2}}. \quad (15)$$

Z rovnic (15) plyne následující důsledek: Tvar průběhu závislosti vlny volné l a vlny na trubici resp. drátě L nezávisí na ϱ_1 , ale závisí na ε a v případě trubice na p charakterisující její tloušťku. Můžeme tedy vyjádřiti tuto závislost v případě dielekt. trubice při konstantním ε následujícími rovnicemi:

$$l = 2\pi\varrho_1 \cdot f(\varrho_2/\varrho_1), \quad L = 2\pi\varrho_1 \cdot g(\varrho_2/\varrho_1).$$

Experimentální část.

Úkolem autorovým bylo experimentálně studovati důsledky plynoucí z teorie šíření elektromagnetických vln na dielektrických trubcích, zejména sledovati závislost na tloušťce trubice.

Úprava aparatury.

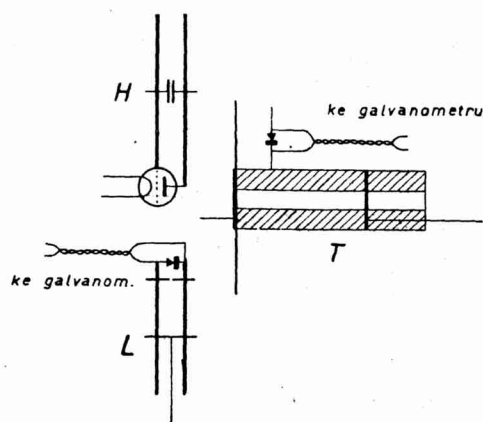
K měření bylo použito aparatury v podstatě shodné s aparaturou, které použil ke svým měřením Kašpar.⁵⁾ Podávám proto v dalším pouze stručný popis aparatury.

Aparatura se skládala ze tří podstatných částí: generátoru ultrakrátkých vln, Lecherova mostu a dielekt. trubice. Vzájemné uspořádání těchto částí podává schematicky obr. 2.

Jako generátoru vln v rozmezí 15 cm až 130 cm bylo použito Hollmannova uspořádání k buzení Barkhausen-Kurzových oscilací. Lecherův systém byl v úpravě p. prof. dr. Žáčka, t. j. s indikátorem pevným na koncích drátů. Dielekt. trubice byla realizována dvěma koncentricky umístěnými rourami, z nichž vnější byla gumoidová a vnitřní skleněná. Gumoidové roury bylo použito proto, ježto skleněné v požadovaných velkých rozměrech neměly již dostatečně konstantní průřez. Prostor mezi oběma rourami vyplněný dielektrikem představuje pak onu dielekt. trubici. Jako dielektrika bylo užito jediné destilované vody, ježto při velikém rozdílu mezi její dielekt. konst. ($\varepsilon = 80$) a dielekt. konst. stěn (sklo: $\varepsilon = 6$,

gumoid: $\varepsilon = 3$) je vliv těchto stěn jako dalších částí dielekt. trubice na výsledky měření velmi malý.

Na konci trubice na straně bližší ke generátoru byla umístěna mosazná deštička v podobě mezikruží a opatřena trubkovitou anténkou, kterou bylo možno prodlužováním resp. zkracováním laditi. V rovině této deštičky se nalézala ve vnitřní dutině trubice kovová kruhová deštička a vně pak velké čtvercové kovové stínítko. Stejný systém tří stínítek pohyboval se ve směru trubice



Obr. 2.

H ... Hollmannův systém, L ... Lecherův systém, T ... dielektrická trubice.

tak, aby při posouvání zůstávala všechna tři stínítka stále v jedné rovině. Stínítka uvnitř dielektrika sloužila k vytvoření stojatých vln na dielekt. trubici. Účelem vnějších a nejvnitřnějších stínítek bylo zabrániti vnikání přímého nebo odraženého záření generátoru do okolí trubice a šíření vln na trubici do částí za vnitřní stínítko. Indikátor vln na trubici byl tvořen kryst. detektorem a anténkou stojící kolmo na povrch trubice a laditelnou měněním své délky.

Postup měření.

Při měření bylo postupováno následujícím způsobem: Na generátoru byla nastavena vhodná vlna a její délka byla přesně změřena na Lecherově mostu. Potom byla změřena délka vlny na trubici.

A) Měření na Lecherově systému.

Vlnovou délku bylo možno stanoviti s přesností několika desetin milimetru. Ježto však na dielekt. trubici nebylo možno

s takovou přesností měřiti, byla i na Lecherově systému délka vlny určována pouze v mm.

Vliv vazby na vlnu generátoru. Aby bylo možno správně určit vlnu vysílanou generátorem, bylo nutno, aby vazba mezi Hollmannovým systémem a dielekt. trubicí byla tak volná, aby generátor nebyl trubicí ovlivňován. Za tím účelem bylo měřeno jednak při přímé vazbě mezi generátorem a trubicí, t. j. anténka byla spojena s anodou lampy, jednak při různé nepřímé vazbě, t. j. anténka byla odpojena od anody při různé vzdálenosti trubice od generátoru. Bylo zjištěno, že při nepřímé vazbě není generátor trubicí ovlivňován, kdežto při přímé vazbě ano. Bylo proto při všech měřeních, na rozdíl od měření Kašparových, užíváno výhradně vazby nepřímé.

B) Měření na dielektrické trubicí.

Měření na dielekt. trubicí bylo prováděno způsobem obdobným měření na Lecherově systému. Posouváním stínítka v dielektriku byly vytvořeny stojaté vlny. Indikátorem byla nalezena poloha prvního maxima a indikátor pak v této poloze během měření ponechán. Dále byly laděny jednak anténa indikátoru, jednak anténa trubice tak, aby výchylka galvanometru byla maximální. Nastavováním optimálních podmínek na aparatuře bylo též možno měřiti v případech, kdy se šířila na trubicí současně s vlnou nižšího řádu též vlna řádu vyššího. Naladěním aparatury na jednu nebo druhou vlnu bylo možno maxima jedné z těchto vln vyzdvihnouti a maxima druhé potlačit. Bylo tak možno změřiti každou z nich bez rušivého vlivu druhé.

Používání vnějšího stínítka. Pokud se týče používání vnějšího stínítka posuvného, došel jsem k poznatkům částečně odchylným od poznatků Kašparových a naopak částečně shodným s poznatky Schrieverovými. Bylo-li měření prováděno bez vnějšího stínítka, potom jsem obdržel při vlnách kratších ne jednu, ale celou řadu vln prakticky stejně dlouhých, ale s maximy vůči sobě posunutými. Při vlnách bližších vlnám ve vzduchu vznikaly naproti tomu pouze vlny dvě, avšak tak, že jedna byla kratší a druhá opět delší, nežli by měla býti vlna na trubicí příslušná k dané vlně generátoru. Směrem k vlnám ještě delším stávalo se měření vln shodně s Kašparem neurčité. Naproti tomu, bylo-li použito vnějšího stínítka, obdržel jsem ve všech uvedených případech vždy jen vlnu jedinou. Vedle toho vyskytovala se sice při vlnách kratších též jako u Kašpara vlna ve vzduchu, která však zpravidla nepůsobila rušivě, ježto popsaným způsobem bylo možno aparaturu na měřenou vlnu naladiti a tím vliv vlny ve vzduchu potlačit. Jedině při velmi krátkých vlnách byly vlny na trubicí i bez použití vnějšího stínítka

jednoduché. Poněvadž intensita těchto vln byla velice malá, nebylo naopak možno užítí vnějšího stínítka pro značný rušivý vliv vlny ve vzduchu.

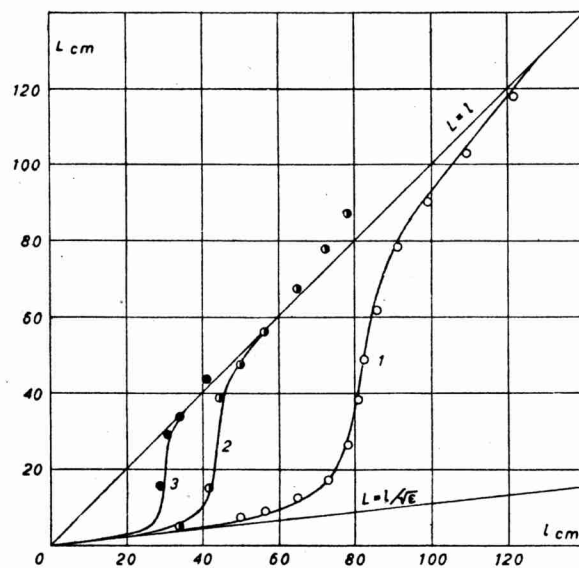
Případ dvojvlnnosti. Z popsaného zjevu mnohovlnnosti a dvojvlnnosti byl blíže zkoumán případ dvojvlnnosti. Srovnáním amplitud bylo zjištěno, že amplitudy maxim jedné z obou vln ve směru trubice klesají a amplitudy maxim druhé z obou vln naopak stoupají. To znamená, že se vlastně obě vlny šíří proti sobě čili že se šíří vlnění i za vnitřní stínítko v dielektriku a odrazem na druhém konci trubice vzniká pak ona druhá vlna, která se opět šíří za stínítko do přední části trubice. Tento úsudek byl experimentálně potvrzen a bylo zjištěno, že použitím vnějšího posuvného stínítka lze zabránití úplné šíření se vln do druhé části trubice. Zůstává tedy potom vlnění na trubici omezeno na prostor mezi oběma systémy stínítek.

Stínítka nejvnitřnějšího, jehož účel je stejný jako stínítka vnějšího, bylo použito jedině u trubice s nejmenší tloušťkou dielektrika, kdežto u ostatních trubic nebylo zjištěno, že by nepoužití tohoto stínítka zhoršovalo měření.

Výsledky měření.

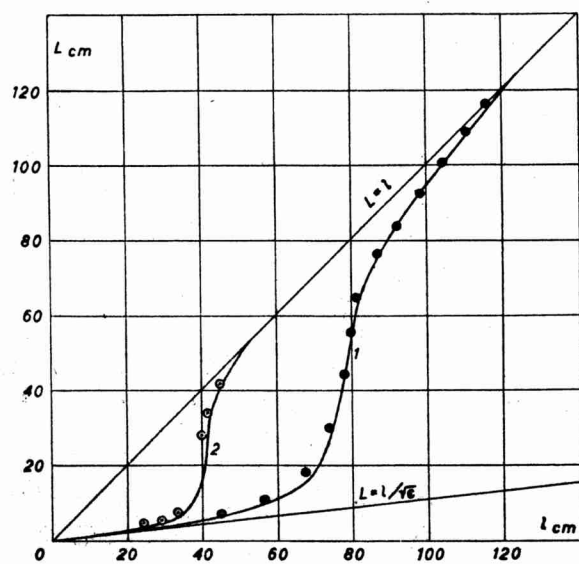
Popsaným způsobem byla prováděna měření na dielekt. trubicích pro $p = 0,13$, $p = 0,33$, $p = 0,53$, $p = 0,79$. Vedle toho byla proměřena trubice plná ($p = 0$) čili dielekt. drát. V tomto případě bylo opakováno, a jak níže uvedeno, i rozšířeno jedno z Kašparových měření. Vnější roura, o poloměru $\varrho_1 = 55$ mm a délce 150 cm, byla při všech měřeních táž a dielekt. trubice s různými hodnotami p byly získány užítím vnitřních rour s různými poloměry ϱ_2 . Výsledky měření na uvedených trubicích jsou obsaženy v obr. 3, obr. 4, obr. 5. V těchto grafech plně vytažené křivky udávají teoretickou závislost mezi vlnou ve vzduchu l , t. j. vlnou vysílanou generátorem, a vlnou na dielekt. trubici L .

Z uvedených grafů je patrné, že průběh teoretické závislosti pro případ $L < l$ vykazuje celkem dobrou shodu s průběhem naměřených hodnot. Tyto hodnoty liší se od hodnot teoretických poměrně velmi málo a odchylky tyto, jinak dosti pravidelné, je možno vysvětliti tím, že aparatura nesplňovala, jak ani není prakticky možno, všechny podmínky vyžadované teorií. Dále bylo vykonanými měřeními potvrzeno, že vedle vln prvního řádu existují také vlny řádů vyšších. Tak byly zjištěny, na rozdíl od měření Kašparových, vlny druhého a třetího řádu na dielekt. drátu ($p = 0$). Dále byly zjištěny vlny druhého řádu u trubice s $p = 0,13$. Vlny na dielekt. trubicích bylo možno zjišťovati potud, pokud intensita těchto vln nebyla menší, než užitá aparatura měřiti připouštěla,



Obr. 3.

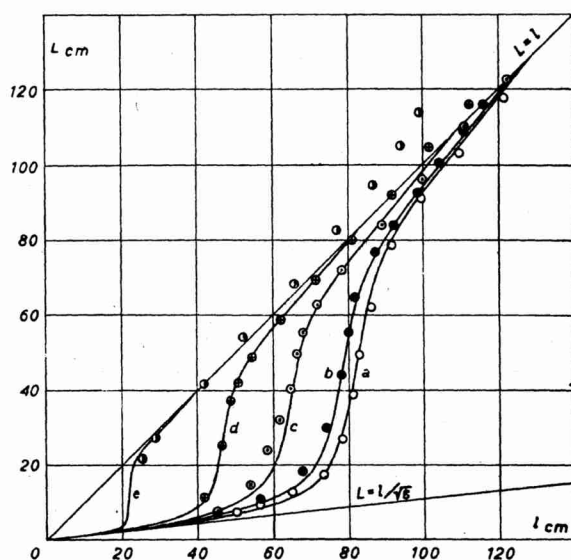
Vlny 1., 2., 3. řádu pro $p = 0$; 1 = vlny prvního řádu, 2 = vlny druhého řádu, 3 = vlny třetího řádu;



Obr. 4.

Vlny 1., 2. řádu pro $p = 0,13$; 1 = vlny prvního řádu, 2 = vlny druhého řádu.

a pokud užitým generátorem bylo možno vytvořiti vlnu žádané délky. Z těchto důvodů nebylo možno měřiti vlny vyšších řádů u trubíc s menší tloušťkou dielektrika. Již při trubici ($p = 0,13$) bylo zjišťování vln druhého řádu z uvedených důvodů velmi obtížné. Jinak o intenzitě vln na trubici bylo zjištěno, že nejintenzivnější vlnění je v okolí případu, kdy vlna na trubici se rovná vlně gene-



Obr. 5.

Vlny prvního řádu pro různá p : a) $p = 0$; b) $p = 0,13$; c) $p = 0,33$; d) $p = 0,53$; e) $p = 0,79$.

rátoru a že směrem jak ke kratším vlnám tak k vlnám delším intensity vln stále a dosti značně ubývá.

Při měřeních na všech trubcích, i při vlnách vyšších řádů, bylo zjištěno, že případ $L = l$ není horní mezí pro šíření vln na dielekt. trubcích, nýbrž že i pro delší vlny generátoru, pro něž podle teorie již žádné vlny na trubici nemají existovati, tyto vlny přesto vznikají čili že existují vlny na trubici, pro něž platí $L > l$. Tento rozpor s teorií, který vede k tomu, že by se tyto vlny měly šířiti na trubici s rychlostí větší než světelnou, nebyl doposud teoreticky rozřešen. Existence těchto vln byla zjištěna již Schriefferem⁴⁾ při jeho měřeních na dielekt. drátech. Zdá se však, že to souvisí s používáním vnějšího stínítka, neboť se mi podařilo tyto vlny obdržeti i po odstranění vnitřního stínítka v dielektriku. Z tohoto

odchylného chování dalo by se snad souditi, že jde v tomto případě o vlny jiného druhu, než jak bylo v teorii uvažováno.

Mimo tento rozpor vykonaná měření potvrzují jinak úplně správnost teorie o šíření elektromagnetických vln na dielektrických trubicích.

II. oddělení fyzikálního ústavu Karlovy university.

*

Les ondes électromagnétiques le long des tuyaux diélectriques.

(L'extrait de l'article précédent.)

Dans la première partie de ce travail l'auteur présente brièvement la théorie des ondes électromagnétiques le long des tuyaux diélectriques en suivant le procédé de M. Zachoval²⁾ lequel à son tour a élargi la théorie de M. M. Hondros et Debye¹⁾ concernant des ondes électromagnétiques le long des fils diélectriques au cas du tuyau diélectrique. L'équation (9) et (10) indique la dépendance entre l'onde dans l'air l et l'onde le long du tuyau diélectrique L ; les équations (13), (14) et (15) nous rendent quelques conséquences de cette théorie. Dans la partie expérimentale l'auteur donne une brève description de l'appareil, ensuite il présente la marche des mesures et leurs résultats. De ces mesures données par fig. 3, fig. 4 et fig. 5, où la courbe dessinée pleinement signifie la dépendance théorique entre l et L , on voit que la conformité des valeurs mesurées et des valeurs calculées est en tout juste pour le cas $L < l$. L'unique désaccord de la théorie est le suivant: le cas $L = l$ n'indique pas la limite supérieure, mais il y a encore des ondes le long du tuyau pour $L > l$. Ce cas excepté, les mesures vérifient tout-à-fait la théorie des ondes électromagnétiques le long des tuyaux diélectriques.

Nová metoda pro precisní měření mřížkové konstanty krystalů.

V. Kunzl a J. Köppel.

(Došlo 2. října 1933.)

Při precisním měření mřížkových konstant krystalů vycházíme z rovnice Braggovy

$$n\lambda = 2d \sin \varphi$$

měříce úhel φ při dané vlnové délce λ . K tomu účelu vypracoval na př. M. Siegbahn se svými spolupracovníky všeobecně známou precisní fotografickou metodu a konstruoval pro ni několik typů precisních spektrografů. Touto metodou byla většina mřížkových konstant měřena.

Avšak mřížkovou konstantu můžeme, na rozdíl od zmíněné metody Siegbahnovy, stanovit i prostřednictvím jiných veličin, než přímým měřením úhlu φ . Tím lze dospět k metodám dosahujícím téže přesnosti měření, při nichž se však systematické chyby (myslíme tím vady krystalu, chyby justace, vníkaní záření do krystalu a pod.) uplatňují jinou měrou nežli u metody Siegbahnovy.

Tak na př. můžeme postupovati tím způsobem, že neměříme přímo reflexní úhel φ jako u metody Siegbahnovy, nýbrž měříme rozdíl κ dvou reflexních úhlů $\varphi_{m,\mu}$ a $\varphi_{n,\nu}$, kdež $\varphi_{m,\mu}$ je reflexní úhel spektrální linie λ_μ v řádu m -tém a $\varphi_{n,\nu}$ je reflexní úhel linie λ_ν v řádu n -tém. Abychom pak spočetli ze změřeného úhlu κ mřížkovou konstantu d , potřebujeme mimo rovnici

$$\kappa = \varphi_{n,\nu} - \varphi_{m,\mu}$$

ještě dvě rovnice Braggovy pro příslušné vlnové délky a řády

$$\begin{aligned} m\lambda_\mu &= 2d \sin \varphi_{m,\mu}, \\ n\lambda_\nu &= 2d \sin \varphi_{n,\nu}. \end{aligned}$$

Podle toho, zda klademe $m = n$, to jest měříme rozdíl úhlů pro různé linie v tomtéž řádu, nebo $\mu = \nu$, to jest tutéž linii v různých řádech, dostáváme dvě metody pro měření mřížkové konstanty.

Obrátíme se k druhé z obou metod.¹⁾ Exponujeme tedy určitou

¹⁾ Studium postupu prvního se zabývá ve své disertační práci Fr. Bouchal.

spektrální čáru na tutéž desku ve dvou různých řádech a změříme na desce odlehlost linie v obou řádech; obdržíme tím úhel α , pomocí něhož můžeme hledanou mřížkovou konstantu vypočítati. Tohoto postupu použil již A. Pavelka²⁾ ke stanovení mřížkové konstanty sfaleritu. Měřením úhlu α na desce mohl do jisté míry nahraditi odečítání úhlu na škále precisiho spektrografu, který neměl k dispozici. Bylo pak možno určit dosti přesně (přesněji než jinými metodami za použití stejných experimentálních prostředků) mřížkovou konstantu bez použití precisiho spektrografu, avšak přesností precisi metody Siegbahnovy nemohl touto cestou dosáhnouti. Abychom v měření úhlu α dosáhli potřebné přesnosti, t. j. přesnosti metody Siegbahnovy, kombinovali jsme princip tohoto postupu se způsobem odečítání úhlů metody Siegbahnovy a dospěli jsme takto k nové metodě pro precisi měření mřížkové konstanty, dávající nejen výsledky stejně přesné, nýbrž skýtající i určité výhody vůči dosavadním metodám. Postup této metody je pak následující:

Exponujeme určitou spektrální čáru o známé vlnové délce λ na fotografickou desku v nějakém řádu m ; pak posuneme kasetou, odečítající úhel na škále, o úhel α přibližně rovný dvojnásobnému rozdílu úhlu φ_m řádu právě fotografovaného a úhlu φ_n řádu n -tého a exponujeme nyní příslušný řád n -tý.

$$\text{Rozdíl} \quad \alpha = \varphi_n - \varphi_m$$

vypočteme z rovnice

$$\alpha = \frac{1}{2} (\alpha \pm \Delta),$$

kdež Δ je odlehlost spektrálních čar přepočtená na stupně. Z příslušných Braggových rovnic vypočteme³⁾

$$\sin \varphi_m = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 2 \frac{n}{m} \cos \alpha + 1}} \quad \text{a} \quad 2d = \frac{m\lambda}{\sin \varphi_m}.$$

Takto vypočtená hodnota „mřížkové konstanty“ d neshoduje se s reálnou mřížkovou konstantou. Hodnota d byla totiž počítána z neopravených Braggových rovnic, v nichž není brán zřetel k lomu X -paprsků v krystalu.

Abychom vyšetřili vztah této fiktivní mřížkové konstanty k reálné mřížkové konstantě d_∞ , vyšetříme nejdříve, v jakém vztahu je naše hodnota s hodnotami fiktivních mřížkových konstant nalezených metodou Siegbahnovou.

²⁾ A. Pavelka: Bull. int. de l'Acad. d. Sc. Bohême. 1, 44, 1927.

³⁾ A. Pavelka: L. c. Protože přesnost Pavelkou docílená nedovolovala stanovit odchylky ve vyšších řádech, počítána byla jím mřížková konstanta z neopravených Braggových rovnic.

V rovnicích

$$m\lambda = 2d \sin \varphi_m, \quad (1)$$

$$n\lambda = 2d \sin \varphi_n, \quad n > m, \quad (2)$$

$$\kappa = \varphi_n - \varphi_m \quad (3)$$

veličinami danými jsou m , n , λ , veličinou skutečně měřenou úhel κ . Úhly φ_m , φ_n a „mřížková konstanta“ d jsou pak určeny těmito třemi rovnicemi. Ježto pak rovnice (1), (2) neplatí přesně (vzhledem k lomu X -paprsků), úhly φ_n , φ_m a hodnoty d neshodují se s příslušnými reálnými hodnotami. d plynoucí z rovnic (1), (2), (3) není konstantou, nýbrž veličinou závislou na m , n . Podobně úhly φ_m respektive φ_n nejsou funkcí jen m , respektive n , nýbrž i n respektive m . Označme tedy veličiny plynoucí z rovnic (1), (2), (3), $d_{m,n}$, resp. φ_m^* , resp. φ_n^* .

Rovnice (1), (2), (3) pak píšeme

$$m\lambda = 2d_{m,n} \sin \varphi_m^*, \quad (1')$$

$$n\lambda = 2d_{m,n} \sin \varphi_n^*, \quad (2')$$

$$\kappa = \varphi_n^* - \varphi_m^*. \quad (3')$$

A odtud, jak již bylo zmíněno,

$$\sin \varphi_m^* = \frac{\sin \kappa}{\sqrt{\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 2 \frac{n}{m} \cos \kappa + 1}}, \quad (4)$$

$$d_{m,n} = \frac{m\lambda}{2 \sin \varphi_m^*}. \quad (5)$$

Naproti tomu pro hodnoty d_m a d_n , t. j. hodnoty hledané metodou Siegbahnovou platí rovnice

$$m\lambda = 2d_m \sin \varphi_m, \quad (6)$$

$$n\lambda = 2d_n \sin \varphi_n, \quad (7)$$

kdež φ_m a φ_n jsou přímo měřené, tedy reálné úhly sklonu. Rozdíl jejich musí býti roven onomu úhlu κ v rovnici (3') měřenému uvedenou metodou. Platí tedy

$$\kappa = \varphi_n - \varphi_m. \quad (8)$$

Z rovnice (6) a (5)

$$d_{m,n}/d_m = \sin \varphi_m / \sin \varphi_m^*$$

a substitucí za $\sin \varphi_m^*$ ze (4) a za $\sin \varphi_m$ z (6), (7), (8) dostaneme

$$d_{m,n} = d_m \sqrt{\frac{\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 2 \frac{n}{m} \cos \kappa + 1}{\left(\frac{n}{m}\right)^2 \left(\frac{d_m}{d_n}\right)^2 - 2 \frac{n}{m} \frac{d_m}{d_n} \cos \kappa + 1}}, \quad (9)$$

Hodnota d_m , t. j. hodnota fiktivní mřížkové konstanty nalezené metodou Siegbahnovou, souvisí s reálnou mřížkovou konstantou d_∞ vztahem⁴⁾:

$$d_m = d_\infty \left[1 - \frac{4d_\infty^2 \delta}{m^2 \lambda^2} \right], \quad (10)$$

kdež $\delta = 1 - \mu$, μ jest index lomu. Význam ostatních symbolů je též jako v předchozím. Dosazením této hodnoty do vztahu (9) a aproximací dostáváme:

pro poměr

$$n/m < 3, \quad n > m$$

$$d_{m,n} = d_\infty \left(1 - \frac{4d_\infty^2 \delta}{m^2 \lambda^2} \right) \times \\ \times \left[1 + \frac{1}{2} \frac{4d_\infty^2 \delta}{n^2 \lambda^2} \left(\frac{n^2}{m^2} - 1 \right) \left(1 + \frac{\frac{n^2}{m^2} - 1}{\frac{n^2}{m^2} - 2 \frac{n}{m} \cos \kappa + 1} \right) \right]. \quad (11)$$

Speciálně pro $n = m + 1$, t. j. pro sousední řady,⁵⁾ dostaneme:

$$d_{m,m+1} = d_\infty \left(1 - \frac{4d_\infty^2 \delta}{m^2 \lambda^2} \right) \times \\ \times \left[1 + \frac{4d_\infty^2 \delta}{m^2 \lambda^2} \cdot \frac{2m + 1}{(m + 1) \left(2m + 2 - \frac{2m + 1}{2m \sin^2 \frac{1}{2} \kappa + 1} \right)} \right], \quad (12)$$

odkudž můžeme, známe-li hodnotu δ/λ^2 , stanovit ze změřené fiktivní mřížkové konstanty reálnou mřížkovou konstantu.

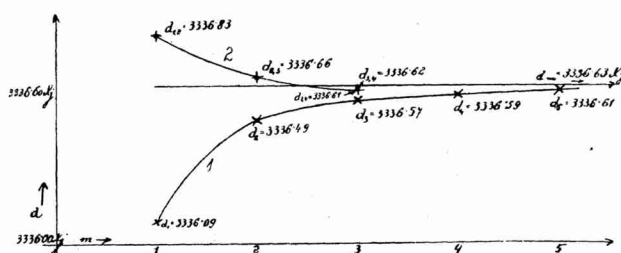
Průběh hodnot fiktivní mřížkové konstanty $d_{m,m+1}$ je znázorněn na grafu č. 1. Na osu úseček je nanášen řád m ; na osu pořadnic jsou nanášeny hodnoty mřížkových konstant v X -jedničkách, zmenšené o 3336,00 X -j. Do grafu jsou zaneseny též fiktivní hodnoty mřížkových konstant d_n vypočtené ze vztahu (10), kdež za d_∞ vzata hodnota nalezená metodou námi udanou. Jak patrně ze vztahu (10) a z grafu č. 1, limitují s rostoucím n fiktivní hodnoty d_n k d_∞ . Křivka č. 2 ukazuje průběh fiktivních hodnot $d_{m,m+1}$ vypočtených jednak z aproximativního vzorce (12) (označené křížkem), kdež za κ dosazeny hodnoty vypočtené z úhlů φ_n příslušných hodnotám d_n , jednak ze vzorce (4), (5) (označené kroužkem). Jak patrně, zmíněné hodnoty se shodují potvrzující správnost vztahu (12). Mezi hodno-

⁴⁾ Viz na př. M. Siegbahn: Spektroskopie der Röntgenstrahlen, 1930, p. 36.

A. H. Compton: X-Rays and Electrons, 1927.

⁵⁾ V. Kunzl - J. Köppel: C. R. 196, 940, 1933.

tami fiktivních konstant získaných jednak metodou naší a jednak metodami měřícími přímo úhel φ (na př. metoda Siegbahnova) je však podstatný rozdíl, a to nejen ve velikosti, ale i v jejich charakteru. Neboť hodnoty d_n jsou nezávislé na vlnové délce, pomocí níž byly měřeny, ježto poměr δ/λ^2 zůstává (v oboru normální disperse) konstantní. Naproti tomu hodnoty $d_{m,m+1}$ jsou závislé na použité vlnové délce.⁶⁾



Graf. č. 1.

Popsaná metoda byla použita k měření mřížkové konstanty rhomboedrické plochy (1011) křemene a tím experimentálně verifikována. Mřížková konstanta tato je důležitá pro spektroskopii tím, že vyplňuje mezeru mezi mřížkovou konstantou vápence $d_\infty = 3,02904 \text{ \AA}$ a mřížkovou konstantou prismatické plochy křemene $d_\infty = 4,24602 \text{ \AA}$.⁷⁾ Mřížková konstanta této plochy byla současně měřena metodou Siegbahnovou a tak obě metody vzájemně porovnány.

Měření bylo provedeno na precizním vakuovém spektrografu Siegbahnově pro střední délky vln. Použitý krystal nebyl bezvadný. Proto za účelem dosažení pokud možno nejostřejších linií byl částečně zacloněn. Justace krystalu a měření konstanty spektrografu provedeno bylo pomocnými metodami, užívajícími pokud možno jenom prostředků, jakých měření mřížkové konstanty vůbec vyžaduje, t. j. spektrografu a komparátoru. Justace plochy krystalu do polohy rovnoběžné s osou prováděna byla porovnáváním vzájemné rovnoběžnosti linií naexponovaných na obou stranách spektrografu, analogicky jako u metody Siegbahnovy. Justace krystalu do polohy identické s osou spektrografu provedena byla jako obvykle pomocí mikroskopu. Konstanta spektrografu,

⁶⁾ Odtud plyne možnost, že lze pro každou mřížkovou konstantu udati takovou vlnovou délku, že pro tuto vlnovou délku fiktivní hodnota naší metodou určená dává přímo hodnotu reálné mřížkové konstanty (bez znalosti indexu lomu). Diskuse a důsledky budou podány s experimentální verifikací ve zvláštní práci.

⁷⁾ O. Bergqvist: Zs. f. Phys. 66, 494, 1930.

t. j. vzdálenost odrazové plochy od fotografické desky, byla stanovena novým způsobem, o němž bude na jiném místě referováno.⁸⁾ Průměrná hodnota námi naměřené konstanty spektrografu činila

$$r = 180,17 \text{ mm.}$$

Jak bylo již podotčeno, bylo metody použito ke měření mřížkové konstanty rhomboedrické plochy (1011) křemene. Současně byla tato mřížková konstanta měřena metodou Siegbahnovou. K měření bylo použito v obou případech linie $\text{CuK}\alpha_1 = 1537,395 \text{ X-j.}^9)$ v 1. a 2. řadě. Expoziční doba v 1. řadě činila 10 minut, ve 2. 20 minut. Při expozici byla odečítána teplota každých 5 minut. Během expozice jednoho snímku zůstávala teplota celkem konstantní. Odlehlost linií odečítána byla na komparátoru. Nalezené hodnoty jsou udány v tabulkách č. 1—3, a to v tab. č. 1 resp. 2 jsou hodnoty φ v 1. resp. 2. řádu, nalezené metodou Siegbahnovou, v tab. č. 3, jsou hodnoty κ nalezené metodou námi udanou. A to v prvním sloupci tabulek je udána odlehlost linií v milimetrech naměřená na komparátoru, v druhém jsou hodnoty této vzdálenosti přepočtené na míru úhlovou. Ve sloupci třetím jsou hodnoty otočení kasety. Ve sloupci čtvrtém jsou hodnoty úhlu φ (resp. κ). Ve sloupci pátém jsou teplotní difference jednotlivých snímků vzhledem k 18°C . Ve sloupci šestém jsou udány hodnoty úhlů korigovaných na 18°C . Korekce byla provedena pro úhly φ_n měřené metodou Siegbahnovou podle vztahu

$$\Delta\varphi''_n = -\frac{180}{\pi} \cdot 3600 \cdot \alpha_{\perp(10\bar{1}1)} \cdot \text{tg } \varphi_n \cdot \Delta t.^{10)}$$

Korekce úhlu κ je dána analogickým vztahem plynoucím z diferenciací rovnice (3) a dosazením ze vztahu předchozího

$$\Delta\kappa'' = -\frac{180}{\pi} \cdot 3600 \cdot \alpha_{\perp(10\bar{1}1)} \cdot \text{tg } \kappa (1 + \text{tg } \varphi_1 \cdot \text{tg } \varphi_2) \cdot \Delta t,$$

kde za φ_1 a φ_2 stačí dosaditi hodnoty jen přibližné; $\alpha_{\perp(10\bar{1}1)} = 1035 \cdot 10^{-8}$ jest koeficient tepelné roztažnosti ve směru kolmém ku ploše (1011). Byl získán z daných koeficientů $\alpha_{\perp a} = 781 \cdot 10^{-8}$ a $\alpha_{\perp c} = 1419 \cdot 10^{-8}$.¹¹⁾ Tepelné korekce připadající na 1°C činí pro φ_1 resp. φ_2 resp. κ :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= -0,6'', \\ \Delta\varphi_2 &= -1,2'', \\ \Delta\kappa &= -0,7''. \end{aligned}$$

⁸⁾ V. Kunzl-J. Köppel: C. R. 196, 787, 1933.

⁹⁾ M. Siegbahn: L. c.

¹⁰⁾ M. Siegbahn: L. c.

¹¹⁾ Landolt-Bernstein: Tabellen.

V posledním sloupci jsou hodnoty průměrné s udáním střední chyby výsledku. V tab. č. 3 jest uveden ještě rozdíl κ^* úhlů φ_2 a φ_1 měřených metodou Siegbahnovou.

Tab. 1.

Snímek	Δ mm	Δ'	α	φt	$\Delta t^\circ \text{C}$	φ_{18}	φ_{18} střed
576	0,6191	11' 48"	53° 6' 0"	13° 19' 27"	+5	13° 19' 30"	13° 19' 23" $\pm 1,4''$
577	0,5275	10' 03"	53° 7' 21"	13° 19' 21"	0	13° 19' 21"	
581	0,4417	8' 26"	53° 8' 39"	13° 19' 16"	+1	13° 19' 17"	
582	0,4994	9' 32"	53° 7' 54"	13° 19' 21"	+1	13° 19' 22"	
583	0,5098	9' 43"	53° 7' 39"	13° 19' 20"	+1	13° 19' 21"	
585	0,5619	10' 43"	53° 7' 14"	13° 19' 29"	+3	13° 19' 31"	
586	0,5507	10' 30"	53° 7' 05"	13° 19' 24"	+2	13° 19' 25"	
589	0,6914	13' 11"	53° 30' 27"	13° 19' 19"	+4	13° 19' 21"	
590	0,6121	13' 16"	53° 30' 20"	13° 19' 16"	+4	13° 19' 18"	
591	0,6581	12' 33"	53° 30' 01"	13° 19' 22"	+3	13° 19' 24"	

Tab. 2.

Snímek	Δ mm	Δ'	α	φt	$\Delta t^\circ \text{C}$	φ_{18}	φ_{18} střed
545	0,4927	9' 25"	109° 36' 20"	27° 26' 26"	+5	27° 26' 32"	27° 26' 22" $\pm 2,5''$
553	0,2309	4' 25"	109° 49' 21"	27° 26' 14"	0	27° 26' 14"	
579	0,4279	8' 10"	109° 37' 13"	27° 26' 21"	0	27° 26' 21"	
594	0,4691	8' 57"	109° 36' 02"	27° 26' 15"	+3	27° 26' 19"	
595	0,3003	5' 44"	109° 49' 59"	27° 26' 04"	+3	27° 26' 08"	
597	1,2828	24' 29"	110° 10' 03"	27° 26' 23"	+5	27° 26' 29"	
598	0,4349	8' 18"	109° 36' 52"	27° 26' 18"	+4	27° 26' 23"	
600	1,3169	25' 12"	110° 10' 07"	27° 26' 14"	+5	27° 26' 20"	
601	0,5076	9' 41"	109° 36' 10"	27° 26' 28"	+4,5	27° 26' 33"	
603	1,2935	24' 41"	110° 09' 55"	27° 26' 18"	+3,5	27° 26' 22"	

Jak zřejmo z uvedených tabulek, jest rozmezí přesnosti hodnot měřených veličin jak u metody Siegbahnovy, tak u metody nové celkem stejné, obě metody jsou zatíženy týmiž nahodilými chybami měření. Jak patrné z tabulky č. 3, hodnota úhlu κ přímo

Tab. 3.

Sílněk	Δ mm	Δ'	α	κ	$\Delta^\circ \text{C}$	κ_{18}	κ_{18} střed
542	1,0784	20' 35"	28° 34' 27"	14° 6' 56"	—2	14° 6' 55"	
548	0,8392	16' 1"	28° 29' 28"	14° 6' 44"	+3	14° 6' 46"	
555	1,3272	25' 19"	28° 39' 23"	14° 7' 02"	+3	14° 7' 04"	
559	0,7626	14' 33"	28° 28' 37"	14° 7' 02"	+3	14° 7' 04"	
564	0,6576	12' 33"	28° 26' 21"	14° 6' 54"	+1	14° 6' 55"	14° 6' 57"
565	0,6425	12' 16"	28° 25' 46"	14° 6' 45"	+3	14° 6' 47"	$\pm 2''$
566	0,7351	14' 02"	28° 28' 01"	14° 6' 59"	+1	14° 7' 00"	$\kappa^* = \varphi_2$ —
567	0,7610	14' 31"	28° 28' 17"	14° 6' 53"	+3	14° 6' 55"	$-\varphi_1 =$
578	0,8571	16' 21"	28° 30' 19"	14° 6' 59"	—1	14° 6' 58"	14° 6' 59" $\pm$
580	0,8737	16' 40"	28° 30' 41"	14° 7' 01"	+2	14° 7' 02"	$\pm 4''$

měřená novou metodou v mezích pozorovacích chyb se shoduje s hodnotou κ^* , vypočtenou z hodnot úhlů φ_2, φ_1 měřených metodou Siegbahnovou. Pro porovnání výsledku obou metod nestačí však jen srovnání veličin κ , poněvadž κ^* je zatíženo větší střední chybou, jsouc vypočteno ze dvou odděleně měřených hodnot. Abychom mohli obě metody porovnat, vypočteme příslušné fiktivní mřížkové konstanty z rovnice (6), resp. (4), (5) a konečně mřížkové konstanty reálné, jichž hodnoty nám budou směrodatné pro porovnání obou metod, z rovnic (10), resp. (12). K výpočtu reálných mřížkových konstant potřebná veličina¹²⁾ $\delta/\lambda^2 = 3,60 \cdot 10^{-12}$ vypočtena z teoretického vzorce pro dispersi X -paprsků podle Lorenze

$$\delta/\lambda^2 = Ne^2/2\pi mc^2$$

(pro případ normální disperse), kde N je počet elektronů v 1 cm^3 , e náboj elektronu, c rychlost světla. Vypočtené mřížkové konstanty jsou udány v tabulce č. 4. Horní indexy u symbolů reálných mřížkových konstant d_∞ ukazují, ze které mřížkové konstanty fiktivní byla mřížková konstanta reálná vypočtena.

Jak patrně z této tabulky, hodnota reálné mřížkové konstanty $d_\infty^{(1,2)}$ nalezená námi udanou metodou a reálné mřížkové konstanty $d_\infty^{(12)*}$ vypočtená z rozdílu κ^* Siegbahnovou metodou měřených úhlů φ_1 a φ_2 , se velmi dobře shodují, což je ovšem důsledkem shody úhlů κ a κ^* . Avšak též hodnoty reálných mřížkových konstant $d_\infty^{(1)}$ a $d_\infty^{(2)}$ nalezených metodou Siegbahnovou se s hodno-

¹²⁾ V. Kunz-J. Köppel: C. R. 196, p. 787, 1933.
O. Berquist: L. c.

Tab. 4.

Mřížkové konstanty křemene plochy (10 $\bar{1}1$)			
metodou Siegbahnovou		metodou novou	
d_1	$3335,76 \pm 0,13$	$d_{1,2}$	$3336,83 \pm 1,2$
d_2	$3336,28 \pm 0,06$	$d_{1,2}^*$	$3336,72 \pm 1,2$
$d_{\infty}^{(1)}$	3336,30	$d_{\infty}^{(1,2)}$	3336,63
$d_{\infty}^{(2)}$	3336,42	$d_{\infty}^{(1,2)*}$	3336,52
		$d_1^{(1,2)}$	3336,09
		$d_1^{(1,2)*}$	3336,49

tou $d_{\infty}^{(1,2)}$ v mezích dosažené přesnosti též shodují. Tato shoda je však již na hranicích pozorovacích chyb a je důležité, že obě hodnoty $d_{\infty}^{(1)}$, $d_{\infty}^{(2)}$ jeví od hodnoty $d_{\infty}^{(1,2)}$ (resp. $d_{\infty}^{(1,2)*}$) odchylku téhož smyslu. Již tyto odchylky, jež v našem případě nepřesahují meze pozorovacích chyb, naznačují, že hodnoty metody Siegbahnovy jsou zatíženy systematickou chybou, jež je vyloučena, spočítáme-li mřížkovou konstantu z rozdílu měřených úhlů.

Tyto systematické odchylky, jak je známo, mohou býti různého původu. Spektrografy pro analýsu X-záření jsou založeny na principu Braggovy fokusační podmínky. To znamená, že podmínkou ostrého zobrazení štěrbinu je, že štěrbina a fotografická deska musí ležeti na kruhu, jehož středem prochází reflektující plocha krystalu. V případě, že plocha krystalu neprochází středem kružnice, t. j. osou spektrografu, nýbrž je s ní rovnoběžna ve vzdálenosti Δ , pak spektrální linie se posune vůči správné poloze o hodnotu

$$\delta_n = 2\Delta \cos \varphi_n^{(13)}$$

Posun spektrální čáry může však býti způsoben také vadami krystalu. Krystal bývá často jednostranně zakřiven. Představíme-li si toto zakřivení jako válcovou plochu o poloměru křivosti ϱ , je způsobený posun reflektovaného paprsku a tedy spektrální čáry

$$\delta_n \doteq \frac{s^2}{\varrho} \cos \varphi_n^{(13)}$$

kde s je šířka reflektující části krystalu. Tento posun může býti řádově až i $\frac{1}{2}$ setiny mm.

Konečně posun maxima černání spektrální linie na fotografické desce, které je pro měření směrodatné, může býti způsoben

¹³⁾ H. Seeman: Annalen der Phys. Bd. 51, p. 391, 1916.
Wagner: Annalen der Phys. Bd. 49, p. 625, 1916.

těž vnikáním záření do krystalu. Tento posun podle měření Siegbahnových¹⁴⁾ v případě vlnových délek větších nežli 1,5 Å a dokonalého krystalu je bez vlivu na přesnost měření.¹⁵⁾ Avšak v případě nedosti dokonalých krystalů a vlnových délek kratších přesahuje meze pozorovacích chyb a může se uplatnit analogickým způsobem jako nedostatečná justace krystalu.

Uvážíme-li způsob odčítání úhlu φ_n u metody Siegbahnovy a úhlu měřeného metodou zde popsanou, shledáme, že posun Δ projeví se v naměřené hodnotě úhlu φ_n jako systematická odchylka $\frac{1}{2}\delta_n$, kdežto ve změřené hodnotě úhlu $\kappa_{m,n}$ systematickou odchylkou $\frac{1}{2}(\delta_n - \delta_m)$.

Je tedy patrné, že uvedené posuny spektrální čáry způsobené zmíněnými vlivy projevují se v nalezených hodnotách reálných mřížkových konstant jako systematické chyby, a to u metody Siegbahnovy daleko více ($\frac{1}{2}\delta_n$) nežli u metody námi udané [$\frac{1}{2}(\delta_n - \delta_m)$]. Nalezené hodnoty tomu odpovídají: Hodnoty mřížkových konstant $d_{\infty}^{(1,2)}$, $d_{\infty}^{(1,2)*}$, jak bylo řečeno, se velmi dobře shodují, zatím co hodnoty $d_{\infty}^{(1)}$, $d_{\infty}^{(2)}$ vykazují od hodnoty $d_{\infty}^{(1,2)}$ (resp. $d_{\infty}^{(1,2)*}$) již malou odchylku. Vypočteme-li z těchto hodnot fiktivní mřížkové konstanty d_1 , d_2 (v tabulce 4 označené $d_1^{(1,2)}$, $d_2^{(1,2)}$) a z nich úhly φ_1 a φ_2 , liší se tyto od hodnot úhlů Siegbahnovou metodou měřených o 5" v 1. řádě, resp. 7" v 2. řádě. (Že tato druhá hodnota je větší, je způsobeno větší závislostí hodnoty φ_2 na změnách mřížkové konstanty, neboť $\Delta\varphi_n = -\frac{\operatorname{tg} \varphi_n}{d_n} \cdot \Delta d_n$.)

Předpokládáme-li, že posun byl způsoben nedostatečnou justací, pak $\Delta^{(1)} = 0,007$ mm vypočtené z rozdílu φ v 1. řádě a $\Delta^{(2)} = 0,005$ mm v 2. řádě, což odpovídá mezím dosažené přesnosti.

Nalezená chyba v justaci krystalu a její vliv na změřené hodnoty zapadá v našem případě do meze přesnosti dosažitelné spektrografem, který máme k dispozici. Abychom proto bezpečně zjistili, v mezích nám daných prostředků, vliv zmíněných posunů spektrální čáry na přesnost měření obou metod, postupovali jsme obráceným způsobem a experimentálně vyšetřili vliv chybné justace. Rozjustovali jsme úmyslně krystal o hodnotu $\Delta = 0,1$ mm, tedy o hodnotu daleko větší, nežli bývá chyba při precizním měření, aby tím více vliv justace na obě metody vynikl. Měření prováděno stejně jako dříve a je shrnuto v tab. č. 5. Ve sloupci prvním jsou uvedeny průměrné na 18° C korigované hodnoty úhlů φ_n metody Siegbahnovy a hodnoty κ metody nové, a to svrchu hodnoty při

¹⁴⁾ M. Siegbahn: Spektroskopie der Röntgenstrahlen, p. 119, 1931.

¹⁵⁾ Viz též Ledoux-Lebard-Dauvillier: La Physique des Rayons X.

Tab. 5.

Úhly	Průměrné hodnoty úhlů φ a κ	Změřená diference úhlů	Vypočítaná diference úhlů pro $\Delta = 0,1 \text{ mm}$
φ_1	13° 19' 23"	} 120"	111"
φ_1	13° 21' 23"		
φ_2	27° 26' 22"	} 110"	101"
φ_2	27° 28' 12"		
κ	14° 6' 57"	} 7"	10"
κ	14° 6' 50"		
κ^*	14° 6' 59"	} 10"	
κ^*	14° 6' 49"		

správné justaci, dole při úmyslně vadné justaci. Ve sloupci třetím jsou uvedeny hodnoty $\frac{1}{2}\delta_n$, resp. $\frac{1}{2}(\delta_2 - \delta_1)$ změřené a ve sloupci čtvrtém stejné hodnoty vypočítané ze vztahu $\delta_n = 2\Delta \cos \varphi_n$ pro $\Delta = 0,1 \text{ mm}$. Jak vidno, liší se hodnoty úhlů φ metody Siegbahnovy v 1. řádě o 120", v 2. řádě o 110", hodnoty vypočítané jsou 111", resp. 101", což je souhlas v mezích pozorovacích chyb. Hodnoty úhlů κ metody nové liší se při uvedeném rozjustování $\Delta = 0,1 \text{ mm}$ pouze o 7", resp. vypočítané o 10". Jak tedy z uvedeného případu vysvítá, projevuje se vadná justace u metody naší daleko (desetkrát) méně nežli u metody Siegbahnovy.

Jak svrchu uvedeno, chyba v justaci $\Delta = 0,005 \text{ mm}$ zapadá v našem případě do meze spektrografem dosažené přesnosti. Konstrukce precisních spektrografů Siegbahnových však dosáhla dokonalosti dovolující odečítati úhly s přesností, v níž by se projevila jako systematická odchylka již chyba v justaci $\Delta = 0,001 \text{ mm}$ a taková přesnost v justaci krystalu je možna jen u velmi dokonalých krystalů, nehledě k neodstranitelným posunům způsobeným vadami krystalu a vnikáním záření do krystalu v případě paprsků tvrdších než $1,5 \text{ \AA}$.

Tímto způsobem lze vysvětliti také některé systematické chyby vyskytující se i při měřeních nejpřesnějších. Tak na př. měřena byla mřížková konstanta prismatické plochy křemene jednak Siegbahn-Dolejškem¹⁶⁾ a jednak O. Bergquistem.¹⁷⁾ Ačkoliv jejich hodnoty dosahují přesnosti 1" či ještě větší, přesto se liší o systematickou chybu 20", projevující se řádově stejně i u různých vlnových délek užitých při měření. Podobně je tomu i u jiných autorů.

¹⁶⁾ Siegbahn-Dolejšek: Zs. f. Phys. 10, 1922.

¹⁷⁾ O. Bergquist: L. c.

Protože je možno spočítati mřížkovou konstantu též naším způsobem pomocí úhlu κ vypočteného z rozdílu úhlů φ_n změřených na př. metodou Siegbahnovou (v tom případě ovšem s menší přesností), můžeme použít, jak jsme se přesvědčili, i na měření jiných autorů, tohoto postupu k eliminaci vlivů chybné justace, vnikání záření do krystalu,¹⁸⁾ vlivu vad krystalu a jako kontroly měření.

Spektroskopický ústav Karlovy university.

*

Une méthode nouvelle pour mesurer les constantes cristallines.

(L'extrait de l'article précédent.)

En combinant le principe de mesurer les constantes de réseaux cristallins indiqué déjà par M. A. Pavelka avec la manière de compter les angles dans la méthode de M. Siegbahn, une méthode nouvelle est trouvée. La voici:

On photographie la même raie spectrale d'une longueur d'onde donnée sur la même plaque photographique du porte film dans l'ordre m et dans l'ordre n ; en même temps on tourne l'alidade de l'angle α approximativement égal à $2\varphi_n - 2\varphi_m$, compté sur le cercle divisé. Donc

$$\begin{aligned}\alpha &= 2\varphi_n - 2\varphi_m \pm \Delta, \\ \kappa &= \varphi_n - \varphi_m = \frac{1}{2}(\alpha \pm \Delta),\end{aligned}$$

où Δ représente la distance des lignes spectrales sur la plaque photographique, exprimée en degrés. Les mesures de l'angle κ se font d'une manière de la méthode de Siegbahn. A l'aide de cet angle κ , $\sin \varphi_m$ nécessaire pour l'équation de Bragg est compté:

$$\sin \varphi_m = \frac{\sin \kappa}{\sqrt{\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 2\left(\frac{n}{m}\right) \cos \kappa + 1}}.$$

Mais l'équation de Bragg ne donne pour les constantes de réseaux que les valeurs fictives (à cause de réfraction des rayons X). Cette constante fictive est reliée avec la constante réelle désignée d_∞ dans la méthode de Siegbahn d'après la formule

$$d_n = d_\infty \left(1 - \frac{4d_\infty^2 \delta}{n^2 \lambda^2}\right), \quad \text{où } \delta = 1 - \mu$$

μ étant indice de réfraction. Analogiquement, pour notre méthode nous avons trouvé la relation pour $n/m > 3$, $n > m$

¹⁸⁾ V. Kunzl - J. Köppel: Věstník III. radiolog. kongresu v Praze, duben 1933.

$$d_{m,n} = d_{\infty} \left(1 - \frac{4d_{\infty}^2 \delta}{m^2 \lambda^2} \right) \times \left[1 + \frac{1}{2} \frac{4d_{\infty}^2 \delta}{n^2 \lambda^2} \left(\frac{n^2}{m^2} - 1 \right) \left(1 + \frac{\frac{n^2}{m^2} - 1}{\frac{n^2}{m^2} - 2 \frac{n}{m} \cos \kappa + 1} \right) \right].$$

La qualité de cette méthode était prouvée en mesurant la constante de réseau de la face rhomboédrique de quartz (1011). Les mesures ont été faites au moyen de la raie $\text{CuK}\alpha_1$ ($\lambda = 1537,395 \text{ x-u}$) dans les premier et deuxième ordres. Le réglage et la mesure de la constante du spectrographe étaient faits à l'aide des moyens, dont la mesure propre de la constante de réseau se servait. Surtout la constante du spectrographe a été mesurée par une manière nouvelle. Pour contrôle, les mesures de la constante de réseau ont été faites en même temps par la méthode de Siegbahn. Les valeurs trouvées (corrigées pour 18°C) se lisent sur les tableaux ajoutés. Elles sont en bon accord dans les limites de la précision, quoique les valeurs de la méthode de Siegbahn semblent être influencées par les fautes systématiques dues au réglage imparfait. Donc le dérangement de la face cristalline parallèle à l'axe du spectrographe influence le dérangement de la raie spectrale sur la plaque photographique. Alors les valeurs vraies φ_n diffèrent par la faute

$$\frac{1}{2} \delta_n, \text{ où } \delta_n = 2\Delta \cos \varphi_n,$$

Δ étant la valeur du dérangement de la face cristalline. Les valeurs de κ ne diffèrent que de

$$\frac{1}{2} (\delta_n - \delta_m).$$

Le spectrographe n'étant assez précis pour découvrir les avantages de la méthode nouvelle, nous nous sommes servis du procès inverse. Donc, pour prouver expérimentalement l'influence inégale du réglage imparfait dans les deux méthodes, nous avons dérangé le cristal pour ce but d'une valeur très grande $\Delta = 0,1 \text{ mm}$. Et vraiment, on peut voir que la méthode nouvelle est dix fois moins influencée, en bon accord avec le calcul. D'une manière analogique, la pénétration du X-rayonnement dans le cristal et la courbure du cristal n'influence que peu la méthode nouvelle. La méthode imaginée est alors aussi précise que celle de Siegbahn. Au plus, en excluant les fautes systématiques, elle peut servir de contrôle par rapport à celle de Siegbahn. Il suffit de compter la valeur $\kappa = \varphi_n - \varphi_m$, φ_n, φ_m étant mesurés par la méthode de Siegbahn et calculer par la manière indiquée la constante de réseau privée des fautes systématiques.

LITERATURA

A. Recense.

Odpověď p. prof. dru K. Teigeovi na jeho Kritiku Sahánkovy teorie vzniku krátkých elektromagnetických vln z roku 1925.

V posledním odstavci na str. 59 ročníku 63 (1933) tohoto časopisu píše prof. Teige: „Zbývá ještě zabývat se S. výtkou, že nic nevím o českých pracích recensentových (Sahánkových) o tomto oboru. Já o těchto pracích velmi dobře vím, leč pokládal jsem za zbytečné se jimi zabývat ve své knize, poněvadž

1. jejich teoretické odvození pokládám za naprosto pochybené;
2. experimentální výsledky novějších prací jiných autorů tuto teorii vyvracejí.

O těchto tvrzeních poučí se čtenář v mém článku »Kritika Sahánkovy teorie atd.« na str. 64.

Odpověď, kterou zde podávám, vznikla po delší písemné i ústní debatě mezi námi. Při rozmluvě pan prof. Teige přiznal, že zná jen dvě moje práce o tomto oboru. Zdá se však, že prostudoval si jen prvou z nich z r. 1925. Ve vlastní kritice zabývá se jen touto. Jsou tedy svrchu citovaná tvrzení pana kritika jednak nepravdivá (nezná moje práce a předem je odsuzuje!), jednak nejsou ničím podepřena. Výtky p. kritikem přednesené mohou se tedy týkat jedině výsledků mé práce.

Abych ukázal „co experimentální výsledky novějších prací jiných autorů“ o mých pracích prokazují, uvedu jen jeden citát z poslední doby. H. E. Hollmann ve své práci „Die ultradynamische Schwingungsanfachung durch Rückkopplung“, Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaften 1933, na str. 5, ř. 12 zdola píše: „Im Verlaufe der zahlreichen in dieser Hinsicht ausgeführten Versuche ist von Sahánek eine Theorie bekannt geworden, die in vielen Punkten mit den vorliegenden Ergebnissen übereinstimmt,“ a na str. 21, ř. 10 shora: „Sahánek hat, von rein energetischen Erwägungen ausgehend, für die von einer Diode, auf die ja auch hier entwickelte Inversionstheorie zurückgeführt ist, gelieherte Energie den Ausdruck gefunden ... dessen Verlauf in Figur 8 gestrichelt eingetragen ist.“ „Der Sahánske Ausdruck stimmt mit dem Experiment (t. j. s výsledky Hollmannových měření) in Betracht der komplizierten Verhältnisse befriedigend überein.“

V kritice práce z r. 1925 na str. 64 snaží se pan kritik tvrzení pod 1. a 2. pronesená prokázat takto:

a) Prohlašuje za nepřipustné zanedbání, které jsem učinil při výpočtu oscilační energie. Výrazy, ke kterým jsem došel počtem, platí podle kritiky „toliko tehdy, když doba pohybu elektronu mezi mřížkou a anodou je mnohem kratší (v kritice na ř. 10 stojí větší; pan prof. T. mi při rozhovoru sdělil, že se zde přepsal, správně že má zde státí kratší) než perioda elektromotorické síly“, což v oscilačních oborech mnou stanovených není splněno.

K tomu sděluji následující. Oscilační energii určil jsem počtem za vhodných zjednodušujících předpokladů tak, že jsem určil jednak onu část energie, která se mění při dopadu elektronového proudu na anodu v teplo, jednak energii, kterou elektronový proud odnáší z prostoru anodamřížka na mřížku, nebo za mřížku do prostoru katodového. Výpočet nelze provést přesně; při válcových elektrodách nelze jej ani vyjádřit uzavřenou formou.

Z textu kritiky nebylo patrné, kde mělo nastati nepřipustné zanedbání. Při debatě mi však pan kritik předložil svůj „výpočet živé síly, se kterou elektron dopadá na anodu“ (tedy výpočet mnohem jednodušší, jen pro jeden elektron a mezi elektrodami rovinnými) — jako příklad, jak jsem měl správně při svém výpočtu postupovati. Rozumí se, že i v tomto počtu musel provést určitá zanedbání, a to přesně stejná, jaká jsem učinil já při výpočtu druhé, svrhu uvedené části oscilační energie. Myslím, že pan prof. T. asi tento svůj výpočet otiskne a každý má pak možnost, srovnáním jeho výpočtu s textem mé práce se přesvědčiti o správnosti mého tvrzení. Tím tedy zřejmě odpadá jeho námitka proti této části mé práce.

Při výpočtu energie měnící se na anodě v teplo užil jsem pro zjednodušení výpočtu předpokladu, že energie dopadajícího elektronu je dána okamžitou hodnotou napětí anoda-mřížka, aniž jsem se početně přesvědčil, zda v oscilačních oborech, k nimž výpočtem docházím, tento předpoklad vyhovuje. Přibráním této části energie do výpočtu nevyplývají z mého výkladu žádné nové důsledky, nýbrž se tím jen mění absolutní hodnota získávané energie oscilační a poloha hranic oborů kmitočtů, které lze lampou buditi. Ježto výsledky mých pokusů i (pozdějších) pokusů jiných autorů o ohraničení oborů dosti dobře souhlasily s počtem, byl jsem přesvědčen, že uvedený předpoklad nemá na početní výsledek znatelný vliv a dále jsem se jím nezabýval. (Absol. hodnotu vznikající energie nedovedeme ještě dnes při tak vysokých kmitočtech s potřebnou přesností pokusně určit.)

V případě rovinných elektrod lze výpočet ztrát na anodě provést stejně přesně, jako svrhu zmíněný výpočet energie, kterou elektronový proud z prostoru anoda-mřížka odnáší. Provedu tento výpočet v samostatném článku. Jsem vděčen kritice pana prof. Teigea, že mne přivedla k tomuto zkoumání, které může jen znamenati další zdokonalení mého výkladu v podrobnostech.

b) V kritice se mi dále vytýká, že jsem zanedbal vliv průniku na pohyb elektronu mezi katodou a mřížkou, čímž prý vznikla tak velká chyba, že výpočet energie pozbývá smyslu.

Ve skutečnosti je věc jiná. Předpokládal jsem při výpočtu lampu bez průniku, protože jinak je nemožno výpočet provést. Lze tedy očekávat, že důsledky teorie budou kvantitativně tím lépe splněny, čím více se bude užitá lampa blížit této lampě ideální. (Průnik úplně odpadá u diod. Tam také odpadají ztráty energie na anodě a tedy podle mého výkladu musí býti buzení ultrakrátkých vln diodami nejen možné, ale dokonce energeticky velmi výhodné, což jsem v poslední době také pokusně ukázal: „Buzení Hertzových vln diodami“. Spisy přírod. fakulty Masarykovy university 1932.) Pokusně se skutečně ukázalo (jeden z příkladů bude uveden níže), že lampy s malým průnikem projevují při buzení ultrakrátkých vln vlastnosti, které kvantitativně velmi dobře vyhovují výpočtu. Okolnost, že však i vlastnosti lamp s větším průnikem se jen poměrně málo od počtu odchylují, svědčí o tom, že vliv průniku není naprosto tak důležitý, jak pan kritik tvrdí.

Tedy tato námitka je zcela pochybená. Neboť pan kritik mi nemůže předpisovati, pro jakou lampu mám počet provést, zvláště pak ne, abych počítal případ, který řešiti početně vůbec není možno. Idealisování děje, které jsem provedl, je ve fyzice zcela obvyklé a pokus ukázal, že lze prakticky ideální děj uskutečniti. Ostatně vliv průniku na děje v lampě lze lehko odhadnouti. Nemohu se však touto věcí zde zabývati. V mých pracích i v pracích jiných autorů je celá řada zmínek o tomto vlivu.

c) Dále se v kritice uvádí, že výpočet poloměru virtuální katody ϱ_0 , t. j. plochy, z níž si můžeme mysleti vystupovati s nulovou rychlostí elektro-

nový proud, od anody k mřížce se vracující, „je naprosto neodůvodněný. Kdybychom takto počítali, tak (prý) dokážeme všechno možné!“

K tomu zjišťuji, že v mé práci žádný výpočet pro q_0 není proveden! Na str. 8 jest přímo podán vztah

$$q_0 = e \ln q_a - V_0/V_R \cdot \ln q_a / q_m, \quad (5)$$

kde q_a , q_m jsou poloměry anody a mřížky (válcové), V_R je konstantní část napětí mřížka-anoda a $V_0 = \frac{1}{2}(V_R - V_m + V_t)$, kde V_m jest napětí mřížka-záporný konec katody, V_t je napětí žhavicí, t. j. potenciální rozdíl mezi konci katody.

Označíme-li V_{xa} potenciální rozdíl mezi bodem katody, který je ve vzdálenosti x od kladného jejího konce, tak na anodu nedopadnou ty elektrony, které vyšly z těch částí katody, kde je $0 \leq V_{xa} \leq V_R - V_m + V_t = 2V_0$, tedy z části katody, jež je kladnější anody. Elektrony, pro něž je $V_{xa} = 0$ obracejí se těsně u anody, ostatní v nějaké vzdálenosti od ní, a to ve vzdálenosti tím větší, čím je V_{xa} větší. Ve skutečnosti jest ovšem V_{xa} malé proti V_R , takže body obratu jsou všechny zcela blízko u anody.

Střední poloměr obratu je pak rovný $r_s = q_0 = \frac{1}{2V_0} \int_{-2V_0}^0 r_x \cdot dV_{xa}$. Při tom je $r_x = r_a \cdot \left(\frac{r_m}{r_a}\right)^{\frac{V_{xa}}{V_R}}$. Integrováním docházíme k hodnotě $r_s = \frac{V_R \cdot r_a}{2V_0 \ln r_a/r_m} \times \left(1 - e^{-\frac{2V_0}{V_R} \ln \frac{r_a}{r_m}}\right)$. Rozvineme-li mocninu e v potenční řadu a vzhledem k tomu, že $2V_0/V_R \ll 1$, zanedbáme čtvrtý a další členy rozvoje, obdržíme

$$r_s = q_0 = e^{\ln r_a (1 - V_0/V_R \cdot \ln r_a/r_m)}. \quad (5')$$

Vidíme, že ve výrazu (5) v mé práci vypadla při tisku za $\ln q_a$ závorka a jednička. (Výraz (5') je též, na rozdíl od (5), rozměrově správný a je vidět, že čím V_0 bude menší, tím více se bude q_0 blížit q_a .)

Pan kritik, když jsem jej upozornil, že jde o tiskovou chybu a nikoliv „o podivné počítání, kterým lze všechno dokázat“, mi sdělil, že jeho „vypočítaná hodnota se liší od této hodnoty o jistý faktor“. Bude tedy nyní na něm, aby ukázal, kde v právě uvedeném mém výpočtu je chyba, kde mi ten „jeho faktor“ vypadl. Ale nejen to. Pan kritik dále tvrdí, že tato tisková chyba se vleče celým výpočtem, že pro veličinu $x = \sqrt{\ln q_0/q_m}$, dále v mé práci se vyskytující „podle Sahánkem opraveného vzorce plyne hodnota podstatně jiná, než ke které dospěl Sahánek ve své práci! Jelikož pak tato hodnota rozhoduje o celém výpočtu, plyne z toho zcela jasně pochybenost celého výpočtu!“

Na str. 10 vztah (10) mé práce stanovím hodnotu x výrazem

$$x = \sqrt{\frac{V_R - V_m - V_t}{2V_R} \ln \frac{r_a}{r_m}}. \quad (6)$$

Dosadíme-li do výrazu $x = \sqrt{\ln q_0/q_m}$ za q_0 opravenou hodnotu (5'), dostaneme

$$x = \sqrt{\ln \left[\frac{r_a}{r_m} \left(1 - \frac{V_0}{V_R} \cdot \ln \frac{r_a}{r_m} \right) \right]}.$$

To je výraz, který T. uvádí jako správný a o němž tvrdí, že „jeho hodnota je podstatně jiná než hodnota (6)“. Vzhledem k tomu, že při používaných lampách je $V_0/V_R \cdot \ln r_a/r_m \ll 1$, obdržíme rozvinutím logaritmu v řadu přibližný vztah

$$x = \sqrt{(1 - V_0/V_R) \ln r_a/r_m} = \sqrt{\frac{V_R - V_m - V_t}{2V_R} \ln r_a/r_m},$$

což je můj vztah (6). Ve vztahu (5) jde tedy skutečně jen o chybu tiskovou, žádná chyba se netáhne celým výpočtem.

Byl jsem nucen tento výpočet zde podrobně uvést, ježto pan kritik při naší debatě houževnatě na svém tvrzení trval a vyvozoval z něho naprostou pochybenost celého mého výkladu, ačkoliv je ze vztahu přímo patrné, že je prakticky $q_0 = q_a$; že v blízkosti anody je pole nejslabší a tedy energetické změny nejmenší, takže by ani nemohla vzniknouti patrná chyba, kdybychom kladli přímo $q_0 = q_a$.

Tím jsem vyčerpal všechny námitky Teigeovy proti teoretické části mé práce. Další tvrzení: „výsledky pokusů mluví proti ní“ podpírány jsou v kritice takto:

1. „Na str. 26 naměří S. délku (vlny) 100 cm, zatím co podle teorie by měla být 60 cm. S. však tuto chybu vykládá (z větší části) prostorovým nábojem, aniž by ukázal, že prostorový náboj bude vskutku působiti odchylku ve směru označeném.“

K tomu poznamenávám, že uvedený výsledek jest na str. 23 a nikoliv 26 v mé práci, kde však v ř. 10 zdola výslovně pravím, že celý tento nesouhlas nelze připsati prostorovému náboji. Vysvětluji jej naopak z větší části nepřesností měření poloměrů elektrod (zvláště mřížky) a velkým průnikem použité lampy (jiné jsem tehdy neměl ještě k dispozici!). V mé práci, v tomto časopise v roce 1930 otištěné, mohl se pan prof. Teige přesvědčiti na str. 187, že při užití lampy s malým průnikem (síťková hustá mřížka) a při přesnějším určení poloměrů elektrod (byly mnohem větší) je souhlas mezi měřením a výpočtem velmi dobrý (naměřená vlna byla 105 cm, vypočítaná 101 cm). Ježto pak prostorový náboj skutečně působí ve směru, který já udávám — což pan kritik při našem rozhovoru nahlédl — a podle Kapzova a Gwosdovera (Z. f. Physik, 45, 1927, str. 123, obr. 7) obnáší prodloužení vlny vlivem prostorového náboje jen několik málo procent, je souhlas mojí teorie s pokusem v tomto bodě naprostý.

Námitku právě projednanou bere tedy pan kritik zčásti zpět. Zbývající část vyvracím poukazem na to, že je v kritice nesprávně reprodukován můj text a při užití lampy vyhovující předpokladům, které jsem při výpočtu použil, je mezi pokusem a počtem úplná shoda.

2. Dále se v kritice tvrdí: „Podle S. by krátké vlny měly vystupovati toliko v okolí anodového napětí, kde nastává rychlé klesání anodového proudu. To však není (viz na př. W. Orgel 1933) pravda.“

Zde pan kritik chce porazit můj výklad tím, že z něho vyvozuje a srovnává s pokusem něco, co z výkladu vůbec nevyplývá a ani vyplývat nemůže. Na str. 6, II. kapitola, přímo pravím, že v dalším se vyšetřuje, zda v oboru anodového proudu T. uváděném mohou oscilace vznikat! O tom, co se bude dít za jiných podmínek, není proto možno z výsledků v této práci získaných naprosto nic usuzovati. Tedy ani to, že mimo tento obor nemohou oscilace vznikat, ani — jak v debatě pan kritik své tvrzení pozměnil — že při přechodu z tohoto oboru do jiného musí vznikat rozpojitosti, nebo skoky v intensitě buzených oscilací.

Ve své pozdější práci (Sahánek: „K problému buzení netlumených elektrom. vln“, Spisy přír. fak. M. univ. 1930) jsem naopak ukázal, že i v sousedních oborech je proces buzení vln Hertzových zcela obdobný, takže podle mé teorie nelze očekávat při přechodu z jednoho oboru do druhého nějaké rozpojitosti (což souhlasí s výsledky W. Orgela).

Tím jsem vyčerpal všechny námitky Teigeovy a doufám, že jsem jasně prokázal naprostou neoprávněnost nepříznivé kritiky mé práce.

Sahánek.

Odpověď panu univ. doc. dr. J. Sahánkovi. Sahánek ve své odpovědi nevyvrací přímo mé námitky proti své teorii, nýbrž prostě se odvolává na to, že jiní autoři užili téhož postupu a že jeho teorie je potvrzována experimenty.

Avšak při přibližných výpočtech platí spíše než kdekoli jinde přísloví: „Činí-li dva totéž, není to totéž“.

Gill a Morrell, na jejichž postup se Sahánek odvolává, mají i na mřížce i na anodě dosti vysoký potenciál, takže doba dráhy elektronu mezi mřížkou a anodou může být považována za krátkou proti době oscilace kmitajícího okruhu, takže energie, se kterou dopadne elektron na anodu, můžeme počítati tak, jako by se elektron pohyboval v elektrostatickém poli. Do recense se mi vloudila chyba. Správně má tam státi, jako zde, že tato doba musí být krátká, neboť jinak nemáme uvedený případ kvasistacionární. To je tak zřejmé, že každý na zmíněné přepsání musí přijíti. Přesto uvedení autoři jsou si vědomi, že jejich výpočet je toliko přibližným, což vyjádřili slovy: „The theory on which the calculations are based can only be expected to account for the main features of the experiments.“

Není dále pravdou, že poměry napětí u Gilla a Morella jsou tytéž jako u Sahánka, vždyť Sahánek počítá vlastně toliko případ kritického napětí, kdy anodové napětí se blíží napětí katodovému, k čemuž se ještě vrátíme.

U Sahánka druhý člen ve výrazu pro voltovou rychlost dopadajícího elektronu na anodu

$$(V_m - V_R) - E_0 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

musí být tak přesný, že možno počítati i s druhou mocninou tohoto malého výrazu. U Sahánka totiž na str. 7 máme v závorce výraz

$$(V_m - V_R)^2 - 2E_0(V_m - V_R) \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t + E_0^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Ten má tři členy různé velikosti. Prvý člen, základní, je toliko přibližný, neboť zanedbává průnik, druhý pak člen, malý proti prvnímu, je taktéž toliko přibližný, neboť vznikl násobením dvou veličin, z nichž každá je toliko přibližná. Prvá $(V_a - V_R)$ zanedbává průnik, druhá předpokládá elektrostatické pole v lampě; třetí člen je malý druhého řádu. A tu základní chyba celého výpočtu je ta, že celý výpočet se redukuje na malé veličiny druhého řádu, zatím co základní veličiny jsou již toliko přibližné. A v tom je absurdnost celého výpočtu. Druhá námitka týká se výpočtu energie uvedené pod c) na str. 7. Nejen že tam máme všechny chyby, které jsme právě uvedli, nýbrž setkáváme se zde ještě s jakousi střední hodnotou poloměru virtuální katody, při čemž tato střední hodnota je jakýmsi prapodivným způsobem počítána. Když jsem tuto střední hodnotu počítal integrováním, tak, jak se střední hodnoty počítají, dospěl jsem k hodnotě zcela jiné. Sahánek to vysvětluje tiskovou chybou a říká, že tam má být

$$Q_0 = e^{\ln e_a(1 - V_a/V_R \ln e_a/e_m)}.$$

Ale moje vypočítaná hodnota se liší od této hodnoty o faktor

$$e^{-V_m/V_R \cdot \ln e_a/e_m}.$$

I když od tohoto faktoru abstrahujeme, tu uvedená hodnota Q_0 by mohla být snadno tiskovou chybou — jenomže další výpočet, a to vzorec (10) na str. 10, kde je

$$x = \sqrt{\ln \frac{q_0}{q_m}} = \sqrt{\frac{V_R + V_m - V_t}{2V_R} \cdot \ln \frac{q_a}{q_m}}$$

nás poučuje, že Sahánek počítá na základě chybné hodnoty v práci uvedené, a že to tedy není toliko místní chyba, nýbrž chyba jdoucí celým výpočtem. Podle vzorce, kde podle Sahánka je tedy tisková chyba,

$$q_0 = e^{\ln q_a - V_0/V_R \cdot \ln q_a/q_m}$$

plyne

$$\ln q_0 - \ln q_m = \ln q_a - \frac{V_0}{V_R} \cdot \ln \frac{q_a}{q_m} - \ln q_m,$$

odkud máme přímo

$$\ln \frac{q_0}{q_m} = \left(1 - \frac{V_0}{V_R}\right) \ln \frac{q_a}{q_m} = \frac{V_R + V_m + V_t}{2V_R} \ln \frac{q_a}{q_m}.$$

Podle vzorce Sahánkem opraveného pak plyne

$$x = \sqrt{\ln \frac{q_a}{q_m}} = \sqrt{\ln \left[\frac{q_a}{q_m} \cdot \left(1 - \frac{V_R - V_m + V_t}{2V_R} \cdot \ln \frac{q_a}{q_m}\right) \right]},$$

což je hodnota podstatně jiná, než ke které dospěl Sahánek. Jelikož pak tato hodnota rozhoduje o celém výpočtu, plyne z toho zcela jasně pochybenost celého výpočtu.

Tím jsem zcela jasně ukázal, že Sahánkovi se nepodařilo otřásti žádnou z mých námitek proti jeho teorii. Pokud jde o experimentální potvrzení Sahánkovy teorie, tu si nutno nejprve uvědomiti toto: Celá Sahánkova teorie je budována toliko pro případ, kdy anoda je na potenciálu některého bodu kolem středu katody. Pro jiný případ anodového napětí pak přirozeně Sahánkův výklad neplatí. Avšak mění-li se spojitě napětí anody, jak to ukázal W. Orgel, tu při uvedeném napětí intenzita vzniklých kmitů nijak se neliší od intensity kmitů při jiných napětích, ba ani žádné maximum, nebo nějaká diskontinuita v intensitě vzniklých kmitů nenastává. Proto tímto experimentálním faktem padá celý Sahánkův výklad.

Celkem je tedy patrné, že Sahánek neotřásl mými námitkami, ani pokud jde o teoretické zpracování, ani pokud jde o experimentální potvrzení jím postavené teorie.

K. Teige.

ZPRÁVY

Paul Ehrenfest mrtev. Dne 25. září 1933 zemřel tragickou smrtí teoretický fyzik Paul Ehrenfest, profesor na universitě v Leiden (Nizozemí). Narodil se r. 1880 ve Vídni, kde nabyl základního vzdělání. Na vídeňské universitě byl jeho hlavním učitelem L. Boltzmann, jenž v něm vzbudil zvláštní zájem pro kinetickou teorii hmoty. Po promoci odebral se na universitu do Göttingen studovati teoretickou fyziku. Nalezl tam ve slečně Tatjáně Afanasjevové z Petrohradu, která přijela do Göttingen studovati matematiku, výbornou spolupracovnici v otázkách, které mu byly tehda nejbližší. Výsledkem spolupráce s touto matematickou, jež se stala brzo jeho chotí, bylo několik společných publikací obsahujících kritickou analýsi základů atomistické nauky o teple, zvláště však obsáhlý kritický referát o statistické mechanice „Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik“ (Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften IV 2 II, 1912). Článek ten napsal společně se svou chotí v Petrohradě, kam z Göttingen oba přesídlili. V carském Rusku však Ehrenfestovi pro jeho židovský původ nekynula universitní kariéra. Jeho práce do té doby uveřejněné (na př. o paradoxech v Boltzmannově H -teorému [Phys. ZS. 1907] nebo článek „Welche Züge der Lichtquantenhypothese spielen eine wesentliche Rolle in der Theorie der Wärmestrahlung“ [Ann. d. Phys. 1911]) vzbudily nemalou pozornost a byly příčinou, že ho H. A. Lorentz r. 1912 doporučil za svého nástupce, když sám přijal místo ředitele „Teyler's Stichting te Haarlem“.

Působení Ehrenfestovo na leydské universitě (1912—1933) bylo velmi blahodárné. Vychoval veliký počet vynikajících fyziků, z nichž někteří (na př. H. A. Kramers, D. Coster) jsou nejen vysokoškolskými profesory v Nizozemí, nýbrž mají zvučné jméno ve vědeckém světě. Ehrenfest se zabýval se zvláštní láskou zejména moderní fyzikou; znal výborně teorii relativnosti, avšak hlavně přilnul k teorii kvant, v níž jeho práce mají čestné místo [na př. adiabatická hypotéza v teorii kvant (1916) je jeho dílo, nebo jiný příspěvek jeho: t. zv. Ehrenfestův teorém o šíření vlnového klubka (Wellenpaket) ve vlnové mechanice (1927) má trvalý význam]. Učitel byl výborný, jak jsem sám poznal v letech 1919/20, kdy jsem u něho studoval; z diskusí s ním vznikla r. 1920 na jeho popud naše společná práce o entropické konstantě víceatomových plynů. Spolupracoval s různými fyziky i nejzvučnějších jmen (jako na př. Kamerlingh Onnes, Einstein, Epstein, Uhlenbeck, Breit, Bateman, Rutgers a j.); počet jeho publikací dosahuje čísla 70. Navštívil

také Prahu (1922), kde na pozvání JČMF přednášel o aktuálních problémech moderní fyziky; za své návštěvy projevil zájem o naše vědecké, národnostní a hospodářské poměry — měl totiž také jakýsi vztah k území naší republiky: jeho předkové pocházeli z Boskovic na Moravě.

Ehrenfest byl duch neobyčejně kritický a logický, jak o tom svědčí všechny jeho vědecké publikace; jeho kritičnost byla snad také částečně na újmu jeho původní produkci. Věda ztrácí v něm jistě velmi mnoho. Jako člověk získal si dobrotou svého srdce a ochotou pomoci dobré věci ve svých spolupracovnících a žácích nejlepší přátele, kteří velmi želí jeho předčasného skonu. Sám vděčím Ehrenfestovi za velice mnoho; můj zájezd k němu souvisel do jisté míry s mým dřívějším pobytem v Rusku, kde měl Ehrenfest oddané přátele. V posledních dnech svého života bohužel Ehrenfest trpěl značnou melancholií, jež byla patrně také příčinou jeho předčasného skonu.

V. Trkal.

Činnost Československé národní skupiny Mezinárodního výboru pro dějiny věd (C. I. H. S.) při Masarykově akademii práce v r. 1933. Roku 1928 při VI. mezinárodním kongresu historických věd v *Oslo* byl dán podnět k založení *Mezinárodního výboru pro dějiny věd* (Centre Internationale de l'Histoire des Sciences), který konal svůj první sjezd roku 1929 v Paříži. Podle usnesení sjezdového byla v prosinci roku 1930 ustavena při Masarykově akademii práce československá národní skupina, jejímiž členy jsou jednak zástupci II. tř. České akademie, M. A. P., Čs. akademie zemědělské, Král. čes. společnosti nauk, Šafaříkovy společnosti v Bratislavě, Moravské přírodověd. společnosti v Brně, dále Národní museum, Technické museum čsl., Zemědělské museum a j., pak čsl. členové C. I. H. S. a zvláště volení jednotlivci, zasloužili o badání v historii věd. Předsedou čsl. nár. skupiny je od počátku prof. dr. Quido Vetter, jednatelem byl doc. dr. Jan Sv. Procházka, po jeho úmrtí byl na čl. schůzi 17. III. 1933 zvolen dr. Fr. Ulrich, docent Karlovy university. Hlavní prací čsl. nár. skupiny pro dějiny věd loňského roku byla příprava výstavy materiálů z dějin reálných věd na území ČSR. u příležitosti VII. mezinárodního sjezdu historického ve Varšavě, v jehož rámci se současně konal třetí sjezd C. I. H. S. — první byl r. 1929 v Paříži, druhý r. 1931 v Londýně. K splnění tohoto úkolu byla utvořena pracovní komise, jejímiž členy byli vedle předsedy a jednatele pp. univ. prof. dr. B. Horák z Brna, dr. Iv. Klášterský, dr. J. Koliha, dr. K. Kuchař, doc. MUDr. Jiří Malý, dr. Vlast. Matula, dr. Otto Seydl, dr. B. Vávra, ing. dr. G. Vejšický, řed. ing. Jar. Veselý a pluk. zdrav. ve v. MUDr. J. Vinař z Prahy. Jejich součinností byly opatřeny fotografické reprodukce nejvýznamnějších objektů a ve vhodné úpravě prostřednictvím čs. ministerstva za-

hraničních věcí odeslány do Varšavy, kde byly ve dnech sjezdových koncem srpna 1933 vystaveny v sále tamní polytechniky. Instalaci výstavy laskavě obstaral p. dr. Oszewicz z univ. knihovny varšavské, známý historik kartografie. Protektorát výstavy převzal p. min. školství a nár. osvěty JUDr. Ivan Déer a poskytl tak vzácnou morální podporu. Tištěný katalog, vydaný M. A. P. pro návštěvníky výstavy, podával stručný franc. výklad o jednotlivých exponátech, kterých bylo celkem 170. Skupina matematiky, astronomie a fyziky celkem obsahovala 64 čísel, kartografie byla zastoupena 19 kusy, chemie měla 13 čísel, přírodní vědy 39, antropologie a lékařství 23, technika 12 kusů. Výstavka se setkala s velkým zájmem a byla lichotivě posouzena zahraničními odborníky, na př. prof. Dicksteinem, MUDr. Diepgenem z Berlína, H. Sigeristem z Baltimore, L. C. Whartonem z Londýna a j.

Pro letošní rok je proponováno pořádati v březnu výstavku materiálů k dějinám reálných věd na území ČSR. ve výstavním sále univ. knihovny v Praze. Bude při tom použito jednak exponátů, vrácených z Varšavy, jednak různých unikátů z pražských knihoven, a sbírek, které nemohly býti dříve použity. Později by výstavka mohla býti přenesena do Brna, Bratislavy a snad i do Košic a Užhorodu.

Pokud jde o vnitřní odbornou činnost skupiny, tedy směřuje k přípravě a postupnému vydání soustavných dějin všech disciplín, shrnovaných k reálným vědám, na území Československé republiky. Dotazy zájemců-odborníků o připravované výstavy i literární činnost skupiny budtež laskavě adresovány jednatelem (Praha II, Albertov 6).

Ulrich.

Pátý sjezd „International Union for Geodesy and Geophysics“ (Mezinárodní unie pro geodesii a geofysiku) byl konán v Lisaboně ve dnech 14.—23. září za předsednictví M. Ch. Lallemanda. Novým presidentem Unie byl zvolen Dr. W. Bowie, přednosta geodetického oddělení U. S. Coast and Geodetic Survey. Z diskutovaných problémů mají pro astronomy hlavně význam změny (variac) šířky a délková měření. Na prvním problému pracuje osm hvězdáren pod vedením známého odborníka prof. Kimura. Výsledky pozorování kolísání šířky z let 1922,7—1931 budou co nejdříve uveřejněny a další činnost bude se konati za spolupráce příslušné komise Mezinárodní astronomické unie. Pro délková měření vypracován definitivní program. Pozorování budou konána v období od 1. října do 30. listopadu, resp. do 15. prosince. V podstatě jedná se zde o opakování programu z roku 1926. Hlavní práce budou konati dvě skupiny hvězdáren:

a) Greenwich — Tokio — Vancouver — Ottawa,

b) Alžír — Zi Ka Wei — San Diego

a na jižní polokouli

Kapské město — Adelaide — Wellington — Buenos Aires.

Paříž a Washington budou fungovati jako dodatečné hlavní body. Mimo to bude 86 stálých hvězdáren (mezi nimi Ondřejov pod vedením prof. dr. Nušla) a řada dočasných astronomických stanic mezi šířkami $+65^{\circ}$ a -42° spolupracovati s jmenovanými hlavními hvězdárnami. Zvláštní pozornost bude tentokráte věnována chybám, které plynou z chyb příjmu radiových časových signálů a z chyb při záznamech chronografy. Definitivní zpracování výsledků pozorování vykoná Bureau International de l'heure v Paříži.

Příští sjezd Unie bude konán r. 1936 v Edinburku.

Dr. Hubert Slouka.

Nové práce v otázce rozbití atomu. V uplynulém r. 1933 opět postoupilo řešení otázky rozbití atomu značně kupředu. Souborný přehled příslušné literatury z r. 1933 najde se v práci mnichovského profesora F. Kirchnera (Phys. Ztschr. 34, 777, 1933). Kirchner je jeden z prvních, kteří použili Wilsonovy metody mlžných drah k fotografování stop „úlomků“ a „odštěpků“ rozbitých atomů. Metoda mlžných drah vyniká nad jiné zvláštní názorností a skvělé Kirchnerovy snímky (viz cit. práci) možno považovati přímo za fotografické básně, svojí prostou černí mluvící k odborníkovi plným a jasným výrazem.

Účelem našeho referátu je, stručně přehlédnouti pokroky nejnovější doby. Jedná se zejména o t. zv. umělé rozbití atomu. Převážná většina dnešních pracovníků přestala totiž používat na bombardování atomů radioaktivního záření alfa a používá zdrojů umělých, hlavně protonů vyráběných kanálovými trubicemi (vodíkové kanálové paprsky). Radioaktivní prvky jsou dostupné v poměrně malých množstvích, jsou velmi drahé a získati některé z nich v naprosto čistém stavu je složitým úkolem. Radioaktivního záření je používáno jen ve výjimečných případech pro jemnější práce, je na př. známa jeho role při objevu *neutronu* a *positronu* (kladného elektronu).

Pokusy s protonovými trubicemi jsou prováděny obvykle tak, že svazek protonů o stejné rychlosti (homogenisovaný magnetickým polem) dopadá ve vysokém vakuu na deštičku ze zkoumané látky, o jejíž rozbití běží. Odštěpky z látky odletující jsou okénkem vpouštěny buď na scintilační stínítko nebo do ionizační komory, spojené s lampovým zesilovačem a zařízením registračním, nebo nejnověji, jak svrchu zmíněno, do mlžné komory Wilsonovy. Okénko samo je tvořeno tenkou slídovou nebo celofánovou folií, pokud možno nejmenšího „vzdušného ekvivalentu“, aby letící hmotné odštěpky byly jí co nejméně brzděny a na svém dosahu zkracovány. Používá se obvykle také dodatečného zrychlování protonů, které má za účel dodati jim pokud možno největší rychlosti,

když v samotné trubici kanálové nelze dosud používatí milionových napětí. (Dosavadní snahy o to, kterých je celá řada, zklamaly, pokud se týče očekávaných výsledků.) Obyčejně se používá způsobu Wienova, navrženého již r. 1902, při němž kanálové paprsky jsou ve vakuu zrychlovány zvláštním napětím. Tohoto způsobu dodatečného zrychlování protonů použili také r. 1932 Cockroft a Walton v Cambridgi při proslulém rozbití lithiového atomu. Jiné velmi vtipné metody zrychlování protonů používají fyzikové američtí, Lawrence a Livingstone: protony jsou zrychlovány jedním a tímž polem elektrickým, do kterého jsou znovu „vhá-něny“ magnetickým polem. Jím proletují v drahách kruhovitých, o stále rostoucím průměru. Elektrické pole je rychle střídavé a vhodným zařízením je docíleno patřičného vztahu magn. pole k délce vlny, aby protony byly zrychlovány vždy v témž smyslu.

Výsledky těmito různými aparaturami získané možno stále považovati za hromadění pokusného materiálu. Každá nová práce přináší vždy celou řadu nových podnětů, které není možno spojití se staršími výsledky v nějakou jednotnou teorii. Nelze dnes také nějakou teorii ani předvídati, stále se dychtí po nových výsledcích experimentálních. Je to asi podobný stav, jako v otázce kosmického záření, kde každá nová práce s lepšími experimentálními podmínkami je proti předešlé vždy revolucí, ale žádná dosud nevedla k nějakému konci a k jednotnému názoru. Právem můžeme říci, že v těchto oborech odehrají se ještě velké převraty.

Používání protonů na bombardování prvků má především za účel zlepšiti relativní výtěžky rozbíjecích pokusů, které právě při používání radioaktivního záření slabé intensity byly velmi malé. Absolutní výtěžky, na př. u lithia, jsou nyní zhruba udávány asi takto: při bombardování protony, odpovídajícími 20.000 voltům, je rozbit 1 lithiový atom na 10^{15} protonů, při napětí 200.000 voltů připadne jedno rozbití na 10^9 protonů. Zajímavé budou výsledky při ještě vyšších napětích, které nejsou dosud úplně objasněny. V roce 1933 bylo podniknuto několik experimentálních prací, jejichž účelem je zjištění závislosti počtu rozbitím atomů (lithia a boru) vzniklých alfa částecí, a energie rozbíjecích protonů. Zdá se, že pro větší energie protonů platí závislost výtěžku na doběhu protonů v bombardované látce, t. j. vlastně na počtu proběhnutých jader lithia a boru.

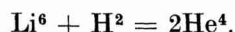
Několik jiných prací zabývalo se poslední dobou studiem jemné struktury záření alfa, které je vysíláno z bombardovaného lithia a boru. Jsou měřeny, poněkud metodou scintilační a metodou mlžných drah, délky dobůh tohoto umělého alfa záření, sestrojovány křivky dobůh a křivky rozdělení dobůh. Z tohoto materiálu, pokud to dosud lze, jsou tvořeny různé představy o mechanismu rozbíjecího děje, zejména u lithia, které je po té

stránce vzhledem k poměrné jednoduchosti rozbíjecí rovnice



nejlépe dosud probádáno. Kirchner snaží se tuto rovnici kvantitativně vysvětliti použitím vět o zachování energie a impulsu. (Do rovnice energetické nutno ovšem dosaditi energii uvolněnou hmotným defektem.) Rovnice poskytuje do jisté míry vysvětlení pro jednu skupinu částecek alfa z lithia uvolňovaných, druhá skupina menšího doběhu není dosud dostatečně vysvětlena. Jsou prováděny také pokusy vysvětliti tuto druhou skupinu částecek alfa o kratších dobách pomocí gama záření, které je současně při rozbití lithiového atomu uvolňováno a na které je přenášena část energie a impulsu. Pokusně zjištěné gama záření při rozbití lithia je však tak měkké, že nebylo dosud možno docílit kvantitativního souhlasu. Také při rozbití atomu boru hraje pravděpodobně určitou úlohu vysílání gama záření z rozbíjeného atomu.

Velkou pozornost vzbudily poslední dobou také práce amerických fysiků, kteří lithium bombardovali isotopem vodíku H^2 . Rozbití probíhá asi podle rovnice:



Proti alfa částčkám, vznikajícím z lithia bombardováním protony H^1 a majícím doběhy ca 8,5 cm (nejdelší skupina), mají tyto částice bombardováním *duotony* (H^2) vzniklé doběhy asi 13—14 cm. V Cavendishově laboratoři bylo objeveno také rozbití lithia duotony, probíhající podle rovnice:



Často se v literatuře mluví také o Featherově rovnici



která je pravděpodobně zvrtná, t. j. reakční její komponentou může býti jak částčka alfa, tak neutron ($= n^1$; viz referát podepsaného v Časopise, 62, 384, 1933). Na velké obtíže při teoretickém výkladu takových zvrtných rovnic poukazuje na př. Beck (Ztschr. f. Phys., 84, 811, 1933). Santholzer.

Nobelova cena za fysiku za r. 1932 byla udělena lipskému profesorovi teoretické fysiky W. Heisenbergovi; za r. 1933 obdrželi Nobelovu cenu za fysiku každý po polovině: oxfordský profesor teoretické fysiky E. Schrödinger a cambridgský profesor teoretické fysiky P. A. M. Dirac. Všichni tři obdrželi cenu za své zásluhy v teorii kvant.

Werner Heisenberg, sotva dvaatřicetiletý, zbudoval t. zv. kvantovou neboli maticovou mechaniku jakožto zobecnění klasické mechaniky a získal si četnými pracemi vůdčí místo v kvantové

teorii. Souřadnice a složky impulsu hmotného bodu (anebo soustavy hmotných bodů) nahradil nekonečnými maticemi hermitovského typu; je to rozšíření lineárního schématu posloupnosti koeficientů ve Fourierově rozvoji. Kvantové podmínky zavedl relací mezi rozdílem nekomutativních součinů takových speciálních dvou matic $ab - ba$ a Planckovou konstantou h . Známý jsou jeho relace elementární neostrosti $\Delta p \Delta q \sim h$. Postavil teorii kvant na logické základy; tím ovšem velice utrpěla názornost dřívější teorie kvant pocházející od Bohra.

Erwin Schrödinger, šestačtyřicetiletý, rodem Vídeňan, vypracoval za svého působení v Curychu vlnovou mechaniku (téměř současně s Heisenbergem), vycházející z myšlenek L. de Broglieových a Einsteinových. Východiskem jeho teorie je proslulá vlnová rovnice Schrödingerova zobecňující Hamiltonovu funkci klasické mechaniky. Pro praktické užívání je teorie Schrödingerova pohodlnější než formalismus Heisenbergův; matematicky jsou obě teorie ekvivalentní. Heisenbergova teorie připouští v některých případech lepší interpretaci fyzikální. Teorie Schrödingerova získala si velmi záhy všeobecného uznání a způsobila jeho povolání do Berlína, odkud na podzim r. 1933 přešel do Oxfordu.

Paul Adrien Maurice Dirac, jednátřicetiletý, začal hned po své práci Heisenbergově budovat vlastní kvantovou mechaniku na základě nekomutativní algebry, jejíž pravidla početní vypracoval tak, aby co nejlépe vyhovovala požadavkům kvantové teorie. Rozeznává mezi obyčejnými c -čísly (klasickými) a zvláštními q -čísly (kvantovými symboly); jeho teorie tvoří logický celek a podobá se teorii Heisenbergově. Zvláštní zásluhu si získal o relativistickou teorii elektronu, jež je obsažena v soustavě čtyř lineárních homogenních diferenciálních rovnicích parciálních všeobecně známých pod jménem Diracovy rovnice, které mají velikou příbuznost s Maxwellovými rovnicemi klasické fyziky. Jeho další snaha se nese v tom směru, aby byla nalezena uspokojivá teorie relativistická i pro více elektronů než jeden; snaží se vymýtit zákon Coulombův z rovnic kvantové teorie. Dosud ovšem tato snaha nepřekročila počátečního stadia a skýtá velké obtíže pojmové i početní.

Tím tedy jsou všichni hlavní spoluvůrci moderní teorie kvant (L. de Broglie, jenž dostal cenu již dříve, a zde uvedení tři fyzikové) odměněni Nobelovou cenou. Z toho je patrné, jaký význam připisuje docíleným pokrokům v kvantové teorii mezinárodní forum fyzikální.

SPOLKOVÝ VĚSTNÍK.

Program členských schůzí.

Na členských schůzích Jednoty budou přednášeti:

V úterý dne 6. března 1934 ředitel J. PITHARDT: O několika metodických zkušenostech z vyučování deskriptivní geometrii (v rýsovně reálky v Praze X).

Matematické přednášky se konají v matematickém ústavu Karlovy university v Praze II, U Karlova 3, vždy ve čtvrtek o 18. hodině. Další přihlášky přednášek matematických přijímá pořadatel matematické sekce vědecké rady JČMF, prof. dr. V. JARNÍK, matematický ústav, Praha II, U Karlova 3, telefon 33647.

Fysikální přednášky se konají ve fyzikálním ústavu Karlovy university v Praze II, U Karlova 5, vždy v úterý o 18. hodině. Po přednáškách ukázky nových přístrojů fyzikálních. Další přihlášky přednášek fyzikálních přijímá pořadatel fyzikální sekce vědecké rady JČMF, doc. dr. M. A. VALOUCH, II. fyzikální ústav techniky, Praha II, Karlovo nám. 14, telefon 43041.

Středoškolské přednášky se konají střídavě na pražských středních školách v úterý o 17. hodině. Přihlášky přednášek přijímají pořadatelé dr. F. VYČICHLO, prof. reálky v Praze X, a dr. A. WANGLER, prof. I. reál. gymn. v Praze XII.

Zprávy.

Fyzikální sekce vědecké rady pořádala tuto schůzi:

Dne 16. ledna 1934 přednášel doc. dr. LADISLAV RIEGER: O dvojím názoru na fyzikální děje (kausálně-deterministickém v časoprostoru a kontingentním ve vlastním čase).

V přednášce byly probrány tyto body:

1. Indeterminismus je náhled prospektivní ve vnitřním (vlastním) prožívaném čase, kde každý okamžik přináší něco nového, nepředurčitelného — jichž serie je spojována v „trvání času“ a je základem principu historického.

2. Rigorózní determinismus kausální je náhled retrospektivní ve vnějším prostoročase na děje „kolem mne“ lokálně a tím i časově odlehle — jest principem klasické i relativistní fyziky a byl vyjádřen v postulátu přesného určení okamžitých poloh i rychlostí všech materiálních bodů resp. světových linií.

3. Fyzika kvantová zastává jistou zásadní neurčitelnost a princip statistické pravděpodobnosti jevů, jichž základem jest diskontinuitní akce.

Podle toho je kausální determinismus jen aproximativní pro velká čísla (komplexy) elementárních jevů.

4. Vše to jsou logické konstrukce, výklady dat smyslových, jichž základní forma je přítomný okamžik, v němž difference elementární

koexistují (princip lokality) a který je nahrazován stále jiným — stejně přítomným.

5. Vědomí vytváří z diferencí koexistujícího prostor a ze sukcese okamžitého čas — co názor vnější resp. vnitřní. Pluralita vědomí (subjektů) je další zařízení umožňující seznati názorem i ovládnutí myšlením světové dění.

6. Názory indeterminismu (v časovém okamžiku) a determinismu (v prostoročase) se doplňují vzájemně a kombinací jich přicházíme k výkladu akce (dění) vstupujícího v okamžiku do časoprostoru, kde dává vznik nové stopě, novému řetězci kausálně časoprostorovému — což souhlasí s náhledem o vzrůstu (expansi) světa v časoprostoru.

7. Tím je ale omezen princip konstantní sumy energie i kontinuálního nepřerušného vzrůstu entropie na empirické a aproximativní principy platící pro menší okrsy.

8. Princip statistické probability elementárních procesů, jichž indexy diferencí mají pro smysly naše hodnotu prostorových a časových diferencí, je logicky nadřazený oněm dvěma divergujícím názorům determinismu kausálního a indeterminismu historického co vyšší abstrakce — princip kontingence připínající se k základní formě daného: iterativní presenci okamžiku.

9. Není obtížno srovnati zmíněné dva divergentní názory o skutečnosti co pohledy vzájemně doplňující sebe i s logicky nadřazeným principem kontingence — (pro fysiku klasickou a kvantovou je to komplementární teorie Bohrova) — pokud chápeme, že každý názor i každý pojem je výrazem základní objektivující intence poznání, jež konstituuje, formuje, tvoří příslušné předměty.

10. Žádný takto vytvořený předmět není skutečnější než druhý; není předmětu „o sobě“, jako není „pravdy o sobě“. — Není předmětu bez relace jej konstituující a vývoj vědy dává za pravdu této relační teorii poznání. Věda je logická aktivní konstrukce a filosofie má za úkol kritiku a spolupráci při stále rekonstrukci tohoto instrumentu na teoretické i praktické ovládnutí světa.

Druhá členská schůze středoškolská se konala dne 9. ledna 1934 v malé posluchárně universitního ústavu fysikálního. Prof. dr. A. ŽÁČEK předvedl demonstrační pokusy s elektromagnetickými vlnami (vhodné pro střední školy). Rada instruktivních pokusů provedená vesměs prostředky jednoduchými velmi zdařile se těšila velikému zájmu posluchačů, kteří v počtu daleko převyšujícím 100 osob přeplnili posluchárnu.

Vědecká rada se ustavila takto: předsedou matematické sekce je prof. dr. E. SCHOENBAUM, pořadatelem prof. dr. V. JARNÍK (Praha II, U Karlova 3, matemat. ústav; telefon 33647); předsedou fysikální sekce je prof. dr. V. DOLEJŠEK, pořadatelem doc. dr. M. A. VALOUCH (Praha II, Karlovo nám. 14, druhý fysik. ústav techniky; telefon 43041).

Červenka, Aritmetika pro II. třídu středních škol, 8. vydání, upravené podle osnov z r. 1933, ppl. 13,60, bylo schváleno vynesemím MŠO ze dne 18. října 1933, čís. 119072-II/1, a jest již na skladě. Zaslali jsme ukázkové výtisky ředitelstvím všech středních škol a prosíme pp. kolegy, aby si podle potřeby vyžádali volné výtisky. Račte také žáky upozorniti, že je učebnice na skladě. — Slovenské vydání je v aprobačním řízení.

Klíma-Ingrš, Deskriptivní geometrie pro V. třídu reálků byla schválena výnosem MŠO ze dne 12. prosince 1933, čís. 141551-II/1. Je v tisku.

Ryšavý, Fysika pro nižší třídy středních škol byla schválena výnosem MŠO ze dne 30. prosince 1933, č. 151289-II/1. Je v tisku.